1. a) Jeden z końców się nie zmienia, a dla b>a

$$\frac{a+b}{2} - a = \frac{b-a}{2} > 0$$

$$\frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2} < 0 \quad a < m_n < b$$

b) $2^{-n}\left(b_0 - a_0\right)$ (Za każdym razem dzielę na pół.)

c) $e_n < b_n - m_n = \frac{b_n - a_n}{2} = 2^{-n-1}\left(b_0 - a_0\right)$

d) Może, kiedy miejsce zerowe jest blisko b_0.

2. $|\alpha - m_n| = < b_n - m_n = \frac{b_n - a_n}{2} < \varepsilon$

$$\frac{2^{-n}\left(b_0 - a_0\right)}{2} < \varepsilon \quad 2^{n+1} > \frac{b_0 - a_0}{\varepsilon}$$

$$n + 1 > \lg \frac{b_0 - a_0}{\varepsilon} \quad n > \lg \frac{b_0 - a_0}{\varepsilon} - 1$$

odp.: Przynajmniej $\left\lceil \lg \frac{b_0 - a_0}{\varepsilon} - 1 \right\rceil$ kroków.

3. Błędy nie majeją monotonicznie.

4. $a_0 = 0 \ b_0 = 1 \quad \lg \frac{b_0 - a_0}{2 \cdot 10^{-5}} = \lg(0.5 \cdot 10^5) \approx$

≈ 15.6 Potrzebne jest 16 kroków.

5. $f(x)=\frac{1}{x}-R \quad f(x)=0 \Longleftrightarrow x=\frac{1}{R}$

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f\left(x_n\right)}{f'\left(x_n\right)}=$$

$$=x_n-\left(\frac{1}{x_n}-R\right):\left(-\frac{1}{{x_n}^2}\right)=$$

$$=x_n+\left(\frac{1}{x_n}-R\right){x_n}^2=x_n+x_n-R\,{x_n}^2=$$

$$=x_n\left(2-R\,x_n\right)$$

Metoda jest bardzo podatna na zapętlenie się. Dla każdego R trzeba wybierać inne x_0 (bliskie 1/R).

6. $x=\frac{1}{\sqrt{a}} \quad x^2=\frac{1}{a} \quad \frac{1}{x^2}=a \quad f(x)=\frac{1}{x^2}-a$

$$\frac{f(x)}{f'(x)}=\frac{x^{-2}-a}{-2x^{-3}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a-x^{-2}}{x^{-3}}=$$

$$=\frac{1}{2}\left(a\,x^3-x\right) \quad x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}=$$

$$=\frac{2x_n+x_n-a\,{x_n}^3}{2}=\frac{1}{2}x_n\left(3-a\,{x_n}^2\right)$$

$$x_0=0{,}25$$

7. $x = \sqrt{a} \quad x^2 = a \quad f(x) = x^2 - a$

$$\frac{f(x)}{f'(x)} = \frac{x^2 - a}{2x} = \frac{x - \frac{a}{x}}{2}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \frac{2x_n - x_n + \frac{a}{x_n}}{2} =$$

$$= \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2} \quad x_0 = 1$$

Wygląda na zbieżną dla wszystkich a.

8. $g(x) = f(x)^{\frac{1}{r}} \quad g'(x) = \frac{1}{r} f(x)^{\frac{1-r}{r}} f'(x)$

$$\frac{g(x)}{g'(x)} = f(x)^{\frac{1}{r}} \cdot r f(x)^{\frac{r-1}{r}} : f'(x) =$$

$$= \frac{rf(x)}{f'(x)} \quad x_{n+1} = x_n - r\,\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Moim zdaniem ta metoda chyba niczego nie wnosi, bo zero jakiejkolwiek krotności jest zerem g(x). **Na pewno nie wykluczy ona zer o krotnościach mniejszych niż r.**