

Vips-Test 01 zum Vorkurs Mfl

Beginn: 24.10.2020, 18:00

Ende: 02.11.2020, 08:00

Kurs: Vorkurs Mathematik für Informatiker

Semester: WS 2020/21

Lehrende: Dr. Dirk Hachenberger, Kathrin Gimmi, Prof.Dr. Tobias Mömke

Name: _____

1. Mengen und deren Elemente

(8 Punkte)

Sei $M := \{1, \{2, 3\}, 4, \{\emptyset\}\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

$2 \in M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$2 \subseteq M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\{2, 3\} \subseteq M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\{2, 3\} \in M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\emptyset \in M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\emptyset \subseteq M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\{\emptyset\} \subseteq M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\{\emptyset\} \in M$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

2. Logische Aussagen und deren Verknüpfungen (Teil 1)

(8 Punkte)

Seien A , B und C drei (logische) Aussagen. Welche der folgenden Verknüpfungen sind äquivalent? Ordnen Sie zu.

vorgegebener Text

zugeordnete Antwort

1. $A \wedge B \implies C$ _____

2. $B \wedge ((A \vee C) \vee \neg C)$ _____

3. $\neg A \implies B$ _____

4. $\neg((C \wedge B) \vee A)$ _____

Antwortmöglichkeiten:

1. $\neg A \vee \neg B \vee C$

2. B

3. $A \vee B$

4. $\neg A \wedge (\neg B \vee \neg C)$

5. $\neg A \wedge (B \vee C)$

6. $B \wedge A$

3. Logische Aussagen und deren Verknüpfungen (Teil 2)

(4 Punkte)

Seien A, B (logische) Aussagen. Angenommen $A \wedge B$ und $A \vee B$ haben denselben Wahrheitswert. Was kann dann für A und B gelten?

- A und B sind beide wahr. ☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort
 A ist wahr, und B ist falsch. ☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort
 A ist falsch, und B ist wahr. ☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort
 A und B sind beide falsch. ☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

4. Grundlegende Beweisprinzipien

(4 Punkte)

Seien A, B (logische) Aussagen. Wir wollen $A \implies B$ beweisen. Welche der Beweisstrategien sind korrekt?

- Es gelte A , wir zeigen B . ☐ korrekt ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Wir zeigen, wenn B richtig ist, ist auch A richtig. ☐ korrekt ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Wir zeigen, dass aus $\neg B$, $\neg A$ folgt. ☐ korrekt ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Wir führen $A \wedge \neg B$ zum Widerspruch. ☐ korrekt ☐ falsch ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

5. Potenzmenge

(1 Punkt)

Sei $M := \{0, 1, 2, 3\}$. Dann hat deren Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Mächtigkeit ...

6. Wahr oder falsch?

(10 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

- Folgendes ist eine (logische) Aussage: $\forall a \in \mathbb{Z} : \exists b \in \mathbb{Z} : a < b$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Die Potenzmenge der leeren Menge ist leer. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Irrationale Zahlen sind NICHT mit Bleistift, Zirkel und Lineal konstruierbar. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 $\forall x \in \emptyset : x$ ist eine Primzahl. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 $A \implies A$ ist eine Tautologie. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Sei $n \in \mathbb{N}$. Die Summe von n ungeraden natürlichen Zahlen ist eine gerade Zahl. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Für jede rationale Zahl x gilt entweder $x^2 > 2$ oder $x^2 < 2$. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Für beliebige Teilmengen X und Y einer Grundmenge M gilt:
 $((X^c \cup Y^c) \cap Y^c)^c = Y$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Für je zwei endliche Mengen M und N gilt stets:
 $|M \times N| > |N|$. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort
 Für je zwei endliche Mengen M und N gilt stets:
 $|M \cup N| = |M| + |N|$. ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

7. Fehler über Fehler... Oder doch nicht?

(4 Punkte)

Erstsemester Max soll im Tutorium alle reellen Lösungen der folgenden Gleichung bestimmen:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3+x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} = 0. \quad (\diamond)$$

Max rechnet dazu wie folgt:

Auf der Definitionsmenge $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$ gilt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3+x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} = 0 &\iff (2x-1) = \frac{2x\sqrt{x}}{\sqrt{3+x}} \\ &\stackrel{(*)}{\implies} 4x^2 - 4x + 1 = \frac{4x^3}{3+x} \\ &\iff 8x^2 - 11x + 3 = 0 \\ &\iff (x-1)(8x-3) = 0 \end{aligned}$$

Folglich ist $L = \{1, \frac{3}{8}\}$ die gesuchte Lösungsmenge der Gleichung (\diamond).

Frage: Welche Anmerkungen würde der Tutor zu diesem Lösungsversuch machen?

Die Definitionsmenge D ist noch weiter einzuschränken.

☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort

Es fehlt zum Schluss noch der Nachweis, dass Einsetzen von 1 bzw. $\frac{3}{8}$ in die Gleichung (\diamond) tatsächlich Null ergibt.

☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort

Der Implikationspfeil ($*$) muss zu einem Äquivalenzpfeil abgeändert werden.

☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort

Alles super, das könnte man als Musterlösung hochladen.

☐ Ja ☐ Nein ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

8. Summen und Produkte (Teil 1)

(2 Punkte)

Bestimmen Sie den konkreten Zahlenwert des folgenden Terms:

$$\sum_{k=1}^2 \prod_{\ell=0}^1 (2\ell - k)$$

9. Summen und Produkte (Teil 2)

(3 Punkte)

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit, dass kein \sum -Zeichen mehr vorkommt. Dabei ist n eine Zahl aus \mathbb{N}^* .

$$\sum_{k=1}^n (\sum_{\ell=1}^n (2\ell + 3))$$

10. Übersetzungen

(4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

$\forall \text{Menschen } A : \exists \text{Mensch } B : B \text{ ist Mutter von } A$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\exists \text{Mensch } A : \forall \text{Menschen } B : B \text{ ist Mutter von } A$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\forall \text{Menschen } A : \exists \text{Mensch } B : A \text{ ist Mutter von } B$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

$\exists \text{Mensch } A : \exists \text{Mensch } B : A \text{ ist Mutter von } B$ ☐ wahr ☐ falsch ☐ keine Antwort

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!

11. Umgang mit abstrakten Axiomen

(5 Punkte)

In einem Buch über Botanik steht geschrieben: "Jede ungedrodelte Atikulas ist florig und jede somerante Atikulas ist florig. Es gibt sowohl florige wie unflorige Atikulen."

Welche der folgenden Schlüsse über die beschriebene Flora können gezogen werden?

- | | | | |
|--|--------------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| Alle unflorigen Atikulen sind gedrodelte. | <input type="radio"/> Ja | <input type="radio"/> Nein | <input type="radio"/> keine Antwort |
| Es gibt gedrodelte Atikulen. | <input type="radio"/> Ja | <input type="radio"/> Nein | <input type="radio"/> keine Antwort |
| Es gibt sowohl gedrodelte wie ungedrodelte Atikulen. | <input type="radio"/> Ja | <input type="radio"/> Nein | <input type="radio"/> keine Antwort |
| Einige gedrodelte Atikulen sind unsomerant. | <input type="radio"/> Ja | <input type="radio"/> Nein | <input type="radio"/> keine Antwort |
| Alle gedrodelten Atikulen sind unsomerant. | <input type="radio"/> Ja | <input type="radio"/> Nein | <input type="radio"/> keine Antwort |

Vorsicht: Falsche Antworten geben Punktabzug!