Marc Küper 2028220

**Diskrete Strukturen und Logik**
Ü01 (Bob Niemand)
WS20/21

# Lösungen zu Blatt 1

**Aufgabe 1.1.**

(a) $|K| = 26; |G| = 26, |Z| = 10$; also: 26+26+10=62 Zeichen;
Für 8 Stellen gibt es, wenn Wiederholung erlaubt ist, $62^8$ Kombinationen

(b) $62^8 - (26^8 + 26^8 + 10^8) \approx 2.17922351 \times 10^{14}$

**Aufgabe 1.2.**

Die Anzahl der Mengen ist die Summe aller $a_i$ plus 1 (Nullmenge) $(\sum_{i=1}^{n} a_i) + 1$
So enthält jede Menge jeweils 1 Element einer Menge $S_i$

**Aufgabe 1.3.**

Beweis durch Widerspruch:
Sagen wir die obrige Aussage ist wahr, dann wähle ich 4 Ecken, sodass jede Würfelkante genau einmal verwendet wird.
Über die Gaußsche Summenformel weiß ich, dass $\sum_{i=1}^{12} i = 78$
Als nächstes teile ich 78 durch 4 und erhalte ich die *magische* Zahl 19.5, dies ist die Eckensumme.
Da aber die Eckensummen gleich und ganzzahlig sein müssen, ist hier ein Widerspruch und damit muss die Annahme, dass die obrige Aussage wahr ist, falsch sein.

**Aufgabe 1.4.**

Wenn n = 1: $\binom{1}{0} = 1 = \binom{1}{1}$ ✓
1. Schritt: Beweis der Symmetrie des Binomialkoeffizienten:
$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)! \times (n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)! \times (n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)! \times k!} = \binom{n}{k}$ ✓

2. Schritt: Beweis der linken Seite:
Zu zeigen ist, dass $\binom{n}{\frac{n}{2}} > \binom{n}{\frac{n}{2}-1}$
$\frac{n!}{\frac{n}{2}! \times (n-\frac{n}{2})!} > \frac{n!}{(\frac{n}{2}-1)! \times (n-(\frac{n}{2}-1))!}$

Kehrbruch bilden und durch $n!$ teilen:
$\frac{n}{2}! \times \frac{n}{2}! < (\frac{n}{2} - 1)! \times (\frac{n}{2} + 1)!$

Substitution $x = \frac{n}{2}$

$x! \times x! < (x-1)! \times (x+1)!$
$x! \times x! < x! \times \frac{1}{x} \times x! \times (x+1)$
Ist dann wahr, wenn $\frac{1}{x} \times (x+1) > 1$
$\frac{x+1}{x} > 1$
$\frac{x}{x} + \frac{1}{x} > 1$
$1 + \frac{1}{x} > 1$
Resubstitution: $x = \frac{n}{2}$
$\frac{2}{n} > 0$; wahr, da $n \in \mathbb{N}$
Damit ist auch die Annahme $\binom{n}{\frac{n}{2}} > \binom{n}{\frac{n}{2}-1}$ wahr.