Kathrin Gimmi
Dirk Hachenberger

Übungen zur Mathematik für Informatiker I
Wintersemester 2020/21

Montag, 2. November 2020

Hausaufgabenblatt 1

Abgabe: Montag, 9. November 2020, bis 08:00 Uhr

Aufgabe 1 (1 Punkt)

Welche der beiden Zahlen ist größer,

$$3^{400} \quad \text{oder} \quad 4^{300} \;?$$

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Geben Sie die Binärdarstellung der Zahl

$$2^{2^5} + 1$$

an und überzeugen Sie uns davon, dass deren Dezimaldarstellung gleich

$$4\ 294\ 967\ 297$$

ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

In der Schule lernt man die **Dreier-Regel**:

> *Genau dann ist eine natürliche Zahl x durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.*

Diese Dreier-Regel ist ein Spezialfall des folgenden Sachverhaltes:

> *Es sei $x = (a_m, ..., a_1, a_0)_{10}$ eine in ihrer Dezimaldarstellung gegebene natürliche Zahl. Weiter sei $p \in \mathbb{N}^*$ gegeben. Schließlich seien $r_i := 10^i \,\mathtt{mod}\, p$ für $i = 0, ..., m$. Dann sind äquivalent:*
> - *p ist Teiler von x,*
> - *p ist Teiler von $x' := \sum_{i=0}^{m} a_i r_i$.*

Beweisen Sie diesen Sachverhalt und begründen Sie, inwiefern die Dreier-Regel ein Spezialfall davon ist.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Wenden Sie den Sachverhalt aus Aufgabe 3 an, um zu prüfen, ob die Zahl

$$137\ 129\ 924\ 612\ 384\ 565$$

durch 7 teilbar ist.

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden vier Zahlen

$$5^6 \texttt{ mod } 7, \quad 5^6 \texttt{ div } 7, \quad 2^3 \texttt{ mod } 7, \quad 2^3 \texttt{ div } 7$$

und beweisen Sie (induktiv), dass für jede natürliche Zahl n die Zahl

$$5^{1+6n} + 2^{1+3n}$$

durch 7 teilbar ist.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Bestimmen Sie von der (in Dezimalschreibweise gegebenen) Zahl 60 018

(a) deren Binärdarstellung,
(b) deren Ternärdarstellung,
(c) deren Oktaldarstellung,
(d) deren Hexadezimaldarstellung.

Aufgabe 7 (2 Punkte)

Berechnen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler der beiden Zahlen

$$6\,229\,331 \quad \text{und} \quad 2\,209\,033.$$