

---

# Mathematik für Informatiker

## Teil 1

DIRK HACHENBERGER

Institut für Mathematik der Universität Augsburg

Wintersemester 2020/21

---

Übersicht (1. November 2020)

---

Das Skript des vorbereitenden Vorkurses Mathematik für Informatiker umfasst Inhalte, die wir üblicherweise in den ersten beiden Kapiteln der Vorlesung MfI-1 abdecken.

Konkret (gemäß WS 2019/20):

- Kapitel 1: Grundlagen über Zahlen,  
Abschnitte 5, 4, 6, 16, 17, 28, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38.
- Kapitel 2: Abbildungen und Mengen,  
Abschnitte 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, angereichert mit den grundlegenden Zählprinzipien der Kombinatorik.

In Anknüpfung an dem, was im Vorkurs vorgetragen wurde, beginnen wir die Vorlesung Mathematik für Informatiker I mit einem Kapitel zu den

### **Grundlagen über ganze Zahlen.**

Dort tragen wir dementsprechend zunächst die Abschnitte 27 und 28, sowie 32 bis 38 des Skriptes aus dem Vorkurs vor.

Danach besprechen wir die weiteren Kapitel der Vorlesung in ihrer üblichen Reihenfolge, wobei wir der Einfachheit halber die Nummerierung aus den früheren Seestern übernehmen.

- Kapitel 3: Algebraische Grundstrukturen
  1. Grundlagen über Monoide
  2. Über die Invertierbarkeit in Monoiden zu Gruppen
  3. Monoidstrukturen bei Abbildungen
  4. Grundlagen über Ringe
  5. Über die Invertierbarkeit in Ringen zu Schiefkörpern und Körpern
  6. Ergänzung: Potenzgesetze bei natürlichen und ganzzahligen Exponenten
  7. Quadratische Gleichungen
- Kapitel 4: Restklassenringe und modulares Rechnen
  1. Die Kongruenz modulo  $n$
  2. Restklassenringe und Restklassenkörper
  3. Prüfzeichencodierung
  4. Effizientes Potenzieren in Restklassenringen
  5. Ergänzung: Symmetrische Restklassensysteme
  6. Das RSA-Public-Key Kryptosystem

- Kapitel 5: Vektorräume, Matrizen und lineare Gleichungssysteme
  1. Vektorraumaxiome
  2. Matrizen-, Zeilen- und Spaltenvektorräume
  3. Vom Skalarprodukt zur Multiplikation von Matrizen
  4. Teilräume und Linearkombinationen
  5. Grundlagen zu linearen Gleichungssystemen
  6. Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung
  7. Elementare Zeilenumformungen
  8. Der Gauß-Algorithmus und normierte Treppenmatrizen
  9. Die Lösungsmenge bei allgemeinen linearen Gleichungssystemen
- Kapitel 6: Quadratische Matrizen, Eigenwerte und Polynome
  1. Spezielle Vektorräume: Algebren
  2. Die Algebra der quadratischen  $(n, n)$ -Matrizen
  3. Treppen-Normalform und Rang einer allgemeinen Matrix
  4. Die Invertierbarkeit bei quadratischen Matrizen
  5. Eigenwerte von quadratischen Matrizen
  6. Polynomalgebren
  7. Polynomdivision mit Rest
  8. Bemerkungen zur Struktur von  $\mathbb{K}[x]$
  9. Auswertung und Nullstellen bei Polynomen
  10. Die Polynominterpolation
  11. Das Minimalpolynom einer quadratischen Matrix
- Kapitel 7: Zur Theorie abstrakter Vektorräume
  1. Lineare Abbildungen
  2. Lineare Unabhängigkeit und Basen
  3. Die Dimension eines endlich erzeugten Vektorraumes
  4. Koordinaten
  5. Darstellungsmatrizen
  6. Die Dimensionsformel
  7. Interpolation aus der Sicht der Linearen Algebra
  8. Ergänzung: Ein konkreter Algebren-Isomorphismus
  9. Diagonalisierbarkeit von quadratischen Matrizen und Endomorphismen
- Kapitel 8: Komplexe Zahlen und Quaternionen
  1. Der Körper der komplexen Zahlen
  2. Komplexe Zahlen: Betrag und Polarkoordinaten
  3. Geometrische Eigenschaften komplexer Zahlen
  4. Einheitswurzeln
  5. Der Fundamentalsatz der Algebra
  6. Der Schiefkörper der Quaternionen
- Kapitel 9: Determinanten
  1. Existenz und Eindeutigkeit von Determinanten
  2. Berechnung und Eigenschaften von Determinanten
  3. Das charakteristische Polynom einer quadratischen Matrix