

## 1. Übungsblatt zu Diskrete Strukturen und Logik Wintersemester 2020

Prof. Dr. Tobias Mömke

Abgabe: 09.11.2020 (Montag), 12:00; als pdf über Digicampus

Eine Abgabe pro Übungsgruppe (üblicherweise 3 Studierende). Bitte schreiben Sie die folgenden Informationen auf jede Übungsabgabe:

- Name + Matrikelnummer für **jedes** Gruppenmitglied
- Übungsblattnummer, Übungsnummer (Ü01 Ü10), Übungsgruppenleiter

## Aufgabe 1.1 (25 Punkte)

- (a) Wie viele Passwörter der Länge 8 gibt es, die aus Kleinbuchstaben  $K := \{a, b, c, ..., z\}$ , Großbuchstaben  $G := \{A, B, C, ..., Z\}$ , und Ziffern  $Z := \{0, 1, ..., 9\}$  bestehen?
- (b) Wie viele sind es, wenn das Passwort mindestens jeweils ein Zeichen aus K, G und Z enthalten muss?

Aufgabe 1.2 (25 Punkte) Gegeben: n paarweise disjunkte Mengen  $S_i$ ,  $1 \le i \le n$ . Dabei hat Menge  $S_i$  genau  $a_i$  Elemente, also  $|S_i| = a_i$ . Berechnen Sie die Anzahl der Mengen, die höchstens ein Element aus jedem  $S_i$  enthalten und zeigen Sie, dass das Ergebnis korrekt ist.

Aufgabe 1.3 (25 Punkte) Ein normaler sechs-seitiger Würfel hat 12 Kanten. Jede Ecke ist inzident zu den drei Kanten, die zur Ecke führen. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

"Man kann die Zahlen  $1, 2, \ldots, 12$  auf die 12 Kanten verteilen, so dass für jede Ecke die Summe der Zahlen der drei inzidenten Kanten gleich ist."

**Aufgabe 1.4 (25 Punkte)** Zeigen Sie, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\binom{n}{0} < \binom{n}{1} < \dots < \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor} = \binom{n}{\lceil n/2 \rceil} > \dots > \binom{n}{n}$$

Notation:  $\lfloor x \rfloor$  rundet x zur nächstkleineren ganzen Zahl und  $\lceil x \rceil$  zur nächstgrößeren ganzen Zahl.

Hinweis: Lesen Sie das Kapitel zu Binomialkoeffizienten im Skript zum Vorkurs.