

Merkblatt zu Zahlencodierungen

Informatik 1 WiSe 2020/2021

Dr. Martin Frieb, Johannes Metzger, Marius Brendle

20. November 2020

Bits Kippen

- 0 wird zu 1
- 1 wird zu 0

Binärcodierung $c_{2,n}$

Eentspricht Binärdarstellung einer Zahl, ggf. aufgefüllt mit führenden Nullen auf n Bits.

1-Komplementcodierung $c_{1K,n}$

Ähnlich zu $c_{2,n}$, aber auch für negative Zahlen geeignet. Diese werden mit gekippten Bits codiert.

Codierung positiver Zahlen „Ganz normale binäre Codierung“	Decodierung positiver Zahlen „Ganz normale binäre Decodierung“
Codierung negativer Zahlen <ul style="list-style-type: none">• Als positive Zahl codieren, dann Bits kippen.• Formell: $c_{1K,n}(-x) = c_{2,n}((2^n - 1) - x)$	Decodierung negativer Zahlen Bits kippen, decodieren und Minuszeichen anhängen.
Addition von x und y „Ganz normale binäre Addition“. Im Falle eines Überlaufes: Überlauf wegschneiden und +1 zur Zahl dazurechnen.	Subtraktion von x und y Umschreiben in Addition. Dazu Zahl, die abgezogen wird, in negative Zahl umwandeln und addieren (siehe <i>Codierung negativer Zahlen</i> eine Zeile weiter oben).

2-Komplementcodierung $c_{2K,n}$

Verbesserung von $c_{1K,n}$, bei der es keine zwei Nullen mehr gibt.

Codierung positiver Zahlen „Ganz normale binäre Codierung“	Decodierung positiver Zahlen „Ganz normale binäre Decodierung“
Codierung negativer Zahlen <ul style="list-style-type: none">• Als positive Zahl codieren und dann Bits kippen. Anschließend +1.• Formell: $c_{2K,n}(-x) = c_{2,n}(2^n - x)$	Decodierung negativer Zahlen Bits kippen, decodieren und Minuszeichen anhängen. Anschließend -1 .
Addition von x und y „Ganz normale binäre Addition“. Im Falle eines Überlaufes: Überlauf wegschneiden.	Subtraktion von x und y Umschreiben in Addition. Dazu Zahl, die abgezogen wird, in negative Zahl umwandeln und addieren (siehe <i>Codierung negativer Zahlen</i> eine Zeile weiter oben).

Exzeß-q Codierung $c_{EX-q,n}$

Für Exponent in Gleitkomma-Codierung. Wie $c_{2,n}$, aber codierte Zahl wird um q verschoben.

Codierung einer Zahl x $c_{EX-q,n}(x) := c_{2,n}(x + q)$ q addieren und binär codieren.	Decodierung einer Zahl x $(x)_{EX-q,n} = c_{2,n}(x - q)$ Binär decodieren und q abziehen.
Addition von x und y Codierte Zahlen binär addieren und q abziehen.	Subtraktion von x und y Codierte Zahlen binär subtrahieren und q addieren.

Festkomma-Codierung $c_{FK,k,n}$

Festkommazahl mit n Bits und k Nachkommastellen.

Codierung einer Zahl x $c_{FK,k,n}(x) := c_{2,n}(rd(x \cdot 2^k))$ Zahl mit 2^k multiplizieren, Ergebnis runden und binär codieren.	Decodierung einer Zahl x $(x)_{FK,k,n} = (x)_{2,n}/2^k$ Zahl binär decodieren und durch 2^k teilen.
Addition von x und y „Normale“ Addition auf Binärzahlen.	Subtraktion von x und y „Normale“ Subtraktion auf Binärzahlen.
Absoluter Rundungsfehler von x $ x - \text{Decodierung}(\text{Codierung}(x)) $ Unterschied zwischen ursprünglicher Zahl und Decodierung der codierten Zahl.	Relativer Rundungsfehler von x $\frac{ x - \text{Decodierung}(\text{Codierung}(x)) }{ x }$ Absoluter Rundungsfehler geteilt durch ursprüngliche Zahl.

Gleitkcommacodierung $c_{GK,k,n}$

Standardisierte Gleitkcommacodierung einer Zahl der Form $x = m \cdot 2^e$ mit $1 \leq |m| < 2$. Es werden $k-1$ Bits für die Mantisse m verwendet, $n-k$ Bits für Exponenten e (genannt *Charakteristik*) und 1 Bit für das Vorzeichen. Im Speicher hinterlegt sind die einzelnen Bestandteile in folgender Reihenfolge:

Vorzeichen - Charakteristik - Mantisse

Codierung einer Zahl x <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahl normieren: $x = m \cdot 2^e$ mit $1 \leq m < 2$. 2. Vorzeichenbit bestimmen: 0 für $x \geq 0$, 1 für $x < 0$ 3. Bestimme q für Exzeß-q: $q = 2^{n-k-1} - 1$ 4. Codiere Charakteristik: $c_{EX-q,n-k}(e)$ 5. Berechne Mantisse mit Festkcommacodierung: $c_{FK,k-1,k-1}(m - 1)$ 6. Alles zusammenfügen. 	Decodierung einer Zahl x <ol style="list-style-type: none"> 1. Vorzeichen bestimmen: $0 \Rightarrow$ positiv, $1 \Rightarrow$ negativ 2. Bestimme q für Exzeß-q: $q = 2^{n-k-1} - 1$ 3. Charakteristik decodieren: $(\text{Charakteristik}(x))_{EX-q,n-k} = e$ 4. Mantisse decodieren und 1 addieren: $(\text{Mantisse}(x))_{FK,k-1,k-1} + 1 = m$ 5. Alles zusammenfügen.
Addition von x und y <ol style="list-style-type: none"> 1. Decodierung der Zahlen zur Form $m \cdot 2^e$. 2. Exponentenangleich der kleineren Zahl. 3. Addition der Mantissen. 4. Normierung (falls nötig) 	Subtraktion von x und y <ol style="list-style-type: none"> 1. Decodierung der Zahlen zur Form $m \cdot 2^e$. 2. Exponentenangleich der kleineren Zahl. 3. Subtraktion der Mantissen. 4. Normierung (falls nötig)