Podstawy Metody Elementów Skończonych

Praca Domowa 3

Michał Łukaszewicz (297696)

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych
Politechnika Warszawska
2021

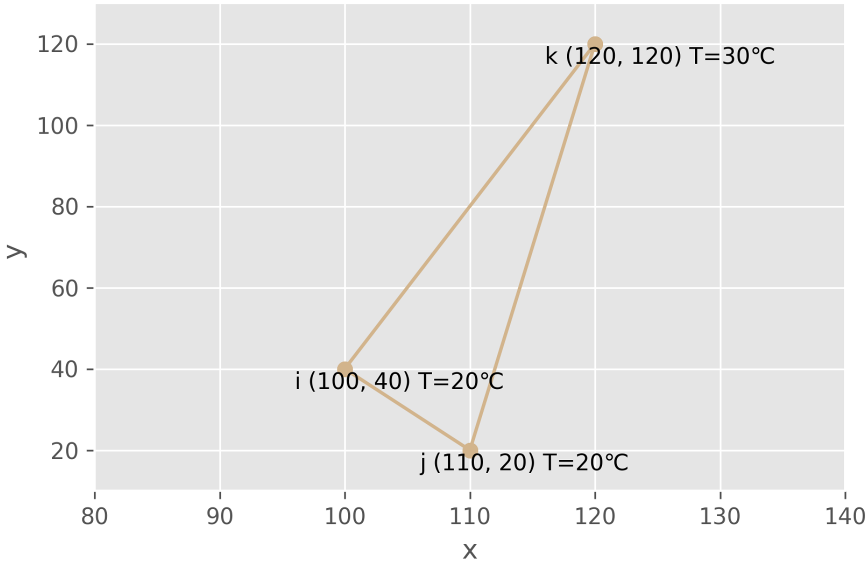
Spis treści

1 Dane

Zestaw 50

Punkt	x [mm]	y [mm]	T [°C]	u [mm]	v [mm]
i	100	40	20	2	0
j	110	20	20	1	0
k	120	120	30	-1	2

$$\lambda = 200 \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\ K}} \right]$$



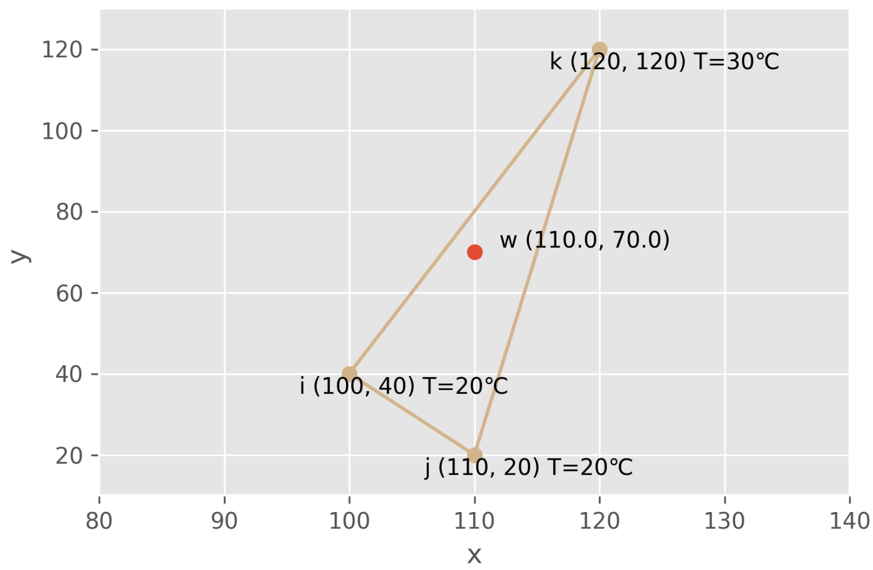
Rys. 1: Schemat elementu z naniesionymi parametrami

2 Cześć 1 - Analiza przewodnictwa ciepła

2.1 a1 - wyznaczenie punktu w

$$x_w = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} = 110$$
$$y_w = \frac{y_{max} + y_{min}}{2} = 70 \tag{1}$$

2.2 a2 - Położenie punktu w wewnątrz elementu



Rys. 2: Punkt w wewnątrz elementu

2.3 a3 - Wyznaczenie funkcji kształtu

$$\begin{aligned} N_i &= -0.0833x + 0.0083y + 9.0 \\ N_j &= 0.0667x - 0.0167y - 6.0 \\ N_k &= 0.0167x + 0.0083y - 2.0 \end{aligned} \tag{2}$$

2.4 a4 - Temperatura w punkcie w

$$\begin{aligned} T(x, y) &= N_i(x, y)T_i + N_j(x, y)T_j + N_k(x, y)T_k \\ T(x, y) &= 0.1667x + 0.0833y \\ T_w &= T(x_w, y_w) = 26.14°\text{C} \end{aligned} \tag{3}$$

2.5 a5 - Pochodne funkcji kształtu

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i(x,y)}{\partial x} & \frac{\partial N_j(x,y)}{\partial x} & \frac{\partial N_k(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i(x,y)}{\partial y} & \frac{\partial N_j(x,y)}{\partial y} & \frac{\partial N_k(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0833 & 0.0667 & 0.0167 \\ 0.0083 & -0.0167 & 0.0083 \end{bmatrix} \tag{4}$$

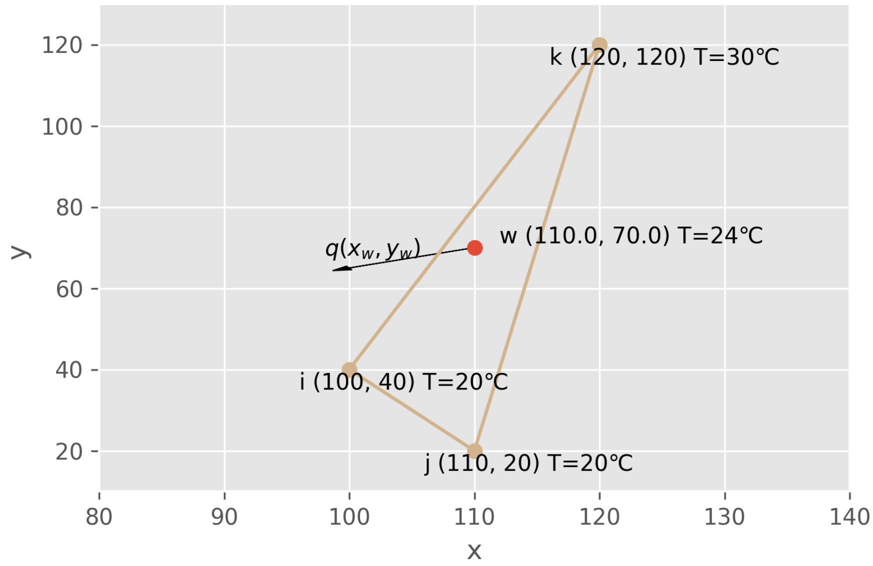
2.6 a6, a7 - wektor q

$$q = -\lambda \nabla T(x, y) \tag{5}$$

$$\nabla T(x, y) = [B_e(x, y)] \{T^e\} \tag{6}$$

$$\{T^e\} = \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad [B_e] = \begin{bmatrix} N_{i,x} & N_{j,x} & N_{k,x} \\ N_{i,y} & N_{j,y} & N_{k,y} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$q = -0.2 \begin{bmatrix} -0.0833 & 0.0667 & 0.0167 \\ 0.0083 & -0.0167 & 0.0083 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 20 \\ 20 \\ 30 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0333 \\ -0.0167 \end{Bmatrix} \tag{8}$$



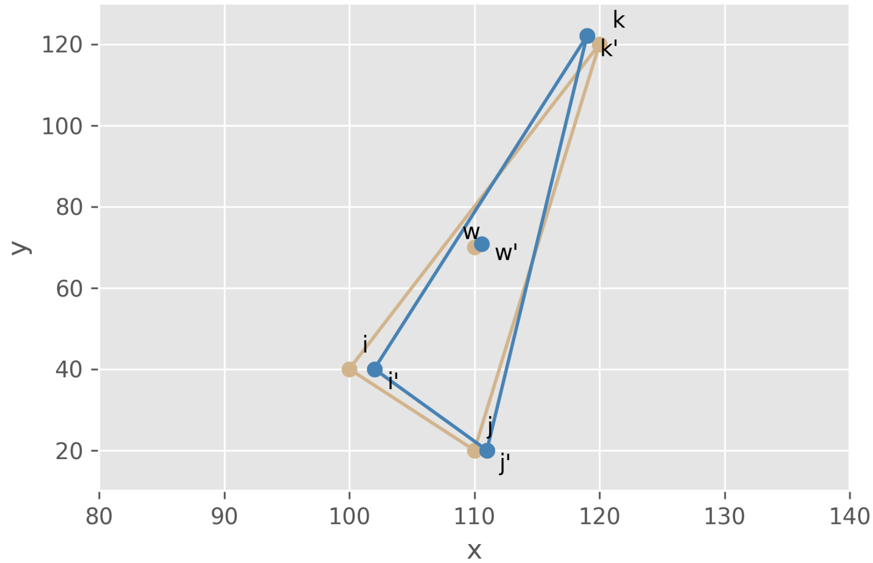
Rys. 3: Element z wykreślonym wektorem q

3 Część 2 - Analiza stanu odkształceń

3.1 b1 - punkt w

Punkt w policzono w punkcie a1

3.2 b2 - porównanie elementu przed i po odkształceniu



Rys. 4: Element przed (brązowy) i po (niebieski) odkształceniu

3.3 b3 - Funkcje kształtu

$$\begin{aligned} N_i &= -0.0833x + 0.0083y + 9.0 \\ N_j &= 0.0667x - 0.0167y - 6.0 \\ N_k &= 0.0167x + 0.0083y - 2.0 \end{aligned} \tag{9}$$

3.4 b4- składowe przemieszczania w punkcie w

$$\begin{aligned} u(x,y) &= N_i(x,y)u_i + N_j(x,y)u_j + N_k(x,y)u_k \\ v(x,y) &= N_i(x,y)u_i + N_j(x,y)u_j + N_k(x,y)u_k \\ u(x,y) &= -0.1167x - 0.0083y + 14.0 \\ v(x,y) &= 0.0333x + 0.01667y - 4.0 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} u_w &= 110.5833 \\ v_w &= 70.8333 \end{aligned} \tag{11}$$

3.5 b5 - odkształcenia w punkcie w

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.1 \\ 0.017 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{12}$$

4 Wnioski

Dzięki zastosowaniu metody MES można w łatwy sposób wyznaczyć kierunek i prędkość przepływu ciepła w elemencie dysponując jedynie ograniczonym zbiorem informacji o jego temperaturach. Dzięki temu można szacować temperatury nawet dużych elementów korzystając jedynie z pomiarów wykonanych na ich krańcach. W prosty i powtarzalny sposób można stworzyć algorytmy łatwe do rozwiązania numerycznie, przez co rozwiązywanie nawet złożonych zagadnień staje się jedynie kwestią czasu i mocy obliczeniowej.

Dzięki zestawowi prostych założeń powyżej przedstawione rozwiązanie może być wykorzystane do dowolnego zgodnego z nimi elementu (tj. o kształcie trójkąta i z węzłami oznaczonymi przeciwnie do kierunku wskazówek zegara) a wprowadzając niewielkie udoskonalenia możemy rozszerzyć te możliwości na większy zakres figur.

5 Oświadczenie o samodzielności wykonania

Oświadczam że niniejsza praca zaliczeniowa stanowiąca podstawę obecny efektów uczenia się z przedmiotu *Podstawy Metody Elementów Skończonych* została przeze mnie wykonana samodzielnie.

Michał Łukaszewicz
297696