«Символьные вычисления в MatLab»

07 ноября 2011 г.

1. С клавиатуры вводится строка, содержащая запись функции $f(x)$, точка x_0 и две положительных величины a и ε. С использованием символьных вычислений разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора около точки x_0 так, чтобы на отрезке $[x_0 - a, x_0 + a]$ функция приближалась им равномерно с точностью ε.

2. С клавиатуры вводится строка, содержащая запись функции $f(x)$, границы отрезка $[a, b]$ и положительная величина ε. С использованием символьных вычислений разложите функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[a, b]$ так, чтобы на этом отрезке функция приближалась им с точностью ε в метрике пространства $L_2[a, b]$.

3. Итерационный метод Ньютона поиска корней функции $f(x)$ заключается в пересчете по следующей рекуррентной формуле: $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$. Можно убедиться, что это соотношение вычисляет x_{n+1} как корень касательной, проведенной к графику $f(x)$ в точке x_n. Напишите функцию, которая принимает на вход начальное приближение x_0 и строку S, содержащую формулу $f(x)$, и методом Ньютона ищет корень.

   Производную в точке x_n следует находить посредством символьного дифференцирования.

4. Задано дифференциальное уравнение $dx/dt = f(t)/g(x)$ (функции f и g вводятся с клавиатуры). Посредством символьного интегрирования найти общее решение $x(t)$ этого уравнения.

5. Задано дифференциальное уравнение $dx/dt = f(t) \cdot g(x)$ (функции f и g вводятся с клавиатуры). Посредством символьного интегрирования найти общее решение $x(t)$ этого уравнения. Найти частное решение, удовлетворяющее условию $x(t_0) = x_0$ (величины t_0 и x_0 также вводятся с клавиатуры).

6. Задано дифференциальное уравнение $dx/dt = f(x)$ ($x = (x_1, x_2)'$ — двумерный вектор; функция $f(x)$ вводится с клавиатуры). С использованием символьных вычислений найти точки равновесия этого уравнения и исследовать их по первому приближению.

7. С клавиатуры вводится формула $g(x)$ и границы отрезка $[a, b]$. Найти такую линейную функцию $l(x) = Ax + B$ и множитель L, что разность $f(x) = L\big(g(x) - l(x)\big)$ принимает нулевые значения на концах отрезка $[a, b]$ и что $\int\limits_a^b f(x)dx = 1$.

   Рассматривая полученную функцию как функцию распределения некоторой случайной величины (считая, что $f(x) = 0$ при $x \notin [a, b]$), найдите математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.