Самостоятельная работа по теме «Программирование в MatLab»

31 октября 2011 г.

1. В квадрате 50×50 метров в случайных точках расставлены 5 лампочек. Освещённость в точке (x, y), создаваемая лампочкой, находящейся в точке (x_0, y_0), вычисляется как

$$\frac{10000}{4\pi\big((x-x_0)^2+(y-y_0)^2+1\big)}.$$

   (a) изучите команду `contour`; с её помощью изобразите распределение освещённости; примите во внимание тот факт, что значения функции распределены неравномерно — линии уровня для больших значений идут более часто, чем для меньших;

   (b) методом Монте-Карло вычислите вероятность того, что освещённость в точке (x, y) будет не больше S (параметры задаются).

   Напомним, что метод Монте-Карло заключается в повторении большого числа испытаний. Искомая вероятность приближённо вычисляется как отношение числа успешных испытаний к общему числу испытаний.

2. Для натурального n элементы квадратной $n \times n$ матрицы A_n вычисляются по формуле $a_{ij} = 1/(i+j-1)$. При заданном n найдите наибольшее и наименьшее из собственных чисел матрицы A_n.

3. Два космических тела массами m_1 и m_2 начально находятся в точках (x_{10}, y_{10}) и (x_{20}, y_{20}) и обладают начальными скоростями $(v_{x\,10}, v_{x\,10})$ и $(v_{x\,20}, v_{x\,20})$. Используя какой-либо метод численного интегрирования дифференциальных уравнений, просчитайте траектории этих тел и выведите на графике.

   Попробуйте решить ту же задачу для трёх тел. Рассмотрите варианты движения в одной плоскости и в трёхмерном пространстве.

4. Динамика математического маятника с трением описывается дифференциальным уравнением $\ddot{x}+k\dot{x}+\omega^2 x = 0$. Здесь x — угол отклонения маятника от нижнего положения. Используя какой-либо метод численного интегрирования дифференциальных уравнений, просчитайте фазовую траекторию маятника для заданного начального положения $(x_0, \dot{x}_0)$ и выведите на графике.

5. Напишите функцию, которая принимает на вход три параметра: числа a и b и строку S, содержащую выражение относительно переменной x, и методом деления пополам находит корень выражения S на отрезке $[a, b]$.

6. Итерационный метод Ньютона поиска корней функции $f(x)$ заключается в пересчёте по следующей рекуррентной формуле: $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$. Можно убедиться, что это соотношение вычисляет x_{n+1} как корень касательной, проведённой к графику $f(x)$ в точке x_n. Напишите функцию, которая принимает на вход начальное приближение x_0 и строку S, содержащую формулу $f(x)$, и методом Ньютона ищет корень.

   Производную в точке x_n следует находить посредством численного дифференцирования.

---

7. Напишите функцию, которая принимает на вход имя файла и строит гистограмму числа вхождений латинских букв без учета регистра. Попробуйте подписать рисунок и оси так, чтобы результаты легко можно было понять. Для решения задачи изучите функцию `hist`.

8. Используя решение задачи **??**, попробуйте применить полученную функцию к нахождению комплексных корней кубического уравнения $x^3 = a$. Запускайте процесс на сетке значений в некоторой области; раскрасьте каждую начальную точку в зависимости от того, сходится ли процесс и, если да, то к какому корню. (Например, можно добавлять очередную точку к одному из четырёх списков, отвечающих за точки расходимости процесса и сходимости к одному из трёх корней. Возможны и другие методы решения.)