

# حل مسئله حساب زبانی با استفاده از الگوریتم ترکیبی ژنتیک و اتوماتای سلولی احتمالی

امیر نورعلیئی<sup>\*</sup>، محمدرضا میبدی<sup>†</sup>

## چکیده

در این مقاله، یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و اتوماتای سلولی احتمالی جهت حل مسئله حساب زبانی ارائه شده است. مسئله حساب زبانی یک معما ریاضی و جزء مسائل NP-hard است. از الگوریتم ژنتیک بعنوان یک الگوریتم تکاملی و برای بهبود آن از اتوماتای سلولی احتمالی استفاده شده است. از قوانین احتمالی در اتوماتای سلولی احتمالی برای انتخاب والد ها در یک همسایگی هشت تایی و روشی جهت مهاجرت کروموزوم های با برازنده‌گی بالا به همسایگی های مجاور استفاده شده است. برای ارزیابی الگوریتم ارائه شده آنرا بر روی پنج مسئله با پیچیدگی های متفاوت و استفاده از عملگر های مختلف آزمایش و نتایج را با الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ژنتیک سلولی مقایسه کردیم. نتایج نشاندهندگی بهبود کارایی الگوریتم است.

## كلمات کلیدی

حساب زبانی، الگوریتم ژنتیک، اتوماتای سلولی احتمالی

\* دانشجوی کارشناسی ارشد هوش مصنوعی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده برق رایانه و فناوری اطلاعات، قزوین، ایران  
[amir.nooralieei@qiau.ac.ir](mailto:amir.nooralieei@qiau.ac.ir)

<sup>†</sup> استاد تمام، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، تهران، ایران، [mmeybodi@aut.ac.ir](mailto:mmeybodi@aut.ac.ir)

## 1- مقدمه

بررسی رفتار سیستم های پیچیده پیشنهاد شد [5, 6]. اتوماتی سلولی سیستم های دینامیکی گسترهای هستند که رفتارشان کاملا بر اساس ارتباط محلی استوار است و می توانند برای محاسبات و شبیه سازی سیستمها دینامیکی به کار روند. فیزیک اولین علمی است که سیستم های دینامیکی را بررسی کرده است. اتوماتاهای سلولی با قوانین ساده و محلی می توانند محاسبات و رفتار پیچیده ای از خود بروز دهند. انواع متفاوتی از قوانین به روزرسانی سلولها وجود دارند که باعث ایجاد انواع متفاوت اتوماتی سلولی می شوند. قوانین میتوانند به صورت قطعی یا احتمالی بیان گردند و این دو دسته از قوانین منجر به دو دسته اتوماتی سلولی قطعی و اتوماتی سلولی احتمالی می شوند [7].

در این مقاله ما از ترکیب اتوماتی سلولی احتمالی و الگوریتم ژنتیک استفاده کردیم. از خاصیت احتمالی بودن اتوماتی سلولی احتمالی جهت انتخاب والدین در مرحله تقاطع بهره گرفته شده است. در اتوماتی سلولی از همسایگی مور استفاده شده است.

سازمان و ترتیب مقاله بصورت زیر است: مسئله حساب زبانی در بخش 2 توضیح داده شده است. در بخش 3، الگوریتم ژنتیک تشریح شده است. اتوماتی سلولی احتمالی در بخش 4 توضیح داده شده است. در بخش 5 الگوریتم ترکیبی پیشنهادی تشریح شده است. در بخش 6 نتایج آزمایشات نشان داده شده است و در بخش آخر نتیجه گیری توضیح داده شده است.

## 2- مسئله حساب زبانی

حساب زبانی یک بازی از زیر مجموعه های مسائل ارضای قیود است که جزء مسائل NP-hard می باشد. در این بازی مجموعه ای از معادلات وجود دارد که اعداد به صورت حروف نمایش داده می شوند. هر یک از معادلات می تواند شامل عملیات های ضرب، جمع، تفکیق و تقسیم باشد. هدف یافتن مقدار متغیر هر حرف در معادله است. حداکثر تعداد حروف برای هر مسئله می تواند 10 حرف مختلف باشد که می تواند تکراری هم باشد. برای هر مسئله ممکن است چند جواب وجود داشته باشد. شکل 1 یک نمونه مسئله حساب زبانی را نشان می دهد.

S	E	N	D
+	M	O	R
<hr/>			
M	O	N	E
Y			

شکل (1): نمونه مسئله حساب زبانی

جواب مسئله برابر مقادیر حروف  $O = 0, M = 1, Y = 2, E = 5, D = 7, R = 8, S = 1, N = 6$  است. در حالت معمولی تعداد حالت های کلی برای جستجو برابر  $8 \times 8 = 322560$  است که

حساب زبانی یک معماه ریاضی است که در آن ارقام بوسیله کاراکترها و یا نمادها جایگزین شده اند. حساب زبانی اولین بار توسط دوندی معرفی و در سال 1924 به چاپ رسید [1]. در این بازی مجموعه ای از معادلات وجود دارد که در آن بجای اعداد از حروف استفاده شده است. هر یک از معادلات می تواند شامل عملیات های ضرب، جمع، تفکیق و تقسیم باشد. هدف یافتن مقدار متغیر هر حرف در معادله است. حساب زبانی جزء مسائل NP-hard می باشد [2].

از روشاهای زیادی جهت حل مسائل NP-hard استفاده می شود. الگوریتم های تکاملی بکی از این روش ها است. همان طور که تاریخ الگوریتم های تکاملی نشان می دهد، گونه های زیادی از الگوریتم های تکاملی وجود دارند [3]. ولی ایده همه آنها یکی است: با داشتن یک جمعیت اولیه، انتخاب بهترین های جمعیت و این افزایش شایستگی جمعیت را نتیجه می دهد. با داشتن یکتابع ارزیابی که می خواهیم بیشینه شود، می توان مجموعه ای از جواب های کاندید را به طور تصادفی تولید کرد و با تابع ارزیاب کیفیت آنها را به عنوان معیاری برای محاسبه شایستگی به کار برد بر اساس این شایستگی، بعضی از کاندیدهای بهتر انتخاب می شوند، تا به عنوان هسته ای برای تولید نسل بعد به کار روند. بر روی این کاندیدها عملگر های ترکیب و یا جهش اعمال می شود. عملگر ترکیب بر روی دو یا بیشتر کاندید اعمال می شود که والدین نام دارند و نتیجه آن تولید فرزند (فرزندهای) می شود.

اعمال ترکیب و جهش باعث تولید مجموعه جدیدی می شود که با مجموعه قبلی (والدین) رقابت می کنند تا در نهایت برنده ها در نسل بعدی ظاهر شوند. تا زمانی که یک کاندید با ویژگی های کافی (جواب) به دست بیاید و یا اینکه محدودیت هایی که از قبل برای مسئله تعریف کرده ایم، ارضا شوند این کار می تواند ادامه پیدا کند. یکی از مشهورترین الگوریتم های تکاملی، الگوریتم ژنتیک است. در الگوریتم ژنتیک یک جمعیت از افراد طبق مطابقت آنها در محیط بقا می یابند. افرادی با قابلیت های برتر، شانس ازدواج و تولید مثل دهد. بیشتری را خواهند یافت. بنابراین بعد از چند نسل فرزندانی با کارایی بهتر بوجود می آیند. در الگوریتم ژنتیک هر فرد از جمعیت بصورت یک کروموزوم معرفی می شود. کروموزومها در طول چندین نسل کاملتر می شوند. در هر نسل کروموزومها ارزیابی می شوند و مناسب با ارزش خود امکان بقا و تکثیر می یابند. تولید نسل در بحث الگوریتم ژنتیک با عملگر های تقاطع و جهش صورت می گیرد. والدین برتر بر اساس یک تابع برآزندگی انتخاب می شوند. الگوریتم های ژنتیکی را می توان یک روش بهینه سازی تصادفی جهت دار دانست که به تدریج به سمت نقطه بهینه حرکت می کند [4].

اتوماتی سلولی در اواخر دهه 40 توسط جان وان نیومن مطرح شد و پس از او توسط ریاضی دانی بنام استانیسلاو اولام به عنوان مدلی برای

2-  $d$  ابعاد فضای سلولی را مشخص می‌نماید. به ازای  $d=1$  یک اتوماتای سلولی یک بعدی و به ازای  $d=2$  یک اتوماتای سلولی دو بعدی خواهیم داشت.

3- برای هر سلول  $x$  در اتوماتای سلولی آرایه  $V(x) = \{x + v_0, x + v_1, \dots, x + v_k\}$  مشخص کننده

همسایه‌ای می‌باشد که بصورت مستقیم با سلول در ارتباطند.

4-  $\Sigma$  الفبای ورودی اتوماتای سلولی می‌باشد.

5-  $\Delta$  الفبای خروجی اتوماتای سلولی می‌باشد.

6- 8 تابع انتقال است که بفرم  $d \rightarrow Q^{(\sum^n)^{k+1}}$  می‌باشد. براساس تابع انتقال، حالت بعدی هر سلول به حالت و مقادیر حافظه‌های تمامی همسایگان آن سلول در مرحله فعلی بستگی دارد.  $n$  تعداد ثبات‌های هر سلول است.

7- 8 رابطه مبدل است. این مبدل مقدار هر حافظه سلول را با توجه به حالت و مقادیر حافظه‌ای همسایگانش مشخص می‌سازد [11].

آنچه متفاوتی از قوانین به روزرسانی سلولها وجود دارد که باعث ایجاد انواع متفاوت اتوماتای سلولی می‌شوند. قوانین میتوانند به صورت قطعی و یا احتمالی بیان گردند و این دو دسته از قوانین منجر به دو دسته اتوماتای سلولی قطعی و اتوماتای سلولی احتمالی می‌شوند [7] استفاده از قوانین احتمالی در اتوماتای سلولی باعث افزایش قدرت اتوماتی سلولی در شبیه سازی پدیده‌های طبیعی می‌شود. در اتوماتای قطعی حالت یک سلول به طور قطعی توسط حالت فعلی و حالات همسایگانش تعیین می‌شود در حالیکه در اتوماتای سلولی احتمالی قوانین احتمالی است و هر قانون احتمال مربوط به خود را دارد. ممکن است در یک قانون احتمالی یک موقعیت یکسان خروجی متفاوتی تولید نماید [12].

## 5- الگوریتم پیشنهادی

در این مقاله ما الگوریتم ژنتیک را با اتوماتای سلولی احتمالی ترکیب کردیم. مراحل الگوریتم پیشنهادی به صورت ذیل است.

ابتدا به هر سلول از اتوماتای سلولی یک کروموزوم اختصاص داده می‌شود سپس مقدار برازنده‌گی هر کروموزوم محاسبه شده و یک مقدار احتمال برای هر سلول در نظر گرفته می‌شود که این مقدار با مقدار برازنده‌گی آن سلول متناسب است و هرچه سلول برازنده‌گی بیشتری داشته باشد مقدار احتمال اختصاص داده شده به آن هم بیشتر می‌شود. در مرحله بعد با استفاده از همسایگی مور در اتوماتای سلولی احتمالی عمل انتخاب ازین هشت سلول همسایه سلول مرکزی انتخاب می‌شود در این مرحله با استفاده از قوانین احتمالی اتوماتای سلولی احتمالی هر سلول با توجه به قانون اتوماتا و مقدار احتمال خود انتخاب می‌شود در این حالت حداقل دو و حداقل هشت هشت همسایه برای مرحله تقاطع انتخاب می‌شوند. در مرحله تقاطع و جهش با استفاده از عملگر تقاطع و جهش جایگشتی عمل تقاطع و جهش انجام شده و

جستجوی این فضا نیاز به زمان زیادی دارد بنابر این برای حل آن از الگوریتم های تکاملی استفاده می کنند که یک از این الگوریتم ها الگوریتم ژنتیک است [9, 8].

## 3- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک، الهامی از علم ژنتیک و نظریه تکامل داروین است. الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوی احتمالی است که از شبیه‌سازی تکامل زیستی و طبیعی استفاده می‌کند. الگوریتم‌های ژنتیک با به کارگیری اصل بقای بهترین‌ها برای تولید تخمین‌های هر چه بهتر یک جواب روی جمعیتی از جواب‌های بالقوه عمل می‌نماید. در هر نسل، مجموعه‌ای از تخمین‌ها توسط فرایند انتخاب افراد مطابق با سطح برآزندگی شان در دامنه مساله، و پرورش آنها با هم با استفاده از عملگرهای گرفته شده از ژنتیک طبیعی ایجاد می‌گردد. این فرایند، ما را به سمت تکامل جمعیت‌هایی از افراد، که با محیط مربوطه‌شان بهتر از والدین‌شان وفق داده شده‌اند هدایت می‌کند. یکی از مهمترین بخش‌های الگوریتم ژنتیک ساخت کروموزوم های اولیه با توجه به مسئله است. شکل 2 نحوه ساخت کروموزوم برای مسئله حساب زبانی را نشان می‌دهد. بدليل اینکه هر کاراکتر معادل یک عدد است بنابر این طول کروموزوم ها باید 10 در نظر گرفته شود و هیچ کاراکتری نمی‌تواند معادل دو عدد یکسان باشد.

S	E	N	D	M	O	R	Y	-	-
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

شکل (2): نمایش یک کروموزوم

نرخ تقاطع 80% و از تقاطع جایگشتی استفاده شده است. نرخ جهش نیز 30% و از عملگر جهش جایگشتی استفاده شده است.

## 4- اتوماتای سلولی احتمالی

برای حل مسئله‌های زیادی از آتوماتای سلولی استفاده شده است. اتوماتای سلولی مدل ریاضی برای سیستم‌هایی است که در آنها چندین مؤلفه ساده برای الگوهای پیچیده با هم همکاری می‌کنند. اتوماتای سلولی از یک شبکه منظم سلولها تشکیل شده است که هر سلول می-تواند  $K > 1$  مقدار مختلف به خود بگیرد. سلولهای اتوماتای سلولی در زمانهای گسسته بطور همزمان و برتقیق یک قانون محلی بنام  $\Phi$  بهنگام می‌شوند که در آن مقدار هر سلول براساس مقادیر سلول‌های همسایه تعیین می‌گردد [10].

هر اتوماتای سلولی را بصورت 7 تایی به صورت  $(Q, d, V, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda)$  می‌باشد که در آن :

1-  $Q$  مجموعه حالاتی است که هر سلول می‌تواند اختیار کند.

مقدار				پارامتر		
16		50		جمعیت اولیه تعداد اجرا		
5	4	3	2	1	الگوریتم	شماره مسئله
0	0	0	3	12	GA	
0	2	0	11	15	CA-GA	
0	5	1	12	15	PCA-GA	
10	2	1	0	0	GA	
3	0	1	0	0	CA-GA	
2	0	0	0	0	PCA-GA	
922	17	204	15	1	GA	
140	8	21	1	0	CA-GA	
106	17	23	2	0	PCA-GA	
3802	43	413	43	3	GA	
494	39	68	4	0	CA-GA	
424	50	123	4	0	PCA-GA	

(الف)

مقدار				پارامتر		
16		100		جمعیت اولیه تعداد اجرا		
5	4	3	2	1	الگوریتم	شماره مسئله
0	4	0	6	15	GA	
0	5	1	13	15	CA-GA	
0	6	2	15	15	PCA-GA	
6	0	1	0	0	GA	
1	0	0	0	0	CA-GA	
1	0	0	0	0	PCA-GA	
296	13	30	3	0	GA	
108	7	5	1	0	CA-GA	
48	4	4	0	0	PCA-GA	
1120	26	99	14	0	GA	
268	27	28	2	0	CA-GA	
257	19	29	0	0	PCA-GA	

(ب)

مقدار				پارامتر		
64		50		جمعیت اولیه تعداد اجرا		
5	4	3	2	1	الگوریتم	شماره مسئله
0	8	1	12	15	GA	
0	7	3	15	15	CA-GA	
0	9	3	15	15	PCA-GA	
2	0	0	0	0	GA	
1	0	0	0	0	CA-GA	
1	0	0	0	0	PCA-GA	
44	10	3	3	0	GA	
18	9	3	0	0	CA-GA	
24	8	3	0	0	PCA-GA	
286	24	19	5	0	GA	
120	20	17	0	0	CA-GA	
105	20	15	0	0	PCA-GA	

(ج)

سپس کروموزوم با بالاترین برازنده‌گی انتخاب می‌شود و به جای کروموزوم سلول مرکزی قرار داده می‌شود و این کار تا زمانی که به جواب بررسیم برای تمامی سلولها ادامه پیدا می‌کند. با استفاده از یک مقدار تصادفی به عنوان احتمال مهاجرت در هر بار اجرا سلول مرکزی به یکی از هشت همسایه خود مهاجرت می‌کند.

## 6- نتایج آزمایشات

برای آزمایش کارایی الگوریتم پیشنهادی، ما آنرا بر روی پنج مسئله طراحی شده با تعداد کاراکترها و عملگرهای متفاوت آزمایش کردیم. این مسائل با توجه به تعداد کاراکترهای موجود در آنها از خیلی ساده تا خیلی سخت طبقه بندی شده اند. جدول ۱ مسائل طراحی شده را نشان می‌دهد.

جدول (۱): مسائل حساب زبانی

نمايش مسئله	تعداد حروف	نوع مسئله	شماره مسئله
N + M — S	3	خیلی ساده	1
T W O + T W O — F O U R	6	ساده	2
B A S E + B A L L — G A M E S	7	متوسط	3
S E N D + M O R E — M O N E Y	8	سخت	4
C R O S S + R O A D S — D A N G E R	10	خیلی سخت	5

معیارهای تعداد رسیدن به جواب، مجموع اختلافات، کمترین و بیشترین اختلاف با جواب الگوریتم پیشنهادی را در تعداد اجراهای 50 و 100 و جمعیت‌های اولیه 16، 64 و 100 با الگوریتم زنگی و الگوریتم زنگی سلولی مقایسه کردیم. نتایج از 15 بار اجرای الگوریتم و استفاده از عملگر جمع بدست آمده است.

## زیر نویس‌ها

- [1] H. E. Dudeney, in Strand Magazine, vol. 68, pp. -97 214,.1924
- [2] H. Soni and N. Arora, "SOLVING CRYPTO-ARITHMETIC PROBLEMS VIA GENETIC ALGORITHM," rin, vol. 2229, p. 6115
- [3] A. E. Eiben and J. E. Smith, Introduction to evolutionary computing: springer, 2008
- [4] L. Davis, Handbook of genetic algorithms vol. 115: Van Nostrand Reinhold New York, .1991
- [5] J. Von Neumann, "The general and logical theory of automata," Cerebral mechanisms in behavior, pp. 41-1, .1951
- [6] J. Von Neumann and A. W. Burks" ,Theory of self-reproducing automata," .1966
- [7] A. RAHIMI, et al., "A PROBABILISTIC CELLULAR AUTOMATA BASED ALGORITHM FOR LOAD BALANCING IN CELLULAR MOBILE SYSTEMS," DANESHVAR MEDICINE, .2003
- [8] M. S. K. Namdeo, et al., "Crypto-Arithmetic Problem using Parallel Genetic Algorithm (PGA)".(
- [9] N. Shedge Kishor, et al., "Solving Verbal Crypto-Arithmetic Problem by Parallel Genetic Algorithm (PGA)," International Journal of Computer Technology and Electronics Engineering (IJCTEE) Volume, vol. 2
- [10] A. A. Abin, et al., "A new dynamic cellular learning automata-based skin detector," Multimedia systems, vol. 15, pp. 323-309, 2009
- [11] م. شاه آبادی م. ر. میبدی, "پیاده سازی الگوریتم انتشار نور توسط انواع اسلولی دو بعدی", اولین کنفرانس بین المللی فناوری اطلاعات و دانش، تهران،دانشگاه صنعتی امیرکبیر، 1382، 48-36pp.
- [12] N. Boccara and H. Fuks, "Modeling diffusion of innovations with probabilistic cellular automata," Cellular Automata: A Parallel Model, pp. 280-263, .1998

بارامترا					
مقدار					
100					جمعیت اولیه
100					تعداد اجرا
شماره مسئله	الگوریتم	5	4	3	2
تعداد رسیدن به جواب	GA	0	11	0	14
کمترین اختلاف با جواب	CA-GA	0	14	13	15
بیشترین اختلاف با جواب	PCA-GA	1	14	13	15
(d)	GA	1	0	1	0
مجموع اختلافات با جواب	CA-GA	1	0	0	0
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	PCA-GA	0	0	0	0
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	GA	13	4	1	1
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	CA-GA	10	3	1	0
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	PCA-GA	11	1	1	0
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	GA	70	7	15	1
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	CA-GA	44	4	2	0
جدول (2): نتایج بدست آمده از تعداد اجراهای متفاوت با تعداد جمعیت های اولیه 16.64 و 100	PCA-GA	43	1	2	0

## 7- نتیجه گیری

الگوریتم ژنتیک یکی از معروف‌ترین الگوریتم‌های تکاملی است که در حل مسائل Np-hard کاربرد زیادی دارد در این مقاله از ترکیب اتوماتای سلولی احتمالی با الگوریتم ژنتیک جهت بهبود الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و برای سنجش کارایی الگوریتم ترکیبی آنرا بر روی پنج مسئله آزمایش و با الگوریتم ژنتیک و ژنتیک سلولی مقایسه کردیم نتایج نشاندهنده موفقیت الگوریتم ارائه شده نسبت به الگوریتم‌های مقایسه شده بود.

## مراجع

- [۱] Frankel, David S., Model Driven Architecture: Applying MDA to Enterprise Computing, OMG Press, Wiley Publishing, 2003.
- [۲] Sannella, M. J., Constraint Satisfaction and Debugging for Interactive User Interfaces, Ph.D. Thesis, University of Washington, Seattle, WA, 1994.
- [۳] Zachman, John A., "A Framework for Information Systems Architecture", IBM Systems Journal, Vol. 26, No. 3, 1987.
- [۴] Plamondon, R., and Lorette, G., "Automatic Signature Verification and Writer Identification - The State of the Art", Pattern Recognition, Vol. 22, pp. 107-131, 1989.
- [۵] Object Management Group. Unified Modeling Language: Superstructure, Version 2.0, ptc/03-07-06, July 2003, <http://www.omg.org/cgi-bin/doc?ptc/2003-08-02>.