

الگوریتم بهبود یافته کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک بیشینه

محمد سلیمانی پوری[×]، علیرضا رضوانیان[†]، محمدرضا میبدی[‡]

چکیده

در این مقاله یک الگوریتم جدید کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک ارائه شده است. مسئله کلیک بیشینه یکی از مسائل NP-کامل است که در کاربردهای متنوعی چون داده کاوی، پردازش تصویر و شبکه‌های کامپیوتری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه نتایج موفق‌تری در حل مسائل مختلف بهینه‌سازی گسسته بدست آورده است، اما در حل مسئله کلیک الگوریتم استاندارد بهینه‌سازی کلونی مورچه از همگرایی پایینی برخوردار می‌باشد. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله کلیک بیشینه تغییراتی در نحوه به‌هنگام‌رسانی فرومون به منظور انتخاب مسیر جایگزین مناسب، پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهادی ضمن حفظ ویژگی‌های موفق اولیه، از پایین بودن پیچیدگی محاسباتی و همگرایی سریع برخوردار شده است. به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی از دادگان استاندارد DIMACS استفاده شده است که مقایسه نتایج روش پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد از نظر کیفیت نتایج و سرعت همگرایی از بهبود نسبی در الگوریتم پیشنهادی برخوردار است.

کلمات کلیدی

مسئله کلیک بیشینه، NP-سخت، الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، به‌هنگام‌رسانی فرومون.

An Improved Ant Colony Algorithm for the Maximum Clique Problem

Abstract

In this paper, an improved ant colony optimization algorithm presented for the maximum clique problem. Clique problem is one of the NP problems with various applications such as data mining, image processing, and computer networks. In the recent years, ant colony optimization algorithm attained successful results in the discrete optimization, but standard ant colony optimization algorithm for the maximum clique problem have a slow convergence. So, in the proposed algorithm for the maximum clique problem, some improvements in the pheromone update proposed in order to select proper path. The proposed algorithm not only keeps the good characteristics of standard ant colony optimization but also have low computational complexity and good convergence. It is used DIMACS dataset, in order to evaluate the proposed algorithm. The experimental results show that the proposed algorithm is better than the standard ant colony optimization in terms of convergence behavior and results.

Keywords

Clique problem, NP-hard, Ant colony algorithm, Pheromone update.

[×] دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، قزوین، ایران

[†] آزمایشگاه محاسبات نرم، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

[‡] آزمایشگاه محاسبات نرم، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

۱- مقدمه

DIMACS بیانگر آن است که در الگوریتم پیشنهادی نه تنها سربار محاسباتی بالایی وجود ندارد بلکه همگرایی بهتری نسبت به رویکرد اولیه بدست آمده و به طور نسبی نتایج مناسبتری نیز بدست آمده است.

در ادامه در این مقاله، بخش دوم به معرفی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه اختصاص یافته است. الگوریتم پیشنهادی در بخش سوم معرفی شده است. نتایج شبیه‌سازی نیز در بخش چهارم ارائه شده است.

۱- الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه

الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه از جمله الگوریتم‌های متاهیوریستیک مبتنی بر جمعیت است که برای حل مسائل در محیط‌های گسسته به خوبی کار می‌کند. الگوریتم اولیه بهینه‌سازی کلونی مورچه به صورت یک رویکرد چندعامله برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد (TSP) توسط دوریگو پیشنهاد شد. ایده اصلی در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، رفتار جستجوی غذا توسط کلونی-های مورچه‌هاست [۱۴]. مورچه‌ها برای یافتن غذا به صورت تصادفی محیط را جستجو می‌کنند، در صورت یافتن غذا، مقداری از آن را به سمت لانه بازمی‌گردانند و در مسیر بازگشت از خود فرومون به جا می‌گذارد، که مقدار فرومون در مسیر به کیفیت و اندازه منبع غذایی بستگی دارد و به مرور زمان تبخیر می‌شود. فرومون به جا مانده بر روی مسیر، مورچه‌های دیگر را نیز به دنبال‌روی از مسیر ترغیب می‌کند که به مرور بخش عمده‌ای از مورچه‌ها، مسیر کوتاه‌تر که دارای فرومون قوی‌تر است را دنبال می‌کنند. الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در کاربردهای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم پیشنهادی از ویژگی بهینه‌سازی الگوریتم برای حل مسئله کلیک بیشینه استفاده شده است.

روند کلی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در شبه کد موجود در شکل (۱) ارائه شده است.

الگوریتم ۱: الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه
ورودی: گراف
خروجی: مجموعه پاسخ
۱. مقداردهی اولیه
۲. تکرار مراحل ۳ - ۵ تا رسیدن به شرایط توقف
۳. ایجاد مجموعه پاسخ‌های کاندید توسط مورچه‌ها
۴. اعمال جستجوی محلی {اختیاری}
۵. تبخیر و افزایش فرومون
۶. پایان الگوریتم

شکل (۱): روند کلی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه

در اجرای الگوریتم، پس از مقداردهی اولیه، در حلقه اصلی ابتدا مورچه‌ها راه‌حل‌های مختلفی را به صورت تصادفی تولید می‌کنند. سپس توسط به‌هنگام‌رسانی فرومون‌ها و یک جستجوی محلی به

الگوریتم‌های بهینه‌سازی کلونی مورچه دسته‌ای از الگوریتم‌های متاهیوریستیک مبتنی بر جمعیت محسوب می‌شوند که برای حل مسائل بهینه‌سازی گسسته مورد استفاده قرار می‌گیرند. در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه از رفتار مورچه‌های واقعی برای جستجوی غذا الهام گرفته شده است. در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه راه-حل کاندید مسئله توسط هیوریستیک مسئله و فرومون مسیر به طور تکراری ایجاد می‌شود. برای الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه ویژگی-هایی چون محاسبات توزیع‌شده، دریافت بازخورد از مسئله و ایجاد هیوریستیک حریصانه ذکر می‌شود [۱]. پس از ارائه نسخه اولیه الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، نسخه‌های مختلفی از آن نیز توسط محققین مختلف برای ایجاد توازن در اکتشاف و استخراج در کاربردهای مختلف بهینه‌سازی ارائه شده است [۲][۳]. تا به حال از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در حل مسائل مختلف و متنوعی چون مسیریابی در شبکه‌های کامپیوتری [۴]، پردازش تصویر [۵] و شناسایی الگو [۶] استفاده شده است.

در این مقاله کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک مورد توجه قرار گرفته است. در مسئله کلیک بیشینه، یافتن بزرگترین زیرگراف کامل مدنظر می‌باشد که این مسئله به عنوان یک مسئله NP-کامل توسط کارپ معرفی شد [۷]. با توجه به تنوع کاربردهای موجود برای کلیک تا به حال روش‌های گوناگونی نیز برای حل آن توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است که در سال‌های اخیر رویکردهای متاهیوریستیک مانند الگوریتم ژنتیک [۸] و الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه [۹] بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به خواص الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در حل مسائل گسسته، نسخه‌های مختلفی از بهینه‌سازی کلونی مورچه نیز برای حل مسئله کلیک پیشنهاد شده است. بر مبنای جابه‌جایی رؤس نیز یک الگوریتم ترکیبی از بهینه‌سازی کلونی مورچه و جستجوی محلی حریصانه در [۱۰] پیشنهاد شده است. در [۱۱] الگوریتمی با استفاده از هیوریستیک‌های حریصانه ترتیبی بر مبنای بهینه‌سازی کلونی مورچه پیشنهاد شده است که در این الگوریتم به صورت تکراری کلیک بیشینه با افزودن رؤس به کلیک‌های جزئی بدست می‌آید. برای بهبود حل مسئله کلیک بیشینه بر مبنای الگوریتم کلونی مورچه رویکردهای ترکیبی نیز ارائه شده است. در [۱۲] از شبیه‌سازی تبرید برای محاسبه احتمال انتخاب رؤس، از ترکیب شبیه‌سازی تبرید و تابع احتمال بهره گرفته شده است. استفاده از جستجوی ممنوعه به عنوان جستجوگر محلی در ترکیب با بهینه‌سازی کلونی مورچه در [۱۳] استفاده شده است. در کلیه روش‌های مذکور افزایش سربار محاسباتی در الگوریتم و کندی در همگرایی به چشم می‌خورد. در این مقاله، الگوریتم پیشنهادی از بهبود به‌هنگام‌رسانی فرومون به صورت هیوریستیک بهره می‌برد به طوریکه نتایج شبیه‌سازی بر روی دادگان آزمایشی

$$\Delta\tau(t) = \frac{1}{(1+|C_G|-|C_t|)} \quad (4)$$

در این رابطه $|C_G|$ اندازه بهترین کلیک پیدا شده تا این تکرار از الگوریتم و $|C_t|$ اندازه بهترین کلیک یافته شده تکرار جاری الگوریتم در زمان t می باشد. این روند آنقدر تکرار می شود تا کلیک بهینه در گراف مورد نظر بدست آید. در روش پیشنهادی با توجه به این نکته که انتخاب یک راس برای شروع و محاسبه یک کلیک کاندید ممکن است سبب افزایش فرومون در یکی از مسیرهای ممکن توسط راس مورد نظر شود و احتمال انتخاب مسیرهای دیگر از راس مورد نظر کاهش یابد، بنابراین در این مقاله پیشنهاد شده است که به جای اینکه محاسبات صرفاً برای راس ابتدایی یک مسیر بدست آید، دو مسیر بررسی شود و مسیری که دارای شرایط بهتری می باشد در نظر گرفته شود.

همچنین در الگوریتم پیشنهادی به منظور تطبیق پذیری بیشتر در رابطه (۱) از مقادیر مختلف α در بازه ۱ تا ۵ بهره برده شده است. و برای تبخیر فرومون از رابطه (۵) استفاده شده است که در هر گام از اجرای الگوریتم مقادیر مختلفی برای تبخیر لحاظ می گردد.

$$\rho_{new} = \begin{cases} (1-\varphi)\rho_{old} \\ 0.95 \quad \text{if } \rho_{old} > 0.95 \end{cases} \quad (5)$$

بنابراین با توجه به موارد مذکور روند کلی اجرای الگوریتم را می توان به صورت زیر در نظر گرفت.

الگوریتم بهینه سازی کلونی مورچه بهبود یافته برای حل مسئله کلیک بیشینه
ورودی: گراف
خروجی: مجموعه رئوس کلیک بیشینه
۱. مقداردهی اولیه پارامترها، انتخاب تعداد مورچه ها، فرومون ها به صورت برابر، مجموعه کلیک کاندید به صورت تهی
۲. تکرار مراحل ۳ - ۷ تا رسیدن به شرایط توقف (تعداد تکرار مشخص)
۳. انتخاب راس آغازین به طور تصادفی
۴. پیمایش رئوس گراف توسط مورچه ها از راس انتخابی در دو مسیر با توجه به رابطه (۱)
۵. ایجاد کلیک کاندید
۶. ارزیابی کلیک بدست آمده
۷. کاهش و افزایش فرومون ها توسط رابطه (۴ و ۲)
۸. پایان الگوریتم

شکل (۲): روند کلی الگوریتم بهینه سازی کلونی مورچه بهبود یافته برای حل مسئله کلیک بیشینه

صورت اختیاری راه حل ها بهبود می یابند. در مسائل مربوط به گراف، با توجه به مسئله و پیمایش گراف، نحوه قرارگیری فرومون در رئوس و یال ها متفاوت است. چگونگی پیمایش یال بین رئوس i و j بستگی به احتمال انتخاب دارد که به صورت زیر بدست می آید:

$$p_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij}^\alpha)}{\sum (\tau_{ij}^\alpha)} \quad (1)$$

به طوریکه، p_{ij}^k احتمال پیمایش یال مابین رئوس i و j توسط مورچه k ام، τ_{ij}^α مقدار فرومون موجود در یال مابین رئوس i و j است. قبل از به هنگام رسانی فرومون ها یک جستجوی محلی به صورت اختیاری می تواند به بهبود نتایج کمک کند. به هر حال نحوه به هنگام رسانی در فرومون ها می تواند به صورت زیر باشد:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + r_{ij} \cdot \Delta\tau_{ij}(t) \quad (2)$$

به طوریکه ρ نرخ تبخیر فرومون، $\tau_{ij}(t+1)$ مقدار فرومون جدید برای یال i و j ، $\tau_{ij}(t)$ مقدار فرومون جاری برای یال i و j ، $\Delta\tau_{ij}(t)$ میزان افزایش فرومون برای پاسخ های مطلوب است و r_{ij} تضمین می نماید که فقط پاسخ های مناسب افزایش فرومون داشته باشند که توسط رابطه زیر بدست می آید:

$$r_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \tau_{ij}(t) \in \text{good solution} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

۲- الگوریتم پیشنهادی

در الگوریتم پیشنهادی، در شروع الگوریتم تعداد مشخصی مورچه انتخاب شده، مقادیر فرومون به صورت یکسان مقداردهی شده و کلیک کاندید به صورت یک مجموعه تهی در نظر گرفته می شود. مورچه های مورد نظر بر روی گراف قرار گرفته و به صورت تصادفی راسی برای شروع انتخاب می شود و به کلیک کاندید اضافه می گردد، سپس با بهره گیری از رابطه (۱) یکی از یال های متصل به راس بعدی با توجه شرط وجود کلیک مبنی بر اینکه راس انتخابی بایستی به کلیه رئوس موجود در کلیک کاندید متصل باشد انتخاب می شود. این فرآیند به صورت تکراری تا زمانی که راس دیگری را نتوان انتخاب نمود، ادامه می یابد. پس از آن تبخیر فرومون های موجود بر روی مسیرها صورت می پذیرد و بهترین مسیر از لحاظ اندازه کلیک بیشینه توسط فرومون به روز رسانی می شود که این تبخیر و به روز رسانی فرومون با بهره گیری از روش بیشینه و کمینه در کلونی مورچه صورت می پذیرد. چنانچه ذکر شد، در این مقاله بهبود در چگونگی به هنگام رسانی فرومون در نظر گرفته شده است که تاثیر بسزایی را در نتایج اجرای الگوریتم دارد. با توجه به آنکه در الگوریتم بهینه سازی کلونی مورچه به طور مکرر نتایج مختلفی از پاسخ (اندازه کلیک)، بدست می آید. بهبود حاصل شده در خروجی الگوریتم در فاصله میان بهترین پاسخ بدست آمده تاکنون و بهترین پاسخ بدست آمده در تکرار جاری در نظر گرفته شده است که می توان به صورت زیر بیان نمود:

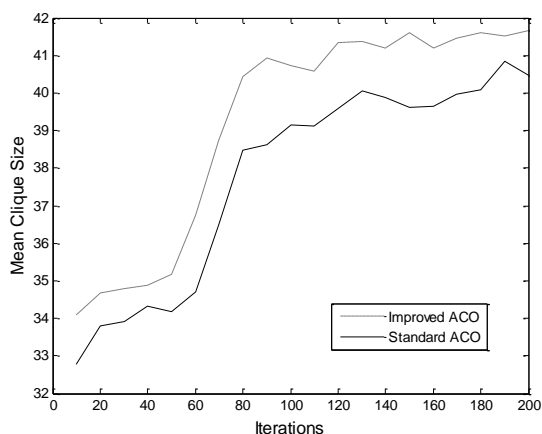
۳- نتایج شبیه‌سازی

برای ارزیابی روش پیشنهادی، از گراف‌های استاندارد مرکز ریاضیات گسسته و علوم تئوری کامپیوتر معروف به DIMACS^۱ استفاده شده است [۱۵]. در شبیه‌سازی‌های صورت گرفته از ۵ مورچه با مقادیر اولیه $p=0.95$ و $\phi=0.02$ استفاده شده است. میانگین ۵ بار اجرای مستقل با ۲۰۰ تکرار به ازای هر اجرا در جدول (۱) شامل بزرگترین، میانگین و انحراف معیار اندازه کلیک بدست آمده برای هر گراف گزارش شده است.

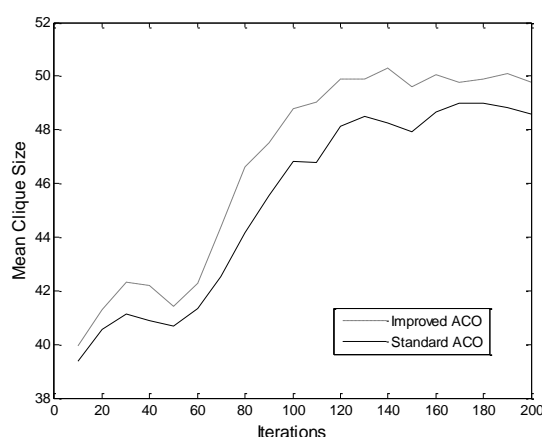
جدول (۱): مقایسه نتایج بدست آمده برای الگوریتم پیشنهادی

نام گراف	الگوریتم کلونی مورچه استاندارد			الگوریتم کلونی مورچه بهبودیافته		
	بهترین	متوسط	انحراف معیار	بهترین	متوسط	انحراف معیار
brock200	12	10.40	0.89	12	11.00	1.00
C125.9	34	34.00	0.00	34	34.00	0.00
C250.9	44	41.80	1.64	44	42.40	1.14
C500.9	53	51.40	1.14	53	52.00	0.70
DSJC500.5	12	11.60	0.54	12	12.00	0.00
gen200_p0.9	40	39.00	0.70	44	41.00	2.82
gen400_p0.9	50	48.20	1.09	50	48.80	0.83
MANN_a27	126	125.20	0.44	126	125.40	0.54
p_hat300-3	36	34.80	0.83	36	35.20	1.09
p_hat700-2	44	42.40	1.14	44	43.20	0.83

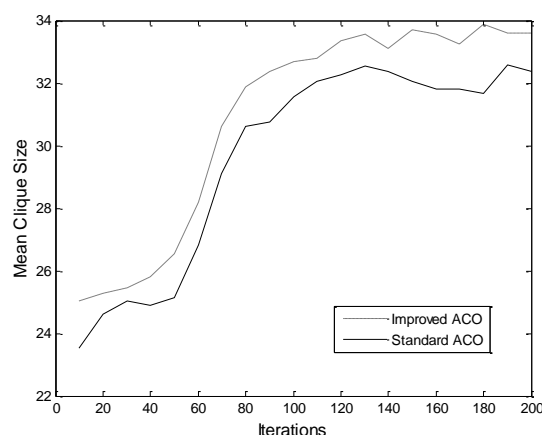
همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود ستون اول بیانگر نام گراف مورد نظر است در ستون دوم تا چهارم جدول نتایج مربوط به الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد شامل بهترین جواب بدست آمده، میانگین و انحراف معیار و به طور مشابه در ستون پنج تا هفت نیز نتایج برای الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه بهبودیافته ارائه شده است. با توجه به جدول مشاهده می‌شود که روش پیشنهادی نسبت به روش الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. زیرا که رویکرد پیشنهادی امکان در نظر گرفتن مسیری جایگزین برای مسیر اولیه نامناسب را از نقطه شروع مشخص می‌کند. همچنین چگونگی همگرایی رفتار الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد در شکل‌های زیر ارائه شده است.



الف) C250.9



ب) C500.9

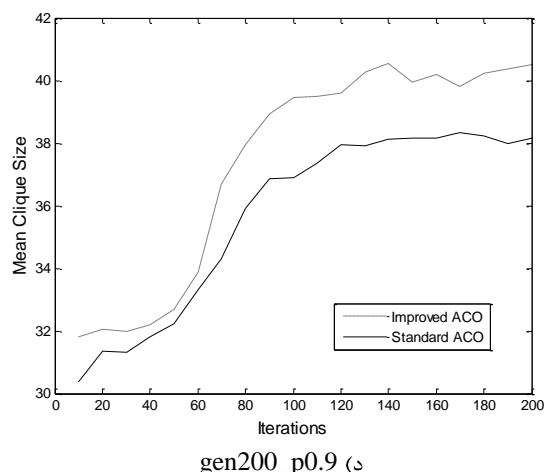


ج) p_hat300-3

- [5] H. Al-Qaheri, A. Mustafi, and S. Banerjee, "Digital watermarking using ant colony optimization in fractional Fourier domain," *Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing*, vol. 1, no. 3, pp. 179–189, 2010.
- [6] M. H. Aghdam, N. Ghasem-Aghaee, and M. E. Basiri, "Text feature selection using ant colony optimization," *Expert systems with applications*, vol. 36, no. 3, pp. 6843–6853, 2009.
- [7] R. M. Karp, "Reducibility among combinatorial problems," *Complexity of Computer Computations*, vol. 40, no. 4, pp. 85–103, 1972.
- [8] E. Marchiori, "Genetic, Iterated and Multistart Local Search for the Maximum Clique Problem," in *Applications of Evolutionary Computing*, vol. 2279, S. Cagnoni, J. Gottlieb, E. Hart, M. Middendorf, and G. Raidl, Eds. Springer Berlin / Heidelberg, 2002, pp. 112–121.
- [9] H. Wang and J. Geng, "Solving Clique Problem based on Ant Colony Optimization," *Computer Applications and Software*, vol. 27, no. 10, pp. 107–113, 2010.
- [10] S. Fenet and C. Solnon, "Searching for maximum cliques with ant colony optimization," *Applications of Evolutionary Computing*, pp. 291–302, 2003.
- [11] C. Solnon and S. Fenet, "A study of ACO capabilities for solving the maximum clique problem," *Journal of Heuristics*, vol. 12, no. 3, pp. 155–180, 2006.
- [12] X. Xu, J. Ma, and J. Lei, "An improved ant colony optimization for the maximum clique problem," in *Third International Conference on Natural Computation (ICNC 2007)*, 2007, vol. 4, pp. 766–770.
- [13] M. Al-Fayoumi, S. Banerjee Jr, and P. K. Mahanti, "Analysis of Social Network Using Clever Ant Colony Metaphor," *Proceedings of World Academy of Science: Engineering & Technolog*, vol. 4, pp. 970–974, 2009.
- [14] M. Dorigo, "Optimization, learning and natural algorithms," *Ph. D. Thesis, Politecnico di Milano, Italy*, 1992.
- [15] M. A., "DIMACS challenge test problems," *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*. [Online]. Available: <http://dimacs.rutgers.edu/Challenge>.

زیر نویس ها

¹ Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science



شکل (۳): نمودار همگرایی الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم کلونی مورچه استاندارد برای چند گراف نمونه

۴- نتیجه گیری

در این مقاله روشی بهبود یافته بر مبنای الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک بیشینه ارائه شد. در الگوریتم پیشنهادی تغییراتی در نحوه به‌هنگام‌رسانی تبخیر فرومون برای انتخاب مسیر جایگزین از راس مشخص اولیه اعمال شده است به طوری که دو مسیر را در نظر می‌گیرد. روش‌های قبلی عمدتاً از مشکل افتادن در بهینه محلی، کندی و افزایش بار محاسباتی رنج می‌برند. در صورتی که در الگوریتم پیشنهادی بدون داشتن پیچیدگی محاسباتی بالا، مسیرهای مناسب‌تری مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی بر روی گراف‌های استاندارد آزمایشی حاکی از بهبود نتایج و سرعت همگرایی مناسب الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم اولیه بهینه‌سازی کلونی مورچه است.

مراجع

- [1] T. Stützle, M. López-Ibáñez, and M. Dorigo, "A concise overview of applications of ant colony optimization," in *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, vol. 8, 2011.
- [2] C.-J. Ting and C.-H. Chen, "A multiple ant colony optimization algorithm for the capacitated location routing problem," *International Journal of Production Economics*, no. doi: 10.1016/j.ijpe.2012.06.011, p. (in-press), 2012.
- [3] F. E. B. Otero, A. A. Freitas, and C. G. Johnson, "Inducing decision trees with an ant colony optimization algorithm," *Applied Soft Computing*, vol. 12, no. 11, pp. 3615–3626, 2012.
- [4] J. Wang, E. Osagie, P. Thulasiraman, and R. K. Thulasiram, "HOPNET: A hybrid ant colony optimization routing algorithm for mobile ad hoc network," *Ad Hoc Networks*, vol. 7, no. 4, pp. 690–705, 2009.