

# حل مسأله سینماتیک معکوس در رباتهای افزونه

## با استفاده از اتوماتاهای یادگیر

سید علیرضا متولیان    محمد رضا میبدی    سعید شیری

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تهران ایران

### چکیده

هدف از حل مسأله سینماتیک معکوس تعیین مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات میباشد. جز برای انواع خاصی از رباتها، مسأله سینماتیک معکوس با روش‌های تحلیلی و ریاضی قابل حل نیست و به همین علت روش‌های عددی گوناگونی برای حل آن ارائه شده است. در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل مسأله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه پیشنهاد میشود. الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر، تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می‌آید و در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده در مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه میشود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با انتخاب صحیح پارامترها، این الگوریتم می‌تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. الگوریتم پیشنهادی با یک الگوریتم ژنتیکی که یکی از بهترین الگوریتم‌های گزارش شده برای این منظور است، مقایسه می‌شود.

**کلمات کلیدی:** اتوماتاهای یادگیر، رباتیک، ربات افزونه، سینماتیک معکوس

### ۱- مقدمه

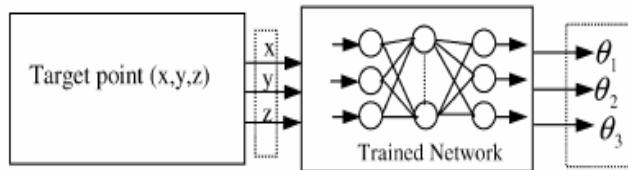
مسأله سینماتیک معکوس<sup>۱</sup> [2] که عبارتست از تعیین مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات، یکی از مهمترین مسائل مطرح در طراحی رباتها می‌باشد. متأسفانه جز برای انواع خاصی از رباتها، مسأله سینماتیک معکوس با روش‌های تحلیلی و ریاضی قابل حل نیست و به همین علت روش‌های عددی گوناگونی برای حل آن ارائه شده است. البته با پیچیده‌تر شدن ساختار رباتها و افزایش درجات آزادی آنها و همچنین اعمال محدودیتهای فیزیکی بیشتر بر روی فضای کاری ربات و نحوه حرکت آن، استفاده از روش‌های عددی رایج بسیار مشکل و پیچیده می‌شود. رباتهای افزونه<sup>۲</sup> رباتهایی هستند که تعداد درجات آزادی آنها بیشتر از حداقل لازم، برای پوشش فضای کاری آنهاست. مثلًا برای قرار دادن نوک ابزار در یک نقطه معین از یک فضای کاری ۳ بعدی، ۳ درجه آزادی و برای تعیین جهت آن علاوه بر موقعیت، ۶ درجه آزادی کافی می‌باشد. بنابراین برای مورد اول، رباتهای دارای بیش از ۳ اتصال و برای مورد دوم رباتهای دارای بیش از ۶ اتصال افزونه هستند. این اتصالهای اضافی انعطاف‌پذیری بیشتری را به ربات داده و وجود چندین پاسخ برای

<sup>1</sup> Inverse Kinematics Problem

<sup>2</sup> Redundant Robots

سینماتیک معکوس آنها، امکان در نظر گرفتن معیارهای دیگر مانند جلوگیری از برخورد با موانع، میزان تغییر اتصالات و میزان انرژی مصرفی را برای کمینه نمودن هزینه فراهم می‌نماید. اما از سوی دیگر وجود اتصالات زیاد در این ریتها، یافتن پاسخهای سینماتیک معکوس آنها را بسیار مشکل می‌سازد. در حقیقت، مسئله سینماتیک معکوس رباتهای افرونه، در زمرة مسایل بهینه‌سازی پیچیده می‌باشد که یافتن نقطه بهینه آن توسط الگوریتمهای تکراری و عددی رایج مانند کاوش گرادیان، به علت وجود پاسخهای نامطلوب زیاد - در اثر اعمال قیود و معیارهای متعدد در تعریف مسئله - ممکن نمی‌باشد. به همین منظور، راه حل‌هایی مبتنی بر روش‌های مکاشفه‌ای مختلف مطرح گردیده است که مهمترین این روشها شبکه‌های عصبی و الگوریتمهای ژنتیکی می‌باشند.

اغلب روش‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی از شبکه‌های انتشار خطا به عقب (BP) و یادگیری با نظارت استفاده کرده‌اند [4][5][9][10]. در دسته اول از این روشها سعی شده است تا با ورود مختصات فضایی تعدادی نقطه به عنوان خروجی‌های مطلوب شبکه، و نیز مقدار متغیرهای اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار در این نقاط، شبکه بگونه‌ای مورد آموزش قرار بگیرد که خطای آن از حد معینی کمتر باشد [4]. در این روشها، نقاط مطلوب در مختصات کارترین به عنوان ورودی به شبکه وارد شده و خروجی آن، مقادیر اتصالات می‌باشد. سپس  $MSE^3$  تفاوت این مقادیر با مقادیر مطلوب، به عنوان خطای شبکه در نظر گرفته شده و به عقب منتشر می‌شود. عمل آموزش شبکه تا رسیدن به یک حداقل خطای مورد قبول برای مجموعه آزمایشی، ادامه می‌یابد. شکل ۱ شمای کلی این روش را نشان می‌دهد.

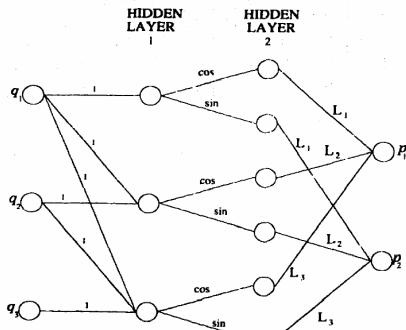


شکل ۱: طرح کلی سیستم پیشنهادی در [4] بر مبنای شبکه BP

دسته دوم روش‌های مبتنی بر شبکه BP از شبکه‌های BP معکوس<sup>4</sup> استفاده می‌کند. در این شبکه‌ها، پس از اعمال یک ورودی و محاسبه خطای ایجاد شده در خروجی، براساس خطای بدست آمده علاوه بر وزنهای ورودی نیز بروز رسانی می‌گردد. در این شبکه‌ها، فضای جواب همان فضای ورودی‌های است و هدف یادگیری بهترین ورودی می‌باشد. در [10]، از این شبکه‌های معکوس برای یادگیری مقادیر اتصالات استفاده شده است. در این روش، مقادیر اتصالات به عنوان ورودی شبکه و مختصات کارترین نوک ابزار به عنوان خروجی شبکه بکار می‌رونند. شبکه از یک نقطه ورودی اولیه کار را آغاز می‌کند. سپس، مختصات کارترین نوک ابزار براساس سینماتیک مستقیم ربات مشخص می‌گردد. نهایتاً تفاوت این نقطه و نقطه مطلوب محاسبه شده و به عقب منتشر می‌شود. براساس خطای بدست آمده، ورودی بروز شده و عملیات تا رسیدن به خطای قابل قبول ادامه می‌یابد. در این روش، برای تسريع کار و جلوگیری از آموزش زمانگیر برای وزنهای وزنهای ثابت در نظر گرفته شده‌اند. در حقیقت در این شبکه، وزنهای همان مؤلفه‌های تشکیل دهنده سینماتیک مستقیم ربات می‌باشند. در اینجا عمل بروزرسانی فقط روی ورودی صورت می‌گیرد. البته باید توجه داشت که تابع سینماتیک مستقیم دارای مؤلفه‌های غیرخطی است و نمی‌توان برای این مؤلفه‌ها از روش انتشار به عقب رایج استفاده کرد. برای حل این مشکل، این الگوریتم در همسایگی ورودی فعلی شبکه یک بررسی انجام داده و تصمیم می‌گیرد که مؤلفه غیر خطی مورد نظر (وزن جاری که انتشار از آن صورت می‌گیرد) در این محدوده صعودی است یا نزولی (شکل ۲) و در صورت نزولی بودن علامت خطا معکوس می‌گردد.

<sup>3</sup> Minimum Square Error

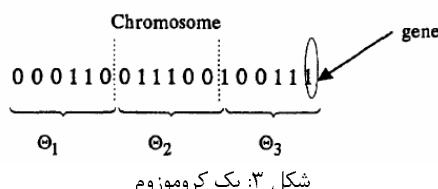
<sup>4</sup> Inverted BP Neural Networks



شکل ۲: شبکه BP پیشنهادی در [10]

علاوه بر روش‌های فوق، شبکه‌های هاپفیلد هم به عنوان یک ابزار بهینه‌سازی، برای حل مسئله سینماتیک معکوس بکار رفته‌اند. در [3]، از شبکه هاپفیلد برای تخمین شبکه معکوس<sup>۵</sup> ماتریس ژاکوین استفاده شده است. در حقیقت این روش، در فضای سرعت کار می‌کند. به همین علت خروجی شبکه و نیز نقاط نمونه آموزشی، بیانگر سرعت اتصالهای ربات و سرعت نوک ابزار در فضای کارتزین هستند.تابع انرژی، بگونه‌ای تعریف می‌شود که معادل MSE تفاوت سرعت مطلوب و سرعت فعلی نوک ابزار باشد. در این صورت، کمینه شدن انرژی در این شبکه (همگرازی) معادل خواهد بود با به حداقل رسیدن خطای ربات. در این روش، هر نورن معادل یک اتصال ربات بوده و به همین علت مستقل از درجه آزادی<sup>۶</sup> ربات می‌باشد.

در روش‌های مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیکی، از منظری دیگر با مسئله سینماتیک معکوس برخورد شده است. در این روشها مسئله سینماتیک معکوس بصورت یک مسئله بهینه‌سازی تعریف شده و سپس با یک الگوریتم ژنتیکی پاسخ نزدیک به بهینه برای آن بدست می‌آید [1][7][8]. در این روشها، ابتدا فضای مقادیر هریک از متغیرهای اتصالات به مقادیر گسته‌ای تبدیل می‌شود. سپس این مقادیر، بصورت باینری درآمده و از کتاب هم گذاردن این مقادیر باینری رشته کروموزومهای الگوریتم ژنتیکی بدست می‌آید (شکل ۳). در [8]، تابع برازش (بهینه‌سازی) حاوی دو جمله است که یکی به منظور کمینه نمودن فاصله نوک ابزار تا نقطه مطلوب و دیگری به منظور کمینه نمودن میزان تغییرات اتصالات برای رسیدن به نقطه مطلوب، به تابع هدف مسئله بهینه‌سازی افزوده شده‌اند.



شکل ۳: یک کروموزوم

در [1]، از همین الگوریتم ژنتیکی برای حل سینماتیک معکوس یک ربات افزونه مارگونه استفاده شده است. البته در این روش، نویسنده مجبور شده جهت بهبود کیفیت پاسخهای الگوریتم اولیه که خطای غیرقابل قبولی تولید می‌کرد، دانش مربوط به ساختار ربات را به عنوان قیود مختلفی به الگوریتم ژنتیکی اضافه نماید که اصل استقلال الگوریتم ژنتیکی از دانش حوزه مسئله را نقض نموده و امکان تعمیم بهبودهای او به رباتهای دیگر وجود ندارد. در این الگوریتم، بجای جمله کمینه کننده میزان تغییرات اتصالات در تابع برازش تعریف شده در [8]، جمله‌ای جهت جلوگیری از برخورد ربات با موانع مورد استفاده قرار گرفته است.

<sup>5</sup> Pseudo-Inverse

<sup>6</sup> Degree Of Freedom

در [7]، بر مبنای الگوریتم [8]، یک الگوریتم ژنتیکی ارائه شده است که هر سه معیار فوق(میزان خطای مکانی، میزان تغییرات اتصالات و جلوگیری از برخورد با موانع) را مدنظر قرار داده است. در این روش، برای بهبود کیفیت پاسخهای الگوریتم ارائه شده در [8]، از یک الگوریتم دو مرحله‌ای استفاده شده است. در مرحله اول یک الگوریتم ژنتیکی سعی می‌کند تابع برازش را تا یک حدآستانه اولیه کاهش بدهد. به عبارت دیگر در این مرحله تا حد خوبی به جواب نزدیک می‌شود اما لزوماً به آن نمی‌رسد. در مرحله دوم، یک الگوریتم ژنتیکی دیگر سعی می‌کند اختلاف مکانی میان نوک ابزار در مرحله قبل تا نقطه مطلوب را از بین ببرد. برای این کار در الگوریتم دوم بجای در نظر گرفتن مستقیم خود مقادیر اتصالات در کروموزومها، تغییرات مقدار هر اتصال نسبت به مقادیر بدست آمده در مرحله اول، در کروموزوم کد می‌شوند.

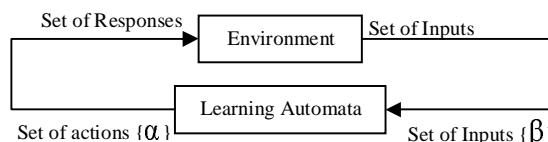
در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل مسئله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه پیشنهاد می‌شود. الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر، تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می‌آید و در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده در مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با انتخاب صحیح پارامترها، این الگوریتم می‌تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. الگوریتم پیشنهادی با یک الگوریتم ژنتیکی که یکی از بهترین الگوریتمهای گزارش شده برای حل این مسئله است مقایسه می‌شود.

ادامه گزارش بدین صورت سازماندهی شده است. در بخش ۲ به معرفی اجمالی اتوماتاهای یادگیر می‌پردازیم. بخش ۳ الگوریتم پیشنهادی ارایه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازیها در بخش ۴ آمده است و بخش نهایی نتیجه گیری می‌باشد.

## ۲- اتوماتاهای یادگیر<sup>۷</sup>

یک اتوماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که تعداد محدودی عمل را می‌تواند انجام دهد. هر عمل انتخاب شده توسط محیطی احتمالی ارزیابی می‌گردد و پاسخی به اتوماتای یادگیر داده می‌شود. اتوماتای یادگیر از این پاسخ استفاده نموده و عمل خود را برای مرحله بعد انتخاب می‌کند. اتوماتاهای یادگیر به دو دسته عمده اتوماتای یادگیر با ساختار ثابت و اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر تقسیم می‌شوند.

**محیط:** محیط را می‌توان توسط سه تابی  $E \equiv \{\alpha, \beta, c\}$  تعریف نمود که در آن  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\} \equiv \alpha$  مجموعه ورودیها،  $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\} \equiv \beta$  مجموعه خروجیها و  $\{c_1, c_2, \dots, c_r\} \equiv c$  مجموعه احتمالهای جریمه شدن می‌باشد. هرگاه  $\beta_i$  دو مقداری باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی  $\beta_i = 1$  به عنوان جریمه و  $\beta_i = 0$  به عنوان پاداش در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q،  $\beta_i(n)$  می‌تواند بطور گسسته یکی از مقادیر محدود در فاصله  $[0, 1]$  را اختیار کند و در محیط از نوع S،  $\beta_i(n)$  متغیر تصادفی در فاصله  $[0, 1]$  است، یعنی  $\beta_i(n) \in [0, 1]$ .



شکل ۴: ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط

<sup>7</sup> Learning Automata (LA)

$c_i$  احتمال اینکه عمل  $\alpha_i$  نتیجه نامطلوب داشته باشد، می‌باشد. در یک محیط پایدار مقادیر  $c_i$  بدون تغییر باقی می‌ماند. حال آنکه در یک محیط ناپایدار این مقادیر در طی زمان تغییر می‌کنند. شکل ۴ ارتباط بین اتماتاتی یادگیر و محیط را نشان می‌دهد.

**اتوماتاتی یادگیر با ساختار متغیر:** اتماتاتی یادگیر با ساختار متغیر توسط ۵ تابی  $LA = \{\alpha, \beta, p, T, c\}$  که در آن  $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  مجموعه عمل های اتماتات،  $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\}$  مجموعه ورودیهای اتماتات،  $p \equiv \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$  بردار احتمال انتخاب عمل،  $T \equiv p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$  الگوریتم یادگیری و  $c \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$  مجموعه احتمالهای جریمه شدن می‌باشند. هرگاه  $\beta$  مجموعه دو عضوی باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی  $\beta_1 = 0$  به عنوان پاداش و  $\beta_2 = 1$  به عنوان جریمه در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q،  $\beta(n)$  می‌تواند به طور گستته یک مقدار از مقادیر محدود در فاصله  $[0, 1]$  و در محیط از نوع S  $\beta(n)$  متغیر تصادفی در فاصله  $[0, 1]$  است. در این نوع از اتماتاتها، اگر عمل  $\alpha_i$  در مرحله  $n$  انتخاب شود و پاسخ مطلوب از محیط دریافت نماید، احتمال  $(n)_i$  افزایش و سایر احتمالها کاهش می‌یابند. برای پاسخ نامطلوب  $(n)_i$  کاهش و سایر احتمالها افزایش می‌یابند. در هر حال، تغییرات بگونه‌ای صورت می‌پذیرد که حاصل جمع  $(n)_i$  ها همواره ثابت و مساوی یک باقی بماند. الگوریتم زیر یک نمونه از الگوریتم‌های یادگیری خطی در محیط نوع P می‌باشد:

الف- پاسخ مطلوب:

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= p_i(n) + a[1 - p_i(n)] \\ p_j(n+1) &= (1-a)p_j(n) \quad \forall j, j \neq i \end{aligned}$$

ب- پاسخ نامطلوب:

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= (1-b)p_i(n) \\ p_j(n+1) &= \frac{b}{r-1} + (1-b)p_j(n) \quad \forall j, j \neq i \end{aligned}$$

در روابط فوق،  $a$  پارامتر پاداش و  $b$  پارامتر جریمه می‌باشد. با توجه به مقادیر  $a$  و  $b$  سه حالت را می‌توان در نظر گرفت. اگر  $a$  و  $b$  با هم برابر باشند، الگوریتم را  $L_{RP}$ ، چنانچه از  $a$  خیلی کوچکتر باشد، الگوریتم را  $L_{REP}$  و اگر  $b$  صفر باشد، الگوریتم را  $L_{RI}$  می‌گویند. الگوریتم یادگیری فوق را می‌توان به محیط نوع S که در آن پاسخ محیط،  $\beta(n)$ ، مقداری پیوسته است، تعمیم داد. الگوریتم یادگیری زیر الگوریتم یادگیری  $L_{RI}$  در محیط S ( $SL_{RI}$ ) می‌باشد:

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= p_i(n) - a(1 - \beta(n))p_i(n) \quad \alpha(n) \neq \alpha_i \\ p_i(n+1) &= p_i(n) + a(1 - \beta(n)) \sum_{j \neq i} p_j(n) \quad \alpha(n) = \alpha_i \end{aligned}$$

برای اطلاعات بیشتر درباره اتماتاتی یادگیر می‌توان به [6] مراجعه کرد.

### ۳- الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول تقریبی از مقادیر اتصالات ربات برای قرار دادن نوک ابزار آن در یک نقطه و جهت معین از فضای کاری ربات بدست می‌آید. در مرحله دوم با استفاده از مقادیر تقریبی بدست آمده از مرحله اول مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می‌شود.

الگوریتم در مرحله اول از یک مجموعه از اتماتاتی یادگیر استفاده می‌کند. در این مجموعه، به تعداد اتصالات ربات، اتماتاتی یادگیر وجود دارد. هر اتماتاتی یادگیر برای یکی از متغیرهای مربوط به یکی از اتصالها در نظر گرفته شده است و عملهای آن برابر مقادیری است که این متغیر ممکن است اختیار کند. به عبارت دیگر، عمل انتخاب شده توسط هر LA مقدار متغیر اتصال متناظر با آن LA را مشخص می‌کند. در این الگوریتم، فرض برایست که فضای مقادیر متغیرهای اتصالات،

گسسته و تعداد مقادیر ممکن برای هر متغیر محدود می‌باشد. فرض گسسته بودن، بخصوص در کنترلهای دیجیتال که اساساً با مقادیر گسسته سروکار دارند کاملاً منطقی و مفید است. علاوه بر این، بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض می‌کنیم اتصالهای ربات همگی چرخشی  $8^{\circ}$  می‌باشند.

عملکرد مرحله اول الگوریتم بدین شرح است: در ابتدا با استفاده ازتابع سینماتیک مستقیم، ربات محل جاری نوک ابزار را بدست آورده و فاصله اقلیدسی آن تا نقطه مقصد ( نقطه‌ای که می‌خواهیم نوک ابزار در آنجا قرار بگیرد) را محاسبه می‌کند. با نرم‌السازی این فاصله ( تبدیل مقیاس به محدوده  $[0,1]$  )، یک سیگنال امتیازدهی محاسبه و به تمامی LAها داده می‌شود. هر اتوماتای یادگیر با استفاده از این سیگنال و بر طبق الگوریتم یادگیری، بردار احتمال عمل خود را بروز نموده و سپس عمل دیگری (براساس بردار احتمال عمل) را انتخاب می‌نماید. این عمل بروزرسانی، انتخاب عمل و تعیین امتیاز آنقدر تکرار می‌شود تا فاصله میان نوک ابزار و نقطه مقصد از یک حد آستانه از پیش تعیین شده کمتر گشته و یا تعداد تکرارها از حد معینی فراتر رود که در این صورت مرحله اول الگوریتم همگرا نشده است.

ممکن است در نظر اول این الگوریتم کامل بمنظور بررسی و انتظار داشته باشیم به علت این طراحی خاص سیگنال امتیازدهی - بگونه‌ای که هرچه نوک ابزار به نقطه مقصد نزدیک‌تر باشد پاداش بیشتری ( سیگنال نزدیک‌تر صفر) داده شود - اتوماتاهای یادگیر سعی خواهند نمود این فاصله را به حداقل رسانند ( پاداش مجموع را بیشینه کنند). اما باید توجه داشت که در این الگوریتم، تعداد عملهای LAها می‌تواند بسیار زیاد با فرض قابلیت چرخش  $360^{\circ}$  درجه اتصالات و دقت  $0.1\text{mm}$  تا  $3610$  تا عمل ) شود و زیاد بودن تعداد عملها، مانع از رسیدن به پاسخ بهینه سراسری گشته و همگرایی الگوریتم را بسیار ضعیف می‌کند. دو مرحله‌ای بودن الگوریتم برای رفع همین مشکل بوده است. در مرحله اول، ابتدا دقت<sup>۸</sup> فضای مقادیر اتصالات و حد آستانه الگوریتم را تا حدی کاهش می‌دهیم. این امر منجر به کاهش تعداد عملهای LAها تا حد مناسبی می‌شود. مثلًاً بحال در نظر گرفتن دقت  $1/10$  درجه، دقت را تا  $10^{\circ}$  درجه کاهش می‌دهیم که در این صورت تعداد عملهای هر LA حداقل  $37$  خواهد بود. سپس الگوریتم اشاره شده در بالا را با این حد آستانه و دقت اجرا کرده و در طول اجرا بهترین جواب بدست آمده را ذخیره می‌کنیم. در مرحله دوم، از یک مجموعه اتوماتای یادگیر دیگر استفاده کرده و سعی می‌کنیم فاصله نوک ابزار بدست آمده در مرحله اول را تا نقطه مقصد کاهش دهیم. در مرحله، برخلاف مرحله اول، عملهای LAها برابر مقادیر متغیرهای اتصالات نمی‌باشد. بلکه هر عمل معادل یک تغییر مقدار برای متغیر اتصال مربوطه نسبت به مقدار بدست آمده در مرحله اول می‌باشد. تعداد عملهای هر LA در اینجا برابر است با دقت در نظر گرفته شده در مرحله اول، تقسیم بر دقت نهایی مورد نظر. به عنوان نمونه برای مثال فوق، تعداد عملها  $10^{\circ}$  خواهد بود. در حقیقت، در مرحله دوم، سعی می‌کنیم با ایجاد یک تغییر مکان در نوک ابزار - نسبت به مکان بدست آمده در مرحله اول - به نقطه مقصد نزدیک‌تر شویم. در ادامه به شرح دقیق‌تر مراحل اول و دوم الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم.

فرض کنید  $m$  تعداد اتصال‌های ربات،  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$  مجموعه متغیرهای اتصالات،  $r_i$  تعداد مقادیر ممکن برای اتصال  $i$  و  $\alpha_i = \{\alpha_{ij(i)} | j(i) = 1, \dots, r_i\}$  مجموعه مقادیر ممکن و  $L_i$  و  $U_i$  بترتیب حدود پایین و بالای محدوده مقادیر ممکن برای متغیر  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) باشند. در این صورت مجموعه اتوماتاهای یادگیر  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ، دارای  $m$  اتوماتای یادگیر هریک با  $r_i$  عمل خواهد بود.  $\theta_i$  بیانگر عمل جاری اتوماتای یادگیر  $i$  و  $p(n)$  بردار احتمال عمل آن در زمان  $n$  می‌باشد. علاوه براین،  $\tau_1$  و  $\tau_2$  بترتیب دو آستانه مرحله اول و مرحله دوم الگوریتم می‌باشند که عبارتند از حداقل خطای قابل قبول در مرحله اول و مرحله دوم. با توجه به نکات فوق، شبه کد الگوریتم مرحله اول در شکل ۵ آمده

<sup>8</sup> Revolute

<sup>9</sup> Precision

است. در این الگوریتم  $totalLength$  مجموع طول تمام بازوهای ربات می‌باشد. در انتهای اجرای مرحله اول، بهترین مقادیر بدست آمده برای اتصالات در  $\Theta_{best}$  قرار دارد. همانگونه که از شبه کد پیدا است، سیگنال امتیازدهی از رابطه  $\beta(n) = \frac{curDist}{totalRobotLength + Dis tan ce(destination, [000]^T)}$  بدست می‌آید که هم همواره مقداری در محدوده  $[1, 0]$  است و هم هرچه نوک ابزار به مقصد نزدیکتر باشد، این مقدار کوچکتر می‌شود (در مقصد صفر است).

```

For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
     $r_i = ceiling(\frac{U_i - L_i}{precision})$ 
End For
RandomInit( $\Theta$ )
 $\Theta_{best} = \Theta$ 
 $tooltip = f(\Theta)$  //Forward Kinematics Function.
 $curDist = Distance(tooltip, destination)$ 
 $minDist = curDist$ 
 $n = 1$ 
While ( $n <= MaxIteration$  And  $curDist > \tau_l$ )
    For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
        Choose Action  $\theta_i(n)$  according to  $p_i(n)$ 
    End For
     $tooltip = f(\Theta)$ 
     $curDist = Distance(tooltip, destination)$ 
    If  $curDist < minDist$  Then
         $\Theta_{best} = \Theta$ 
    End If
     $\beta(n) = \frac{curDist}{totalRobotLength + Dis tan ce(destination, [000]^T)}$ 
    For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
         $p_{i\theta_i(n)}(n) = p_{i\theta_i(n)}(n) + a(1 - \beta(n))(1 - p_{i\theta_i(n)}(n))$ 
        For Each  $j$  in  $\mathcal{O}_i$  do in Parallel
             $p_{ij}(n) = p_{ij}(n) - a(1 - \beta(n))p_{ij}(n)$ 
        End For
    End For
End While

```

شکل ۵: شبه کد مرحله اول الگوریتم پیشنهادی

مرحله دوم الگوریتم همانند مرحله اول الگوریتم از  $m$  اتومات‌ای یادگیر استفاده می‌کند با این تفاوت که مقادیر انتخاب شده توسط LAها بیانگر تغییرات مقادیر متغیرها نسبت به مقادیر بدست به مقادیر بدست آمده در مرحله اول ( $\Theta_{best}$ ) هستند. شکل ۶ شبه کد این مرحله را نشان می‌دهد. در این مرحله، امتیاز LAها از رابطه  $\beta(n) = \min(1, \frac{curDist}{k * totalRobotLength})$  بدست آمده است که در آن  $k$  پارامتری است که با آزمون و خطا بگونه‌ای تعیین می‌شود که مقادیر  $\frac{curDist}{k * totalRobotLength}$  به ازاء  $curDist$  مختلف تقریباً بطور یکنواختی در محدوده  $[1, 0]$  توزیع شوند.

```

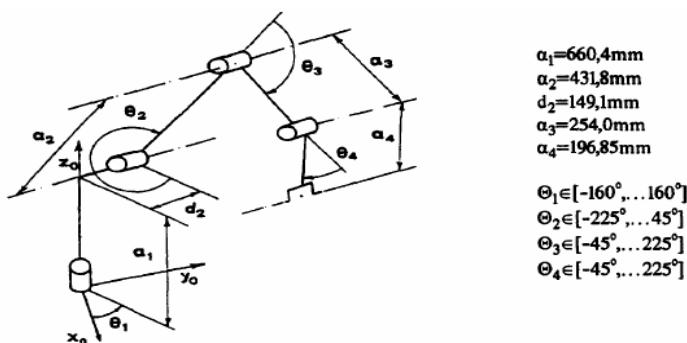
For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
     $r_i = \text{ceiling}(\frac{\text{precision}}{0.1})$ 
End For
RandomInit( $\Delta\Theta$ )
 $\Delta\Theta_{best} = \Delta\Theta$ 
 $tooltip = f(\Theta_{best} + \Delta\Theta)$  //Forward Kinematics Function.
 $curDist = \text{Distance}(tooltip, destination)$ 
 $minDist = curDist$ 
 $n = 1$ 
While ( $n <= \text{MaxIteration}$  And  $curDist > \tau_2$ )
    For Each LA  $A_i$  in OSCLA do in Parallel
        Choose Action  $\Delta\theta_i(n)$  according to  $p_i(n)$ 
    End For
     $tooltip = f(\Theta_{best} + \Delta\Theta)$ 
     $curDist = \text{Distance}(tooltip, destination)$ 
    If  $curDist < minDist$  Then
         $\Delta\Theta_{best} = \Delta\Theta$ 
    End If
     $\beta(n) = \min(1, \frac{\text{curDistance}}{k \times \text{totalLength}})$ 
    For Each LA  $A_i$  in the set of Learning Automata do in Parallel
         $p_{i\theta_i(n)}(n) = p_{i\theta_i(n)}(n) + a(1 - \beta(n))(1 - p_{i\theta_i(n)}(n))$ 
        For Each  $j \neq \theta_i(n)$  in  $\alpha_i$  do in Parallel
             $p_{ij}(n) = p_{ij}(n) - a(1 - \beta(n))p_{ij}(n)$ 
        End For
    End For
End While
Output  $\Theta_{best} + \Delta\Theta_{best}$  as the final Result

```

شکل ۶: شبه کد مرحله دوم الگوریتم پیشنهادی

#### ۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش به بررسی نتایج بدست آمده از اجرای الگوریتم بر روی یک ربات نمونه که در [8] گزارش شده است می پردازیم. این ربات که در شکل ۷ نشان داده شده است دارای ۴ اتصال چرخشی می باشد. چون برای قرار دادن نوک ابزار در هر نقطه دلخواهی از فضای بدون در نظر گرفتن جهت آن) فقط به ۳ اتصال چرخشی نیاز می باشد، این ربات یک ربات افزونه است. پارامترهای سینماتیکی (غیر صفر) این ربات و نیز محدوده مقادیر ممکن برای هر متغیر اتصال در شکل ۷ مشخص شده اند.



شکل ۷: ربات افزونه نمونه با ۴ اتصال چرخشی

در شبیه‌سازیهای انجام گرفته، از اتوماتاهای یادگیری S-L<sub>RI</sub> با نرخ یادگیری ۱۰٪ استفاده شده است. علاوه بر این، مقادیر آستانه مراحل اول و دوم الگوریتم بترتیب  $\tau_1 = 10\text{mm}$  و  $\tau_2 = 3\text{mm}$  در نظر گرفته شده است. در این گزارش، برای بررسی کارایی الگوریتم از داده‌های آزمایشی جدول ۱ استفاده شده است [8].

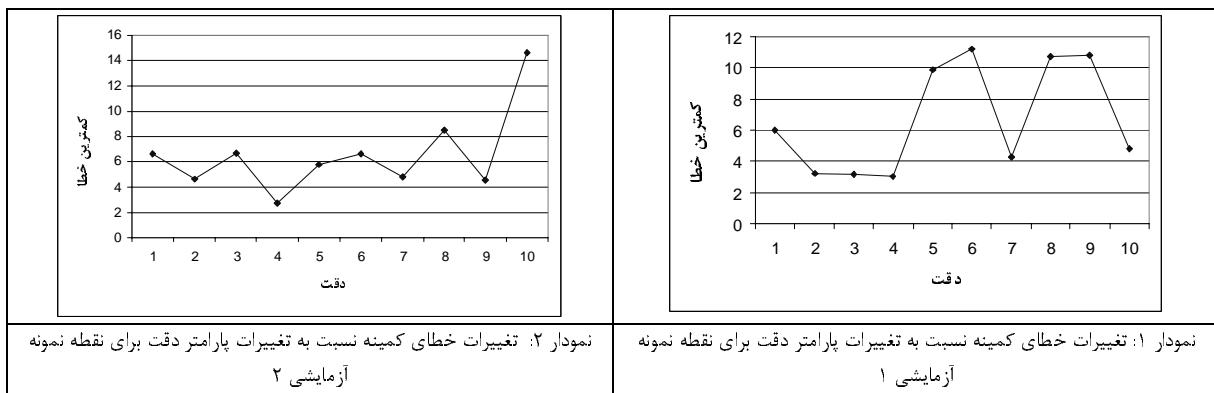
جدول ۱: داده‌های آزمایشی

نقطه ۲	نقطه ۱	نقاط مقصد (mm)
-۲۵/۴	۶۸۵/۸	X
۳۵۵/۶	۱۵۲/۴	Y
۶۳۵/۰	۶۶۰/۴	Z

جدول ۲ نتیجه اجرای الگوریتم را بر روی داده‌های آزمایشی به ازاء مقادیر مختلف پارامتر دقت (*precision*) نشان می‌دهد. هر یک از مقادیر گزارش شده در این جدول متوسط خطای ۲۰٪ اجرای الگوریتم به ازاء مقدار معینی از پارامتر دقت می‌باشد. همانطور که در این جدول نشان داده شده است کمترین خطای برای هر دو نقطه نمونه به ازاء دقت ۴ بدست آمده است و همچنین میانگین خطای برای نمونه دوم نیز به ازاء همین مقدار دقت، کمینه می‌باشد. با مشاهده نمودارهای ۱ و ۲ که تغییرات خطای نسبت به تغییرات پارامتر دقت نشان می‌دهد می‌توان گفت، برای مسئله در نظر گرفته شده، مقدار مطلوب برای پارامتر دقت ۴ می‌باشد. آنچه که از مشاهده نتایج در جدول ۲ می‌توان نتیجه گرفت این است که با کاهش زیاد دقت، جوابهای بدست آمده در مرحله اول آنقدر از نقطه مقصد دور می‌شوند که مرحله دوم الگوریتم نمی‌تواند کمکی به یافتن پاسخهای قابل قبول بنماید و خطای بالایی ایجاد می‌شود. از سوی دیگر با بالا بردن بیش از حد دقت، فضای جستجوی بسیار بزرگ می‌شود و مرحله اول الگوریتم در کمینه‌های محلی گیر می‌افتد و پاسخ بدست آمده آنقدر دور از مقصد خواهد بود که مرحله دوم الگوریتم قادر به یافتن جواب مطلوب نمی‌باشد. اما با تنظیم مناسب پارامتر دقت، الگوریتم در مرحله اول به نزدیکی مقصد رسیده و در مرحله دوم نیز بخوبی فاصله باقیمانده را کاهش می‌دهد.

جدول ۲: متوسط و کمترین خطای بدست آمده بر حسب میلیمتر برای دو نقطه نمونه به ازاء مقادیر مختلف دقت

دقت الگوریتم											
نمونه ۱	مرحله ۱	نمونه ۱	مرحله ۱	نمونه ۲	مرحله ۲	نمونه ۲	مرحله ۲	نمونه ۱	مرحله ۱	نمونه ۱	مرحله ۱
۱۰/۸	۱۶/۱	۲۳/۲	۴/۳	۱۲/۹	۹/۹	۳۸/۲	۱۰/۶	۱۰/۳	۸/۵۱	کمترین خطای	نمونه ۱
۱۰/۳	۲۲/۹	۲۶/۸	۲۰/۰	۲۰/۶	۲۴/۸	۴۲/۹	۲۷/۰	۲۱/۱	۲۰/۳	متوسط خطای	مرحله ۱
۴/۸	۱۰/۸	۱۰/۸	۴/۳	۱۱/۲	۹/۹	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۶/۰	کمترین خطای	نمونه ۱
۹/۸	۱۹/۰	۲۰/۷	۱۷/۰	۱۸/۰	۱۷/۴	۱۱/۳	۱۲/۷	۸/۸	۱۸/۲	متوسط خطای	مرحله ۲
۲۰/۳	۱۴/۰	۲۶/۲	۱۳/۰	۶/۶	۷/۸	۵/۶	۱۰/۲	۱۷/۴	۱۲/۵	کمترین خطای	نمونه ۲
۲۸/۶	۲۲/۵	۳۴/۰	۲۴/۱	۲۵/۰	۲۳/۰	۹/۵	۲۶/۰	۲۴/۲	۲۲/۸	متوسط خطای	مرحله ۱
۱۴/۶	۴/۵	۸/۵	۴/۸	۶/۶	۵/۸	۲/۷	۶/۸	۴/۶	۶/۶	کمترین خطای	نمونه ۲
۲۵/۹	۲۰/۳	۲۰/۴	۱۵/۷	۱۶/۱	۱۵/۳	۸/۶	۱۳/۷	۹/۳	۱۸/۵	متوسط خطای	مرحله ۲



در جدول ۳ نتایج الگوریتم پیشنهادی با نتایج الگوریتم ژنتیکی گزارش شده در [8] مقایسه شده است. همانطور که در جدول آمده است الگوریتم پیشنهادی مقادیر کمینه بهتری در مقایسه با الگوریتم ژنتیکی پیدا می کند. برای نمونه دوم آزمایشی الگوریتم پیشنهادی خطای تقریباً نزدیک به خطای الگوریتم ژنتیکی تولید می کند (حدود  $5/0$  میلیمتر) اما برای نمونه اول آزمایشی خطای برای الگوریتم پیشنهادی بسیار کمتر از مقدار خطای برای الگوریتم ژنتیکی می باشد (حدود  $3/6$  میلیمتر) ولی در عوض، متوسط خطای برای الگوریتم ژنتیکی کمتر است.

جدول ۳: مقایسه نتایج با الگوریتم ژنتیکی [8]

پیشنهادی	الگوریتم ژنتیکی	الگوریتم ژنتیکی	نمونه ۱	نمونه ۲
۶/۷	۳/۱	کمترین خطای (mm)		
۷/۱	۱۱/۳	متوسط خطای (mm)		
۲/۲	۲/۷	کمترین خطای (mm)		
۴/۶	۸/۶	متوسط خطای (mm)		

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک الگوریتم مبتنی بر اتماتاهای یادگیر برای حل مسئله سینماتیک معکوس رباتهای افزونه ارائه شد. الگوریتم پیشنهادی دارای دو مرحله می باشد. در مرحله اول با استفاده از مجموعه ای از اتماتاهای یادگیر تقریبی از مقادیر اتصالات ربات بدست می آید و در مرحله دوم با استفاده از این مقادیر تقریبی، مقادیر دقیق اتصالات محاسبه می شود. نتایج شبیه سازیها نشان می دهد که با انتخاب صحیح پارامتر دقت، این الگوریتم می تواند کارایی خوبی داشته و به جوابهای نزدیک به بهینه همگرا گردد. یکی از مشکلات الگوریتم پیشنهادی پیدا کردن مقدار مطلوب پارامتر دقت از طریق آزمایش و خطای می باشد. امکان تنظیم خودکار پارامتر دقت توسط روشهای هوشمند (مانند اتماتاهای یادگیر) و همچنین امکان استفاده از دقتها متفاوت برای اتصالهای متفاوت تحت مطالعه و بررسی می باشد.

## ۷- مراجع

- [1] K. A. Buckley, S. H. Hopkins, B. C. H. Turton; "Solution of Inverse Kinematics Problems of a Highly Kinematically Redundant Manipulator using Genetic Algorithms"; *Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, p.p. 264-269, 1997.
- [2] J. J. Craig; "Introduction to Robotics: Mechanics and Control"; 2<sup>nd</sup> Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [3] J. Guo, V. Cherkassky; "A Solution to the Inverse Kinematic Problem in Robotics using Neural Network Processing"; *Proceeding of IEEE International joint Conference on Neural Networks*, vol 2, p.p. 299-304, 1989.
- [4] R. Koker, C. Oz, T. Cakar, H. Ekiz; "A Study of Neural Network based Inverse Kinematics Solution for a three-joint Robot "; *Robotics and Autonomous Systems*, vol 49, Issues 3-4, p.p. 227-234, 2004.

- [5] Y. Kuroe, Y. Nakai, T. Mori; " A New Neural Network Learning of Inverse Kinematics of Robot Manipulator"; *International Conference on Neural Networks*, vol V, p.p. 2715-2720, Orlando, Florida, 1994.
- [6] K. S. Narendra, M. A. L. Thathachar; "Learning automata: an introduction"; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [7] A. C. Nearchou; "Solving the Inverse Kinematics Problem of Redundant Robots operating in Complex Environments Via a Modified Genetic Algorithm"; 1997.
- [8] J. Parker, A. Khoogar, D. Goldberg; "Inverse Kinematics of Redundant Robots using Genetic Algorithms"; *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p 271, 1989.
- [9] F. Pourboghrat; "Neural Networks for Learning Inverse-Kinematics of Redundant Manipulators"; 1990.
- [10] S. Tejomurtula, S. Kak; "Inverse Kinematics in Robotics using Neural Networks"; *Information Sciences*, 116, p.p. 147-164, 1999.