

# الگوریتم بهبودیافته کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک بیشینه

محمد سلیمانی پوری<sup>\*</sup>، علیرضا رضوانیان<sup>†</sup>، محمدرضا میبدی<sup>‡</sup>

## چکیده

در این مقاله یک الگوریتم جدید کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک ارائه شده است. مسئله کلیک بیشینه یکی از مسائل NP-کامل است که در کاربردهای متنوعی چون داده کاوی، پردازش تصویر و شبکه‌های کامپیوتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه نتایج موفقی در حل مسائل مختلف بهینه‌سازی گسته بود است آورده است، اما در حل مسئله کلیک الگوریتم استاندارد بهینه‌سازی کلونی مورچه از همگرایی پایینی برخوردار می‌باشد. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله کلیک بیشینه تغییراتی در نحوه بهنگام‌رسانی فرمون به منظور انتخاب مسیر جایگزین مناسب، پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهادی ضمن حفظ ویژگی‌های موفق اولیه، از پایین بودن پیچیدگی محاسباتی و همگرایی سریع برخوردار شده است. به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی از دادگان استاندارد DIMACS استفاده شده است که مقایسه نتایج روش پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد از نظر کیفیت نتایج و سرعت همگرایی از بهبود نسبی در الگوریتم پیشنهادی برخوردار است.

## کلمات کلیدی

مسئله کلیک بیشینه، NP-سخت، الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، بهنگام‌رسانی فرمون.

## An Improved Ant Colony Algorithm for the Maximum Clique Problem

### Abstract

In this paper, an improved ant colony optimization algorithm presented for the maximum clique problem. Clique problem is one of the NP problems with various applications such as data mining, image processing, and computer networks. In the recent years, ant colony optimization algorithm attained successful results in the discrete optimization, but standard ant colony optimization algorithm for the maximum clique problem have a slow convergence. So, in the proposed algorithm for the maximum clique problem, some improvements in the pheromone update proposed in order to select proper path. The proposed algorithm not only keeps the good characteristics of standard ant colony optimization but also have low computational complexity and good convergence. It is used DIMACS dataset, in order to evaluate the proposed algorithm. The experimental results show that the proposed algorithm is better than the standard ant colony optimization in terms of convergence behavior and results.

### Keywords

Clique problem, NP-hard, Ant colony algorithm, Pheromone update.

\* دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، قزوین، ایران

† آزمایشگاه محاسبات نرم، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

‡ آزمایشگاه محاسبات نرم، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

DIMACS بیانگر آن است که در الگوریتم پیشنهادی نه تنها سربار محاسباتی بالای وجود ندارد بلکه همگرایی بهتری نسبت به رویکرد اولیه بدست آمده و به طور نسبی نتایج مناسبتری نیز بدست آمده است.

در ادامه در این مقاله، بخش دوم به معرفی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه اختصاص یافته است. الگوریتم پیشنهادی در بخش سوم معرفی شده است. نتایج شبیه‌سازی نیز در بخش چهارم ارائه شده است.

### ۱- الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه

الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه از جمله الگوریتم‌های متاهیوریستیک مبتنی بر جمعیت است که برای حل مسائل در محیط‌های گسته به خوبی کار می‌کند. الگوریتم اولیه بهینه‌سازی کلونی مورچه به صورت یک رویکرد چندعمله برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد (TSP) توسط دورگو پیشنهاد شد. ایده اصلی در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، رفتار جستجوی غذا توسط کلونی‌های مورچه‌هاست [۱۴]. مورچه‌ها برای یافتن غذا به صورت تصادفی محیط را جستجو می‌کنند، در صورت یافتن غذا، مقداری از آن را به سمت لانه بازمی‌گرداند و در مسیر بازگشت از خود فرومون به جا می‌گذارد، که مقدار فرومون در مسیر به کیفیت و اندازه منبع غذایی بستگی دارد و به مرور زمان تبخیر می‌شود. فرومون به جا مانده بر روی مسیر، مورچه‌های دیگر را نیز به دنباله‌روی از مسیر تغییب می‌کند که به مرور بخش عمده‌ای از مورچه‌ها، مسیر کوتاه‌تر که دارای فرومون قوی‌تر است را دنبال می‌کنند. الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم پیشنهادی از ویژگی بهینه‌سازی الگوریتم برای حل مسئله کلیک پیشنهاده شده است.

رونده کلی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در شبه کد موجود در شکل (۱) ارائه شده است.

الگوریتم ۱: الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه	
ورودی:	گراف
خروجی:	مجموعه پاسخ
۱. مقداردهی اولیه	
۲. تکرار مراحل ۳ - ۵ - تا رسیدن به شرایط توقف	
۳. ایجاد مجموعه پاسخ‌های کاندید توسط مورچه‌ها	
۴. اعمال جستجوی محلی {اختیاری}	
۵. تبخیر و افزایش فرومون	
۶. پایان الگوریتم	

شکل (۱): روند کلی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه

در اجرای الگوریتم، پس از مقداردهی اولیه، در حلقه اصلی ابتدا مورچه‌ها راه حل‌های مختلفی را به صورت تصادفی تولید می‌کنند. سپس توسط بهنگام‌رسانی فرومون به یک جستجوی محلی به

### ۱- مقدمه

الگوریتم‌های بهینه‌سازی کلونی مورچه دسته‌ای از الگوریتم‌های متاهیوریستیک مبتنی بر جمعیت محسوب می‌شوند که برای حل مسائل بهینه‌سازی گسته مورد استفاده قرار می‌گیرند. در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه از رفتار مورچه‌های واقعی برای جستجوی غذا الهام گرفته شده است. در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه راه حل کاندید مسئله توسط هیوریستیک مسئله و فرومون مسیر به طور تکراری ایجاد می‌شود. برای الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه ویژگی‌هایی چون محاسبات توزیع شده، دریافت بازخورد از مسئله و ایجاد هیوریستیک حریصانه ذکر می‌شود [۱۱]. پس از ارائه نسخه اولیه الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه، نسخه‌های مختلفی از آن نیز توسط محققین مختلف برای ایجاد توازن در اکتشاف و استخراج در کاربردهای مختلف بهینه‌سازی کلونی مورچه در حل مسائل مختلف و منوعی چون مسیریابی در شبکه‌های کامپیوتری [۴]، پردازش تصویر [۵] و شناسایی الگو [۶] استفاده شده است.

در این مقاله کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک مورد توجه قرار گرفته است. در مسئله کلیک بیشینه، یافتن بزرگترین زیرگراف کامل مدنظر می‌باشد که این مسئله به عنوان یک مسئله NP-کامل توسط کارپ معرفی شد [۷]. با توجه به تنوع کاربردهای موجود برای کلیک تا به حال روش‌های گوناگونی نیز برای حل آن توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است که در سال‌های اخیر رویکردهای متاهیوریستیکی مانند الگوریتم ژنتیک [۸] و الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه [۹] بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به خواص الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه در حل مسائل گسته، نسخه‌های مختلفی از بهینه‌سازی کلونی مورچه نیز برای حل مسئله کلیک پیشنهاد شده است. بر مبنای جابه‌جایی رؤوس نیز یک الگوریتم ترکیبی از بهینه‌سازی کلونی مورچه و جستجوی محلی هیوریستانه در [۱۰] پیشنهاد شده است. در [۱۱] الگوریتمی با استفاده از هیوریستیک‌های حریصانه ترتیبی بر مبنای بهینه‌سازی کلونی مورچه پیشنهاد شده است که در این الگوریتم به صورت تکراری کلیک پیشنهاده شده با افزودن رؤوس به کلیک‌های جزئی بدست می‌آید. برای بهبود حل مسئله کلیک بیشینه بر مبنای الگوریتم کلونی مورچه رویکردهای ترکیبی نیز ارائه شده است. در [۱۲] از شبیه‌سازی تبرید برای محاسبه احتمال انتخاب رؤوس، از ترکیب شبیه‌سازی تبرید و تابع احتمال بهره گرفته شده است. استفاده از جستجوی منوعه به عنوان جستجوگر محلی در ترکیب با بهینه‌سازی کلونی مورچه در [۱۳] استفاده شده است. در کلیه روش‌های مذکور افزایش سربار محاسباتی در الگوریتم و کنیدی در همگرایی به چشم می‌خورد. در این مقاله، الگوریتم پیشنهادی از بهبود بهنگام‌رسانی فرومون به صورت هیوریستیکی بهره می‌برد به طوریکه نتایج شبیه‌سازی بر روی دادگان از مایشی

$$\Delta \tau(t) = \frac{1}{(1+|C_G|-|C_i|)} \quad (4)$$

در این رابطه  $|C_G|$  اندازه بهترین کلیک پیدا شده تا این تکرار از الگوریتم و  $|C_i|$  اندازه بهترین کلیک باقته شده تکرار جاری الگوریتم در زمان  $t$  می‌باشد. این روند آنقدر تکرار می‌شود تا کلیک بهینه در گراف موردنظر بدست آید. در روش پیشنهادی با توجه به این نکته که انتخاب یک راس برای شروع و محاسبه یک کلیک کاندید ممکن است سبب افزایش فرومون در یکی از مسیرهای ممکن توسعه راس مورد نظر شود و احتمال انتخاب مسیرهای دیگر از راس مورد نظر کاهش یابد، بنابراین در این مقاله پیشنهاد شده است که به جای اینکه محاسبات صرفاً برای راس ابتدایی یک مسیر بدست آید، دو مسیر بررسی شود و مسیری که دارای شرایط بهتری می‌باشد در نظر گرفته شود.

همچنین در الگوریتم پیشنهادی به منظور تطبیق‌پذیری بیشتر در رابطه (1) از مقادیر مختلف  $\alpha$  در بازه ۱ تا ۰.۵ بهره برده شده است. و برای تبخیر فرومون از رابطه (۵) استفاده شده است که در هر گام از اجرای الگوریتم مقادیر مختلفی برای تبخیر لحاظ می‌گردد.

$$\rho_{new} = \begin{cases} (1-\varphi)\rho_{old} & \\ 0.95 & \text{if } \rho_{old} > 0.95 \end{cases} \quad (5)$$

بنابراین با توجه به موارد ذکور روند کلی اجرای الگوریتم را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.



شکل (۲): روند کلی الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه بهبودیافته برای حل مسئله کلیک پیشینه

صورت اختیاری راه حل‌ها بهبود می‌یابند. در مسائل مربوط به گراف، با توجه به مسئله و پیمایش گراف، نحوه قرارگیری فرومون در رئوس و یال‌ها متفاوت است. چگونگی پیمایش یال بین رئوس  $i$  و  $j$  بستگی به احتمال انتخاب دارد که به صورت زیر بدست می‌آید:

$$p_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij}^\alpha)}{\sum(\tau_{ij}^\alpha)} \quad (1)$$

به طوریکه،  $p_{ij}^k$  احتمال پیمایش یال مابین رئوس  $i$  و  $j$  توسط مورچه  $k$ ،  $\tau_{ij}^\alpha$  مقدار فرومون موجود در یال مابین رئوس  $i$  و  $j$  زاست. قبل از بهنگام رسانی فرومون‌ها یک جستجوی محلی به صورت اختیاری می‌تواند به بهبود نتایج کمک کند. به هر حال نحوه بهنگام رسانی در فرومون‌ها می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + r_{ij} \cdot \Delta \tau_{ij}(t) \quad (2)$$

به طوریکه  $\rho$  نرخ تبخیر فرومون،  $r_{ij}$  مقدار فرومون جدید برای یال  $i$  و  $j$ ،  $\Delta \tau_{ij}(t)$  مقدار فرومون جاری برای یال  $i$  و  $j$ ،  $\tau_{ij}(t)$  میزان افزایش فرومون برای پاسخ‌های مطلوب است و تضمین می‌نماید که فقط پاسخ‌های مناسب افزایش فرومون داشته باشند که توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$r_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \tau_{ij}(t) \in \text{good solution} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

## ۲- الگوریتم پیشنهادی

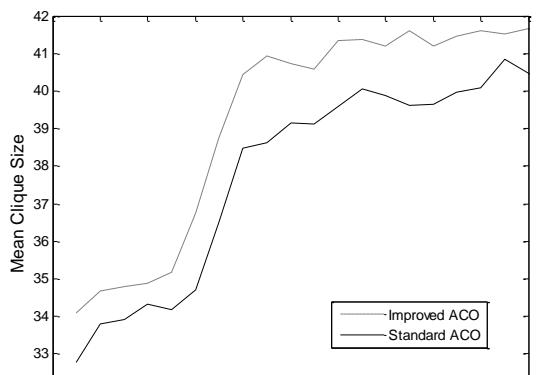
در الگوریتم پیشنهادی، در شروع الگوریتم تعداد مشخصی مورچه انتخاب شده، مقادیر فرومون به صورت یکسان مقداردهی شده و کلیک کاندید به صورت یک مجموعه تهی در نظر گرفته می‌شود. مورچه‌های مورود نظر بر روی گراف قرار گرفته و به صورت تصادفی راسی برای شروع انتخاب می‌شود و به کلیک کاندید اضافه می‌گردد، سپس با بهره گیری از رابطه (۱) یکی از یال‌های متعلق به راس بعدی با توجه شرط وجود کلیک مبنی بر اینکه راس انتخابی بایستی به کلیه رئوس موجود در کلیک کاندید متعلق باشد انتخاب می‌شود. این فرآیند به صورت تکراری تا زمانی که راس دیگری را نتوان انتخاب نمود، ادامه می‌یابد. پس از آن تبخیر فرومون‌های موجود بر روی مسیرها صورت می‌پذیرد و بهترین مسیر از لحاظ اندازه کلیک پیشینه توسط فرمون بهنگام رسانی می‌شود که این تبخیر و به روزرسانی فرومون با بهره‌گیری از روش پیشینه و کمینه در کلونی مورچه صورت می‌پذیرد. چنانچه ذکر شد، در این مقاله بهبود در چگونگی بهنگام رسانی فرومون در نظر گرفته شده است که تاثیر بسزایی را در نتایج اجرای الگوریتم دارد. با توجه به آنکه در الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه به طور مکرر نتایج مختلفی از پاسخ (اندازه کلیک)، بدست می‌آید. بهبود حاصل شده در خروجی الگوریتم در فاصله میان بهترین پاسخ بدست آمده تاکنون و بهترین پاسخ بدست آمده در تکرار جاری در نظر گرفته شده است که می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

### ۳- نتایج شبیه‌سازی

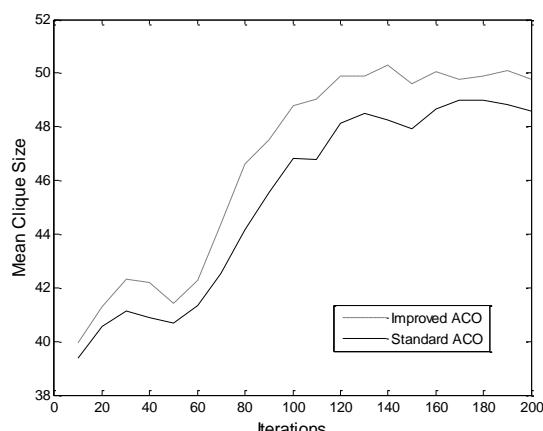
برای ارزیابی روش پیشنهادی، از گراف‌های استاندارد مرکز ریاضیات گستته و علوم تئوری کامپیوتر معروف به DIMACS<sup>1</sup> استفاده شده است [۱۵]. در شبیه‌سازی‌های صورت گرفته از ۵ مورچه با مقادیر اولیه  $\phi=0.95$  و  $p=0.002$  استفاده شده است. میانگین ۵ بار اجرای مستقل با ۲۰۰ تکرار به ازای هر اجرا در جدول (۱) شامل بزرگترین، میانگین و انحراف معیار اندازه کلیک بدست آمده برای هر گراف گزارش شده است.

جدول (۱): مقایسه نتایج بدست آمده برای الگوریتم پیشنهادی

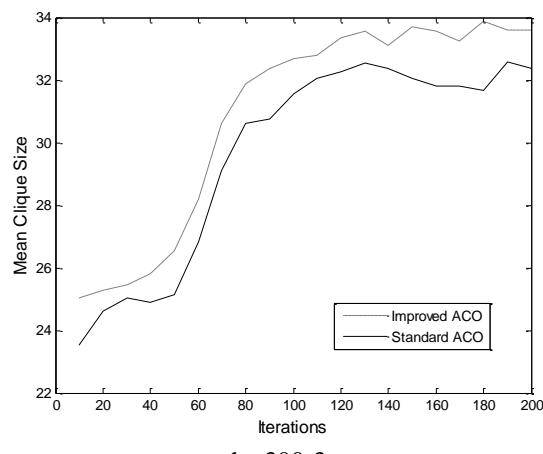
نام گراف	الگوریتم کلونی مورچه			استاندارد		
	انحراف معیار	متوسط	بهترین	انحراف معیار	متوسط	بهترین
brock200	1.00	11.00	12	0.89	10.40	12
C125.9	0.00	34.00	34	0.00	34.00	34
C250.9	1.14	42.40	44	1.64	41.80	44
C500.9	0.70	52.00	53	1.14	51.40	53
DSJC500.5	0.00	12.00	12	0.54	11.60	12
gen200_p0.9	2.82	41.00	44	0.70	39.00	40
gen400_p0.9	0.83	48.80	50	1.09	48.20	50
MANN_a27	0.54	125.40	126	0.44	125.20	126
p_hat300-3	1.09	35.20	36	0.83	34.80	36
p_hat700-2	0.83	43.20	44	1.14	42.40	44



الف) C250.9



ب) C500.9



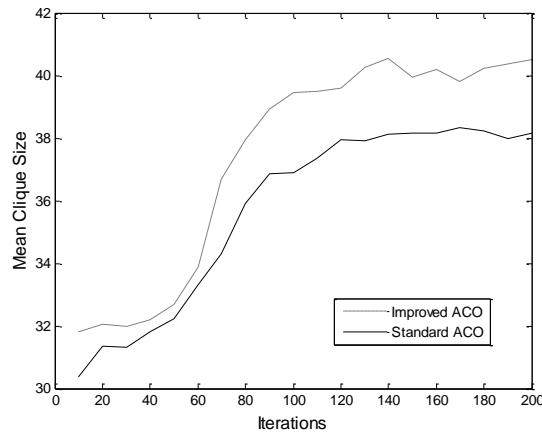
ج) p\_hat300-3

همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود ستون اول بیانگر نام گراف مورد نظر است در ستون دوم تا چهارم جدول نتایج مربوط به الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد شامل بهترین جواب بدست آمده، میانگین و انحراف معیار و به طور مشابه در ستون پنجم تا هفت نیز نتایج برای الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه بهبودیافته ارائه شده است. با توجه به جدول مشاهده می‌شود که روش پیشنهادی نسبت به روش الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. زیرا که رویکرد پیشنهادی امکان در نظر گرفتن مسیری جایگزین برای مسیر اولیه نامناسب را از نقطه شروع مشخص می‌کند. همچنین چگونگی همگرایی رفتار الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه استاندارد در شکل‌های زیر ارائه شده است.

- [5] H. Al-Qaheri, A. Mustafi, and S. Banerjee, “Digital watermarking using ant colony optimization in fractional Fourier domain,” *Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing*, vol. 1, no. 3, pp. 179–189, 2010.
- [6] M. H. Aghdam, N. Ghasem-Aghaee, and M. E. Basiri, “Text feature selection using ant colony optimization,” *Expert systems with applications*, vol. 36, no. 3, pp. 6843–6853, 2009.
- [7] R. M. Karp, “Reducibility among combinatorial problems,” *Complexity of Computer Computations*, vol. 40, no. 4, pp. 85–103, 1972.
- [8] E. Marchiori, “Genetic, Iterated and Multistart Local Search for the Maximum Clique Problem,” in *Applications of Evolutionary Computing*, vol. 2279, S. Cagnoni, J. Gottlieb, E. Hart, M. Middendorf, and G. Raidl, Eds. Springer Berlin / Heidelberg, 2002, pp. 112–121.
- [9] H. Wang and J. Geng, “Solving Clique Problem based on Ant Colony Optimization,” *Computer Applications and Software*, vol. 27, no. 10, pp. 107–113, 2010.
- [10] S. Fenet and C. Solnon, “Searching for maximum cliques with ant colony optimization,” *Applications of Evolutionary Computing*, pp. 291–302, 2003.
- [11] C. Solnon and S. Fenet, “A study of ACO capabilities for solving the maximum clique problem,” *Journal of Heuristics*, vol. 12, no. 3, pp. 155–180, 2006.
- [12] X. Xu, J. Ma, and J. Lei, “An improved ant colony optimization for the maximum clique problem,” in *Third International Conference on Natural Computation, (ICNC 2007)*, 2007, vol. 4, pp. 766–770.
- [13] M. Al-Fayoumi, S. Banerjee Jr., and P. K. Mahanti, “Analysis of Social Network Using Clever Ant Colony Metaphor,” *Proceedings of World Academy of Science: Engineering & Technolog*, vol. 4, pp. 970–974, 2009.
- [14] M. Dorigo, “Optimization, learning and natural algorithms,” *Ph. D. Thesis, Politecnico di Milano, Italy*, 1992.
- [15] M. A., “DIMACS challenge test problems,” *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*. [Online]. Available: <http://dimacs.rutgers.edu/Challenge>.

## زیر نویس‌ها

<sup>1</sup> Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science



شکل (۳): نمودار همگرایی الگوریتم پیشنهادی والگوریتم کلونی مورچه استاندارد برای چند گراف نمونه

## ۴- نتیجه گیری

در این مقاله روشی بهبود یافته بر مبنای الگوریتم کلونی مورچه برای حل مسئله کلیک بیشینه ارائه شد. در الگوریتم پیشنهادی تغییراتی در نحوه بهنگام‌رسانی تبیخیر فرومون برای انتخاب مسیر جایگزین از راس مشخص اولیه اعمال شده است به طوریکه دو مسیر را در نظر می‌گیرد. روش‌های قبلی عمدتاً از مشکل افتادن در بهینه محلی، کندی و افزایش بار محاسباتی رنج می‌برند. در صورتی که در الگوریتم پیشنهادی بدون داشتن پیچیدگی محاسباتی بالا، مسیرهای مناسبتری مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی بر روی گرافهای استاندارد آزمایشی حاکی از بهبود نتایج و سرعت همگرایی مناسب الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم اولیه بهینه‌سازی کلونی مورچه است.

## مراجع

- [1] T. Stützle, M. López-Ibáñez, and M. Dorigo, “A concise overview of applications of ant colony optimization,” in *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, vol. 8, 2011.
- [2] C.-J. Ting and C.-H. Chen, “A multiple ant colony optimization algorithm for the capacitated location routing problem,” *International Journal of Production Economics*, no. doi: 10.1016/j.ijpe.2012.06.011, p. (in-press), 2012.
- [3] F. E. B. Otero, A. A. Freitas, and C. G. Johnson, “Inducing decision trees with an ant colony optimization algorithm,” *Applied Soft Computing*, vol. 12, no. 11, pp. 3615–3626, 2012.
- [4] J. Wang, E. Osagie, P. Thulasiraman, and R. K. Thulasiram, “HOPNET: A hybrid ant colony optimization routing algorithm for mobile ad hoc network,” *Ad Hoc Networks*, vol. 7, no. 4, pp. 690–705, 2009.