

# الگوریتم بهینه سازی حرکت کاتوره‌ای گازها:

## الگوریتم جدید الهام گرفته از حرکت مولکول‌های گاز

مرجان عبدچیری<sup>۱</sup>، محمدرضا میبیدی<sup>۲</sup> و هلنا بهرامی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه آزاد اسلامی قزوین، ایران،  
marjan.abdechiri@gmail.com, bahramihelena@yahoo.com

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران،  
mmeybodi@aut.ac.ir

چکیده

در این مقاله روش بهینه‌سازی جدیدی با الهام از حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های گاز در فضا پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم بهینه‌سازی حرکت کاتوره‌ای گازها یا Gases Brownian Motion Optimization (GBMO) نامیده می‌شود. ماهیت کاتوره‌ای در حرکت مولکول‌های گاز به آن‌ها این توانایی را می‌دهد که به سرعت فضایی که در آن قرار می‌گیرند را پیموده و در کل آن فضا انتشار یابند. در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از این خصوصیت مولکول‌های گاز و با مدل‌سازی حرکت جنبشی آن‌ها، روشی کارا برای جستجوی فضای مسائل بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. نتایج بدست آمده از الگوریتم GBMO در مقایسه با نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌های ICA, PSO و GA نشان دهنده عملکرد بهتر و سرعت بالاتر این الگوریتم در یافتن در راه حل بهینه است.

کلمات کلیدی

حرکت کاتوره‌ای گازها، ارتعاش مولکول‌ها، الگوریتم بهینه‌سازی.

۱- مقدمه

مسائل بهینه‌سازی سراسری بطور گسترده در مهندسی و علوم ریاضی بکاربرده می‌شوند. تا کنون تلاش‌های بسیار زیادی برای حل مسائل بهینه‌سازی عمومی صورت گرفته است. تاکنون الگوریتم‌های تکاملی (EA) [1]، زیادی برای حل مسئله بهینه‌سازی عمومی ارائه شده‌اند. در الگوریتم‌های تکاملی که تا کنون ارائه شده‌اند با مدل کردن فرآیند تکامل طبیعی، سعی در یافتن جواب بهینه برای مسئله بهینه‌سازی می‌نمایند. این موضوع از طریق تکامل دادن جمعیتی از راه‌حل‌های کاندید، مشابه فرآیند تکامل جمعیت بیولوژیکی انجام می‌شود که می‌تواند با تغییرات محیطی سازگار گردد. الگوریتم‌های تکاملی گوناگونی تاکنون برای بهینه‌سازی ارائه شده‌اند که از آن میان می‌توان به شبیه‌سازی حرارت [2,3]، جستجوی تابو [4]، الگوریتم ژنتیک [5,6]، بهینه‌سازی اجتماع ذرات [7]، الگوریتم تکامل تفاضلی [8,9]، سیستم ایمنی مصنوعی [10]، الگوریتم‌های تکامل فرهنگی [11] و الگوریتم رقابت استعماری [12] اشاره نمود. الگوریتم‌های بهینه‌سازی بیان شده از پدیده‌های طبیعی و یا از پدیده اجتماعی-انسانی الهام گرفته شده‌اند.

در این مقاله روش بهینه‌سازی تکاملی جدیدی با الهام از حرکت کاتوره‌ای مولکول‌ها در گازها پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهادی با مدل‌سازی حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های گاز در فضا ارائه شده است. الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم بهینه‌سازی حرکت کاتوره‌ای گازها یا Gases Brownian Motion Optimization (GBMO) نامیده می‌شود. ماهیت کاتوره‌ای در حرکت مولکول‌های گاز به آن‌ها این

توانایی را می‌دهد که به سرعت فضایی که در آن قرار می‌گیرند را پیموده و در کل آن فضا انتشار یابند. اساس کار الگوریتم پیشنهادی حرکت کاتوره‌ای و حرکت ارتعاشی ذرات در جای خود می‌باشد. در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از این خصوصیت مولکول‌های گاز و با مدل‌سازی حرکت جنبشی آن‌ها، روشی کارا برای جستجوی فضای مسائل بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. جستجوی محلی و عمومی فضای مسئله به ترتیب با استفاده از حرکت کاتوره‌ای و ارتعاشی هر مولکول در طول فرایند انجام می‌شود. نتایج بدست آمده از الگوریتم GBMO در مقایسه با نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌های ICA, PSO و GA نشان دهنده عملکرد بهتر و سرعت بالاتر این الگوریتم در یافتن در راه حل بهینه است.

در ادامه این مقاله به معرفی گازهای ایده‌آل و سینماتیک گازها و قوانین حاکم بر ذرات پرداخته شده است. سپس الگوریتم پیشنهادی GBMO ارائه شده است. در بخش چهارم، نتایج را مورد تحلیل و بررسی قرار داده شده و در بخش آخر به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پرداخته شده است.

### ۲- سینماتیک گازها و قوانین حاکم بر ذرات

وابستگی حرکت مولکول‌های ماده از یکدیگر در حالت گاز بسیار کمتر از حالت‌های جامد و یا مایع است. در حالت گاز فواصل مولکول‌ها از یکدیگر بسیار زیاد بوده و به همین دلیل نیروهای برهم کنش مولکولی در آن بسیار اندک هستند. در حالت گازی نیز مولکول‌ها به صورت کاتوره‌ای حرکت می‌کنند اما از آنجا که فواصل آن‌ها از یکدیگر زیاد

است تعداد برخوردهای میان آن‌ها بسیار کمتر از حالت‌های دیگر ماده است [13-18].

## ۲-۱- قانون گازهای ایده‌آل

در دما و فشار ثابت حجم یک گاز با تعداد مول‌های آن نسبت مستقیم دارد. حجم یک مول گاز نصف حجم اشغال شده توسط ۲ مول گاز می‌باشد. گاز ایده‌آل یک تقریب از گازهای حقیقی است که برای مقاصد محاسباتی بکار می‌رود. گاز ایده‌آل به گازی گفته می‌شود که:

۱. بین ذرات آن نیرویی وجود نداشته باشد و تنها برهم‌کنش بین ذرات، برخورد صلب باشد.

۲. اندازه ذرات نسبت به مسیر آزاد میانگین ناچیز باشد. (در فاصله برخوردهای پی در پی، هر مولکول از گاز با سرعت ثابتی در طول یک خط راست حرکت می‌کند. فاصله متوسط بین این برخوردهای پی‌درپی را مسافت آزاد میانگین می‌نامند.)

گازهای حقیقی را در چگالی‌های پایین با تقریب خوبی می‌توان ایده‌آل فرض کرد. گازهای ایده‌آل در حالت تعادل داخلی از معادله گاز ایده‌آل پیروی می‌کنند:

$$PV=nRT$$

که در آن P فشار داخلی سیستم، V حجم سیستم، n تعداد مول‌های ذرات سیستم، R ثابت جهانی گازها و T دمای سیستم با یکای کلوین است.

## ۲-۲- قانون گازهای ایده‌آل توسط نظریه جنبشی گازها

با فرض اینکه سرعت میانگین هر مولکول گاز برابر v باشد، در هر ثانیه هر مولکول گاز به اندازه  $\frac{v}{2a}$  برخورد دارد و در هر برخورد به اندازه 2mv اندازه حرکت آن تغییر می‌کند. پس در هر ثانیه هر مولکول گاز به اندازه زیر به سطح نیرو وارد می‌کند.

$$\left(\frac{v}{2a}\right)(2mv) = \frac{mv^2}{a} \quad (1)$$

از این رو برای تمام مولکول‌های گاز می‌توان نوشت.

$$\left(\frac{N}{3}\right)\left(\frac{mv^2}{a}\right) \quad (2)$$

فشار عبارت است از نیرو بر سطح بنابراین داریم.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{Nm v^2}{3a}}{a^2} = \frac{Nm v^2}{3a^3} = \frac{Nm v^2}{3V} \quad (3)$$

$$PV = \frac{1}{3} N m v^2 = \left(\frac{2}{3} N\right) \left(\frac{1}{2} m v^2\right) = \frac{2}{3} N (KE) \quad (4)$$

که KE در آن میانگین انرژی جنبشی مولکولی گاز می‌باشد. و از آنجا که انرژی جنبشی یک گاز (بنابر نظریه جنبشی گازها) با دمای مطلق آن نسبت مستقیم دارد و همچنین  $n \propto N$ ، پس:

$$N(KE) \propto nT \quad (5)$$

که با ضرب کردن عدد ثابتی مثل R، می‌توان تناسب را به تساوی تبدیل کرد.

$$PV = nRT \quad (6)$$

میانگین انرژی جنبشی در بین مولکول‌های گاز برابر است با

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT, \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \quad (7)$$

پس می‌توان نوشت.

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (8)$$

بنابراین طبق فرمول‌های بالا هر مولکول از گاز دارای جرم m بر حسب دما دارای سرعت v می‌باشد که در راستای تصادفی باعث حرکت مولکول در هر زمان می‌شود. این حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای بسته به دمای محیط تغییر می‌کند. در زمانی که دمای محیط به صفر برسد بنابراین سیستم به پایداری رسیده و سرعت حرکت هر مولکول به صفر می‌رسد. بنابراین پایداری در این سیستم‌ها در دمای T=0 ایجاد می‌شود.

مولکول‌های گاز علاوه بر حرکت کاتوره‌ای که در فضا دارای حرکت ارتعاشی در جای خود نیز می‌باشند. در الگوریتم پیشنهادی به مدلسازی این دو حرکت پرداخته و فضای جستجو را مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۳- الگوریتم پیشنهادی

حرکت مولکولی در گاز طبیعت کاتوره‌ای دارد، راستای برتری برای سرعت مولکولی وجود ندارد. بلکه به طور نامنظم در همه راستاها توزیع شده است. در نتیجه برخورد مولکول‌ها، هم راستا و هم مقدار سرعت مولکول‌ها پیوسته تغییر می‌کند به این دلیل سرعت مولکول‌های گاز خیلی متفاوت‌اند. ماهیت کاتوره‌ای در حرکت مولکول‌های گاز به آن‌ها این توانایی را می‌دهد که به سرعت فضایی را که در آن قرار می‌گیرند پیموده و کل حجم مکانی که در آن انتشار می‌یابند را اشغال کنند. در الگوریتم پیشنهادی بهینه‌سازی حرکت براونی گازها GBMO با الهام از ماهیت حرکت کاتوره‌ای مولکول‌ها در گازها، روشی برای جستجوی فضای مسائل بهینه‌سازی پیشنهاد شده است که کارایی آن در جستجوی فضای مسئله درمقایسه با روش‌های بهینه‌سازی پیشین قابل ملاحظه است.

گام ۱: در فضای جستجو یک سری مولکول گاز بطور تصادفی ایجاد می‌شود.

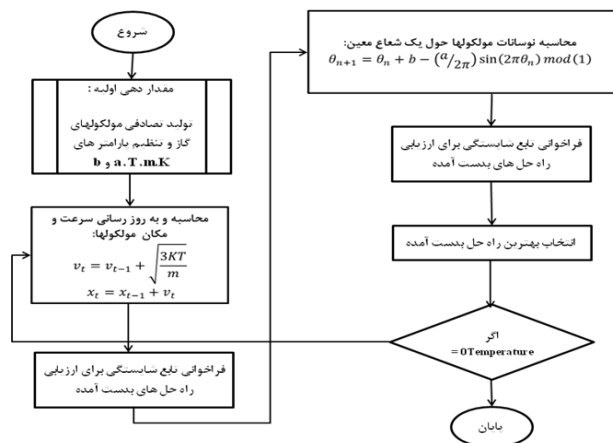
گام ۲: برای هر مولکول بصورت تصادفی شعاعی در بازه [0,1] در نظر گرفته می‌شود.

گام ۲: سپس دمای سیستم - که پارامتری برای تضمین همگرایی الگوریتم است- مقداردهی می‌شود.

مقدار دما در ابتدای جستجو زیاد است و باگذشت زمان دما کاهش می‌یابد. در ابتدا، فرآیند جستجو با توجه به زیاد بودن انرژی جنبشی و درنتیجه سرعت مولکول‌ها محدوده وسیعتری را جستجو می‌کنند (جستجوی عمومی). با گذشت زمان و کاهش دما و متعاقب آن کاهش انرژی جنبشی و سرعت حرکت مولکول‌ها، جستجوی محلی‌تری خواهند داشت.

گام ۳: سرعت و مکان مولکول‌ها با توجه به فرمول‌های زیر محاسبه و بروزرسانی می‌شوند.

با توجه به شکل ۲، مشاهده می‌شود که مولکول‌های گاز هر یک در راستای تصادفی و بصورت نامنظم حرکت می‌کنند و علاوه بر آن بصورت ارتعاشی در در جای خود نیز به جستجو می‌پردازند. در شکل ۳، فلوجارت الگوریتم پیشنهادی نشان داده شده است.



شکل ۳. فلوجارت الگوریتم GBMO.

#### ۴- تحلیل و بررسی نتایج

در این مقاله برای ارزیابی عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی GBMO در یافتن بهینه عمومی، هشت تابع محک معروف که اغلب در روش‌های بهینه‌سازی تکاملی استفاده می‌شوند، مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. توابع محک ذکر شده در جدول ۱، قابل مشاهده‌اند. برای بررسی نرخ همگرایی و کیفیت راه‌حل بهینه الگوریتم پیشنهادی GBMO، در مقایسه با الگوریتم‌های PSO، ICA و GA شبیه‌سازی‌هایی انجام شد که در آن‌ها همه توابع محک بطور جداگانه با ابعاد ۳۰، ۲۰ و ۱۰ و دو تابع Booth و Zakharov نیز با ۲ بعد مورد آزمایش قرار گرفتند. هر تابع ۲۰ بار اجرا شد و میانگین مقدار راه‌حل بهینه بدست آمد.

جدول ۱. توابع محک مورد استفاده برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌ها.

نام تابع	نمایش ریاضی تابع	محدوده	ابعاد	نوع تابع
Sphere	$f1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$	(-100,100)	N	UM'
Rastrigrin	$f2(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \times \cos(2\pi x_i) + 10)$	(-10,10)	N	MM'
Rosenbrock	$f3(x) = \sum_{i=1}^{D-1} (100 \times (x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2)$	(-100,100)	N	UM
Griewank	$f4(x) = \frac{1}{4000} \times \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	(-600,600)	N	MM
Ackley	$f5(x) = 20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)}) + 20 + e$	(-32,32)	N	MM
Booth	$f6 = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$	(-10,10)	2	UM
Zakharov	$f7 = z_n(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\sum_{i=1}^n 0.5  x_i )^2 + (\sum_{i=1}^n 0.5  x_i )^4$	(-5,10)	2	UM

پارامترهایی که باید در الگوریتم GBMO، ICA، PSO و GA تنظیم شوند همراه با مقادیرشان در جدول ۲ نشان داده شده‌اند. در الگوریتم PSO مورد استفاده برای مقایسه نتایج از تابع سوگنو بعنوان منحنی نزولی وزن اینرسی استفاده شده است [20].

جدول ۲. پارامترهای الگوریتم‌های GA، ICA، PSO و GBMO

الگوریتم	پارامترها
ICA	NumOfCountries = 80, NumOfInitialImperialists = 8, NumOfDecades = 1000, RevolutionRate = 0.3, AssimilationCoefficient = 2, Zeta = 0.02.
GA	PopSize = 80, MaxGenerations = 1000, CrossPercent = 50/100, MutationRate = 0.02; SelectionMode: Tournament
PSO	C1 = 1.5, C2 = 1.5, $\beta = \frac{iter}{iter_{max}}$ , S = -0.5, ParticleSize = 80, MaxIter = 1000
GBMO	MoleculeSize = 80, Temperature = 100, a = 0.5, b = 0.2

$$v_t = v_{t-1} + \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (9)$$

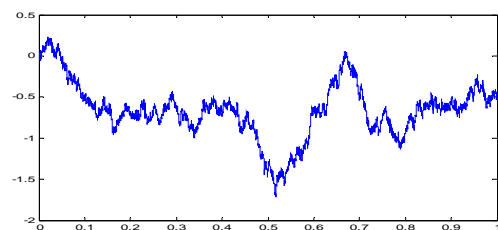
$$x_t = x_{t-1} + v_t \quad (10)$$

گام ۴: تابع شایستگی برای ارزیابی پاسخ‌های بدست آمده فراخوانی می‌شود. بهترین پاسخ‌ها برای مقایسه با نتایج بدست آمده نگهداری می‌شوند.

گام ۵: هر مولکول غیر از حرکت در جهت‌های مختلف در جای خود و در یک شعاع معینی نوسان (ارتعاش) می‌کند. این نوسان ابتدای فرایند جستجوی محلی‌تر و در گام‌های آخر جستجوی عمومی‌تر را ایجاد می‌کند.

$$\theta_{n+1} = \theta_n + b - (a/2\pi) \sin(2\pi\theta_n) \bmod(1) \quad (11)$$

نوسان مولکول‌ها را با استفاده از یک مولد رشته بی‌نظم [19] مدل‌سازی کردیم. در فرمول بالا  $a=0.5$ ,  $b=0.2$  در نظر گرفته می‌شود و مکان حرکت هر مولکول را نشان می‌دهد. نمودار حرکت نوسانی مولکول‌ها در گازها در شکل ۱، نشان داده شده است. این ارتعاش برای مولکول‌های مختلف متفاوت و در شعاع تعریف شده می‌باشد.

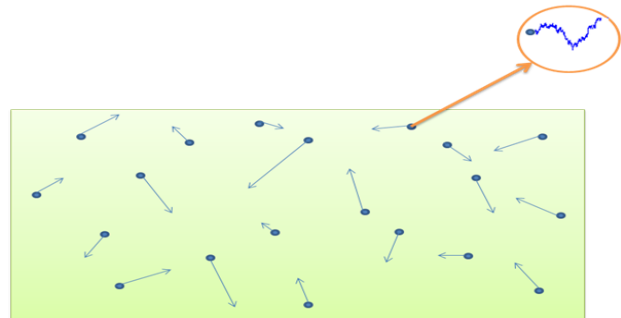


شکل ۱. حرکت ارتعاشی (نوسانی) مولکولی با شعاع یک.

گام ۶: تابع شایستگی برای ارزیابی پاسخ‌های بدست آمده فراخوانی می‌شود. بهترین پاسخ‌ها برای مقایسه با نتایج بدست آمده نگهداری می‌شوند.

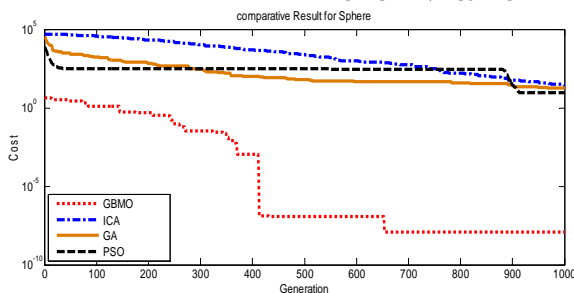
گام ۷: شرط خاتمه الگوریتم: دما بررسی می‌شود اگر به صفر رسیده بود الگوریتم متوقف می‌شود در غیر اینصورت جستجو ادامه می‌یابد.

در این الگوریتم قابلیت جستجوی عمومی و محلی با حرکت‌های کاتوره‌ای و نوسانی مولکول‌ها در فضا پیاده‌سازی شده است. که در شکل ۲، این حرکت‌ها نشان داده شده است.



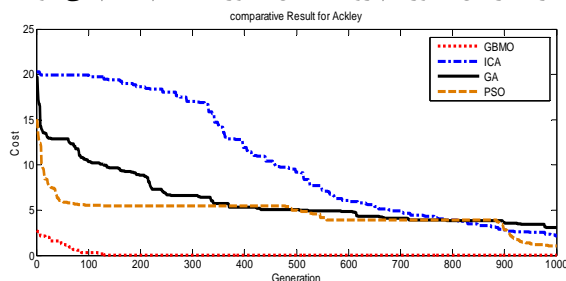
شکل ۲. حرکت کاتوره‌ای و ارتعاشی مولکول‌ها در فضای جستجوی مسأله.

جدول ۶، مقادیر بهینه برای توابع دو بعدی Booth و Zakharov را نشان می‌دهد. در تابع Booth الگوریتم PSO به پاسخ بهینه‌تر دست یافته است و در تابع Zakharov الگوریتم GBMO از سایر الگوریتم‌ها بهتر عمل کرده‌است. از مقایسه مقادیری که برای این هشت تابع محک در ابعاد ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۲ بعد بدست آمده‌است می‌توان به این نتیجه رسید که الگوریتم پیشنهادی در ابعاد بالاتر نتایج بهتری کسب می‌کند. در ابعاد پایین‌تر این الگوریتم PSO است که نتایج مطلوب‌تری نسبت به الگوریتم‌های ICA، GA و GBMO بدست آورده است. الگوریتم GBMO تا انتهای فرآیند جستجو تعادل میان جستجوی عمومی و محلی را به شیوه‌ای مناسب حفظ می‌کند. به همین دلیل با افزایش ابعاد مسئله بهینه‌سازی الگوریتم پیشنهادی می‌تواند فضای مسئله را بطور موثرتر جستجو کرده و نتیجه بهتری نسبت به الگوریتم‌های ICA، GA و PSO کسب کند. به عبارت دیگر در الگوریتم پیشنهادی در ابتدای جستجو که دما زیاد است مولکول‌ها سرعت زیادتری دارند و جستجوی عمومی بهتری انجام می‌دهند و در عین حال با نوسان در یک شعاع معین بطور محلی فضای اطراف هر مولکول گاز نیز جستجو می‌شود. با گذشت زمان و کاهش دما سرعت حرکت مولکول‌ها کاهش می‌یابد و جستجوی فضای مسئله محلی‌تر می‌شود اما نوسانات مولکول‌ها باعث جستجوی عمومی‌تر نسبت به قبل می‌شوند. در شکل‌های ۴ تا ۸ که به ترتیب متعلق به توابع Ackley، Sphere، Griewank، Rastrigin و Rosenbrock با ۳۰ بعد است، روند عملکرد الگوریتم به خوبی قابل مشاهده است. همانطور که دیده می‌شود ماهیت بی‌نظم حرکت مولکول‌ها سرعت یافتن بهینه محلی را نسبت به سایر الگوریتم‌ها افزایش داده‌است.



شکل ۴. مقایسه نتایج در تابع Sphere.

همان‌طور که در نتایج نشان داده شده است، الگوریتم GBMO در ابتدای فرایند و در گام‌های پایین بهترین الگوریتم در یافتن بهینه محلی دارد. در این الگوریتم روند تکامل بصورت منظم انجام می‌شود.



شکل ۵. مقایسه نتایج در تابع Ackley.

در جداول ۳ تا ۶ به ترتیب میانگین مقدار بهینه برای ۲۰ بار اجرای تابع در ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۲ بعد مشاهده می‌شوند. بهترین مقادیر در جداول مذکور برجسته شده‌اند تا مقایسه آن‌ها آسان‌تر گردد.

جدول ۳. میانگین مقدار بهینه برای ۲۰ بار اجرا توابع در ۱۰ بعد.

	GA	PSO	ICA	GBMO
<b>F1</b>	0.2499	<b><math>1.1405 \times 10^{-17}</math></b>	$6.2799 \times 10^{-11}$	$4 \times 10^{-9}$
<b>F2</b>	$1.0993 \times 10^{-11}$	<b>0</b>	<b>0</b>	$7.9357 \times 10^{-9}$
<b>F3</b>	48.9673	<b>0.0020</b>	0.4466	8.0096
<b>F4</b>	-0.0972	<b>-0.0987</b>	<b>-0.0987</b>	<b>-0.0987</b>
<b>F5</b>	0.1016	0.0298	$1.9386 \times 10^{-7}$	<b><math>1.7 \times 10^{-11}</math></b>

در جدول ۳، همانطور که مشاهده می‌شود الگوریتم GBMO در دو تابع چند ریختی Ackley و Griewank بهتر از سایر الگوریتم‌ها عمل کرده است. اما در توابع تک ریختی Sphere و Rosenbrock و تابع چند ریختی Rastrigin الگوریتم PSO گوی سبقت را در رقابت بین الگوریتم‌های ICA، GA و GBMO برده‌است.

جدول ۴. میانگین مقدار بهینه برای ۲۰ بار اجرا توابع در ۲۰ بعد.

	GA	PSO	ICA	GBMO
<b>F1</b>	3.2958	0.0143	0.0732	<b><math>8 \times 10^{-9}</math></b>
<b>F2</b>	0.6609	$5.4021 \times 10^{-4}$	$8.4028 \times 10^{-4}$	<b><math>1.5871 \times 10^{-8}</math></b>
<b>F3</b>	$1.3182 \times 10^3$	19.5173	$1.9191 \times 10^3$	<b>18.3735</b>
<b>F4</b>	-0.3373	-0.7114	-0.7206	<b>-0.7225</b>
<b>F5</b>	2.1664	0.2105	0.1205	<b><math>2.5602 \times 10^{-5}</math></b>

مقادیر جدول ۴ نشان می‌دهند که الگوریتم GBMO در هر ۵ تابع Ackley، Griewank، Sphere، Rosenbrock و Rastrigin مقایسه با سه الگوریتم دیگر نتایج بهتری بدست آورده است.

جدول ۵. میانگین مقدار بهینه برای ۲۰ بار اجرا توابع در ۳۰ بعد.

	GA	PSO	ICA	GBMO
<b>F1</b>	18.8398	9.0371	28.7678	<b><math>1.2 \times 10^{-8}</math></b>
<b>F2</b>	6.3023	0.0015	0.4128	<b><math>2.3807 \times 10^{-8}</math></b>
<b>F3</b>	$9.8512 \times 10^3$	28.7533	$1.0179 \times 10^6$	<b>28.0826</b>
<b>F4</b>	-0.3702	-0.3687	-0.8319	<b>-2.3712</b>
<b>F5</b>	3.0695	1.0289	19.9587	<b><math>2.5602 \times 10^{-5}</math></b>

همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی راه‌حل‌های بهتری را در توابع Ackley، Griewank، Sphere، Rosenbrock و Rastrigin با ۳۰ بعد بدست آورد.

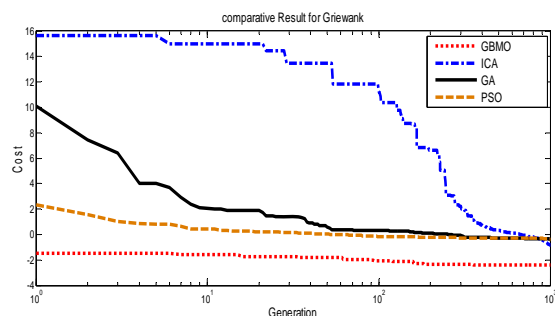
جدول ۶. میانگین مقدار بهینه برای ۲۰ بار اجرا توابع در ۲ بعد.

	GA	PSO	ICA	GBMO
<b>F7</b>	$2.2516 \times 10^{-9}$	<b>0</b>	$7.8886 \times 10^{-6}$	0.0085
<b>F8</b>	$1.6432 \times 10^{-10}$	$3.9162 \times 10^{-51}$	$1.7 \times 10^{-11}$	<b>0</b>

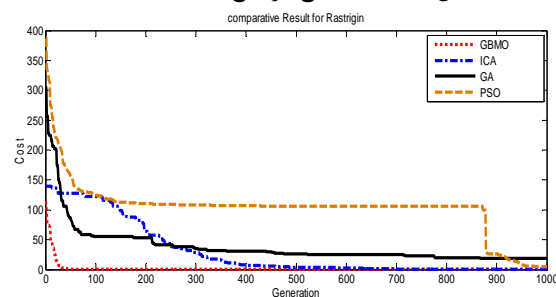
با ابعاد ۱۰، ۲۰، ۳۰ و دو تابع دو بعدی، در مقایسه با نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌های PSO، ICA و GA نشان دهنده عملکرد بهتر و سرعت بالاتر این الگوریتم در یافتن راه‌حل بهینه است. الگوریتم پیشنهادی در ابعاد بالاتر نتایج بهتری بدست می‌آورد در ضمن اینکه زمان اجرای نسبتاً قابل قبولی دارد. دیگر مزیت این الگوریتم پارامترهای کم و ساده بودن پیاده‌سازی آن است. با تعیین استراتژی‌های مناسب برای کنترل جستجوی عمومی می‌توان در ابعاد کم نیز نتایج بهتری دریافت کرد که این موضوع می‌تواند زمینه تحقیقات آتی قرار گیرد.

## مراجع

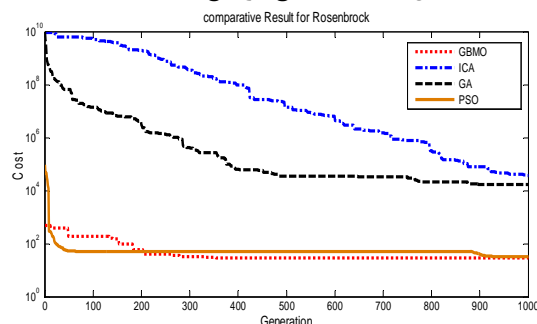
- [1] H. Sarimveis and A. Nikolakopoulos, "A Line Up Evolutionary Algorithm for Solving Nonlinear Constrained Optimization Problems", Computers & Operations Research, 32(6):pp.1499-1514, 2005.
- [2] L.A. Ingber, "Simulated annealing: practice versus theory", J. Math. Comput. Modell. 18 (11), pp.29-57, 1993.
- [3] S. Kirkpatrick and C. D. Gelatt and M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing," Science, Vol 220, Number 4598, pp. 671-680, 1983.
- [4] A.R. Hedar, M. Fulushima, "Tabu Search Directed by Direct Search Methods for Nonlinear Global Optimization", European Journal of Operational Research, 2006, Vol. 170, Pp. 329-349, 2006.
- [5] M. Melanie, "An Introduction to Genetic Algorithms, Massachusetts": MIT Press, 1999.
- [6] H. Mühlenbein, M. Schomisch, J. Born, "The Parallel Genetic Algorithm as Function Optimizer", Proceedings of The Fourth International Conference on Genetic Algorithms, University of California, San Diego, pp. 270-278, 1991.
- [7] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Particle Swarm Optimization," Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ, pp.1942-1948, 1995.
- [8] R. Storn, "Differential Evolution, A Simple and Efficient Heuristic Strategy for Global Optimization over Continuous Spaces", Journal of Global Optimization, Vol. 11, Dordrecht, pp. Springer Verlag, Heidelberg, 1997, 341-359, 1997.
- [9] K. Price, R. Storn, J. Lampinen, "Differential Evolution – A Practical Approach to Global Optimization", Springer, Berlin, 2005.
- [10] G. Maoguo, J. Licheng, Z. Xiangron, "A population-based artificial immune system for numerical optimization", Neurocomputing, Volume 72, Issue 1-3, Pages 149-161, December 2008.
- [11] B. Franklin and M. Bergerman, "Cultural Algorithms: Concepts and Experiments", In Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, volume 2, pp. 1245-1251, 2000.
- [12] E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas, "Imperialist Competitive Algorithm: An Algorithm for Optimization Inspired by Imperialistic Competition," IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), pp. 4661-4667, 2007.
- [13] J. Hirschfelder, "Molecular theory of Gases and Liquids," Wisconsin, John Wiley & Sons Inc., pp. 250-262, 1966.
- [14] C.A. Mugruza Vassallo, "Van der Waals and Ideal gas models for compressibility by means of pressure in pneumatic pipes from 1 to 100 Lpm". Electro electrónica, 22:pp. 07 - 11, 2004.
- [15] L. S. Ornstein, "On the Brownian motion," Proc. Royal Acad. Amsterdam 21:pp.96-108, 1917.
- [16] L. S. Ornstein and H. C. Burger, "On the theory of the Brownian motion", Proc. Royal Acad. Amst. 21:pp.922-931, 1919.
- [17] S. Chandrasekhar, "Stochastic problems in physics and astronomy" Rev. Modern Phys., 15: pp. 1-89, 1943.
- [18] G.E. Uhlenbeck, L.S. Ornstein, "On the theory of Brownian motion" Phys. Rev. , 36:pp. 823-841, 1930.
- [19] W. Zheng, "Kneading plane of the circle map", Chaos, Solitons & Fractals, 4:1221, 1994.
- [20] K. Lei, Y. Qiu, and Y. He, A New Adaptive Well-Chosen Inertia Weight Strategy to Automatically Harmonize Global and Local Search Ability in Particle Swarm Optimization, ISSCAA, 2006.



شکل ۶. مقایسه نتایج در تابع Griewank.



شکل ۷. مقایسه نتایج در تابع Rastrigin.



شکل ۷. مقایسه نتایج در تابع Rosenbrock.

در جدول ۷، مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های ICA، GA، PSO و GBMO نشان داده شده است. الگوریتم PSO سریع‌ترین الگوریتم است و بعد از آن الگوریتم GBMO دارای زمان اجرای بهتری است. یکی دیگر از مزیت‌های الگوریتم پیشنهادی پارامترهای کم و سادگی پیاده‌سازی آن است.

جدول ۷. مقایسه زمان اجرا در الگوریتم‌های ICA، GA، PSO و GBMO.

الگوریتم	زمان اجرا
ICA	40.533618s
GA	38.043467s
PSO	24.245529s
الگوریتم پیشنهادی GBMO	36.076119s

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله روش بهینه‌سازی جدیدی با الهام از حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های گاز در فضا پیشنهاد شد. در الگوریتم بهینه‌سازی حرکت کاتوره‌ای گازها یا GBMO با مدل‌سازی حرکت جنبشی مولکول‌های گاز روشی موثر برای جستجوی فضای مسائل بهینه‌سازی پیشنهاد گردید. نتایج بدست آمده از اعمال الگوریتم GBMO بر روی توابع محک