

بررسی الگوریتمهای مبتنی بر آtomاتانهای یادگیر برای حل مسائل ارضای محدودیت

محمد رضا میبدی
آزمایشگاه محاسبات نرم
دانشکده مهندسی کامپیووتر
دانشگاه صنعتی امیرکبیر
تهران، ایران.

چکیده

بسیاری از مسائل مطرح در زمینه هوش مصنوعی را می‌توان به صورت مسائل ارضای محدودیت توصیف نمود. این مسائل با استفاده از مجموعه‌ای از متغیرها و تعدادی محدودیت بر روی مقادیری که این متغیرها می‌توانند اختیار کنند، تعریف می‌گردند. حل این مسائل مجموعه‌ای از مقادیر منحصر به فرد برای متغیرهای بطوریکه تمامی محدودیتهای مورد نظر مساله ارضا شده باشند. ابزار و الگوریتمهای مختلفی برای حل اینگونه از مسائل ارائه شده‌اند که از جمله آنها می‌توان به الگوریتمهای مختلف عقیب‌گرد، جلورو یا آینده‌نگر، یادگیر وضعیت‌های نامناسب، الگوریتمهای مبتنی بر شبکه‌های عصبی و الگوریتمهای مبتنی بر آtomاتانهای یادگیر اشاره کرد. ما در این مقاله به معرفی این الگوریتمها به استثنای الگوریتمهای مبتنی بر شبکه‌های عصبی پرداخته و الگوریتمهای مبتنی بر آtomاتانهای یادگیر را مورد نقد و بررسی قرار خواهیم داد.
کلمات کلیدی: هوش مصنوعی، مسائل ارضای محدودیت، آtomاتانهای یادگیر.

۱- مقدمه

مسائل ارضای محدودیت^۱ که به آنها مسائل برچسب‌دهی سازگار^۲ نیز گفته می‌شود، بخش وسیعی از مسائل مطرح در زمینه هوش مصنوعی^۳ را در بر می‌گیرند. مسائل هشت وزیر^۴، رنگ کردن نقشه^۵، تناظر گرافها^۶ و درک تصویر با برچسب‌دهی والتز^۷ همگی مثالهایی از اینگونه از مسائل هستند[۱,2,3,6,7]. اجزاء اصلی مسائل ارضای محدودیت، متغیرها و محدودیتها هستند. هدف نهایی در حل اینگونه از مسائل مقداردهی به متغیرهایی که مجموعه محدودیتهای مساله ارضاء شوند. مقدار هر متغیر از دامنه مقادیر مجاز آن انتخاب می‌گردد. دامنه مقادیر مجاز یک متغیر، توسط محدودیتهای یکتاوی^۸ تعیین می‌گردد و شرایط سازگاری مقادیر متغیرهای مختلف نسبت به یکدیگر نیز توسط محدودیتهای چندتاوی^۹ مشخص می‌گردد[۷]. البته مسائلی که ما در این مقاله به آنها خواهیم پرداخت، تنها شامل محدودیتهای یکتاوی و دوتاوی هستند که به این نوع از مسائل ارضای محدودیت، مسائل

Constraint Satisfaction Problems (CSP)

Consistent Labeling Problems (CLP)

Artificial Intelligence (AI)

8_Queenes

Graph Coloring

Graph Isomorphism

Waltz Labeling

Unary Constraints

N_ary Constraints

ارضای محدودیت دودویی^۱ گفته می‌شود. گرچه در بخش ۱۱ خواهیم دید که محدودیتهای چندتایی به صورت ضمنی در این نوع از مسائل وجود دارند[۴,۵]. ابزار و الگوریتمهای مختلفی برای حل مسائل ارضای محدودیت ارائه شده‌اند. هدف از این نوشتار بررسی الگوریتم ارائه شده بر مبنای آtomاتانهای یادگیر^۲ در مرجع [۱] و مقایسه آن با سایر الگوریتمها می‌باشد. ما در بخش ۲ به معرفی مراحل انجام این مطالعه پرداخته و سپس در بخش‌های ۳ الی ۱۱ به معرفی مراحل مهم این مطالعه و نتایج به دست آمده در آنها خواهیم پرداخت و سپس در نهایت نتایج به دست آمده را در بخش ۱۲ تحلیل نموده و نتیجه گیری کلی از بحث ارائه خواهیم کرد.

۲- مراحل انجام مطالعه

این مطالعه با هدف آشنایی با مفهوم آtomاتان یادگیر و نحوه استفاده از آن برای حل مسائل ارضای محدودیت و نیز بررسی امکان بهبود الگوریتم ارائه شده در [۱] بر مبنای آtomاتان یادگیر(که از این به بعد آن را الگوریتم آtomاتان یادگیر خواهیم نامید) تعریف و انجام شده است. لازم به ذکر است که تمامی مراحل انجام این تحقیق لزوماً در راستای بررسی الگوریتم آtomاتان یادگیر نیستند اما برای تحلیل نهایی این الگوریتم، مطالعه تمامی قسمتهای این مقاله و تمامی مراحل انجام این مطالعه و نتایج آنها ضروریست.

در این تحقیق ابتدا در قدم اول الگوریتم آtomاتان یادگیر ارائه شده در [۱] مطالعه و پیاده‌سازی گردید. در قدم دوم مسائل ارضای محدودیت هشت وزیر و در ک تصویر با برچسبدهی والتر، مطالعه شده و به صورت مسائل ارضای محدودیت مورد مدلسازی قرار گرفتند. در قدم سوم الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مسائل هشت وزیر و در ک تصویر با برچسبدهی والتر (با یک تصویر نمونه) اعمال شد. در قدم چهارم بر اساس این عدم تغییر انتخابهای آtomاتانهای موفق، یک الگوریتم توزیع شده^۳ برای حل مسائل ارضای محدودیت طراحی و پیاده‌سازی گردید. در قدم پنجم الگوریتم آtomاتان یادگیر و الگوریتم توزیع شده با الگوریتمهای آینده‌نگر^۴ از نظر تعداد قدمها یا تکرارها^۵ مورد مقایسه قرار گرفتند. در قدم ششم مساله هشت وزیر مورد بررسی واقع شده و زمان نیاز به عقبگرد^۶ احتمالی مورد انتظار در آن به صورت تقریبی مورد محاسبه قرار گرفت. در قدم هفتم الگوریتمهای آینده‌نگر از نظر زمان نیاز به عقبگرد در آنها در طی حل مساله هشت وزیر مورد بررسی واقع شدن و نتایج قدم ششم در این قدم تا حدودی تایید شدند. در قدم هشتم با استفاده از نتایج قدمهای ششم و هفتم روش‌هایی برای تعیین احتمالات اولیه و نیز تغییر پارامترهای ثابت موجود در الگوریتم آtomاتان یادگیر، ارائه و پیاده‌سازی شده و سپس این روشها نسبت به روش استفاده از پارامترهای با مقادیر ثابت در حل مساله هشت وزیر مورد مقایسه قرار گرفتند و در نهایت در قدم نهم الگوریتمهای یادگیر وضعیتهای نامناسب^۷ مطالعه شده و از نظر مفهومی با الگوریتم آtomاتان یادگیر مورد مقایسه قرار گرفتند.

۳- الگوریتم آtomاتان یادگیر

الگوریتمهای مختلفی برای حل مسائل ارضای محدودیت ارائه شده‌اند اما الگوریتم ارائه شده بر مبنای آtomاتانهای یادگیر در [۱] اولین و تقریباً آخرین کار انجام شده در این زمینه است. در این روش برای هر یک از متغیرهای مساله یک آtomاتان یادگیر در نظر گرفته می‌شود. عملی^۸ که یک آtomاتان انجام می‌دهد، انتخاب یکی از مقادیر موجود در دامنه مقادیر مجاز متغیر متناظر با آن است. در ابتدای حل یک مساله ارضای محدودیت، احتمال انتخاب تمامی مقادیر موجود در دامنه مقادیر یک متغیر با یکدیگر برابر هستند. در هر قدم با تکرار الگوریتم، هر یک از آtomاتانها بر حسب احتمالات متناظر با مقادیر موجود در دامنه مقادیر متغیر متناظر با آن آtomاتان، یکی از آنها را به صورت تصادفی انتخاب می‌کند و این انتخاب را به همسایگان خود اطلاع می‌دهد. هر آtomاتان با بررسی سازگاری انتخاب خود با انتخابهای همسایگان خود، قبول یا رد انتخابهای آنها را به ایشان اعلام می‌کند و سپس هر آtomاتان پس از گرفتن پاسخهای همسایگان خود، در صورت سازگاری

انتخاب باش با تمامی انتخابهای همسایگان خود و گرفتن جواب قبولی از تمامی همسایگانش، احتمال متناظر با این انتخاب را بر اساس یک پارامتر تشویق^۱ ثابت به نام a ، افزایش داده و احتمال متناظر با سایر مقادیر موجود در دامنه را بگونه‌ای کاهش می‌دهد که مجموع احتمالات متناظر با تمامی مقادیر برابر یک باقی بماند. در صورتی که یک آtomاتان حداقل از یکی از همسایگان خود جواب رد بگیرد، احتمال متناظر با این انتخاب را بر اساس یک پارامتر تنبیه^۲ ثابت به نام b کاهش می‌دهد و احتمال متناظر با سایر مقادیر را به نوعی افزایش می‌دهد که مجموع احتمالات متناظر با تمامی مقادیر برابر یک باقی بماند. اگر m تعداد مقادیر موجود در دامنه مقادیر آtomاتان Λ م باشد و n شماره قدم فعلی و $n+1$ شماره قدم بعدی باشد و λ شماره مقدار انتخاب شده در مرحله n توسط آtomاتان Λ م باشد، در این صورت احتمال انتخاب مقدار λ م از دامنه مقادیر آtomاتان یادگیر Λ م در شروع قدم $n+1$ ، از روی روابط زیر تعیین می‌گردد:

$$P_{ik}(n+1) = \begin{cases} P_{ik}(n) + a \times (1 - P_{ik}(n)) & \text{ج = k و موفق} \\ (1-a) \times P_{ik}(n) & \text{ج ≠ k و موفق} \\ (1-b) \times P_{ik}(n) & \text{ج = k و ناموفق} \\ (b) / (m-1)) + (1-b) \times P_{ik}(n) & \text{ج ≠ k و ناموفق} \end{cases}$$

۴- مسائل مورد بررسی در این مقاله

ما از بین مسائل مختلف اراضی محدودیت، دو مساله هشت وزیر و درک تصویر با برچسبدهی والتز را برای بررسی الگوریتمهای مختلف انتخاب کرده‌ایم که در بخش‌های زیر به معرفی آنها می‌پردازیم.

۱-۴ مساله هشت وزیر

مساله هشت وزیر یکی از مسائل معروف و کلاسیک اراضی محدودیت می‌باشد. در این مساله هر سطر از صفحه شطرنج معادل یک متغیر یا وزیر در نظر گرفته می‌شود و ستونها و یا خانه‌های موجود در هر سطر مقادیر قابل انتخاب برای هر وزیر یا متغیر متناظر با آن سطر در نظر گرفته می‌شوند. هدف از حل این مساله یافتن ستونهایی در هر سطر از صفحه شطرنج برای متغیر متناظر با آن است بگونه‌ای که در صورت جایگذاری وزیرها در خانه‌های یافت شده، هیچ وزیری دیگری را تهدید نکند.

۲-۴ مساله درک تصویر با برچسبدهی والتز

مساله برچسبدهی به یالهای یک تصویر دو بعدی از یک شئ سه بعدی به روش والتز، یکی دیگر از مسائل اراضی محدودیت است. در این مساله برای اشکال دو بعدی که در هر راس آنها حداکثر سه یال هم‌دیگر را قطع نمایند^۳، برای هر یک از یالها یکی از علائم $>$ ، $-$ و $<$ انتخاب می‌گردد بطوریکه دو علامت $>$ و $<$ به معنی مرز کل یا قسمتی از جسم متناظر سه بعدی با فضای پیرامونی بوده و علامت $+$ به معنی برآمدگی و علامت $-$ به معنی فرورفتگی می‌باشد. به عنوان مثال در شکل(۱-الف) یک مکعب نمایش داده شده است که یکی از گوشه‌های آن کمی سائیده یا بریده شده است. در صورت برچسبدهی به یالهای آن، بایستی شکل(۱-ب) نتیجه شود. تحلیلهای انجام گرفته بر روی این مساله نشان می‌دهد که در صورت برچسبدهی به یالهای آن، تنها ۱۸ حالت ممکن برای رئوس با اشکال مختلف وجود خواهد داشت. بنابراین هدف از حل این مساله می‌تواند انتخاب یکی از حالات ۱۸ گانه برای تک تک رئوس باشد بگونه‌ای که یالهای مشترک بین رئوس هم‌جاور علامت مشترکی گرفته باشند [2].

۵- اعمال الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مسائل اراضی محدودیت

ما از بین مسائل مختلف اراضی محدودیت، دو مساله هشت وزیر و درک تصویر با برچسبدهی والتز بر روی تصویر نشان داده شده در شکل(۱) را برای تست الگوریتم آtomاتان یادگیر مورد استفاده قرار دادیم که در زیر به ارائه نتایج به دست آمده می‌پردازیم.

۱-۵ مساله هشت وزیر

ما ابتدا برای مساله هشت وزیر الگوریتم آتماتان یادگیر را با پارامترهای a و b با مقادیر مختلف از 0 تا 1 و با طول گامهای 2.5 . و با 15 بار اجرا در هر مورد و تعداد حداکثر تکرار 20000 قدم اعمال کردیم که نتیجه این عمل در شکل^(۲) نشان داده شده است. همانطور که در شکل^(۲) مشاهده می‌شود، بهترین نتایج از لحاظ درصد جوابهای همگرا و میانگین مناسب تعداد تکرارها وقتی به دست می‌آید که مقدار پارامتر a بزرگ بوده و مقدار پارامتر b کوچک بوده و نزدیک به صفر باشد. برای وضوح بیشتر، ما باز دیگر الگوریتم آتماتان یادگیر را بر روی مساله هشت وزیر با پارامترهای a و b با مقادیر مختلف به ترتیب از 2 . الی 1 با طول گامهای 2.05 . الی 2.05 با طول گامهای 0.05 . و با 25 بار اجرا در هر مورد و تعداد حداکثر تکرار 5000 اعمال کردیم که نتیجه این عمل در شکل^(۳) نشان داده شده است. نتایج به دست آمده در شکل^(۳) بسیار شبیه به نتایج به دست آمده در صفحه 14 از [۱] با پارامترهای مشابه است. همانطور که ملاحظه می‌شود، نتایج مناسب وقتی به دست می‌آید که a نزدیک به 1 بوده و b نزدیک به 0.2 باشد.

۲-۵ مساله درک تصویر با برچسبدهی والتز

ما برای مساله درک تصویر با برچسبدهی والتز، تصویر نشان داده شده در شکل^(۱) را انتخاب نموده و الگوریتم آتماتان یادگیر را با پارامترهای a و b با مقادیر مختلف از 0 تا 1 و با طول گامهای 2.5 . و با 15 بار اجرا در هر مورد و تعداد حداکثر تکرار 20000 قدم اعمال کردیم که نتیجه این عمل در شکل^(۴) نشان داده شده است. همانطور که در شکل^(۴) مشاهده می‌شود، به جز در حالتی که $b=0$ باشد، در بقیه حالتها با درصدهای متفاوتی الگوریتم همگرا بوده است اما درصدهای همگرایی و نیز میانگین تکرارها خیلی به هم نزدیک هستند. درصدهای بالای همگرایی در گوشۀ تحتانی سمت راست واقع شده و کمترین مقدار میانگین تکرارها در $a=1$ و $b=0.25$ قرار دارد. برای وضوح بیشتر ما سقف تعداد تکرار را به 50000 افزایش دادیم و الگوریتم آتماتان یادگیر را دوباره با همان پارامترهای بالا بر روی این مساله اعمال کردیم که نتیجه این عمل در شکل^(۵) نشان داده شده است. همانطور که در شکل^(۵) مشاهده می‌شود، به جز در حالتی که $b=0$ باشد، باز هم در بقیه حالتها با درصدهای متفاوتی الگوریتم همگرا بوده است. اما به دلیل سقف تعداد تکرارهای بالاتر نسبت به شکل^(۴)، میانگین‌ها و درصدها بالا رفته‌اند، ولی باز هم درصدهای همگرایی و نیز میانگین تعداد تکرارها خیلی به هم نزدیک هستند. توزیع درصدهای بزرگ این بار بیشتر است و درصدهای بالای 0.80 را در نقاط مختلف جدول می‌توان دید. گرچه چگالی آنها به سمت گوشۀ تحتانی سمت راست می‌باشد. علاوه کمترین مقدار میانگین تعداد تکرارها باز هم در موقعیت $a=1$ و $b=0.25$ واقع شده است.

۶- ارائه و پیاده‌سازی الگوریتمی توزیع شده

در الگوریتم آتماتان یادگیر پس از انتخاب و تشویق یا تنبیه متناظر با مقدار انتخاب شده توسط یک آتماتان، در قدم یا تکرار بعدی نیز انتخاب مقدار (احتمالاً جدید) صورت می‌گیرد. ایده‌ای که به ذهن می‌رسد این است که انتخابهایی که موفق بوده‌اند و به عبارتی مقدارهای انتخابی آتماتانهایی که با تمامی انتخابهای همسایگان خود سازگار بوده‌اند تغییر داده نشوند. بر اساس همین ایده، الگوریتم توزیع شده جدید طراحی و پیاده‌سازی گردید. ما در زیر به معرفی این الگوریتم می‌پردازیم.

این الگوریتم در هر قدم از اجرای خود دارای هفت مرحله است که ما در زیر به معرفی این مراحل خواهیم پرداخت. در ابتدای شروع این الگوریتم، دامنه مقادیر مجاز متغیرها همان دامنه تعریف شده اولیه است اما در طی اجرای الگوریتم، احتمال دارد که یک مقدار از دامنه یک متغیر برای مدتی و به دلایلی حذف شده و سپس در صورت نیاز به عقب‌گرد، دوباره به آن اضافه شود. ضمناً وضعیت تمامی متغیرها در شروع اجرای الگوریتم برابر عبارت **ناموفق** می‌باشد.

مرحله اول : انتخاب یا عقب‌گرد

در این مرحله هر متغیر دارای وضعیت **ناموفق**، یکی از مقادیر موجود در دامنه مقادیر خود را به صورت تصادفی انتخاب و آن را به همسایگان خود اطلاع می‌دهد. اما در صورتی که دامنه مقادیر آن قبل از تهی شده باشد، به یکی از

متغیرها که دارای وضعیت موفق باشد، دستور تغییر وضعیت به ناموفق و تغییر مقدار در شروع قدم بعدی صادر می‌کند.

مرحله دوم : بررسی سازگاری

در این مرحله هر متغیر دارای وضعیت ناموفق، سازگاری انتخاب خود را با انتخابهای همسایگان ناموفق خود، بررسی می‌کند. اگر با همه آنها سازگار باشد، وضعیت خود را موفق فرض می‌کند. ولی اگر با یکی از مقادیر انتخابی همسایگان ناموفق خود ناسازگار باشد، وضعیت خود را ناموفق فرض می‌کند. هر متغیر در پایان این مرحله، وضعیت نهایی خود را به همسایگان خود اطلاع می‌دهد.

مرحله سوم : آینده‌نگری

در این مرحله هر متغیر آخرین وضعیت خود و تمامی همسایگان خود را می‌داند. بنابر این با فرض اینکه متغیرهای اخیراً موفق شده، در قدم بعدی مقدار فعلی خود را تغییر نخواهد داد، مقادیر موجود در دامنه مقادیر خود را که با انتخاب فعلی این نوع از متغیرها ناسازگار باشند، معین نموده و حذف می‌نماید تا در قدم بعدی آن مقادیر را انتخاب ننماید.

مرحله چهارم : آینده‌نگری بیشتر

در این مرحله متغیرهای دارای وضعیت ناموفق، سازگاری تمامی مقادیر باقیمانده در دامنه مقادیر خود را با انتخابهای فعلی متغیرهای همسایه ناموفق خود، بررسی می‌کنند. اگر تمامی مقادیر باقیمانده در دامنه مقادیر یک متغیر دارای وضعیت ناموفق با مقدار فعلی یکی از این متغیرهای همسایه ناموفق، ناسازگار باشند، دستور حذف مقدار فعلی از دامنه مقادیر مجاز این همسایه ناموفق، به وی صادر می‌گردد.

مرحله پنجم : حذف و بررسی امکان نیاز به عقبگرد

در این مرحله متغیرهای دارای وضعیت ناموفق که از طرف یک یا چند تن از همسایگان خود دستور حذف مقدار فعلی خود را دریافت نموده باشند، مقدار فعلی خود را از دامنه مقادیر خود حذف می‌کنند و سپس تعداد مقادیر باقیمانده در دامنه مقادیر خود را بررسی می‌کنند. اگر این تعداد برابر صفر باشد، نیاز به عقبگرد وجود دارد. بنابر این به یکی از متغیرهای دارای وضعیت موفق، دستور تغییر وضعیت به ناموفق و تغییر مقدار در شروع قدم بعدی صادر می‌گردد.

مرحله ششم : حذف و عقبگرد

در این مرحله متغیرهای دارای وضعیت موفق که دستور تغییر وضعیت را (چه در مرحله اول و چه در مرحله پنجم از این قدم) دریافت کرده باشند، مقدار فعلی خود را از دامنه مقادیر خود حذف نموده و وضعیت خود را به ناموفق تغییر داده و این امر را همراه با شماره آخرین قدمی که از آن به بعد ثابت مانده بودند، به سایر متغیرها اطلاع می‌دهند.

مرحله هفتم : ترمیم

در این مرحله همه متغیرها حذفیات مقادیر از دامنه مقادیر خود که به دلیل عدم سازگاری با مقادیر قبلی متغیرهای ذکر شده در مرحله ششم حذف شده‌اند و یا در مراحل چهارم و پنجم و یا ششم از قدمهای بین آخرین قدم ثابت ماندن متغیرهای ذکر شده در مرحله ششم تا بحال حذف شده‌اند را بی اثر ساخته و این مقادیر را به دامنه خود باز می‌گردانند.

پس از انجام هفت مرحله فوق در یک قدم، تعدادی از متغیرها در وضعیت موفق باقی می‌مانند و تعدادی نیز دارای وضعیت ناموفق خواهند بود. متغیرهایی که وضعیت آنها موفق باشد، در شروع قدم بعدی انتخاب دیگری را انجام نمی‌دهند و ثابت باقی می‌مانند. اما آنایی که دارای وضعیت ناموفق باشند، در قدم بعدی انتخاب تصادفی دیگری را انجام خواهند داد.

الگوریتمهای بررسی جلو رو^(FC)، آینده نگر جزئی^(PL)، آینده نگر کامل^(FL) و آینده نگر بهبود یافته^(MFL) که به الگوریتمهای آینده نگر معروفند، الگوریتمهای سیستماتیکی هستند که در هر قدم از اجرای خود، برای یکی از متغیرها مقداری را انتخاب نموده و سپس این انتخاب را بر روی دامنه مقادیر متغیرهای مقدار دهی نشده تاثیر می‌دهند و برخی از مقادیر را از دامنه مقادیر متغیرهای مقدار دهی نشده حذف می‌کنند که به این امر، آینده نگری گفته می‌شود. اما میزان این آینده نگری در این چهار الگوریتم متفاوت می‌باشد بطوریکه در FC کمترین بوده و در MFL بیشترین می‌باشد. هر چقدر میزان آینده نگری بیشتر باشد الگوریتم در تعداد قدمهای کمتری به جواب می‌رسد [3,7].

الگوریتم توزیع شده ارائه شده در بخش قبل نیز در مراحل سوم و چهارم خود تا حدودی آینده نگری را انجام می‌دهد. بنابر این ما تصمیم گرفتیم که از لحاظ تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری، این الگوریتم را با الگوریتمهای آینده نگر مقایسه نماییم. بدین منظور متوسط تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری در ده بار اجرای این الگوریتم در طی یافتن جوابهایی برای مسائل ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ وزیر را با چهار الگوریتم آینده نگر FC، PL، MFL و FL در یافتن اولین جواب برای این مسائل، با یکدیگر مقایسه کردیم که نتیجه این عمل به ترتیب در دو شکل (۶) و (۷) نشان داده شده است. همانطور که در شکل (۶) ملاحظه می‌شود، الگوریتم توزیع شده از لحاظ تعداد متوسط قدمها در ده بار اجرا با این الگوریتمها قابل مقایسه بوده و حتی در مساله ۸ وزیر بهترین تعداد قدمها را داشته است. بعلاوه همانطور که در شکل (۷) ملاحظه می‌شود، از نظر تعداد بررسیهای سازگاری، بهبود قابل ملاحظه‌ای در الگوریتم توزیع شده نسبت به الگوریتمهای آینده نگر به دست آمده است. از طرف دیگر در [1] ادعا شده است که الگوریتم آtomاتان یادگیر از الگوریتم FC بهتر است. بنابر این ما تصمیم گرفتیم که الگوریتم آtomاتان یادگیر را از نظر تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری، با الگوریتمهای آینده نگر مورد مقایسه قرار دهیم. بدین منظور متوسط تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری در ده بار اجرای این الگوریتم در طی یافتن جوابهایی برای مسائل ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ وزیر را با چهار الگوریتم آینده نگر PL، MFL و FL در یافتن اولین جواب برای این مسائل، با یکدیگر مقایسه کردیم که نتیجه این عمل به ترتیب در دو شکل (۸) و (۹) نشان داده شده است. همانطور که در دو شکل (۸) و (۹) ملاحظه می‌شود، تعداد قدمها و تعداد بررسیهای سازگاری الگوریتم آtomاتان یادگیر به طور فاحشی از چهار الگوریتم فوق بیشتر است. البته پارامتر a برابر ۹۳. و پارامتر b برابر ۱۲. در نظر گرفته شده‌اند که با توجه به شکل (۳) مقادیر مناسبی می‌باشند.

-۸- بررسی مساله هشت وزیر برای تعیین زمان احتمالی نیاز به عقبگرد

ما مساله هشت وزیر را از این جهت که چه موقعی می‌تواند نیاز به عقبگرد در حین حل آن به وجود بیاید، مورد بررسی قرار دادیم و به نظر می‌رسد که این بررسی بایستی برای هر مساله اراضی محدودیت مورد حل دیگر نیز صورت گیرد. در این بررسی ابتدا تعداد مقادیری که یک مقدار از یک متغیر با آنها ناسازگار می‌باشد، محاسبه و تعیین شده است. در شکل (۱۰) این تعدادها برای تمامی مقادیر از دامنه مقادیر تمامی متغیرهای مساله هشت وزیر نشان داده شده‌اند.

همانطور که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود هر چقدر به سمت مرکز صفحه شطرنج نزدیکتر می‌شویم، تعداد عدم سازگاریها بیشتر می‌شود. تعداد متوسط عدم سازگاریها برای هر خانه از صفحه شطرنج فوق برابر است با مجموع کل اعداد بالا تقسیم بر ۶۴ که برابر است با $15.74 \times 64 = 1008$. بنابر این متوسط تعداد مقادیری که یک مقدار از هر وزیر از وزیران دیگر را تهدید می‌کند برابر است با $15.74 \times 7 = 2.25$ و حال $4 \approx 3.56 / 2.25 = 15.74$ تعداد وزیرانی را نشان می‌دهد که در صورتی که مقادیر موفق و سازگاری نسبت به یکدیگر انتخاب نموده باشند، احتمال دارد که حداقل یکی از وزیران ناموفق، دیگر انتخابی در دامنه مقادیر خود نداشته باشد و به عبارت دیگر نیاز به عقبگرد وجود داشته باشد.

-۹- بررسی الگوریتمهای آینده نگر در حل مساله هشت وزیر از نظر زمان نیاز به عقبگرد

ما الگوریتمهای آینده نگر FC، PL، MFL و FL را بر حسب متوسط تعداد متغیرهایی که پس از مقداردهی به آنها نیاز به عقبگرد به وجود می‌آید و نیز تعداد عقبگردها در یافتن اولین جواب مساله هشت وزیر مورد بررسی قرار دادیم. جدول

نشان داده شده در شکل(11) مقادیر به دست آمده برای هر یک از این الگوریتمها را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل(11) مشاهده می‌شود تعداد متغیرهای مقداردهی شده در هنگام عقبگرد در حالت متوسط، عدد ۴ به دست آمده در بخش قبل را تایید می‌کند. اعداد فوق نشان می‌دهند که از بالا به پائین، الگوریتمها آینده‌نگری بیشتری را انجام داده و با کاستن از انتخابهای اشتباه در آینده، تعداد عقبگردها را کاهش داده و در قدمهای کمتری نیاز به عقبگرد را تشخیص می‌دهند.

۱۰- روشهای مختلف تغییر پارامترهای الگوریتم مبتنی بر آtomاتانهای یادگیر

نتایج ارائه شده در بخش ۹ نشان می‌دهند که در حین حل مساله هشت وزیر پس از مقدار دهی موفق به ۳ الی ۴ وزیر، احتمال نیاز به عقبگرد وجود دارد، بنابر این باستی از این مرحله به بعد با احتیاط عمل شود. ما با بررسی الگوریتم آtomاتان یادگیر این ایده به ذهنمان رسید که پارامترهای تنبیه و تشویق را بر مبنای :

- مشخصات مساله و مقدار انتخاب شده برای هر متغیر

- میزان موفقیت به دست آمده

- میزان احتمال نیاز به عقبگرد

تعیین نمائیم. ما در بخشهای زیر به بررسی تاثیر سه مورد فوق در طراحی روشهای تغییر پارامترهای الگوریتم آtomاتان یادگیر می‌پردازیم.

۱۰-۱- مشخصات مساله و مقدار انتخاب شده برای هر متغیر

ما در شکل(۱۰) جدولی از عدم سازگاریها برای خانه‌های شطرنج مساله هشت وزیر نمایش دادیم. عدد نشان داده شده در سطر آم و ستون آم را C_{ij} در نظر بگیرید. اولین موضوعی که به ذهن می‌رسد این است که احتمال اولیه انتخاب مقادیر را نه به صورت مساوی بلکه بر حسب C_{ij} آن تعیین کنیم. بدین صورت که آنهایی که C_{ij} کمتری داشته باشند، احتمال اولیه آنها بیشتر باشد. اگر احتمال اولیه را $p_{ij}^{(0)}$ و M را تعداد مقادیر در دامنه مقادیر متغیر آم در نظر بگیریم، در این صورت $p_{ij}^{(0)}$ را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_{ij}(0) = \frac{1/C_{ij}}{\sum_{k=1}^M 1/C_{ik}}$$

سپس برای هر یک از خانه‌ها یا مقادیر، دو پارامتر A_{ij} و B_{ij} را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$B_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^M 1/C_{ik} - 1/C_{ij}}{\sum_{k=1}^M 1/C_{ik}} \quad \text{و} \quad A_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^M C_{ik} - C_{ij}}{\sum_{k=1}^M C_{ik}}$$

پارامترهای A_{ij} و B_{ij} خودشان پارامترهای تنبیه یا تشویق نیستند، بلکه پارامترهای تشویق و تنبیه ضریبی از به ترتیب A_{ij} و B_{ij} خواهند بود. این امر باعث می‌شود که خانه‌ها یا مقادیری که C_{ij} کوچکتری داشته باشند، بیشتر تشویق شده و کمتر تنبیه شوند و خانه‌هایی که C_{ij} بیشتری داشته باشند، کمتر تشویق شده و بیشتر تنبیه شوند.

۱۰-۲- میزان موفقیت به دست آمده

اگر پارامتر a در الگوریتم آtomاتان یادگیر را به عنوان میزان امیدواری برای رسیدن به جواب در نظر بگیریم، به نظر می‌رسد که ثابت بودن آن صحیح نباشد. بدین منظور ما سعی کردیم پارامتر a را بر حسب موفقیتها یی که در یک قدم به دست می‌آیند و نیز مشخصات مساله و مقدار انتخاب شده برای هر متغیر به صورت جداگانه تعیین نمائیم.

اگر پارامتر i برابر تعداد همسایگان (و خود) آtomاتان آم بوده و R_i برابر تعداد همسایگان موفق آtomاتان آم (و خود آtomاتان در صورت موفق بودن) باشد، پارامتر i را برابر $\frac{R_i}{S_i}$ در نظر می‌گیریم. این پارامتر میزان موفقیت آtomاتان آم و

همسایگان او را در یک قدم نشان می‌دهد. اگر پارامتر i را برابر میزان امید آتماتان λ_i برای رسیدن به جواب در نظر بگیریم، در ساده‌ترین حالت می‌توان پارامتر i را مساوی با پارامتر X_i در نظر گرفت. نمودار رابطه بین پارامترهای i و X_i در این حالت در شکل(۱۲) نشان داده شده است. حال اگر آتماتان λ_i در یک قدم، مقدار λ_i را از دامنه خود انتخاب کرده باشد و این انتخاب موفق بوده باشد، پارامتر i را می‌توان از رابطه $a_i = Y_i \times A_{ij}$ محاسبه نمود. اما اگر انتخاب مقدار λ_i برای آتماتان λ_i موفقیت آمیز نباشد و پارامتر T_i برابر با تعداد همسایگان ناسازگار با انتخاب مقدار λ_i باشد، پارامتر تنبیه b_i را می‌توان از رابطه $b_i = Y_i \times \frac{S_j}{(S_i - Y_i \times T_i)}$ محاسبه نمود. البته لازم به ذکر است که این رابطه به صورت تجربی به دست آمده است.

با در نظر گرفتن مطالب گفته شده در بخش ۱-۱۰ و مطالب فوق، الگوریتم جدید آتماتان یادگیر طراحی و پیاده‌سازی شده و با الگوریتم آتماتان اولیه با پارامترهای ثابت a و b مورد مقایسه قرار گرفت. این مقایسه بدین صورت انجام شد که با تعیین دامنه تغییرات a بین 0.1 و 1 با طول قدمهای 0.02 و 0.12 در هر قدم با 10 بار اجرای هر دو الگوریتم، نمودار مقدار متوسط تعداد تکرارهای هر دو الگوریتم در حل مساله هشت وزیر تهیه شد که این نمودار در شکل(۱۳) نشان داده شده است. علامت $\{\}$ نشان دهنده الگوریتم اولیه و علامت $\{\}$ نشان دهنده الگوریتم طراحی شده با پارامترهای متغیر است. البته تغییر پارامتر a بین 0.1 و 1 تنها مربوط به الگوریتم $\{\}$ بوده و الگوریتم $\{\}$ مقدار پارامترهایش را خودش تعیین می‌کند.

۳-۱۰ میزان احتمال نیاز به عقبگرد

همانطور که در بخش‌های ۸ و ۹ به آنها اشاره شد، در مساله هشت وزیر پس از تعیین مقدار موفق برای 3 الی 4 وزیر یا متغیر، امکان نیاز به عقبگرد وجود دارد. بنابر این بایستی در تشویق کردن محتاط بوده و از تنبیه نیز اجتناب نمود، چرا که عدم سازگاری می‌تواند به دلیل انتخاب اشتباه (گرچه سازگار) سایر متغیرها یا آتماتانها باشد. بنابراین رابطه $i = X_i = Y_i$ بین میزان موفقیت به دست آمده و میزان امیدواری برای رسیدن به جواب صحیح نمی‌باشد. اگر پارامتر H_i را برابر آستانه نیاز به عقبگرد در نظر بگیریم (که این مقدار در مساله هشت وزیر برابر 0.5 می‌باشد)، بایستی مقدار Y_i در موقعي که i بین صفر و H_i باشد افزایش یافته و موقعي که i بین 0 و 1 باشد، کاهش یابد. بدین منظور ما دو نمودار نمایش داده شده در شکل(۱۴) را به صورت تجربی بین X_i و Y_i در نظر گرفته و الگوریتمهای متناظر با این دو نمودار را به طور جداگانه با الگوریتم اولیه آتماتان یادگیر به همان صورتی که در بخش ۲-۱۰ گفته شد با یکدیگر مقایسه کردیم. نمودار مقایسه متناظر با شکل(۱۴-الف) نمودار نشان داده شده در شکل(۱۵-الف) بوده و نمودار مقایسه متناظر با نمودار شکل(۱۴-ب) نمودار نشان داده شده در شکل(۱۵-ب) می‌باشد. در شکل(۱۵-الف) علامت $\{\}$ متناظر با الگوریتم متناظر نمودار شکل(۱۴-الف) بوده و در شکل(۱۵-ب) علامت $\{\}$ متناظر با الگوریتم متناظر نمودار شکل(۱۴-ب) می‌باشد. همانطور که در این دو نمودار مشاهده می‌شود، گرچه الگوریتمهای $\{\}$ و $\{\}$ محاسبات زیادی را انجام می‌دهند و تلاش زیادی برای طراحی این الگوریتمها صرف شده است، ولی بهمود قابل ملاحظه‌ای نسبت به الگوریتم آتماتان یادگیر اولیه با پارامترهای ثابت a بزرگ و b کوچک ارائه نمی‌دهند و تقریباً با آن معادل از آب درآمدند.

۱۱- الگوریتمهای یادگیر دیگر برای حل مسائل اراضی محدودیت

در هر یک از الگوریتمهای مختلف حل مسائل اراضی محدودیت، به نوعی می‌توان یادگیری را مشاهده کرد. به عنوان مثال، هر یک از الگوریتمهای عقبگرد استاندارد^۱، بررسی عقربرو^۲ و نشانگذاری عقربرو^۳ به نوعی از تکرار اعمالی که در گذشته انجام داده‌اند اجتناب می‌کنند، خصوصاً دو الگوریتم بررسی عقربرو و نشانگذاری عقربرو، به ترتیب شکسته و پیروزیهای گذشته را به یاد می‌سپارند که این امر را می‌توان به نوعی یادگیری در نظر گرفت. با اینحال هدف از یادگیری در حل مسائل اراضی محدودیت، بیشتر یادگیری محدودیتهای جدید می‌باشد. به عنوان مثال مساله 4 وزیر را در نظر بگیرید.

در این مساله مقدار یک از وزیر اول با مقادیر یک و دو از وزیر دوم ناسازگار است. اما اگر پس از دادن مقدار یک به وزیر اول برای وزیر دوم مقدار سه انتخاب شود، برای وزیر سوم دیگر هیچ انتخابی باقی نمیماند. بنابر این میتوان فرض کرد که مقدار یک از وزیر اول با مقدار سه از وزیر دوم ناسازگار است، چیزی که در ابتدا به صورت صریح بیان نشده است.

الگوریتمهای مختلف یادگیر وضعیتهای نامناسب برای یادگیری چنین محدودیتهایی معرفی شده‌اند. محدودیتهایی که از وضعیتهای نامناسب فرا گرفته می‌شوند، می‌توانند یکتاوی، دوتایی و یا حتی چندتاوی باشند، در عین حال که خود مساله اراضی محدودیت، می‌تواند یک مساله اراضی محدودیت دودویی باشد. امکان چندتاوی بودن محدودیتهای جدید، یادگیری و حفظ و بررسی سازگاری بر طبق آنها را مشکل می‌سازد [4,5].

اگر بخواهیم الگوریتمهای یادگیر وضعیتهای نامناسب را با الگوریتم آtomاتان یادگیر از نظر چندتاوی بودن محدودیتهای فراگرفته شده مقایسه کنیم، می‌بینیم که الگوریتم آtomاتان یادگیر تنها به دنبال یادگیری محدودیتهای یکتاوی است، بدین معنی که با کاهش احتمال انتخاب یک مقدار از دامنه مقادیر یک متغیر، عملاً به سوی حذف آن از دامنه مقادیر و تعیین یک محدودیت یکتاوی جدید پیش می‌رود.

۱۲- خلاصه و نتیجه‌گیری و پیشنهادات ادامه کار

مسائل اراضی محدودیت، الگوریتمها و تکنیهای متنوعی را به چالش طلبیده‌اند که آtomاتان یادگیر یکی از آنهاست. الگوریتم آtomاتان یادگیری که در این مقاله به آن پرداختیم، اولین کاری بود که در این زمینه انجام شده بود. ما از این الگوریتم برای حل دو مساله هشت وزیر و درک تصویر با برچسبدهی والتر استفاده کردیم. با ایده‌های مطرح شده در این الگوریتم، یک الگوریتم توزیع شده برای حل مسائل اراضی محدودیت طراحی و پیاده‌سازی کردیم که انتخابهای موفق را حفظ نموده و به تصحیح انتخابهای ناموفق می‌پرداخت و در صورت لزوم به صورت کاملاً توزیع شده عقبگرد می‌نمود. سپس الگوریتم آtomاتان یادگیر و نیز الگوریتم توزیع شده را با الگوریتمهای آینده‌نگر از لحاظ تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری در رسیدن به جوابهای مسائل ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ وزیر مورد مقایسه قراردادیم و دیدیم که الگوریتم توزیع شده از لحاظ تعداد قدمهای آینده‌نگر قابل مقایسه بوده و تعداد بررسیهای سازگاری آن نسبت به الگوریتمهای آینده‌نگر بسیار کم است. ولی تعداد قدمهای اجرا و تعداد بررسیهای سازگاری الگوریتم آtomاتان یادگیر نسبت به الگوریتمهای آینده‌نگر زیاد است. سپس مساله هشت وزیر را از نظر زمان احتمالی نیاز به عقبگرد تحلیل نموده و به این نتیجه رسیدیم که در پی مقداردهی موفق به نصف وزیران، احتمال نیاز به عقبگرد وجود دارد و نتایج تجربی در رابطه با حل این مساله با الگوریتمهای آینده‌نگر این امر را تا حدودی به اثبات رساند و سپس با استفاده از همین موضوع، روشهایی برای تغییر پارامترهای تشویق و تنبیه الگوریتم آtomاتان یادگیر ابداع کردیم. ولی متأسفانه نتوانستیم به بهبود قابل ملاحظه‌ای در تعداد قدمهای اجرای این الگوریتم دست یابیم و اما چرا؟ جواب به سوال فوق مشکل است اما به نظر نگارنده جواب به این سوال را بایستی در دو امر جستجو کرد:

اول: بررسی نتایج مقایسه الگوریتم آtomاتان یادگیر و الگوریتم توزیع شده با الگوریتمهای آینده‌نگر.

دوم: اینکه الگوریتم آtomاتان یادگیر با پارامترهای ثابت، زمانی زودتر به جواب می‌رسد که مقدار a نزدیک به یک بوده و مقدار b نزدیک به صفر باشد، چیزی که در پی اعمال الگوریتم بر روی مساله هشت وزیر و درک تصویر با برچسبدهی والتر مشاهده نمودیم.

یک آtomاتان پس از دهها قدم و تنها پس از یک موفقیت، احتمال متناظر با آخرین مقدار انتخاب شده را به طور وحشتناکی افزایش می‌دهد. این ذوق زدگی چه معنایی می‌تواند داشته باشد؟ آیا عمل مصدق فراموشکاری است یا یادگیری؟ به نظر نگارنده این ذوق زدگی چیزی جز حرکت به سوی الگوریتم توزیع شده پیاده‌سازی شده نیست. بدین معنی که انتخابهای موفق بایستی حفظ شوند و تنها انتخابهای ناموفق اصلاح شوند. اما در عین انتخاب مقدار a و b . برای پارامتر a و b . تعداد قدمهای الگوریتم آtomاتان یادگیر نسبت به الگوریتم توزیع شده و الگوریتمهای

آینده‌نگر بسیار زیاد است. یعنی اینکه محیط عمل آtomاتانها هنوز طوفانی است. در حالت کلی ضعفهای الگوریتم آtomاتان یادگیر را می‌توان در سه عنوان زیر خلاصه کرد:

(الف) تحلیل ضعیف وضعیت موجود

به علت عدم وجود محیط کاملاً و واقعاً تصادفی در حل مسائل اراضی محدودیت با آtomاتانهای یادگیر و خصوصاً در مسائلی که محدودیتهای دوتایی قرینه باشند و هر یک از آtomاتانها بتوانند سازگاری با این محدودیتها را بررسی کنند، نیازی به در نظر گرفتن مدل عمل و عکس العمل در حل این نوع از مسائل نیست و آtomاتانها می‌توانند بررسیهای سازگاری را پس از گرفتن اختخابهای سایرین انجام داده و وضعیت موجود را تا حد ممکن مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند و حتی آینده‌نگری انجام داده و وضعیتهای نامناسب را تشخیص دهند. به نظر نگارنده ترکیب آینده‌نگری و یادگیری نتایج بهتری خواهد داشت.

(ب) نگهداری اطلاعات کم

در الگوریتم توزیع شده اطلاعات متنوعی از جمله آخرین قدم ثابت ماندن یک متغیر، و ناسازگاریهای کشف شده ضبط و نگهداری می‌شوند و تا زمانی که نیاز به عقب‌گرد وجود نداشته باشد همه این اطلاعات حفظ می‌شوند. اما در الگوریتم آtomاتان یادگیر، برای هر مقدار تنها یک احتمال نگه داشته می‌شود که آن هم در پی یک موفقیت به طور بی‌سابقه‌ای تغییر می‌کند.

(ج) یادگیری تنها محدودیتهای یکتاوی

چون این الگوریتم وضعیت موجود را زیاد تحلیل نمی‌کند، بنابراین وضعیتهای نامناسب را نمی‌تواند تشخیص دهد، پس توانائی یادگیری محدودیتهای چندتاوی را نخواهد داشت.

به عنوان نتیجه گیری کلی، محیط طوفانی و آtomاتانهایی خودسر که بدون نگه داشتن اطلاعات کافی و یادگیریهای زیاد و بدون تحلیل مناسب وضعیت موجود، همیشه در حال جوش و خروش و تغییر مقادیر خود هستند، برای حل مسائل اراضی محدودیت که نیاز به محیطی آرام برای اراضی محدودیتها دارند، مناسب نیستند. فعالیت در زمینه‌های زیر راهگشای مشکلات اشاره شده در بالا خواهد بود:

- ترکیب آینده‌نگری با یادگیری و تحلیل تاثیر آن از لحاظ هزینه‌ای که صرف آن خواهد شد و نتیجه‌ای که به دست خواهد آمد.
- یادگیری محدودیتهای چندتاوی و یا ترکیب یادگیری وضعیتهای نامناسب با آtomاتانهای یادگیر.

۱۳- مراجع

1 : F. Ricci. Constraint Reasoning with Learning Automata. Technical Report. Institute Per la Reccerca Scientifica. Marth 14. 1994.

2 : E. Rich, K. Knight. Artificial Intelligence. 2nd Ed. McGrawHill. 1991.

3 : R. M. Haralick, G. L. Elliot. Increasing Tree Search Efficiency for Constraint Satisfaction Problems.

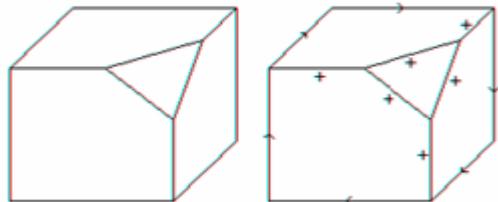
Artificial Intelligence 14 (1980). Pg 263-313.

4 : E. T. Richards, B. Richards. Nogood Learning for Constraint Satisfaction. IC Parc, Imperial College,

London. {etr,ebr}@doc.ic.ac.uk

5 : D. Frost, R. Dechter. Dead_end Driven Learning. Department of information and computer science,

University of California, Irvine, CA 92717. {dfrost,dechter}@ics.uci.edu.

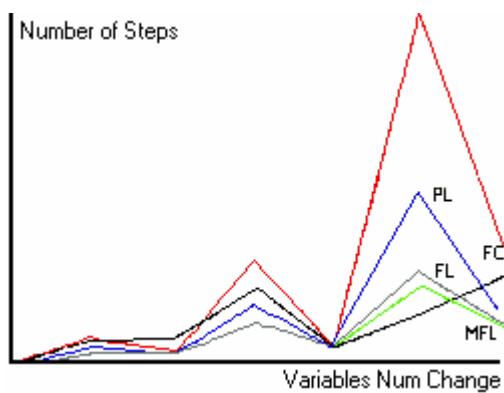


6 : بیگنی، ح، میبدی، م. حل مساله تناظر گراف توسط آtomاتانهای یادگیر. پنجمین کنفرانس بین‌المللی سالانه انجمن کامپیوتر ایران. دانشگاه شهید بهشتی. ص ۴۰۲ الی ۴۱۵.

7 : قاسمی ثانی، غ، نمازی، م. روشی برای حل مسائل برچسبدهی سازگار. پنجمین کنفرانس بین‌المللی سالانه انجمن کامپیوتر ایران. دانشگاه شهید بهشتی. ص ۲۱۶ الی ۲۲۵.

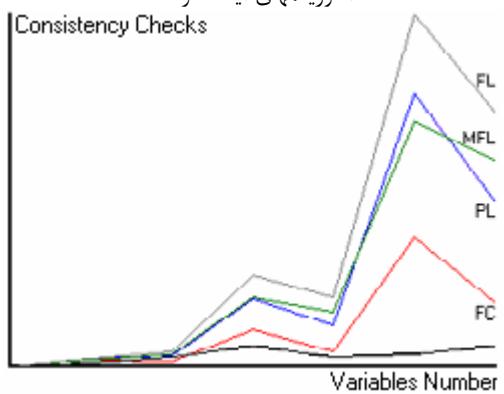
66%	60%	60%	93%	73%
-----	-----	-----	-----	-----

شکل(۵): نتایج اجرای الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مساله

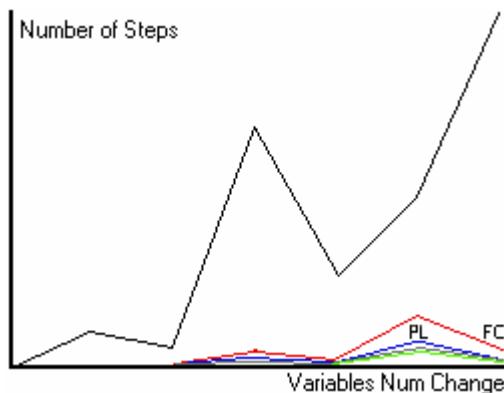


درک تصویر با ۱۵ بار اجرا در حداقل ۵۰۰۰۰ قدم.

شکل(۶) : مقایسه تعداد قدمهای الگوریتم توزیع شده با الگوریتمهای آینده‌نگر.



شکل(۷) : مقایسه تعداد برسیهای سازگاری الگوریتم توزیع شده با الگوریتمهای آینده‌نگر.



شکل(۱): مکعب گوشه بریده.

b	a	0	.25	.5	.75	1
0	15730 6%	0 0%	33 6%	0 0%	23 13%	
.25	0 0%	2471 6%	19276 6%	10769 46%	6083 86%	
.5	2014 20%	17483 13%	5591 13%	1801 13%	3981 6%	
.75	11396 13%	4 6%	0 0%	8595 6%	7983 20%	
1	5742 6%	6482 13%	0 0%	3333 6%	18600 6%	

شکل(۲): نتایج اجرای الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مساله ۸ وزیر با ۱۵ بار اجرا در حداقل ۲۰۰۰۰ قدم.

b	a	.2	.4	.6	.8	1
.05	1719 4%	1076 76%	1767 72%	1418 76%	1356 96%	
.1	2174 8%	2616 16%	1149 88%	737 100%	598 100%	
.15	2263 4%	1967 4%	3270 20%	1647 84%	1215 100%	
.2	0 0%	0 0%	3106 16%	2405 20%	1340 92%	

شکل(۳): نتایج اجرای الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مساله ۸ وزیر با ۲۵ بار اجرا در حداقل ۵۰۰۰۰ قدم.

b	a	0	.25	.5	.75	1
0	6337 6%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	
.25	4332 13%	6750 20%	1436 13%	4156 40%	2830 33%	
.5	4681 6%	5541 40%	5109 26%	5154 33%	4109 26%	
.75	7821 26%	4407 26%	4132 20%	5433 40%	6715 40%	
1	5020 13%	4790 13%	5984 13%	3704 13%	6356 46%	

شکل(۴): نتایج اجرای الگوریتم آtomاتان یادگیر بر روی مساله ۸ درک تصویر با ۱۵ بار اجرا در حداقل ۲۰۰۰۰ قدم.

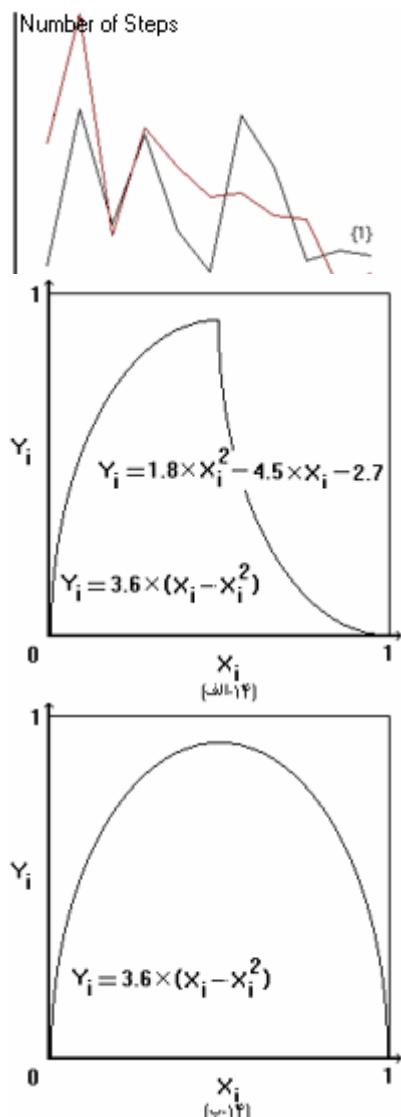
b	a	0	.25	.5	.75	1
0	19789 33%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	
.25	15309 66%	22353 66%	17875 80%	13620 60%	12438 73%	
.5	15169 53%	16917 80%	20142 73%	22550 80%	16534 73%	
.75	32557 53%	24676 40%	17764 80%	28819 86%	18029 73%	
1	16614	14550	26589	25465	20678	

شکل(۱۲) : نمودار $Y_i = X_i$

شکل(۱۳) : مقایسه الگوریتم اولیه آtomاتان یادگیر با حالت

$$Y_i = X_i$$

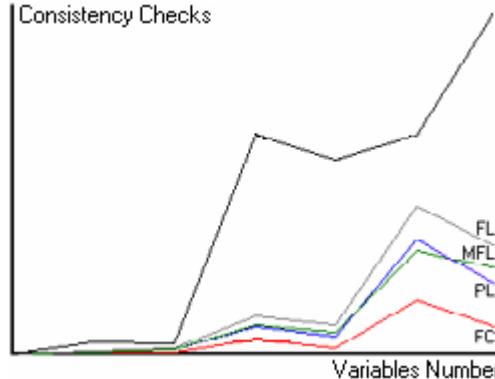
شکل(۱۴) : دو نمودار رابطه جدید بین X_i و Y_i



شکل(۱۵) : مقایسه الگوریتم آtomاتان اولیه و الگوریتمهای متناظر با نمودارهای شکل(۱۴).

شکل(۸) : مقایسه تعداد قدمهای اجرای الگوریتم آtomاتان یادگیر با الگوریتمهای آینده‌نگر.

Consistency Checks



شکل(۹) : مقایسه تعداد برسیهای سازگاری الگوریتم آtomاتان یادگیر با الگوریتمهای آینده‌نگر.

14	14	14	14	14	14	14	14	14
14	16	16	16	16	16	16	16	14
14	16	18	18	18	18	18	16	14
14	16	18	20	20	18	16	14	
14	16	18	20	20	18	16	14	
14	16	18	18	18	18	16	14	
14	16	16	16	16	16	16	14	
14	14	14	14	14	14	14	14	

شکل(۱۰) : تعداد عدم سازگاریهای تک تک خانه های صفحه شطرنج.

الگوریتم	تعداد مقداردهی شده	متوسط تعداد متغیرهای	تعداد عقبگردد
FC	5.37	35	
PL	4.58	17	
FL	3.64	14	
MFL	3.38	13	

شکل(۱۱) : زمان و تعداد عقبگردهای الگوریتمهای آینده‌نگر در یافتن اولین جواب مساله هشت وزیر.

