



حل مسأله بزرگترین برش در گراف با استفاده از اتوماتای یادگیر سلولی

محمدرضا میبیدی

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تهران ایران

mmeybodi@aut.ac.ir

مهدی عنایت‌زارع

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تهران ایران

enayatzare@aut.ac.ir

الگوریتم‌های تقریبی^۲ متعددی برای حل آن ارایه شده است. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم‌های سه‌نی^۳ و گونزالس^۴ (SG) [۳]، هوف‌میستر^۵ و لفمن^۶ (الگوریتم ترکیبی) [۴] و ژئومنس^۷ و ویلیامسون^۸ (GW) [۵] اشاره کرد. نمونه‌هایی دیگر از این الگوریتم‌ها را می‌توان در [۶]، [۷] و [۸] مشاهده نمود. علاوه بر الگوریتم‌های تقریبی، الگوریتم‌های مکاشفه‌ای و تصادفی متعددی نیز برای مسأله بزرگترین برش گزارش شده است. در این الگوریتم‌ها تلاش بر این است که با استفاده از روش‌های مکاشفه‌ای، راه‌حلی سریع و یا دقیق‌تر برای این مسأله ارایه کنند. نمونه‌ای از این الگوریتم‌ها را می‌توان در [۹]، [۱۰] و [۱۱] مشاهده کرد. در این مقاله یک الگوریتم مبتنی بر اتوماتای یادگیر سلولی^۹ برای حل مسأله بزرگترین برش در گراف پیشنهاد می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های تقریبی SG، GW، ترکیبی و نیز الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است. طبق نتایج به‌دست آمده الگوریتم پیشنهادی نتایج بهتری را در مقایسه با الگوریتم‌های فوق‌الذکر تولید می‌کند.

ادامه مقاله به این صورت سازمان‌دهی شده است. در بخش‌های ۲ تا ۴ به ترتیب به معرفی اجمالی اتوماتای سلولی^{۱۰}، اتوماتاهای یادگیر^{۱۱} و اتوماتای یادگیر سلولی می‌پردازیم. در بخش ۵ الگوریتم پیشنهادی شرح داده می‌شود و در بخش ۶ نتایج آزمایش‌ها ارایه می‌گردد. بخش نهایی مقاله نتیجه‌گیری می‌باشد.

۲- اتوماتای سلولی

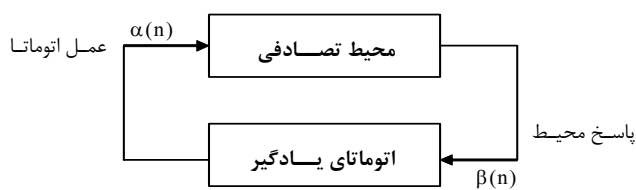
اتوماتای سلولی (CA) [۱۲] [۱۳] در اواخر دهه ۱۹۴۰ توسط ون‌نیومن^{۱۲} مطرح و پس از او توسط ریاضی‌دانی بنام اولام^{۱۳} به عنوان مدلی برای بررسی رفتار سیستم‌های پیچیده پیشنهاد شد. اتوماتای سلولی در حقیقت سیستم‌های دینامیکی گسسته‌ای هستند که رفتارشان کاملاً بر اساس ارتباط محلی استوار است. در اتوماتای سلولی، فضا بصورت یک شبکه تعریف می‌گردد که به هر خانه از آن یک سلول گفته می‌شود. زمان بصورت گسسته پیش می‌رود و قوانین آن بصورت سرتاسری است که از طریق آن در هر مرحله هر سلول، وضعیت جدید خود را با در نظر گرفتن همسایه‌های مجاور خود بدست می‌آورد. قوانین اتوماتای سلولی، نحوه تأثیر پذیرفتن سلول از سلول‌های همسایه خود را مشخص می‌کند. یک سلول را همسایه سلول دیگر گوئیم هرگاه بتواند

چکیده: مسأله بزرگترین برش در گراف دارای کاربردهای فراوانی از جمله طراحی مدارهای مجتمع متراکم و فیزیک آماری می‌باشد. بزرگترین برش در گراف عبارت است از افراز مجموعه رأس‌های گراف به دو زیرمجموعه غیرمشترب که تعداد (وزن) یال‌هایی که یک‌سر آنها در یک زیرمجموعه و سر دیگرشان در زیرمجموعه دیگر قرار گرفته است، بیشینه شود. مسأله بزرگترین برش یکی از مسایل NP-Complete می‌باشد و به‌همین دلیل الگوریتم‌های تقریبی متعددی برای حل آن ارایه شده است. در این مقاله یک الگوریتم مبتنی بر اتوماتای یادگیر سلولی برای حل این مسأله پیشنهاد می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های تقریبی سه‌نی، ژئومنس و ترکیبی و نیز الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است. طبق نتایج به‌دست آمده الگوریتم پیشنهادی نتایج بهتری را در مقایسه با الگوریتم‌های فوق‌الذکر تولید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: مسأله بزرگترین برش، الگوریتم‌های تقریبی، اتوماتای یادگیر سلولی.

۱- مقدمه

بزرگترین برش^۱ گراف که دارای کاربردهای متعددی از جمله طراحی مدارهای مجتمع متراکم و فیزیک آماری می‌باشد [۱] عبارت است از افراز رأس‌های گراف به دو قسمت به‌گونه‌ای که تعداد (وزن) یال‌هایی که یک‌سر آنها در هر کدام از این قسمت‌ها قرار گرفته است، بیشینه شود. بطور رسمی، در یک گراف ساده G با مجموعه‌ی رأس‌های V ، مجموعه‌ی یال‌های E و وزن‌های نامنفی w_{ij} روی یال‌های $\{i, j\} \in E$ ، مسأله بزرگترین برش عبارت است از یافتن مجموعه‌های S_1 و S_2 از رأس‌ها به‌قسمی که اولاً $V = S_1 \cup S_2$ ، ثانیاً $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ و ثالثاً وزن برش (S_1, S_2) بیشینه شود. منظور از وزن برش (S_1, S_2) وزن یال‌هایی است که یک سرشان در S_1 و سر دیگرشان در S_2 قرار دارد. برای سادگی معمولاً فرض می‌کنند برای هر $\{i, j\} \in E$ ، $w_{ij}=1$. مسأله بزرگترین برش یکی از مسایل NP-Complete می‌باشد [۲] و به‌همین دلیل الگوریتم با پیچیدگی چندجمله‌ای برای آن وجود ندارد. با توجه به این‌که در بسیاری از کاربردها یافتن یک راه حل نزدیک به بهینه نیز می‌تواند مفید باشد،



شکل ۱- ارتباط بین محیط و اتوماتای یادگیر

محیط را می‌توان توسط سه‌تایی $E = (\alpha, \beta, c)$ نشان داد که در آن $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ مجموعه ورودی‌ها، $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$ مجموعه خروجی‌ها و $c = \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$ مجموعه احتمال‌های جریمه می‌باشد. هرگاه β مجموعه دو عضوی باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی $\beta_1 = 1$ به عنوان جریمه و $\beta_2 = 0$ به عنوان پاداش در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q ، $\beta(n)$ می‌تواند به طور گسسته یک مقدار از مقادیر محدود در فاصله $[0, 1]$ و در محیط از نوع S ، $\beta(n)$ متغیر تصادفی در فاصله $[0, 1]$ است. c_i احتمال این است که عمل α_i نتیجه نامطلوب داشته باشد. در محیط ایستا مقادیر c_i بدون تغییر می‌مانند، حال آنکه در محیط غیرایستا این مقادیر در طی زمان تغییر می‌کنند.

اتوماتای یادگیر با ساختار ثابت توسط پنج‌تایی $(\alpha, \beta, F, G, \phi)$ نشان داده می‌شود که در آن $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ مجموعه عمل‌های اتوماتا، $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$ مجموعه ورودی‌های اتوماتا، $\phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_s\}$ مجموعه وضعیت‌های داخلی اتوماتا، تابع تولید وضعیت جدید اتوماتا و $G: \phi \rightarrow \alpha$ تابع خروجی می‌باشد که وضعیت کنونی اتوماتا را به خروجی بعدی می‌نگارد.

اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر را می‌توان توسط چهارتایی (α, β, p, T) نشان داد که $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ مجموعه عمل‌های اتوماتا، $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$ مجموعه ورودی‌های اتوماتا، $p = \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$ بردار احتمال انتخاب هریک از عمل‌ها و $p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$ الگوریتم یادگیری می‌باشد. الگوریتم زیریک نمونه از الگوریتم‌های یادگیری خطی است. فرض کنید عمل α_i در مرحله n ام انتخاب شود.

- پاسخ مطلوب

$$p_i(n+1) = p_i + a[1 - p_i(n)]$$

$$p_j(n+1) = (1-a)p_j(n) \quad \forall j \neq i$$

- پاسخ نامطلوب

$$p_i(n+1) = (1-b)p_i(n)$$

$$p_j(n+1) = (b/r - 1) + (1-b)p_j(n) \quad \forall j \neq i$$

آن را در یک مرحله و بر اساس قانون حاکم تحت تأثیر قرار دهد. در بدست آوردن وضعیت کنونی سلول علاوه بر وضعیت قبلی سلول‌های همسایه، می‌توان وضعیت قبلی خود سلول را نیز دخالت داد.

تعریف ۱: اتوماتای سلولی d بعدی یک چندتایی $CA = (Z^d, \phi, N, F)$ است به‌طوری‌که:

- Z^d یک شبکه از d تایی‌های مرتب از اعداد صحیح می‌باشد. این شبکه می‌تواند یک شبکه متناهی، نیمه متناهی یا نامتناهی باشد.

- $\phi = \{1, \dots, m\}$ یک مجموعه متناهی از حالت‌ها می‌باشد.

- $N = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m\}$ ، $\bar{x}_i \in Z^d$ ، یک زیر مجموعه متناهی از Z^d می‌باشد که بردار همسایگی خوانده می‌شود. بردار همسایگی، موقعیت نسبی همسایگان را برای هر سلول u در شبکه سلولی به صورت زیر مشخص می‌کند:

$$N(u) = \{u + \bar{x}_i \mid i = 1, \dots, m\}$$

تابع $N(u)$ دو شرط زیر را ارضا می‌کند:

$$\forall u \in Z^d \Rightarrow u \in N(u)$$

$$\forall u, v \in Z^d \Rightarrow u \in N(v) \wedge v \in N(u)$$

- $F: \phi^m \rightarrow \phi$ قانون محلی CA می‌باشد

در مدل‌سازی سیستم‌های فیزیکی و بیولوژیکی، گاهی لازم است که قوانین را بصورت احتمالی در نظر بگیریم. رفتار احتمالی را می‌توان به عنوان نویز در سیستم تعبیر نمود. یکی از اشکالات اتوماتای سلولی، تعیین فرم قطعی قوانین مورد نیاز برای یک کاربرد خاص است. راه‌حل‌های متفاوتی در برخورد با این مشکلات به نظر می‌رسد. یکی از این راه‌حل‌ها احتمالاتی کردن قوانین می‌باشد. به این ترتیب که تمام قانون‌های امکان‌پذیر را در نظر بگیریم و برای فعال شدن آنها احتمالی در نظر بگیریم. اما مشکلی که باز گریبان‌گیر ما خواهد شد آن است که شناسایی همین احتمال‌ها در سیستم‌های ناشناخته عملی نمی‌باشد. پس باید به سمتی حرکت کنیم که به نحوی خود ابزار با گذشت زمان بتواند قوانین مناسب را استخراج کند.

۳- اتوماتای یادگیر

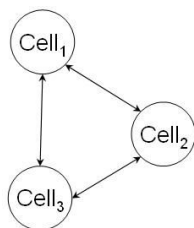
اتوماتای یادگیر [۱۴]، ماشینی است که می‌تواند تعدادی متناهی عمل را انجام دهد. هر عمل انتخاب شده توسط یک محیط احتمالی ارزیابی می‌شود و نتیجه ارزیابی در قالب پاسخی مثبت یا منفی به اتوماتا داده می‌شود و اتوماتا از این پاسخ در انتخاب عمل بعدی تأثیر می‌گیرد. هدف نهایی این است که اتوماتا یاد بگیرد تا از بین اعمال خود بهترین عمل را انتخاب کند. بهترین عمل، عملی است که احتمال دریافت پاداش از محیط را به حداکثر برساند. کارکرد اتوماتای یادگیر در تعامل با محیط، در شکل ۱ مشاهده می‌شود.

عمل بهنگام‌سازی ساختار اتوماتاهای موجود در اتوماتای یادگیر سلولی توسط الگوریتم یادگیری انجام می‌شود.

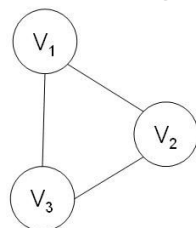
اتوماتای یادگیر سلولی را یکنواخت می‌گوییم، اگر برای تمام سلول‌ها، تابع همسایگی، قانون محلی و اتوماتاهای یادگیر یکسان باشند در غیر این صورت اتوماتای یادگیر سلولی غیریکنواخت نامیده می‌باشد. نوع دیگر اتوماتای یادگیر سلولی، اتوماتای یادگیر سلولی باز^{۱۴} (OCLA) می‌باشد [۱۸]. در OCLA علاوه بر محیط محلی^{۱۵} یک محیط سراسری^{۱۶} نیز برای آن در نظر گرفته شده است [۱۸] [۱۹]. در OCLA دادن جریمه و یا پاداش به عمل انتخاب شده توسط یک سلول علاوه بر اعمال انتخابی توسط همسایگانش به پاسخ محیط سراسری نیز بستگی دارد. در [۱۹] اثبات شده است این مدل همانند CLA بسته [۱۶] [۱۷]، برای قوانین جابجایی‌پذیر، می‌تواند به نقاط بهینه محلی همگرا شود. در صورتی که اتصالات بین اتوماتاهای یادگیر منظم (مانند آرایه یک بعدی و یا آرایه دو بعدی) نباشد به آن اتوماتای یادگیر سلولی نامنظم^{۱۷} [۲۰] گفته می‌شود. اگر برورسانی سلول‌ها به صورت همگام برای تمامی سلول‌ها صورت بگیرد، اتوماتای یادگیر سلولی همگام^{۱۸} و در غیر این صورت ناهمگام^{۱۹} [۲۱] [۲۲] نامیده می‌شود. برای بعضی از کاربردهای اتوماتای یادگیر سلولی می‌توان به [۲۴-۱۶] مراجعه نمود.

۵- الگوریتم پیشنهادی

در این بخش یک الگوریتم تقریبی مبتنی بر اتوماتای یادگیر سلولی برای حل مسأله بزرگترین برش در گراف پیشنهاد می‌گردد. برای این الگوریتم در ابتدا یک اتوماتای یادگیر سلولی غیریکنواخت همگام نامنظم متناظر با گراف مسأله ایجاد می‌شود. بطور مثال برای گراف شکل ۲-الف اتوماتای یادگیر سلولی نامنظم شکل ۲-ب ایجاد می‌شود. هر یک از اتوماتاهای یادگیر در اتوماتای یادگیر سلولی دارای دو عمل "عضو شدن در مجموعه S_1 " و "عضو شدن در مجموعه S_2 " می‌باشند. شماره هر سلول در اتوماتای یادگیر سلولی شماره رأس متناظر با آن سلول در گراف مسأله می‌باشد (از ۱ تا n). اتوماتای یادگیر در هر سلول از نوع L_{RP} با ضریب پاداش و جریمه ۰.۰۱ می‌باشد. در ابتدا احتمال انتخاب اعمال هر یک از اتوماتاهای یادگیر مساوی و برابر ۱/۲ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲-ب- اتوماتای یادگیر سلولی متناظر با شکل ۲-الف



شکل ۲-الف- یک گراف بدون جهت بدون وزن

در روابط بالا، a پارامتر پاداش و b پارامتر جریمه می‌باشند. با توجه به مقادیر a و b سه حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت. زمانی که a و b با هم برابر باشند، الگوریتم را L_{RP} می‌نامیم، زمانی که b از a خیلی کوچکتر باشد، الگوریتم را L_{REP} می‌نامیم. و زمانی که b مساوی صفر باشد الگوریتم را L_{RI} می‌نامیم [۱۵].

۴- اتوماتای یادگیر سلولی

بسیاری از مسائل را نمی‌توان با استفاده از یک اتوماتای یادگیر تنها حل کرد، بلکه قدرت اصلی اتوماتای یادگیر زمانی آشکار می‌شود که آنها به صورت دسته‌جمعی به کار روند. با توجه به این مسأله و ضعف‌های عنوان شده برای اتوماتای سلولی، با ترکیب این دو مدل، مدل جدیدی با نام اتوماتای یادگیر سلولی ایجاد گردید [۱۶]. در زیر تعریف فرمال اتوماتای یادگیر سلولی ارائه شده است [۱۷].

تعریف ۲: اتوماتای یادگیر سلولی d بعدی یک چندتایی $CLA = (Z^d, \phi, A, N, F)$ است به‌طوری‌که:

– Z^d یک شبکه از d تایی‌های مرتب از اعداد صحیح می‌باشد. این شبکه می‌تواند یک شبکه متناهی، نیمه متناهی یا نامتناهی باشد.

– ϕ یک مجموعه متناهی از حالت‌ها می‌باشد.

– A ، یک مجموعه از اتوماتاهای یادگیر است که هر یک از آنها به یک سلول از اتوماتای سلولی نسبت داده می‌شود.

– $N = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m\}$ یک زیرمجموعه متناهی از Z^d می‌باشد که بردار همسایگی نامیده می‌شود.

– $\underline{\beta} : \underline{\phi}^m \rightarrow \underline{\beta}$ قانون محلی اتوماتای یادگیر سلولی می‌باشد به‌طوری‌که $\underline{\beta}$ مجموعه مقادیری است که می‌تواند به عنوان سیگنال تقویتی پذیرفته شود.

عملکرد اتوماتای یادگیر سلولی را می‌توان به شرح زیر بیان کرد. در هر لحظه هر اتوماتای یادگیر در اتوماتای یادگیر سلولی یک عمل از مجموعه اعمال خود را انتخاب می‌کند. این عمل می‌تواند بر اساس مشاهدات قبلی و یا به صورت تصادفی انتخاب شود. عمل انتخاب شده با توجه به اعمال انتخاب شده توسط سلول‌های همسایه و قانون حاکم بر اتوماتای یادگیر سلولی پاداش داده و یا جریمه می‌شود. با توجه به اینکه عمل انتخاب شده پاداش گرفته و یا جریمه شده است، اتوماتا رفتار خود را تصحیح کرده و ساختار داخلی اتوماتا بهنگام می‌گردد. معمولاً عمل برورسانی تمام اتوماتاها به صورت همزمان انجام می‌شود. بعد از برورسانی، هر اتوماتا در اتوماتای یادگیر سلولی دوباره یک عمل از مجموعه اعمال خود را انتخاب کرده و انجام می‌دهد. فرآیند انتخاب عمل و دادن پاداش و یا جریمه تا زمانی که سیستم به حالت پایدار برسد و یا یک معیار از قبل تعریف شده‌ای برقرار شود، ادامه می‌یابد.

✓ اگر درجه آن سلول از درجه تمام سلول‌های همسایه مذکورش بیشتر باشد آنگاه عمل انتخابی پاداش می‌گیرد و در غیر این صورت جریمه می‌شود.

- در غیر این صورت (وقتی که عمل سلول با عمل هیچ‌کدام از همسایگانش برابر نباشد و یا عمل سلول با عمل بعضی از همسایگانش برابر باشد و هیچ‌کدام از آن همسایه‌ها عمل خود را تغییر نداده باشند) آنگاه عمل انتخابی پاداش می‌گیرد.
- شبه کد این الگوریتم در شکل ۳ نشان داده شده است.

۶- نتایج آزمایشات

گراف‌های مورد بررسی گراف‌های موجود در مجموعه استاندارد DIMACS [۲۵] با تعداد ۱۰، ۲۵، ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ گره می‌باشند که یال‌های آنها به صورت تصادفی و با احتمال ۰،۵ انتخاب شده‌اند. نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی با نتایج الگوریتم‌های سه‌نی و گونزالس (SG) [۳]، ژئومنس و ویلیامسون (GW) [۵]، الگوریتم ترکیبی (Combinatorial) [۴] و ژنتیک (Genetic) [۱۱] مقایسه شده است. معیارهای مقایسه اندازه برش به دست آمده و زمان اجرا بر حسب ثانیه می‌باشد. برای اجرای الگوریتم‌ها یک کامپیوتر شخصی با پردازنده اینتل P4 2.4GHz و با ۵۱۲ مگابایت حافظه اصلی مورد استفاده قرار گرفته است. هر یک از نتایج که در جدول ۱ و ۲ و نمودارهای ۴ و ۵ گزارش شده است، متوسط ۵۰ بار اجرا می‌باشد.

همان‌گونه که نمودارها نشان می‌دهند، الگوریتم پیشنهادی از نظر اندازه برش حاصل از تمام الگوریتم‌های مورد بحث بهتر عمل می‌کند ولی زمان اجرای آن در مقایسه با الگوریتم‌های ترکیبی، سه‌نی و ژنتیک بیشتر است. نکته قابل توجه در مورد الگوریتم پیشنهادی این است که با وجود این که این الگوریتم نتایج بهتری نسبت به الگوریتم ژئومنس از نظر اندازه برش تولید می‌کند، زمان اجرای آن نیز در مقایسه با این الگوریتم بهتر می‌باشد.

در اتوماتای یادگیر سلولی که برای حل این مسأله در نظر گرفته شده است دادن پاداش یا جریمه به عمل انتخابی توسط یک سلول، علاوه بر اعمال انتخاب شده توسط سلول و همسایگانش، به اعمال انتخاب شده در مرحله قبل توسط سلول و همسایگانش نیز بستگی دارد. در اولین مرحله از الگوریتم اتوماتای یادگیر هر سلول از بین اعمال "عضو شدن در مجموعه D_1 " و یا "عضو شدن در مجموعه D_2 " یکی را انتخاب می‌کند. عمل انتخابی یک سلول در این مرحله به عنوان عمل قبلی این سلول برای مرحله بعد محسوب می‌شود. در ادامه الگوریتم، در هر مرحله هر سلول از اتوماتای یادگیر سلولی یکی از اعمال خود را انتخاب می‌کند و سپس عمل انتخاب شده توسط سلول طبق قانونی که در ادامه توضیح داده می‌شود پاداش گرفته و یا جریمه می‌شود و این مراحل آنقدر ادامه می‌یابد تا در یک مرحله هیچ سلولی جریمه نشود. در پایان این مرحله اندازه برش حاصل به این صورت بدست می‌آید. ابتدا برای هر سلول تعداد سلول‌های همسایه‌ای که عمل انتخابی‌شان متفاوت با عمل آن سلول می‌باشد تعیین می‌گردد. نصف مجموع تعداد این گونه همسایه‌ها برای تمام سلول‌ها، اندازه برش می‌باشد.

هر سلول برای دادن پاداش و یا جریمه به صورت زیر عمل می‌کند (قانون حاکم بر اتوماتای یادگیر سلولی):

■ اگر عمل سلول با عمل قبلی آن متفاوت باشد آنگاه:

- اگر عمل سلول با اعمال قبلی بعضی از همسایگانش متفاوت باشد و عمل حداقل یکی از این همسایه‌ها با عمل قبلی‌اش یکسان باشد، آنگاه عمل انتخابی پاداش دریافت می‌کند.
- اگر عمل سلول با اعمال قبلی بعضی از همسایگانش متفاوت باشد ولی هیچ‌کدام از آن همسایه‌ها عمل خود را تغییر نداده باشند آنگاه:

✓ اگر درجه سلول از درجه تمام سلول‌های همسایه مذکورش بیشتر باشد، عمل انتخابی پاداش می‌گیرد و در غیر این صورت جریمه می‌شود.

- اگر عمل سلول با اعمال قبلی تمام همسایگانش یکسان باشد، آنگاه

✓ اگر تعداد همسایگانی از آن سلول که عمل خود را تغییر داده‌اند بیشتر از همسایگانی باشد که عمل خود را تغییر نداده‌اند، عمل انتخابی پاداش می‌گیرد و در غیر این صورت جریمه می‌شود.

■ اگر عمل سلول همان عمل قبلی آن باشد، آنگاه:

- اگر عمل سلول با اعمال بعضی از همسایگانش برابر باشد و عمل حداقل یکی از این همسایه‌ها با عمل قبلی‌اش متفاوت باشد، آنگاه:

Algorithm CLA-Max-Cut

Input: Graph $G(V,E)$

Output: the size of the Max-Cut

Begin

Construct an irregular CLA for input graph

Repeat

For all cells do in parallel

Select an action

If (the cell's action is not equal to the cell's old action)

If (the cell's action is equal to the old action of some of its neighboring cells)

If (there exists at least one neighbor that has not change its action)

Reward the cell's action

Else

If (the cell's degree is greater than the degree of all its neighboring cells)

Reward the cell's action

Else

Penalize the cell's action

End if

End if

Else *//the cell's action is not equal to the old action of any of its neighboring cell*

If (the number of neighbors that have changed their actions is greater than those that
have not changed their actions)

Reward the cell's action

Else

Penalize the cell's action

End if

End if

Else *//the cell's action is equal to the cell's old action*

If (the cell's action is equal to the action of some of neighboring cells)

If (there exists at least one neighbor that has changed its action)

If (the cell's degree is greater than the degree of all neighboring cells)

Reward the cell's action

Else

Penalize the cell's action

End if

Else *//there does not exist any neighbor that has changed its action*

Reward the cell's action

End if

Else *//the cell's action is not equal to the actions of all neighboring cells*

Reward the cell's action

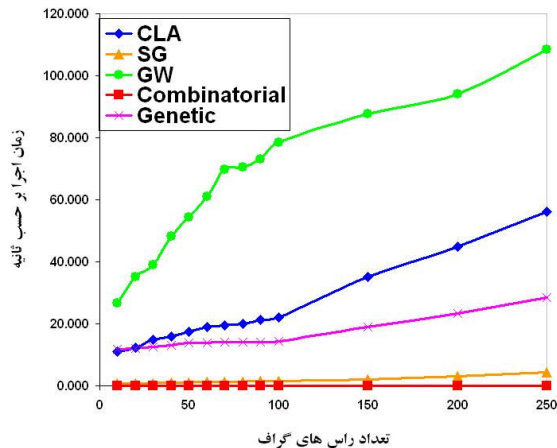
End if

End if

Until Reward the action of all cells

Return the size of the Max Cut

End



شکل ۵- مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های سه‌نی، ژئومنس، ترکیبی و ژنتیک بر اساس زمان اجرا بر حسب ثانیه

جدول ۱- اندازه برش به‌دست آمده برای الگوریتم‌های مختلف برای گراف‌هایی با تعداد راس‌های مختلف

| الگوریتم | اندازه برش | SG | GW | ترکیبی | ژنتیک | CLA |
|----------|---------------|------|------|--------|-------|--------------|
| | | | | | | تعداد راس‌ها |
| ۱۰ | ۳۳ | ۱۴ | ۲۸ | ۲۲ | ۱۹ | ۲۵ |
| ۲۵ | ۱۰۹ | ۷۷ | ۹۵ | ۸۵ | ۸۴ | ۹۷ |
| ۵۰ | ۴۷۰ | ۳۰۸ | ۴۱۱ | ۳۸۴ | ۳۴۴ | ۴۲۰ |
| ۱۰۰ | ۱۸۲۳ | ۱۰۰۸ | ۱۵۹۵ | ۱۳۹۰ | ۱۱۸۵ | ۱۶۰۴ |
| ۱۵۰ | ۲۴۴۹ | ۱۵۸۶ | ۲۱۴۲ | ۱۹۵۶ | ۱۹۰۲ | ۲۲۰۴ |
| ۲۰۰ | ۳۱۴۰ | ۱۹۹۷ | ۲۷۴۷ | ۲۶۹۰ | ۲۵۴۰ | ۲۸۶۶ |
| ۲۵۰ | ۵۰۲۳ | ۳۴۴۰ | ۴۳۹۵ | ۴۰۷۸ | ۳۹۹۲ | ۴۵۰۱ |

جدول ۲- زمان اجرا بر حسب ثانیه برای الگوریتم‌های مختلف برای گراف‌هایی با تعداد راس‌های مختلف

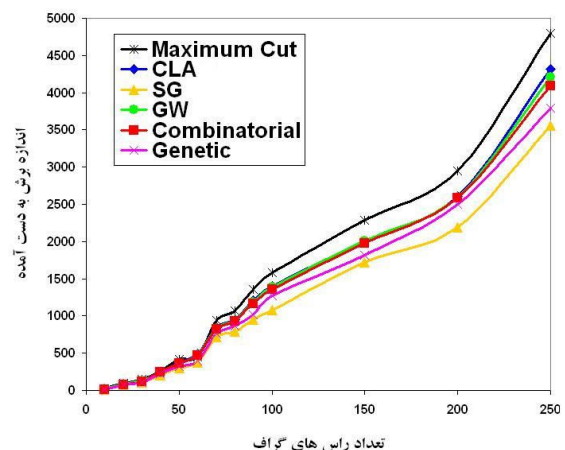
| الگوریتم | تعداد راس‌ها | SG | GW | ترکیبی | ژنتیک | CLA |
|----------|--------------|---------|-------|--------|--------|-----|
| | | | | | | |
| ۵۰ | ۱۰۲۳ | ۵۴.۲۴۴ | ۰.۰۱۱ | ۱۳.۸۰۵ | ۱۷.۴۲۳ | |
| ۱۰۰ | ۱۰۶۴۸ | ۷۸.۳۶۲ | ۰.۰۱۳ | ۱۴.۲۶۸ | ۲۲.۰۹۸ | |
| ۱۵۰ | ۲.۱۳۴ | ۸۷.۷۶۷ | ۰.۰۲۸ | ۱۸.۹۰۸ | ۳۵.۱۸۴ | |
| ۲۰۰ | ۳.۰۹۸ | ۹۴.۰۲۳ | ۰.۰۵۵ | ۲۳.۲۵ | ۴۴.۸۲۵ | |
| ۲۵۰ | ۴.۲۴۴ | ۱۰۸.۵۸۷ | ۰.۰۸۹ | ۲۸.۴۵ | ۵۶.۰۹۴ | |

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از اتوماتای یادگیر سلولی نامنظم یک الگوریتم برای حل مساله بزرگترین برش گراف پیشنهاد گردید. الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های تقریبی سه‌نی و ژئومنس و نیز الگوریتم‌های ترکیبی و ژنتیک مقایسه شده است. طبق نتایج به‌دست آمده الگوریتم پیشنهادی نتایج بهتری را نسبت به الگوریتم‌های فوق‌الذکر تولید می‌کند.

۸- مراجع

- [1] F. Barahona, M. Grotschel, M. Junger and G. Reinelt, "An Application of Combinatorial Optimization to Statistical Physics and Circuit Layout Design", Oper. Res., Vol. 36, pp. 493-513, 1988.
- [2] R. Karp, 'Reducibility among combinatorial problems', Complexity of computer computations, pp. 85-104, 1972.
- [3] S. Sahni and T. Gonzalez, "P-Complete Approximation Problems", Journal of ACM, Vol. 23, No. 3, pp. 555-565, 1976.
- [4] T. Hofmeister and H. Lefmann, "A Combinatorial Design Approach to MAXCUT," Proceedings of the 13th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science, pp. 441-452, 1996.
- [5] M. X. Goemans and D. P. Williamson, "Improved Approximation Algorithms for Maximum Cut and Satisfiability Problems Using Semidefinite Programming", Journal of ACM, Vol. 42, No. 6, pp. 1115-1145, 1995.
- [6] P. M. Vitanyi, "How Well Can a Graph be n-Colored?", Disc. Math. Vol. 34, pp. 69-80, 1981.
- [7] S. Poljak and D. Turzik, "A Polynomial Algorithm for Constructing a Large Bipartite Subgraph With an Application to a Satisfiability Problem", Can. J. Math, Vol. 34, pp. 519-524, 1982.
- [8] D. J. Haglin and S. M. Venkatesan, "Approximation and Intractability Results for the Maximum Cut Problem and its Variants", IEEE Trans. Comput., Vol. 40, pp. 110-113, 1991.



شکل ۴- مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های سه‌نی، ژئومنس، ترکیبی و ژنتیک بر اساس اندازه برش به‌دست آمده

- [18] H. Beigy and M. R. Meybodi, "Open Synchronous Cellular Learning Automata", Advances in Complex Systems, 2007, to appear.
- [19] H. Beigy and M. R. Meybodi, "Open Synchronous Cellular Learning Automata", Proceedings of the 8th world Multi-conference on Systemic, Cybernetics and Informatics (SCI2004), pp. 9-15, Orlando, Florida, USA, 2004.
- [20] M. Asnaashari and M. R. Meybodi, "Irregular Cellular Learning Automata and Its Application to Clustering in Sensor Networks", Proceedings of 15th Conference on Electrical Engineering (15th ICEE), Volume on Communication, Telecommunication Research Center, Tehran, Iran, May 15-17, 2007.
- [21] H. Beigy and M. R. Meybodi "Asynchronous Cellular Learning Automata", Proceedings of 10th Annual CSI Computer Conference Iran, Telecommunication Research Center, Tehran, Iran, pp. 271-280, 2005.
- [22] H. Beigy and M. R. Meybodi, "Asynchronous Cellular Learning Automata", Automatica, Journal of International Federation of Automatic Control, 2007, to appear.
- [23] M. R. Meybodi and M. R. Kharazmi, "Cellular Learning Automata and Its Application to Image Processing", Journal of Amirkabir, Vol. 14, No. 56A, pp. 1101-1126, 2004.
- [24] M. R. Meybodi and F. Mehdipour, "Application of Cellular Learning Automata with Input to VLSI Placement", Journal of Modarres, University of Tarbit Modarres, Vol. 16, pp. 81-95, 2004.
- [25] <http://dimacs.rutgers.edu/Challenges/Seventh/Instances>
- [9] P. Festa, P. M. Pardalos, M. G. C. Resende and C. C. Ribeiro, "Randomized Heuristics for the MAX-CUT Problem", Optimization Methods and Software, Vol. 17, No. 6, pp. 1033-1058, 2002
- [10] O. Dolezal, T. Hofmeister and H. Lefmann., "A Comparison of Approximation Algorithms for the Maxcut-Problem", Manuscript, Universitat Dortmund, Lehrstuhl Informatik 2, Dortmund, Germany. 1999.
- [11] A. Khurti, Th. Bäck and J. Heitkötter, "An Evolutionary Approach to Combinatorial Optimization Problems", Proceeding of 22nd Annual ACM Computer Science Conference, Ed. D. Sizmar, pp. 66-73, ACM Press, New York, 1994.
- [12] S. Wolfram, "Cellular Automata", Los Alamos Science, Vol. 9, pp. 2-21, fall 1983.
- [13] S. Wolfram, "Universality and complexity in cellular automata", Physica D, No. 10, pp. 1-35, Jan. 1984.
- [14] K. S. Narendra and M.A.L. Thathacha, "Learning Automata: An Introduction", Prentice Hall, 1989.
- [15] M. A. L. Thathachar and P. S. Sastry, "Varieties of Learning Automata: An Overview", IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 32, No. 6, pp. 711-722, 2002.
- [16] M. R. Meybodi, H. Beigy and M. Taherkhani; "Cellular Learning Automata and Its Applications", Journal of Science and Technology, University of Sharif, No. 25, pp.54-77, Autumn/Winter 2003-2004.
- [17] H. Beigy and M. R. Meybodi., "A Mathematical Framework for Cellular Learning Automata", Advanced in Complex Systems, Vol. 7, No. 3&4, pp. 294-319, 2004.

¹ Maximum Cut

² Approximation

³ Sahni

⁴ Gonzalez

⁵ Hofmeister

⁶ Lefmann

⁷ Geomans

⁸ Williamson

⁹ Cellular Learning Automata (CLA)

¹⁰ Cellular Automata (CA)

¹¹ Learning Automata (LA)

¹² Von Neumann

¹³ Ulam

¹⁴ Open Cellular Learning Automata

¹⁵ Local Environment

¹⁶ Global Environment

¹⁷ Irregular Cellular Learning Automata

¹⁸ Synchronous Cellular Learning Automata

¹⁹ Asynchronous Cellular Learning Automata