

# اتوماتاهای یادگیر، راه حلی بازی های غیر قطعی بامجموع کلی

بهروز معصومی<sup>۱</sup>، محمدرضا میبدی<sup>۲</sup>، بنا جعفرپور<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران و مرکز تحقیقات MRL دانشگاه آزاد اسلامی قزوین

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

Email: bmasoumi@Qazviniau.ac.ir, mmeybodi@aut.ac.ir, jafarpour@cic.aut.ac.ir

چکیده- بازی های غیر قطعی (اتفاقی) برای مدل سازی سیستمهای چند عامله بسیار مورد استفاده قرار گرفته اند. این بازیها توسعه ای از فرآیندهای تصادفی مارکوف با چندین عامل و بازی های ماتریسی با چندین حالت هستند. هدف هر عامل پیدا کردن سیاست بهینه ای است بطوریکه امید ریاضی مجموع کاهش یافته پاداشها را بیشینه نماید. در این مقاله یک مدل یادگیری تقویتی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل بازی های اتفاقی با مجموع کلی برای یافتن خطمشی بهینه پیشنهاد شده است. بازی هر حالت در محیط یک اتوماتا قرار داده شده بطوریکه تعداد اعمال هر اتوماتا با توجه به همسایگانش تعیین می گردد. هر اتوماتا مسؤول انتخاب حالت بعدی محیط است. آزمایشها انجام گرفته نشان داده اند که الگوریتم ارائه شده از هر دو جنبه هزینه و سرعت رسیدن به راه حل بهینه برخوردار است.

کلید واژه- سیستمهای چند عامله، اتوماتاهای یادگیر، یادگیری تقویتی چند عامله، بازی های اتفاقی

بازی های غیر قطعی (اتفاقی<sup>۴</sup>) به عنوان توسعه ای از فرآیندهای تصادفی مارکوف با چندین عامل در سیستمهای چند عامله بسیار حائز اهمیت بوده و به عنوان چارچوبی مناسب در تحقیقات یادگیری های چند عامله به ویژه یادگیری تقویتی چند عامله (*MARL*) به کار رفته اند [۵،۶،۷]. یادگیری تقویتی چند عامله به سرعت در حال توسعه بوده و روش های متعدد و مختلفی را در حوزه های رقابتی، همکارانه و ترکیبی بر می گیرد بطوری که ارتباطی بین حوزه های مختلف علوم نظری تئوری بازیها، بهینه سازی، یادگیری در بازی ها برقرار ساخته است [۸].

بازی های اتفاقی (*SG*) مدلی توسعه یافته از بازی های تکرار شونده هستند که در هر لحظه از زمان، بازی در یک حالت قرار دارد. گذار از حالتی به حالت جدید بر پایه تابع احتمالاتی با توجه به حالت قبلی و تعامل بین عامل ها در حالت قبل انجام می گیرد. هر حالت در یک *SG* می تواند بصورت یک فرآیند تصمیم گیری مارکوف دیده شود و هر *SG* با یک عامل بصورت یک فرآیند تصمیم گیری مارکوف می باشد. بازی های اتفاقی دارای انواع متفاوتی

## ۱- مقدمه

امروزه در بسیاری از کاربردها و در زمینه های مختلف صنعتی، نظامی، مخابراتی، اطلاعاتی، از سیستم های پیچیده و توزیع شده چند عامله استفاده فراوانی می شود [۱،۲]. یک سیستم چند عامله، در برگیرنده جامعه ای از عامل های هوشمند و خود مختار است که در یک محیط در کنار یکدیگر در حال کار بوده و سعی در انجام کاری خاص و رسیدن به هدفی مشخص دارند. برای حل بسیاری از مسائل مهم دنیای واقعی مانند برخی از کاربردهای رباتیک، مسیریابی در شبکه، زمان بندی و تصمیم گیری اقتصادی نیازمند برنامه ریزی در حالت غیر قطعی هستیم. مدل های فرآیند تصمیم گیری مارکوف، چارچوب مناسبی برای مدل سازی این مسائل و یافتن راه حل های بهینه برای آن ها می باشد. برای مدل سازی سیستمهای چند عامله مدل های مدل های مختلفی با توجه به مدل مارکوف پیشنهاد شده است که از جمله آنها مدل بازی های مارکوفی، فرآیندهای تصادفی مارکوف با مشاهدات جزئی، فرآیندهای تصادفی مارکوف با مشاهدات جزئی نام تمرکز را نام برد [۳،۴].

$$V(\pi, s) \equiv \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t E(r_t | \pi, s_0 = s) \quad (1)$$

این تابع، نگاشتی از مجموعه وضعیت‌ها به مقدار ارزش آن‌ها می‌باشد.  $r_t$  پاداش در زمان  $t$  و ضریب کاهش در محدوده  $[0, 1]$  است. بنابراین در اینجا هدف، یادگیری خطمنشی بهینه است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi^*(s) = \arg \max_{\pi} [V(\pi(s, a))] \quad (2)$$

عامل باید سعی کند تا مقادیر  $V$  را بهترین خطمنشی بهینه یاد بگیرد. این مقادیر را به طور خلاصه به شکل  $V^*$  نشان می‌دهیم.

$$\pi^*(s) = \arg \max_a [r(s, a) + \gamma V^*(\delta(s, a))] \quad (3)$$

برای محاسبه تابع  $V(s)$  از تکنیک برنامه‌سازی پویا<sup>۸</sup> استفاده می‌شود. در این صورت، روشی تقریبی برای *Value Function*  $V(s)$  به کار می‌رود که روش *Iteration* نام دارد. این روش هنگامی قابل استفاده است که عامل، تابع  $S \times A \rightarrow R$ :  $r: S \times A \rightarrow R$  را بشناسد، در غیر این صورت نمی‌توان این روش را به کار گرفت. در چنین حالتی، از الگوریتمی به نام یادگیری  $Q$  استفاده می‌نماییم. در یادگیری  $Q$  استاندارد یک عامل مقادیر  $Q$  را طبق معادله زیر می‌گیرد که در آن  $\alpha$  نرخ یادگیری و  $\beta$  ضریب کاهش است.

$$Q_{k+1}(s_k, a) = (1 - \alpha) Q_k(s_k, a) + \alpha \max_b Q_k(s_{k+1}, b) \quad (4)$$

بازی‌های اتفاقی تعیین فرآیند تصادفی مارکوف به حالت چند عامله و همچنین توسعه‌ای از بازی‌های ماتریسی با چندین حالت بوده و به آنها نام بازی‌های مارکوفی نیز گویند.

**تعریف ۲.** یک بازی اتفاقی (مارکوف) بصورت چندتایی  $\langle n, S, \vec{A}, \vec{R}, T \rangle$  بیان می‌شود که در آن  $S$  مجموعه حالات،  $n$  تعداد عامل‌ها،  $\vec{A}$  مجموعه اعمال هر عامل و  $T$  تابع پاداش عامل‌های مختلف  $R: S \times \vec{A} \rightarrow \mathbb{R}$  و  $\vec{R}$  تابع تبدیل اتفاقی است. در حالت چند عامله تابع تبدیل با توجه به عمل گروه عامل‌ها تعیین می‌شود. اگر پاداش تمام

هستند. بازی‌های اتفاقی از نظر پاداش به بازی‌های با مجموع صفر (رقابتی) و مجموع کلی تقسیم بندی شده اند. برای حل بازی‌های اتفاقی اعم از بازی‌های رقابتی و غیر رقابتی الگوریتم‌های یادگیری تقویتی متعددی به کار رفته اند. با توجه به پیچیدگی محاسباتی روش‌ها هر کدام در کاربرد خاص با شرایط خاصی استفاده شده اند. هدف اصلی این مقاله ارائه الگوریتمی با استفاده اتوماتاهای یادگیر برای حل مسائل بازی‌های اتفاقی مجموع کلی و یافتن خطمنشی بهینه است. در بخش ۲ به مبحث یادگیری تقویتی و بازی‌های اتفاقی پرداخته شده در بخش ۳ اتوماتاهای یادگیر و در بخش ۴ و ۵ الگوریتم پیشنهادی و نتایج آزمایشها ارائه گردیده اند.

## - ۲ - یادگیری تقویتی و حل بازی‌های اتفاقی

در سیستمهای چند عامله، الگوریتم‌های یادگیری تقویتی مانند یادگیری  $Q$ ، با موفقیت در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۸]. اکثر الگوریتم‌های یادگیری تقویتی چند عامله، بر پایه روش‌های تک عامله بنا نهاده شده‌اند. در حالت یادگیری تک عامله که در آن عامل به طور مستقل در حال یادگیری باشد، فرآیند یادگیری تقویتی را می‌توان به صورت فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف تعریف نمود.

**تعریف ۱.** فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف بصورت چندتایی  $\langle S, A, P, r, \gamma \rangle$  نشان داده می‌شود که در آن  $S$  مجموعه متناهی از وضعیت‌ها؛  $A$  مجموعه عملیات قابل دسترس  $P: S \times S \times A \mapsto [0, 1]$  برای عامل،  $r: S \times A \mapsto \mathbb{R}$  ضریب کاهش و  $\gamma$  احتمال انتقال از وضعیت جاری به وضعیت بعدی با انجام عمل  $a$  است و  $r: S \times A \mapsto \mathbb{R}$  تابع پاداش است که یک مقدار عددی را بر می‌گرداند.

در یک  $MDP$  هدف عامل پیدا کردن استراتژی  $\pi: S \rightarrow A$  است که امید ریاضی مجموع کاهش یافته پاداشها را بیشینه نماید. یادگیری تقویتی بر پایه اصل بهینگی *Bellman* استوار است. برای هر خطمنشی  $\pi$  که عامل می‌تواند دنبال کند، بر روی وضعیت‌ها تابعی به نام تابع ارزیابی<sup>۹</sup> به شکل زیر تعریف می‌شود:

استراتژی و اعمال دیگران دارد. بطورکلی معادله بروز رسانی  $Q$  را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$Q_i(s, \vec{a}) = (1 - \alpha) Q_i(s, \vec{a}) + \alpha(r + \gamma V(s')) \quad (1)$$

در این معادله  $r_i$  پاداش عامل  $i$  در لحظه  $t$  و  $\gamma$  ضریب کاهش است. الگوریتم یادگیری  $Q$  چند عامله در شکل (۱) دیده می‌شود: انتخاب توابع مختلف متناسب با نوع بازی باعث ایجاد الگوریتمهای مختلف شده است. از جمله این توابع می‌توان به  $minimax Q$  برای بازی های رقابتی [۵] ،  $Nash(Q)$  [۶] و  $NashBargaining$  [۷] و  $Pareto Q$  [۱۰] برای بازیهای با مجموع کلی استفاده شده است.

Multi-Q-learning (MarkovGame, $\alpha,\gamma$ )  
 Inputs: discount factor  $\gamma$ , learning rate  $\alpha$

func  $Q_i^*$  Output : state-value func  $V_i^*$ ,action-value

Initialize :  $s, a_1..a_n, Q_1..Q_n$

- for  $i=1$  to  $M$
- simulate actions  $a_1..a_n$  in state  $s$
- observe rewards  $R1..Rn$  and Next State  $s'$
- for  $i = 1$  to  $N$ 
  - compute  $V_i(S')$
- (b)

$$Q_i(s, \vec{a}) = (1-\alpha)Q_i(s, \vec{a}) + \alpha(1-\gamma)(R_i + \gamma V_i(s'))$$

agents choose action  $a'_1..a'_n$

- $s = s', a_1 = a'_1, a_n = a'_n$
- decay  $\alpha$

### شکل ۱: الگوریتم یادگیری Q چند عامله

- ۳ - اتوماتاهای یادگیر

با توجه به اینکه مدل های اتوماتاهای یادگیر ارتباطی نزدیک با بحث یادگیری تقویتی چند عامله دارند، در این بخش اتوماتاهای یادگیر به عنوان مدلی از یادگیری تقویتی به اختصار شرح داده میشود.

۱-۳- اتوماتاهای یادگیر

اتومات‌ای یادگیر، ماشینی است که می‌تواند تعدادی متناهی عمل را انجام دهد. هر عمل انتخاب شده توسط یک محیط احتمالی ارزیابی می‌شود و نتیجه ارزیابی در قالب سیگنالی مثبت یا منفی به اتماتا داده می‌شود و اتماتا از این پاسخ در انتخاب عمل بعدی تأثیر می‌گیرد.

عاملها برابر باشد بازی را کاملا همکارانه<sup>۹</sup> و اگر  $n=2$  باشند یک بازیکن مخالف پاداش دیگری باشد بازی را رقابتی و در حالت کلی بازی را ترکیبی کویند.

در حالت یادگیری تقویتی چند عامله ، بیشینه نمودن سودمندی(پاداش) مورد انتظار هر عامل به تنها ی کافی نیست بطوریکه هدف پیدا کردن سیاست متعادل در بازی های مارکوف است. از جمله این سیاست ها می توان سیاست تعادل نش<sup>۱</sup> را نام برد. به عبارت دیگر پیدا کردن یک سیاست متعادل به عنوان یک راه حل برای بازی های اتفاقی محسوب می شود. استراتژی یک عامل، برنامه و طرح آن در بازی محسوب می گردد. استراتژی بصورت  $\pi = \pi_0, \dots, \pi_t, \dots, \pi_n$  روی کل بازی تعریف می شود که قانون تصمیم گیری در لحظه  $t$  نامیده می شود.  $\pi$  را ایستا گویند اگر مستقل از زمان باشد. در این مقاله ما روی استراتژی های ایستا تاکید داریم. استراتژی بصورت معادله ۵ تعریف می شود که توزیع احتمالاتی را بر روی اعمال قابل دسترس عاملها برای هر حالت  $m=1..j..S$  و  $m$  تعداد حالات است تعیین می کند.

$$\overline{\pi} = \left( \overline{\pi}(s_1), \dots, \overline{\pi}(s_m) \right) \quad (\textcircled{w})$$

برای هر حالت  $s_j$  طبق معادله ۶ داریم، بطوریکه  $P(a_k)$  احتمال انجام عمل  $a_k$  را نشان می‌دهد.

$$\overline{\pi}_{(s_j)} = \{P(a_1), \dots, P(a_m)\}$$

و  $M$  تعداد اعمال هر عامل است

تعزيف ۳ دیکیانه اتفاق دیکیانه نشیدند

استراتژی  $(\pi_*, \pi_*)$  تعریف می شود بطوریکه برای هر

تعريف ۳. در یک بازی اتفاقی یک تعادل نش بصورت زوج استراتژی  $(\pi_1^*, \pi_2^*)$  تعریف می شود بطوریکه برای هر  $s \in S$  داریم :

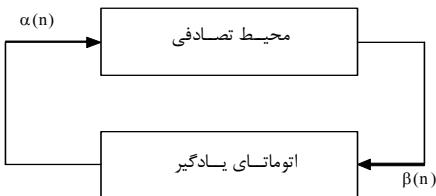
$$v^1(S, \pi_*^1, \pi_*^2) \geq v^1(S, \pi^1, \pi_*^2) \quad \forall \pi^1 \in \Pi^1 \quad (\text{V})$$

$$v^2(S, \pi_*^1, \pi_*^2) \geq v^2(S, \pi_*^1, \pi^2) \forall \pi^2 \in \Pi^2$$

یادگیری  $Q$  چند عامله مشابه یادگیری تک عامله است با این تفاوت که در اینجا اعمال و استراتژی‌های گروهی<sup>۱۱</sup> مد نظر است و پیدا کردن مقدار  $Q$  بهینه پستگی به

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= (1-b)p_i(n) \\ p_j(n+1) &= (b/r - 1) + (1-b)p_j(n) \\ \forall j \quad j \neq i \end{aligned} \quad (10)$$

در روابط (۹) و (۱۰)،  $a$ ،  $b$  پارامتر پاداش و  $b$  پارامتر جریمه می‌باشند. با توجه به مقادیر  $a$  و  $b$  سه حالت را می‌توان در نظر گرفت: اگر  $a$  و  $b$  با هم برابر باشند، الگوریتم  $L_{RP}$ ، هنگامی که  $b$  از  $a$  خیلی کوچکتر باشد، الگوریتم  $L_{REP}$  و اگر  $b$  مساوی صفر باشد آن را  $L_{RI}$  می‌نامیم [11]. شمای  $SLR-P$  برای مدل‌های  $Q$  و  $S$  براساس رابطه (۱۱) بیان می‌شود:



شکل ۲- ارتباط بین اتماتای یادگیر و محیط

اگر عمل  $\alpha_i$  در مرحله  $n$  انتخاب شود در این صورت طبق معادله (۱۱) داریم:

$r$  تعداد اعمال ممکن،  $a$  پارامتر پاداش و  $b$  پارامتر جریمه

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a(1-\beta_i(n))(1-p_i(n)) - a\beta_i(n)p_i(n) \quad (11)$$

$$p_j(n+1) = p_j(n) - a(1-\beta_i(n))p_j(n) + a\beta_i(n)\left[\frac{1}{r-1} - p_j(n)\right] - a(1-\beta_i(n))p_j(n) \quad j \neq i$$

می‌باشند. برای اطلاعات بیشتر درباره اتماتاهای یادگیر می‌توان به [12] مراجعه نمود.

#### ۴- استفاده از اتماتهای یادگیر برای حل بازی‌های اتفاقی

در این بخش روش پیشنهادی برای یادگیری در سیستمهای چند عاملی به کمک اتماتای یادگیر بررسی می‌کنیم. ما این روش  $MLA$  را<sup>۱۳</sup> می‌نامیم. در یک بازی مارکوفی عمل انتخاب شده در هر حالت با توجه به نتیجه اعمال گروهی عاملهای مستقل در سیستم است. در این مدل در هر حالت  $s_i$  ( $i=1..m$ ) تعداد حالات از محیط بازی هر عامل  $k$  یک اتماتای یادگیر نظیر  $LA_k^i$

هدف نهایی این است که اتماتاً یاد بگیرد تا از بین اعمال خود، بهترین عمل را انتخاب کند. بهترین عمل، عملی است که احتمال دریافت پاداش از محیط را به حداقل برساند. کارکرد اتماتای یادگیر در تعامل با محیط، در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

محیط را می‌توان توسط سه‌تایی  $E \equiv \{\alpha, \beta, c\}$  نشان داد که در آن  $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  مجموعه ورودی‌ها،  $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$  مجموعه خروجی‌ها و  $c \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$  مجموعه احتمال‌های جریمه می‌باشد. هرگاه  $\beta$  مجموعه‌ای دو عضوی باشد، محیط از نوع  $P$  است. در چنین محیطی  $\beta_1 = 1$  به عنوان جریمه و  $\beta_2 = 0$  به عنوان پاداش در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع  $Q$ ،  $\beta(n)$  می‌تواند به طور گسسته یک مقدار از مقادیر محدود در فاصله  $[0..1]$  را اختیار کند و در محیط از نوع  $S$ ،  $\beta(n)$  متغیر تصادفی در فاصله  $[0..1]$  است.  $c_i$  احتمال اینکه عمل  $i$  نتیجه نامطلوب داشته باشد می‌باشد. در محیط ایستا، مقادیر  $c_i$  بدون تغییر می‌مانند، حال آن‌که در محیط غیرایستا این مقادیر در طی زمان تغییر می‌کنند. اتماتاهای یادگیر به دو دسته اتماتای یادگیر با ساختار ثابت اتماتای یادگیر با ساختار متغیر (VSLA)<sup>۱۴</sup> دسته بندی می‌شوند.

اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر را می‌توان توسط چهارتایی  $\alpha, \beta, p, T$  نشان داد که  $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$  مجموعه عمل‌های اتماتا،  $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\}$  ورودی‌های اتماتا،  $p \equiv \{p_1, \dots, p_r\}$  بردار احتمال انتخاب  $p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$  از عمل‌ها و  $\alpha$  هریک از اعمال یادگیری می‌باشد.

الگوریتم زیر براساس روابط (۹) و (۱۰) یک نمونه از الگوریتم‌های یادگیری خطی است. فرض می‌کنیم عمل  $\alpha_i$  در مرحله  $n$  ام انتخاب شود.

- پاسخ مطلوب از محیط

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= p_i(n) + a[1 - p_i(n)] \\ p_j(n+1) &= (1-a)p_j(n) \quad \forall j \quad j \neq i \end{aligned} \quad (9)$$

- پاسخ نامطلوب از محیط

$K$  پارامتر روش می‌باشد. میزان این پارامتر باید به دقت تعیین شود. مقادیر بالای این پارامتر باعث می‌شود که  $\beta$  ها مقادیر کمی داشته باشند و اتوماتاهای یادگیر بیش از حد پاداش ببینند. این به معنی جستجوی بیشتر در محیط است. هر چه میزان  $K$  کمتر باشد  $\beta$  ها مقادیر بیشتری خواهند داشت. این امر باعث می‌شود که اتوماتاهای بیشتر جریمه شوند. این مسئله باعث می‌شود که حتی حالت‌های مطلوب نیز پاداش لازم را نگیرند. در الگوریتم پیشنهادی به گونه‌ای عمل می‌شود مشابه با روش بولترمن در یادگیری  $Q$  در اینجا ابتدا عاملها جستجو انجام داده و به مرور زمان با توجه به تغییر پارامتر بهره برداری از دانسته‌های خود داشته باشند. فرض کنید که عامل  $k$  در حالت  $s$  باشد و اتوماتای یادگیر آن  $LA_k^s$  عامل را به حالت  $s'$  هدایت کند. در اینصورت تعیین سیگنال تقویتی طبق معادله ۱۴ تعیین می‌شود بطوریکه  $P(LA_i^s)$  نشان دهنده بردار احتمال اتوماتای یادگیر  $i$  قرار گرفته در حالت  $s$  می‌باشد. الگوریتم  $MLA$  در شکل (۳) آورده شده است.

#### MAL (StochasticGame,a,b,k,M)

Inputs:  $a, b$ : reward and penalty parameter for LA  
 $,k$ : exploration Parameter ,  $M$  : total training time  
**Initialize :**  $s_0, a_1, \dots, a_n$ , initialization probability of all of LA

1. For Episod =1 to  $M$  do
2. While not done
3.  $k =$  initial Value
4. for each agent  $k$  do concurrently
5. Active  $LA_k^i$
6. Choose action  $a_k^i$  in state  $s_i$
7. Observe Rewards  $r_k^i$  and Next State  $s'$
8. Compute  $\beta_k^i$  signal basedon EQ (14)
9. Train  $LA_k^i$  residing in state  $S_i$  according  $\beta_k^i$
10.  $s = s'$
11. End while
12. Increment  $k$
13. End for

شکل ۳- الگوریتم  $MLA$

$$\beta_i^s = \begin{cases} 1 & s' = \text{Out of bound} \\ s' = \text{Goal} \\ (E(P(LA_i^{s'})) / E(P_{\text{equal}}))^K & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

با ساختار متغیر و مدل  $S$  قرار داده می‌شود. با توجه به تعداد همسایگان هر اتوماتا ، تعداد اعمال اتوماتا در هر حالت در نظر گرفته شده و هر عمل مشترک متناظر با انتقال به یکی از حالات همسایه می‌باشد. هر عامل برای تعیین حالت بعدی خود از اتوماتای یادگیر با توجه به عمل انتخابی عاملهای محیط کمک می‌گیرد.

در ابتدا اتوماتاهای یادگیر تمام عملهای خود را با احتمالی یکسان انتخاب می‌کنند. درصورتیکه عمل اتوماتا هامنجر به ورود عامل به حالت هدف شود اتوماتا پاداش می‌گیرد، در غیر اینصورت از آنتروپی بردار احتمال اتوماتای یادگیر حالت بعد برای تعیین پاداش یا جریمه استفاده می‌شود. آنتروپی بردار احتمال میزان عدم قطعیت اتوماتای یادگیر حالت بعد را در انتخاب عمل خود نشان می‌دهد. هر چه آنتروپی بیشتر باشد میزان عدم قطعیت بیشتر است. عدم قطعیت بالا در بردار احتمال اتوماتای یادگیر به این معنی است که این اتوماتا دارای اطلاعات مفیدی برای رسیدن به هدف نیست و عملهای خود را به صورت تصادفی انتخاب می‌کند(جستجو<sup>۴</sup>). ولی چنانچه عدم قطعیت کم باشد به این معنی است که اتوماتا با احتمال بالایی یکی از اعمال خود را انتخاب می‌کند و دارای اطلاعات مفیدی برای رسیدن به هدف می‌باشدو از این اطلاعات بهره برداری می‌نماید<sup>۱۵</sup>. فرض کنید که  $\{p_1, p_2, \dots, p_r\}$  بردار احتمال اعمال یک اتوماتای یادگیر باشد . آنتروپی این بردار احتمال به شکل زیر تعیین می‌شود.

$$E(P) = - \sum_{i=1}^r p_i \log(p_i) \quad (12)$$

زمانی آنتروپی بیشترین مقدار را خواهد داشت که تمام اعمال احتمالی یکسان داشته باشند<sup>۱۶</sup> و  $P_{\text{equal}} = \{p_1 = p_2 = \dots = p_r = 1/r\}$  را خواهد داشت که زمانی کمترین مقدار (برابر با  $0$ ) را خواهد داشت که بردار تقویتی در اتوماتای ساختار متغیر مدل  $S$  قابل استفاده باشد از فرمول ۱۳ استفاده می‌شود[۱۳].

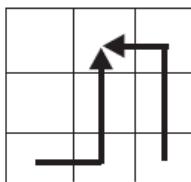
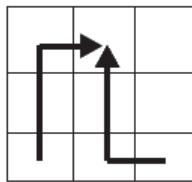
$$\beta = E((P) / E(P_{\text{equal}}))^K \quad (13)$$

حالت دیگر با قطعیت انجام می شود. یعنی حالت جاری و عمل مشترک عاملها منحصرا حالت بعدی را تعیین می کنند.

برای حل مساله با توجه به روش ارائه شده بازی هر حالت برای هر عامل یک اتوماتای یادگیر در نظر گرفته شده است. هر عامل با توجه به عمل مشترک گروهی از یک حالت با حالت جدید میرود (درصورت عدم برخورد دو عامل با یکدیگر) با توجه به عدم برخورد با موانع (دیوارها) و براساس معادله ۱۴ مقدار  $\beta$  (پارامتر پاداش) یا جریمه تعیین شده و اتوماتای آن حالت بروز می گردد. عاملها اعمالشان را همزمان انجام داده و هردو قابلیت مشاهده حالت جدید، پاداش آنی بدست آمده و عمل انجام شده توسط دیگری را دارند.

	Goal	
A1		A2

6	7	8
3	4	5
0	1	2



شکل ۴. بازی Grid World و نمایش مختصات بازی به همراه راه حل‌های بهینه

### -۵ - آزمایش‌های انجام گرفته و نتایج آنها

هدف اصلی آزمایشها بررسی این است که آیا اتوماتای یادگیر می تواند برای راه حل بازی های مارکوفی مناسب باشد؟ آیا به راه حل تعادل نش بهینه می شود؟ در آزمایش اولیه بررسی همگرایی اتوماتا انجام گرفته است. تغییرات احتمال انتخاب عمل حرکت به بالا در خانه شروع با توجه به پارامترهای در نظر گرفته شده یعنی پارامتر  $a$  برابر  $0.02$  و پارامتر  $b$  برابر  $0.002$  در عامل ۱ بررسی شد. شکل ۵ نمودار تغییرات را برای این عامل نشان می دهد. با توجه به پارامترهای  $k=2,8$  می بینیم همگرایی در حالت  $k=2$  کمتر است. زیرا مقدار پارامتر بردار تقویتی بیشتر بوده و پاداش کمتری به عاملها داده می شود. به عبارتی هر چه پارامتر جستجو بیشتر شود سرعت همگرایی بیشتر می شود.

### -۶- حل بازی های اتفاقی با اتوماتاتی یادگیر

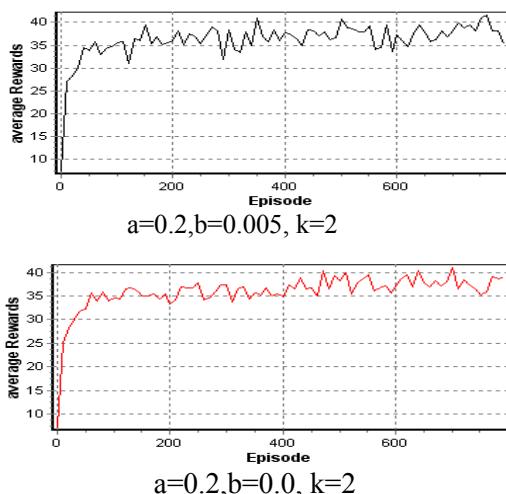
یکی از انواع بازی های اتفاقی غیر رقابتی بازی های Grid Game است که توسط Hu, Wellman ارائه شده است [۶]. این بازی یک بازی دو نفری از نوع جمع کلی است. در این بازی دو عامل از دو گوشه یک صفحه شروع کرده و سعی می کنند تا به مربع هدف برسند. این بازی در چند شکل مختلف مطرح شده است. در یک نوع آن فقط یک هدف وجود دارد و دارای ۹ خانه است. حرکت بازیکنان قطعی بوده و هدف این است که با کمترین تعداد حرکت به هدف برسیم. شکل (۴) مدل بازی رابه همراه مختصات مورد نظر بازی و همچنین راه حل های بهینه را نشان می دهد.

یک مسیر دنباله ای از اعمال از نقطه شروع تا پایان را نشان می دهد. در اصطلاح بازی چنین مسیری را استراتژی یا سیاست می نامند. کوتاهترین مسیری که با مسیر عامل دیگر تداخل نداشته باشد را استراتژی بهینه می نامند بطوریکه یکموازن نش را می سازند زیرا هر مسیر (استراتژی) بهترین پاسخ در مقابل دیگری است. در این بازی فرض می شود عاملها از موقعیت هدف در ابتدای بازی آگاهی نداشته و همچنین از پاداش کلی یکدیگر اطلاع ندارند. عاملها اعمالشان را همزمان انتخاب نموده و فقط می توانند اعمال قبلی عاملهای دیگر و حالت فعلی (موقعیت مشترک هر دو عامل) آگاهی داشته باشند.

اعمال بازیکنان یعنی  $A2, A1$  بصورت چهار عمل (شمال، جنوب، شرق و غرب یا بالا، پایین، چپ و راست) تعریف می شود. مجموعه فضای حالات بصورت  $S=\{S/s=(l_1, l_2)\}$  تعریف می شود که هر حالت  $s=(l_1, l_2)$  مختصات عاملهای ۱ و ۲ را نشان می دهد. عاملها نمی توانند در یک مختصات یکسان قرار گیرند. اگر دو عامل سعی در حرکت به یک مربع یکسان داشته باشند حرکت هردو باشکست مواجه می شود. تعداد حالات ممکن در بازی برابر  $8 \times 7 = 56$  است. اگر عاملها به دو مربع مختلف غیر هدف بروند هر دو پاداش صفر را دریافت می کنند و اگر یکی به هدف برسد ۱۰۰ واحد پاداش می گیردو در صورت برخورد هردو یک واحد جریمه می شوندو در موقعیت قبلی می مانند. در هر دو بازی گذار از حالتی به

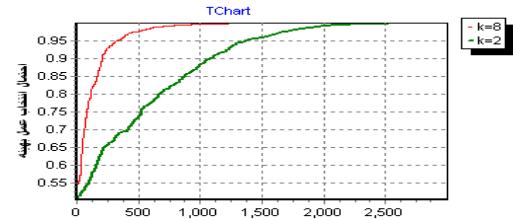
$b$  برابر ۰/۰۰۲ برای هر یک از اتوماتها در نظر گرفته شده است. پارامتر  $K=\{1,3,6\}$  در نظر گرفته شده است. برای نمایش نتایج آزمایشگین پاداش به دست آمده در هر اپیزود استفاده شده است. ابتدا مقایسه ای بین نتایج تولیدی با نتایج  $Nash-Q$  آورده شده است بطوریکه دیده می شود میانگین پاداش بدست آمده در هر دو الگوریتم تقریباً برابر هستند. با تغییرات پارامتر  $K$  نتایج در لحظه شروع متفاوت و همچنین شبیه رسیدن به نقاط تعادل متفاوت میباشد. آزمایشها به خاطر استحکام نتایج ۵۰۰ بار تکرار شده و در هر بار ۷۰۰۰ اپیزود آزمایش شده است. در هر اپیزود جدید هر عامل بطورتصادفی یک مختصات جدید (جزء هدف) را خواهد گرفت. شکل ۶ میانگین پاداش بدست آمده را در هر اپیزود نشان می دهد. همانطور که در شکل دیده میشود در اینجا نیز نقش  $k$  در میزان گرفتن پاداش عاملها مشهود است.

در سری سوم آزمایشها نقش پارامترهای پاداش و جریمه یعنی  $a, b$  مورد بررسی قرار میگیرد. با در نظر گرفتن مقدار  $a=0.2, b=0.002$  می بینیم شبیه رسیدن به نقاط تعادل بالا رفته و در فاصله زمانی کمتری به پاداش مطلوبتر می رسدبا توجه به تغییر پارامتر  $b=0$  می بینیم اتوماتاهای  $LRI$  رفتار بهتری را از خود نشان می دهند. شکل ۷ نتایج بدست آمده را با پارامتر های مختلف نشان می دهد.

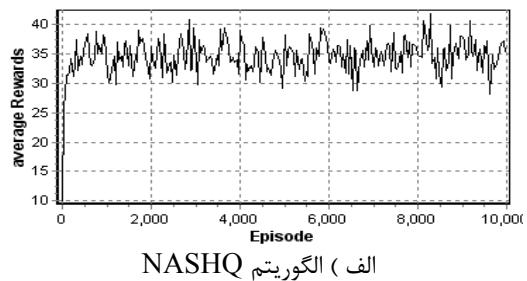


شکل ۷. بررسی رفتار پارامترهای  $a, b$

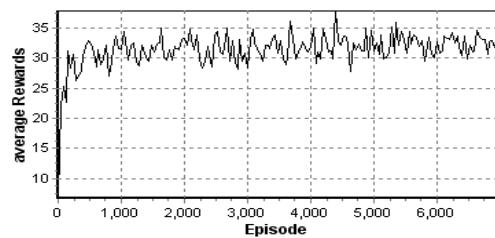
در آزمایشها نهایی نقش پارامتر  $k$  در بهبود نتایج



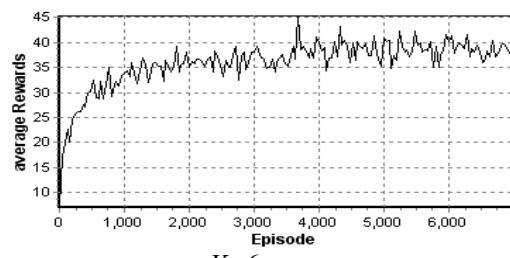
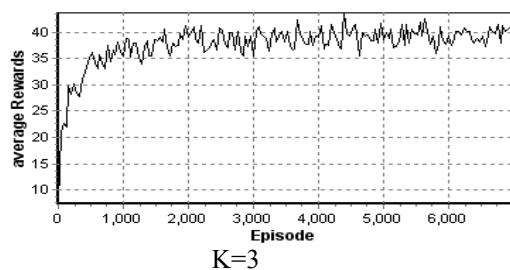
شکل ۵-نمودار تغییرات احتمال انتخاب عمل در خانه شروع به ازاء نرخ یادگیری ۰/۰۲ در ۳۰۰۰ تکرار برای اتوماتای یادگیری



الف ) الگوریتم NASHQ



ب) الگوریتم ارائه شده با  $K=1$



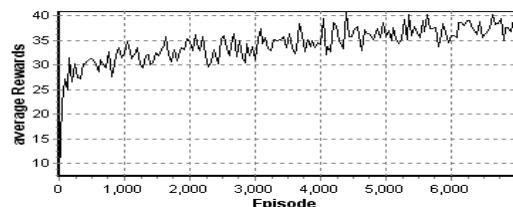
شکل ۶. میانگین پاداش بدست آمده در هر اپیزود در ۰۰۰ آزمایش بازای مقادیر مختلف  $K$  و مقایسه با  $(a=0.02, b=0.002)$

در آزمایشها سری دوم نیز پارامتر  $a$  برابر ۰/۰۰۲ و پارامتر

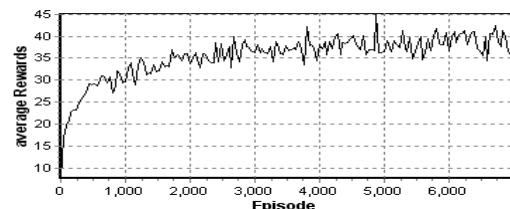
## مراجع

- [1] H. Van Dyke Parunak, "A Practitioners' Review of Industrial Agent Applications, Autonomous Agents and Multi-Agent Systems", v.3 n.4, p.389-407, 2000.
- [2] P. Stone,M. Veloso, "Multiagent systems: A survey from the machine learning perspective," Auton. Robots, vol. 8, no. 3, pp. 345–383, 2000.
- [3] D. Bernstein,S. Zilberstein, , N. Immerman, "The complexity of decentralized control of Markov decision processes, Mathematics of Operations Research, Vol. 27, No. 4 pp. 819-840, 2002.
- [4] C. Claus and C. Boutilier," Sequential optimality and coordination in multiagent systems". In Proceedings of the Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1999.
- [5] M. L. Littman, "Markov games as a framework for multi-agent reinforcement learning," ICML-94,pp157–163,1994.
- [6] J. Hu and M. P. Wellman, Online Learning about Other Agents in a Dynamic Multiagent System, Journal of Cognitive System Research 2(1), pp. 67-79, Elsevier Science,2001.
- [7] J. Hu and M. P. Wellman," Nash Q-Learning for General-Sum Stochastic Games" , Journal of Machine Learning Research, 4(Nov):pp. 1039-1069, 2003.
- [8] L. Busniu, R. Babuska, B. Schutter "A Comprehensive Survey of Multiagent Reinforcement Learning ".IEEE Transaction on System, Man, Cybern., vol. 38, no.2, pp.156–171,2008.
- [9] H. Qio , F. Szidarovszky , Rozenblit and L. Yong," Multi-agent learning model with bargaining ",Proceedings of the 38th conference on Winter simulation .pp.934 - 940 ,2006.
- [10] M. Song, J. Bai, R. Chen , "A New Learning Algorithm for Cooperative Agents in General-Sum Games", Proceedings of the Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Hong Kong, 2007.
- [11] K.S. Narendra and M. A. L Thathachar, Learning automata: An introduction, Prentice Hall, 1989.
- [12] M.A.L Thathachar and P.S. Sastry, "Varieties of Learning Automata: An Overview", IEEE Transaction on Systems,

بررسی میشود. با توجه به ایده روش بولتزنمن در یادگیری  $Q$  ابتدا با پارامتر  $k=1$  نتایج بررسی شده (قابلیت جستجوی بیشتر و به ابتداء عاملها جستجو انجام داده و به مرور زمان با توجه به تغییر پارامتر (افزایش مقدار  $k$ ) امکان بهره برداری از دانسته های عامل میسر شده است. شکل ۸ این نتایج را نشان می دهد.



مقدار اولیه  $k$  برابر ۱ و افزایش ۰.۰۰۰۴ در هر مرحله



مقدار اولیه  $k$  برابر ۶ و کاهش ۰.۰۰۰۴ در هر مرحله

شکل ۸. بررسی رفتار الگوریتم با تغییر پارامتر  $k$  در طول اجرای الگوریتم.

## ۶-نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای حل بازی های مارکوفی ارائه گردید با توجه به الگوریتم ارائه شده ونتایج بدست آمده می بینیم الگوریتم برای حل بازی های مارکوفی با مجموع کلی مناسب است. تعداد تکرار ها ، پارامترهای یادگیری و جرائم و نیز مقدار پارامتر  $k$  سرعت رسیدن به تعادل را تعیین می نمایند. تنظیم پارامترهای پاداش و جریمه اتوماتاها می تواند کارایی رسیدن به راه حل بهینه را افزایش داده بطوریکه استفاده از تغییرات پارامتر  $k$  در طول اجرای بازی می تواند زمان رسیدن به راه حل بهینه را بهبود بخشد. با توجه به نتایج به دست آمده اتوماتاهای یادگیر مدل مناسب یادگیری و هماهنگی بین عاملها در سیستمهای چندعامله بوده بطوریکه می تواند به عنوان راه حلی مناسب و کارا در بازی های مارکوفی به کار روند.

Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 32, No. pp. 6, 711-722, 2002.

- [13] B. Jafarpour ,multi agent Cooperation using LA and PSO ,Msc Thesis, Computer Engineering and Information Technology Department,Amirkabir University of Technology, 2007.

#### زیر نویس ها

---

- <sup>1</sup> Markov Decision Process (MDP)
- 2 Markov Game
- 3 Partial Observability Markov decision process
- 4 Decentralized Partially Observable Markov decision process
- 5 Stochastic Game
- 6 Multi Agent Reinforcement Learning
- 7 Evaluation Function
- 8 Dynamic Programming
- 9 Fully Cooperative
- 10 Nash Equilibrium
- 11 Joint Action and Joint Strategy
- 12 Variable Structure Learning Automata
- 13 Multi Learning Automata
- 14 Exploration
- 15 Exploitation