Recherche dans les arbres de jeux

Plan

- Introduction
  - Généralités
  - Formalisme et représentation
  - Recherche d'une stratégie gagnante
- Algorithmes de recherche du meilleur coup

Généralités

- Les jeux ont toujours intéressé les informaticiens

- La pratique des jeux est universelle

  Confrontation entre plusieurs personnes (compétitions)

  La victoire dans les jeux avec stratégie est censée démontrée une certaine intelligence

- Les jeux sont facilement formalisables en informatique
  - Monde clos
  - Règles simples

Type de jeux

type / information	déterministe	hasard
complète	échecs, go, tic-tac-toe	backgammon, petits chevaux
partielle		poker, bridge, scrabble

Jeux les plus courants

- Jeux déterministes à information complète (le jeu de l'adversaire est connu)
  - le tic-tac-toe (morpion)
  - le Nim ou de Marienbad
  - Le puissance 4
  - les dames
  - les échecs
    - Le défi des années 70 - 00
  - le go
    - Le prochain grand défi

- Jeux faisant intervenir le hasard
  - Backgammon (dés)
  - Le poker (info. incomplète)
  - Le bridge (info. incomplète)

Nous considérerons dans la suite de ce cours uniquement les jeux déterministes, à information complète, avec un adversaire

Type de recherche dans les arbres de jeu

- Analyse exhaustive
  - calcul de l'ensemble des coups possibles
  - possible seulement dans des jeux dont le nombre d'états est restreint (ex. tic-tac-toe)
  - Recherche d'une stratégie gagnante si elle existe

- Recherche informée
  - Dans le cas du jeu d'échecs, le nombre de positions et d'opérations explose
  - Nécessité de guider la recherche par heuristique

- Recherche probabiliste
  - Dans le cas du poker, des informations probabilistes doivent être prises en compte

- Nous considérerons dans la suite de ce cours uniquement les jeux déterministes à information complète

Principe

- Dans les jeux à information complète :
  - On se trouve dans une situation où deux adversaires s'affrontent
  - Contraintes :
    - Impossible de connaître le coup de l'adversaire
    - Temps d'action limité -> besoin d'approximation
  - On ne recherche en général pas une solution, mais un coup à jouer (le meilleur)
  - Principe du « look-ahead » :
    - On raisonne en développant à l'avance un certain nombre de coups et les différentes ripostes possibles de l'adversaire
    - On évalue les situations feuilles par une heuristique
    - On calcule par min-max le meilleur coup à jouer. La qualité du coup dépend de l'heuristique et de la profondeur du look-ahead (elle s'améliore si on augmente la profondeur).

=> Représentation par un graphe d'états

Recherche dans les arbres de jeu

Plan

- Introduction
  - Généralités
  - Formalisme et représentation
  - Recherche d’une stratégie gagnante
- Algorithmes de recherche du meilleur coup

Formalisme

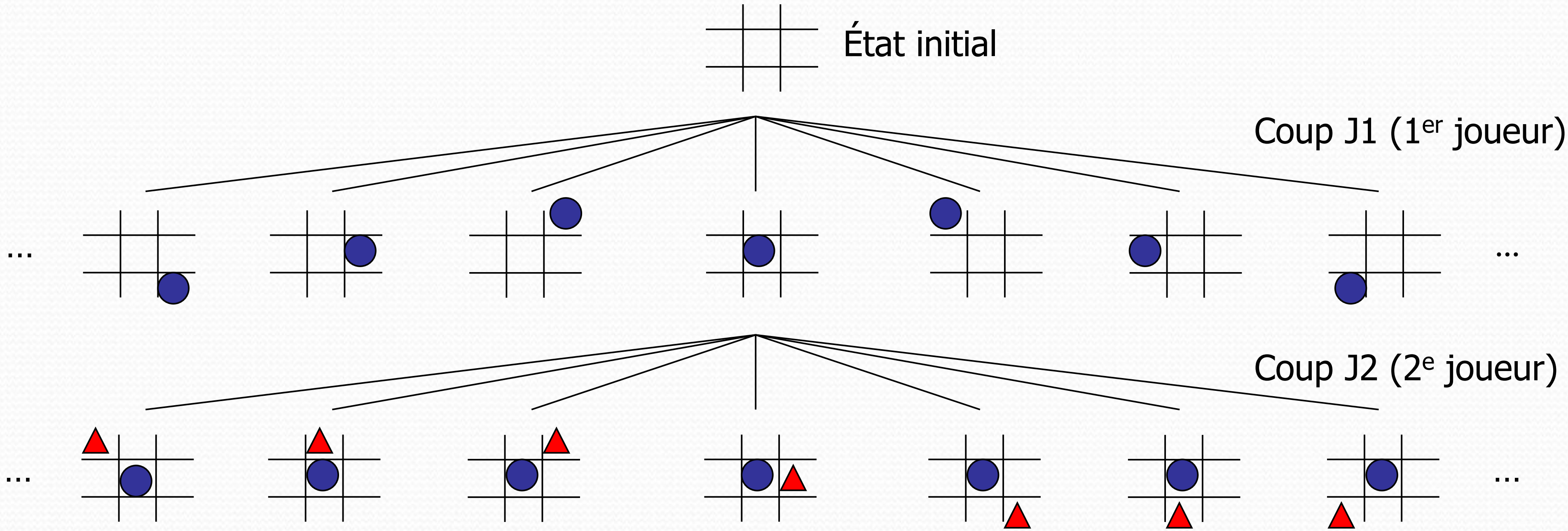
- Soit J1 et J2 deux joueurs, les règles du jeu permettent de définir un *arbre de jeu* :
  - La racine (profondeur 0) représente la position de départ
  - Les nœuds de profondeur paire : situation où J1 doit jouer
  - Les nœuds de profondeur impaire : situation où J2 doit jouer
  - Les arcs représentent les différents coups possibles
  - Les feuilles sont les positions gagnantes, perdantes ou bloquées

Lien avec les graphes d'états

- Le problème peut être représenté en terme d'opérateur de changement d'état :
  - La racine est l'état initial
  - Les opérateurs de changement d'états sont les coups légaux (alternance de J1 et J2)
  - Les états terminaux sont les situations gagnantes, perdantes ou bloquées

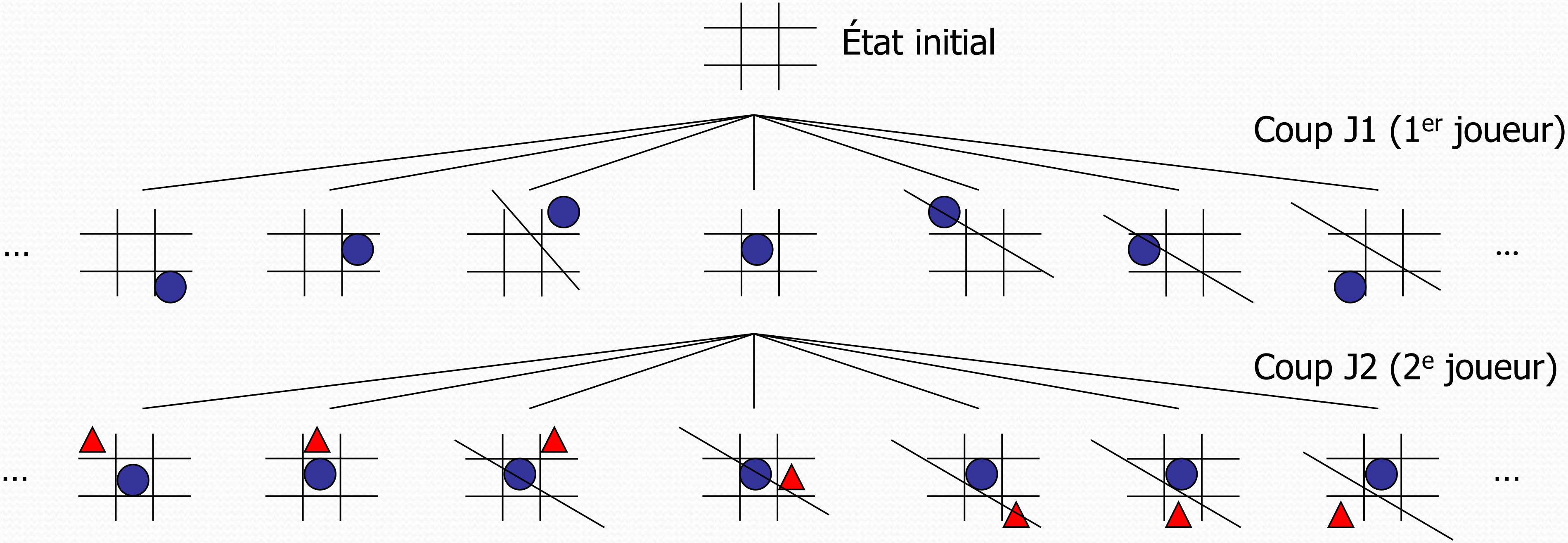
- Chaque chemin correspond à une partie

Exemple : tic-tac-toe



Attention aux symétries …

Exemple : tic-tac-toe



Exercice « Grundy's game »

« On dispose d'une pile de 7 pièces : chaque joueur doit diviser une des piles en deux piles inégales; le perdant ne peut plus jouer »

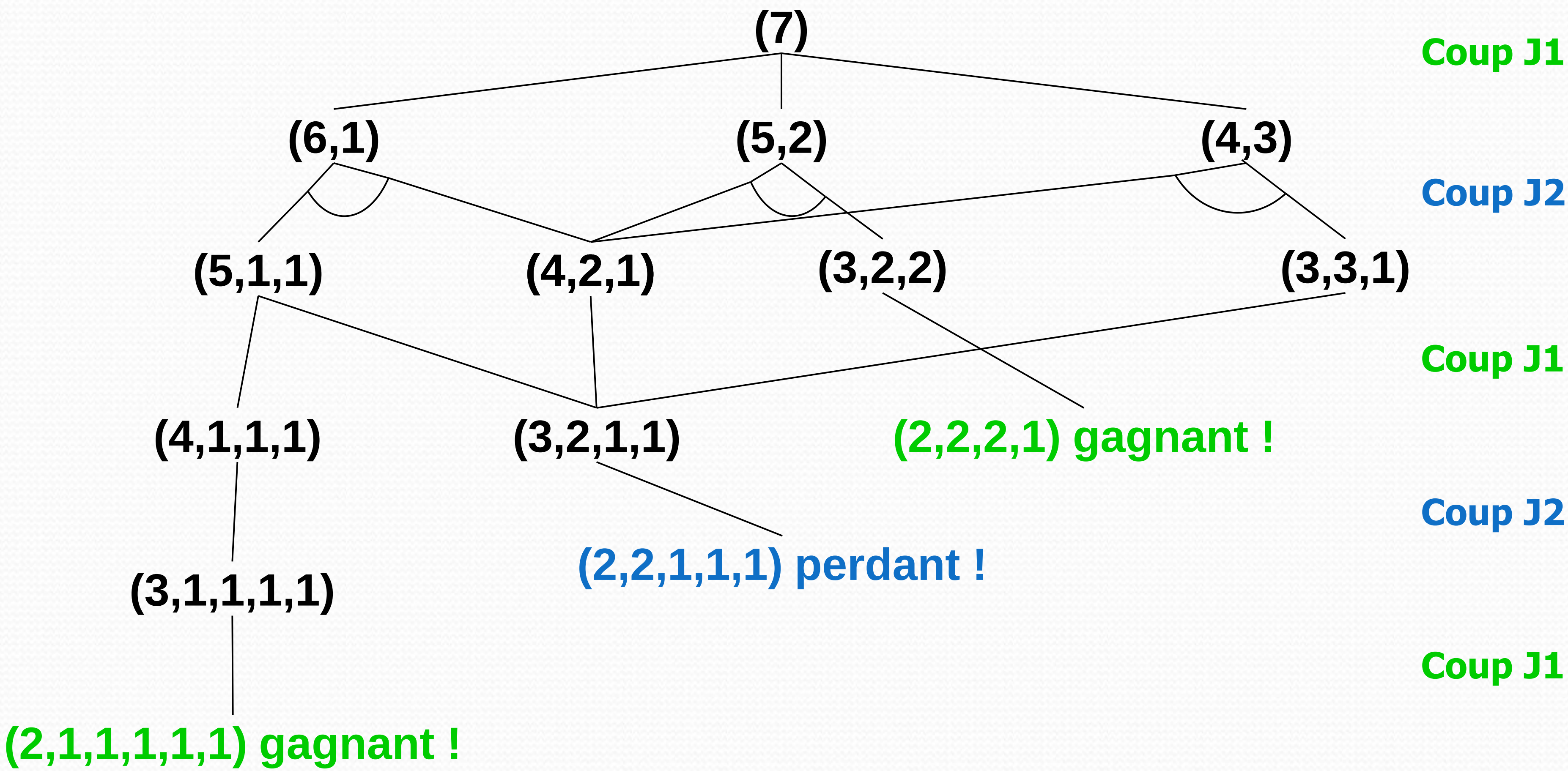
- Formaliser le problème (états, états terminaux)
- Faire l'arbre ET-OU du point de vue J1 puis du point de vue J2

Exercice « Grundy's game »

« On dispose d'une pile de 7 pièces : chaque joueur doit diviser une des piles en deux piles inégales; le perdant ne peut plus jouer »

- Arbre de recherche :
  - État : liste de k chiffres ($k \leq 7$) $(n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k)$, avec $n_i \geq n_{i+1}$ le nombre de pièces dans chaque pile
  - État terminal : lorsqu'il n'y a plus que des 1 ou des 2

« Grundy's game » : arbre de J1 (J1 commence + point de vue de J1)

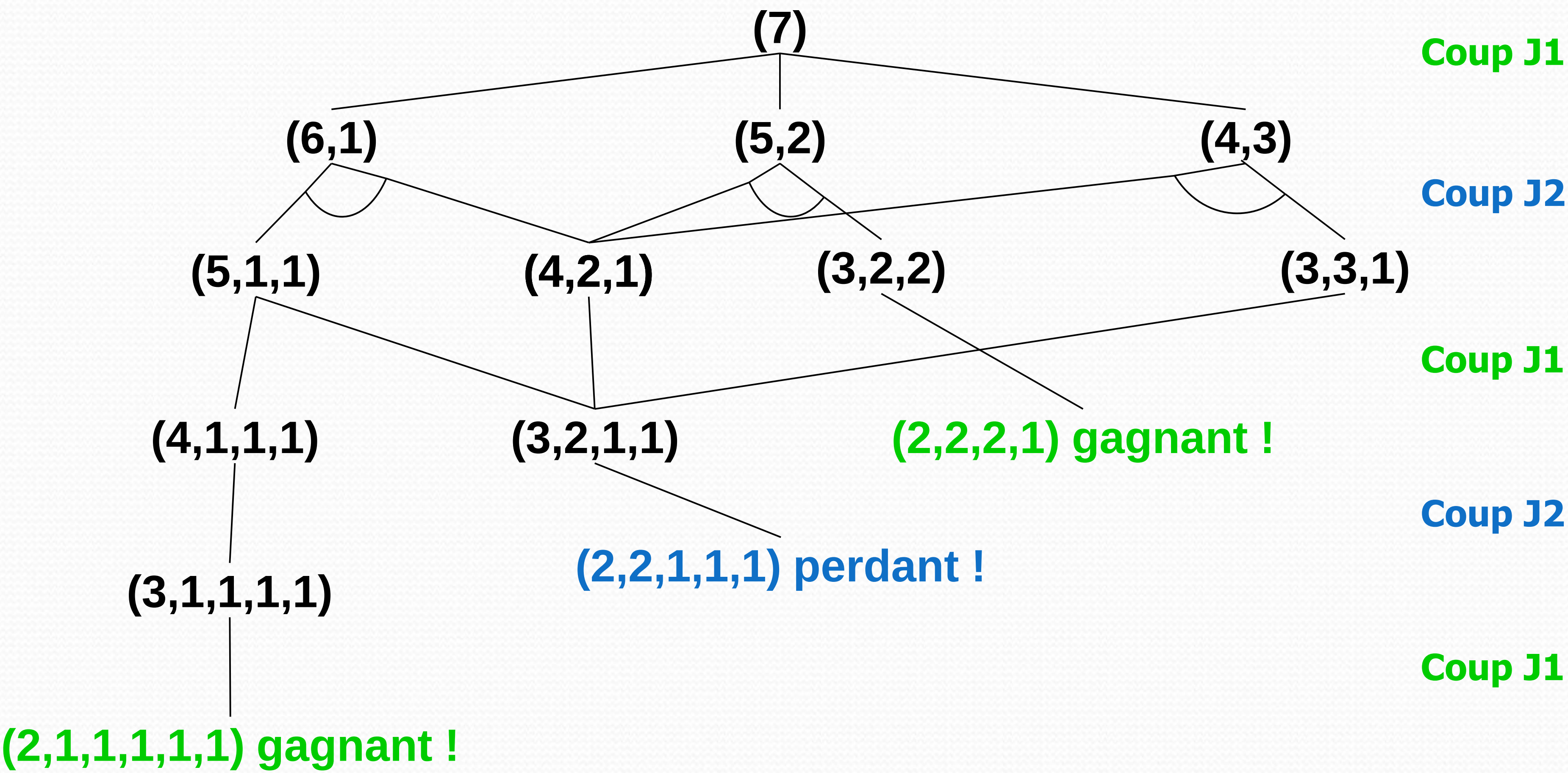


Recherche dans les arbres de jeu

Plan

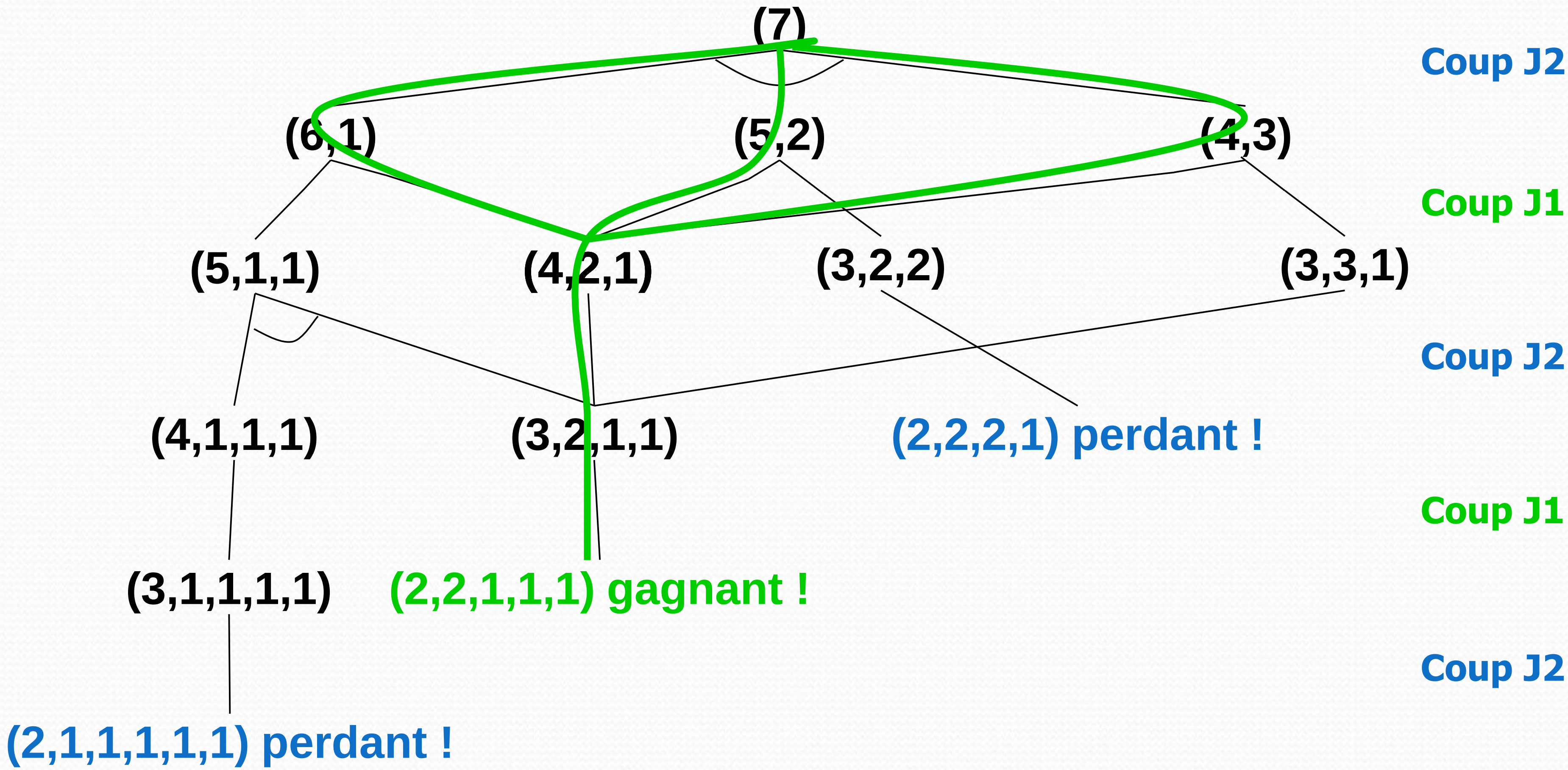
- Introduction
  - Généralités
  - Formalisme et représentation
  - Recherche d'une stratégie gagnante
- Algorithmes de recherche du meilleur coup

« Grundy's game » : arbre de J1 (J1 commence + point de vue de J1)



Existe il un arbre de jeu gagnant pour J1 s'il commence?

« Grundy's game » : arbre de J1 (J2 commence)



Existe il un arbre de jeu gagnant pour J1 si J2 commence?

Recherche d'une stratégie gagnante

- Idée : déterminer s'il existe une suite de coups qui mène à la victoire quelque soit le jeu de l'adversaire

- Un arbre de jeu est gagnant pour J1 :
  - Si c'est une feuille victoire pour J1
  - Ou si la racine est un nœud ET et que tous les fils sont gagnants
  - Ou si la racine est un nœud OU et un de ses fils est gagnant

=> Recherche d'une solution dans un arbre ET-OU

Recherche d'une stratégie gagnante (algorithme)

<u>Fonction</u> évaluer(racine R)? : existe (1 si existe, 0 sinon)

existe ← évaluer(R)

<u>si</u> FEUILLE(R) <u>alors</u>

<u>si</u> FEUILLE_GAGNANTE(R) <u>alors</u> existe ← 1

<u>sinon</u> existe ← 0 <u>fsi</u>

<u>sinon si</u> NŒUD_OU (R) <u>alors</u> existe ← max(évaluer(fils(R))

<u>sinon si</u> NŒUD_ET (R) <u>alors</u> existe ← min(évaluer(fils(R))

<u>fsi</u>

- On peut extraire l'arbre ET-OU gagnant en conservant les pères des noeuds
- On veut mettre un coût sur les coups et chercher la « meilleure » solution (la plus rapide) : voir AO*

Limite de la recherche de stratégie gagnante

- Stratégie gagnante très limitée :
  - N'existe pas toujours pour les jeux complexes (heureusement !)
  - Elle existe peut-être, mais l'arbre de recherche est trop gros pour le savoir (rappel taille = b^p, b=nb branchements, p=profondeur)

- Exemple :
  - Dames : 10^{40} soit, si un nœud et traité en 1ns, > 10^{22} siècles pour développer l'arbre : voir dames anglaises !
  - Échecs : b =30, p = 100 environ 10^{120} -> stratégie gagnante ?

=> On s'intéresse à la **recherche du meilleur coup** à jouer à un instant donné

Recherche dans les arbres de jeu

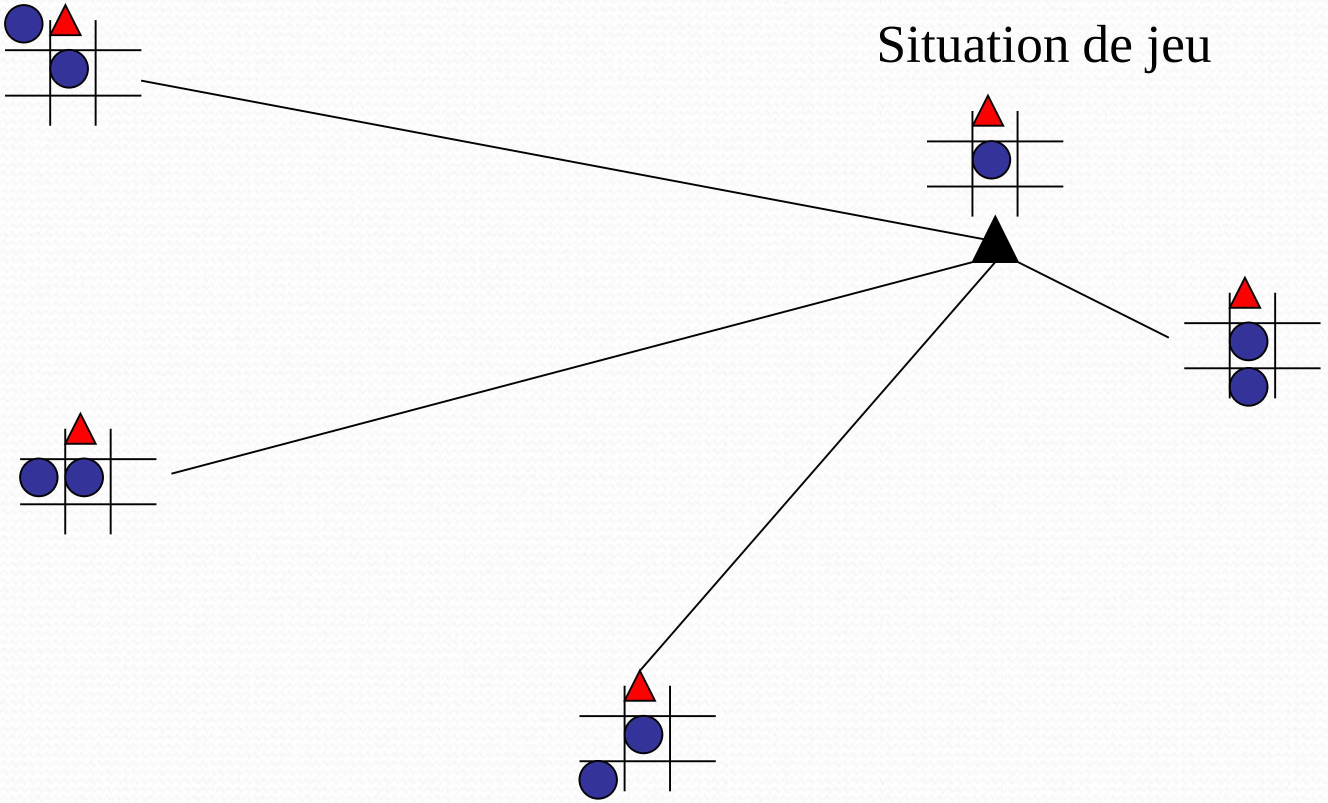
Plan

- Introduction
- Algorithmes de recherche du meilleur coup
  - Principe
  - Minimax
  - Alpha-beta
  - SSS*

Principe de la recherche du meilleur coup

- On ne recherche pas la « solution » (partie) optimale (voir AO*, voir reines anglaises)
- On s'intéresse à la détermination du meilleur coup à jouer à chaque pas
  - Seule une sous-partie de l'arbre de jeu est développée à une certaine profondeur pour déterminer le meilleur coup
  - Après riposte de l'adversaire il y a réévaluation de la stratégie
  - La qualité du choix dépend de la fonction d'évaluation des sous-arbres non développés

Exemple : tic-tac-toe



Quel est le meilleur coup à jouer pour ● ?

Fonctions d'évaluation

- Choix heuristique du coup à jouer
  - Développement à un seul niveau
    - Si un coup c est gagnant, le choisir
    - Si un coup c est perdant, le supprimer
    - Pou r les coups restants, choisir le plus avantageux (ou le plus handicapant pour l'adversaire)
  - **Technique du « looking ahead »**
    - On développe les nœuds jusqu'à une profondeur p_{max} (fonction du temps de calcul par exemple) et on remonte l'évaluation jusqu'au nœud courant
    - Principe du Minimax

Recherche dans les arbres de jeu

Plan

- Introduction
- Algorithmes de recherche du meilleur coup
  - Principe
  - Minimax
  - Alpha-beta
  - SSS*

Minimax

- Hypothèse de base
  - La fonction d'évaluation est toujours du point de vue de J1
  - Le coup le plus intéressant est celui qui a la valeur maximale
  - J2 fait toujours les meilleurs choix pour lui (les plus contraignants pour J1)

- Évaluation
  - La racine est la situation du jeu au moment où J1 doit jouer
  - On développe l'arbre jusqu'à une profondeur p_{max} (sauf si..)
  - Les feuilles sont évaluées et leur valeur est (rétro)propagée jusqu'à la racine
  - Au nœud OU (choix de J1) on associe le maximum des valeurs
  - Au nœud ET (choix de J2) on associe le minimum des valeurs (choix le plus contraignant pour J1)

Algorithme du Minimax

alpha ← maximin (R)

<u>si</u> FEUILLE(R) <u>alors</u> alpha ← h(R)

<u>sinon</u> alpha ← max(Minimax($succ_1$(R)), Minimax($succ_2$(R)), ..., Minimax($succ_n$(R)))

<u>fsi</u>

beta ← Minimax (R)

<u>si</u> FEUILLE(R) <u>alors</u> beta ← h(R)

<u>sinon</u> beta ← min (maximin ($succ_1$(R)), maximin ($succ_2$(R)), ..., maximin ($succ_n$(R)))

<u>fsi</u>

Remarques

- La notion de feuille est ici heuristique. Les feuilles ne sont pas obligatoirement toutes à la même profondeur (succès, échecs mais aussi attente d'une situation stable)

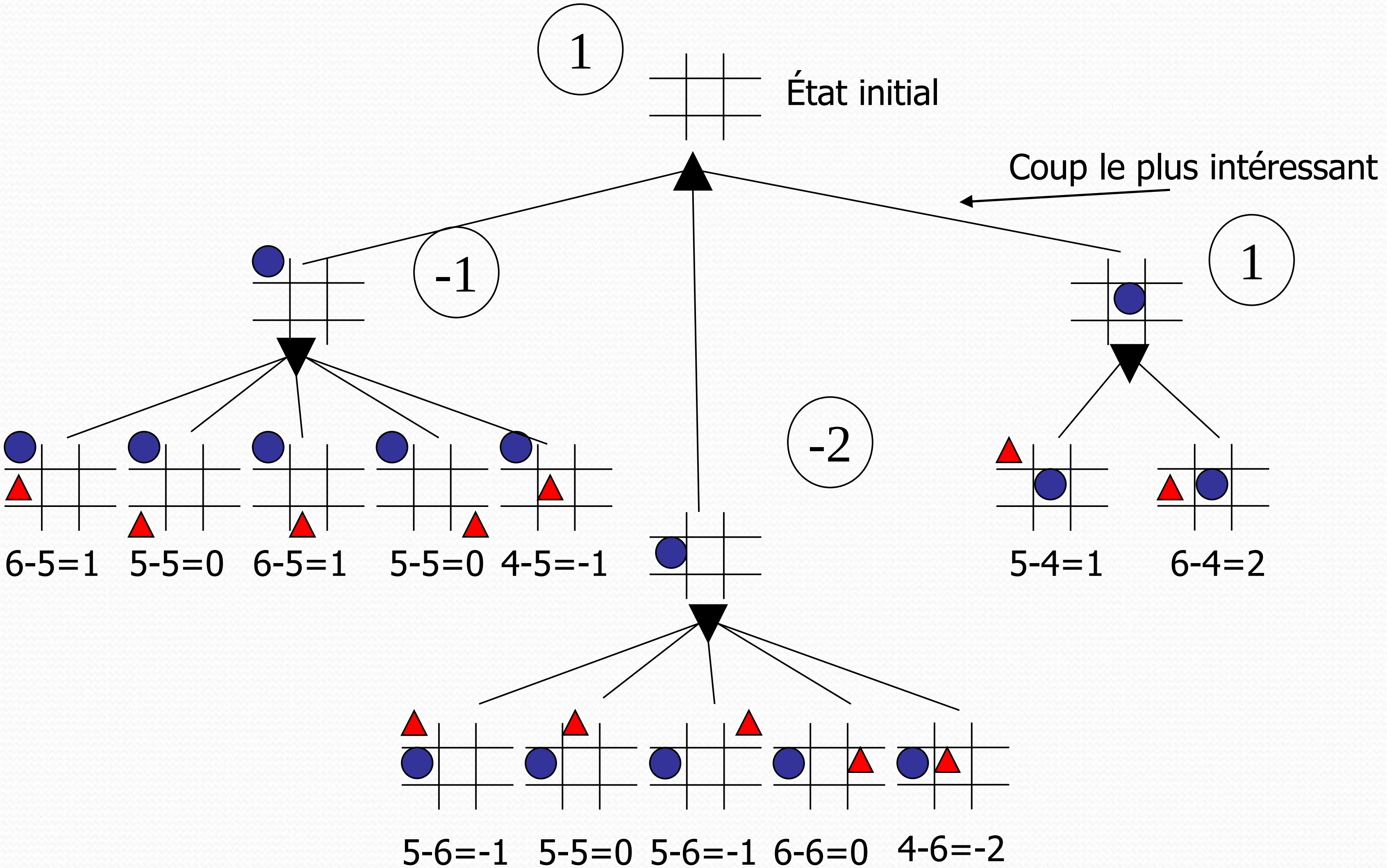
- L'heuristique ne sert pas ici à guider le développement de l'arbre.
  - L'arbre est développé complètement jusqu'aux feuilles
  - L'heuristique sert à valuer les feuilles

Exemple : tic-tac-toe

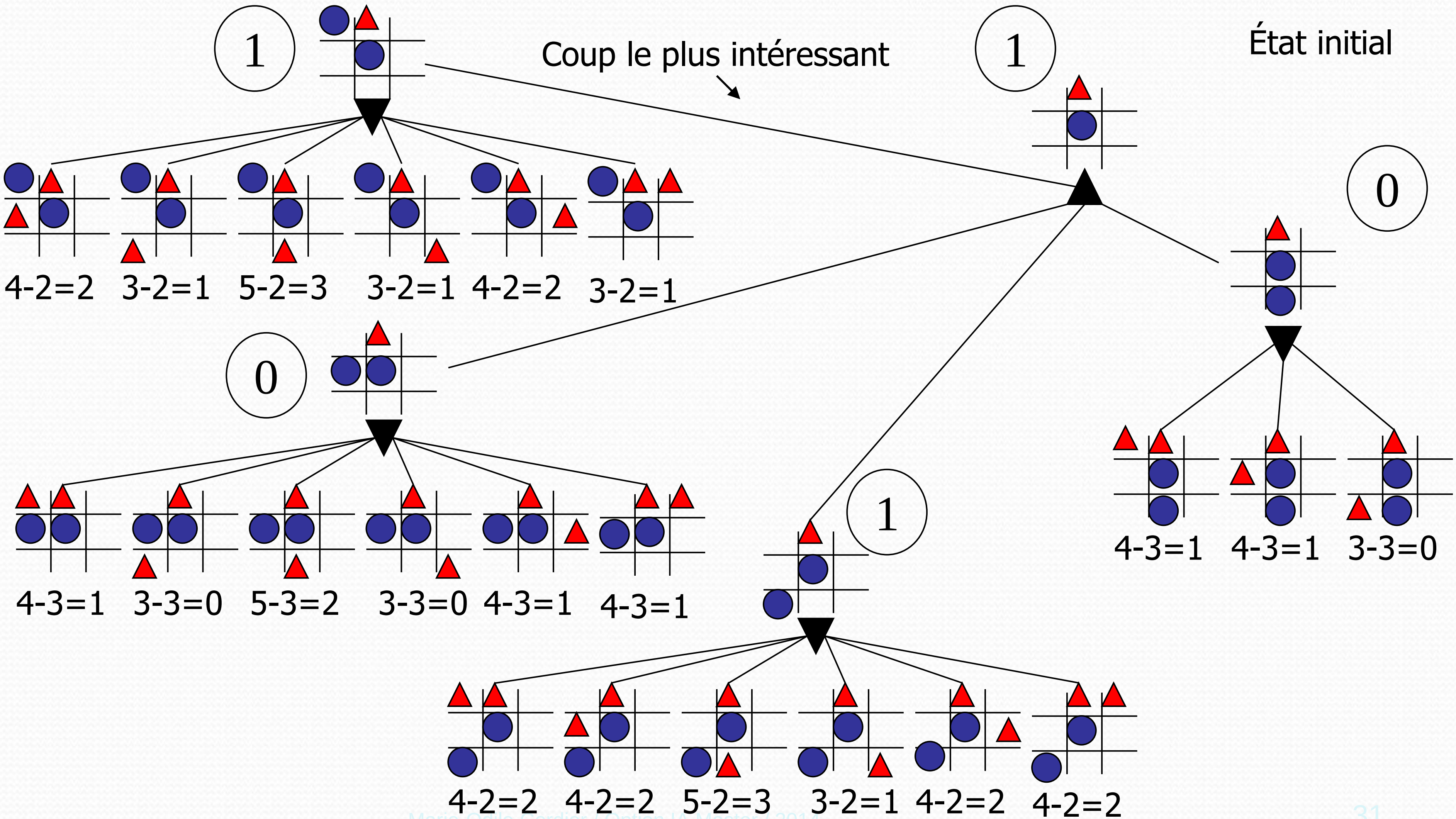
- Soit la fonction d'évaluation h(F)
  - h(F) = nb lignes + nb colonnes + diagonales ouvertes pour J1 – (nb lignes + nb colonnes + diagonales ouvertes pour J2)

- On considère une profondeur de développement de 2

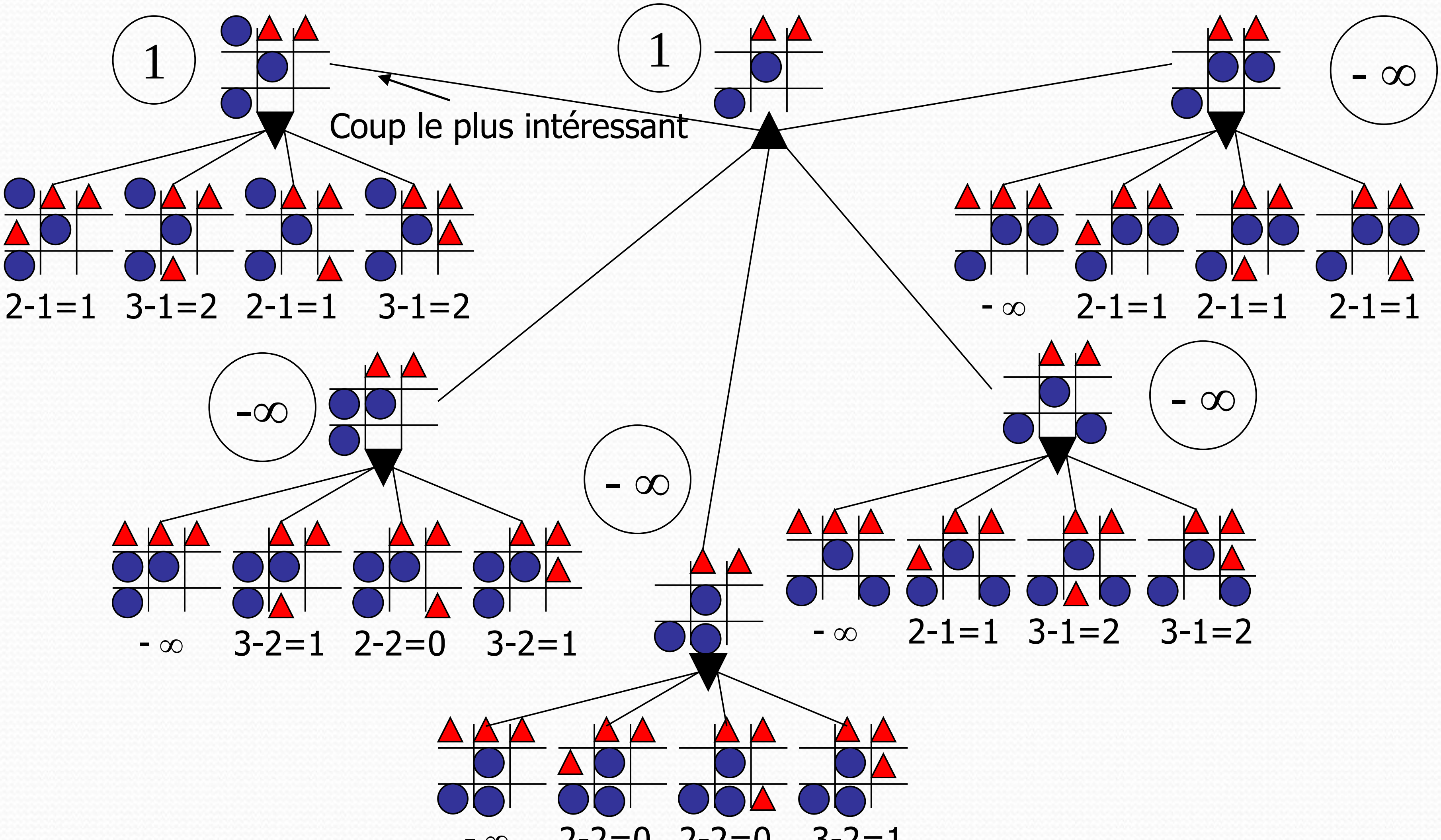
Exemple : tic-tac-toe



Exemple : tic-tac-toe



Exemple : tic-tac-toe



Propriétés de Minimax

- S'arrête toujours si l'arbre est fini
- Si b = nombre de coups possibles et p la profondeur moyenne des feuilles, minimax a une complexité en temps O(b^p) et en espace O(b*p)

- Problème d'horizon
  - Le meilleur coup a jouer à une profondeur p peut cacher un coup plus intéressant par la suite

Recherche dans les arbres de jeu

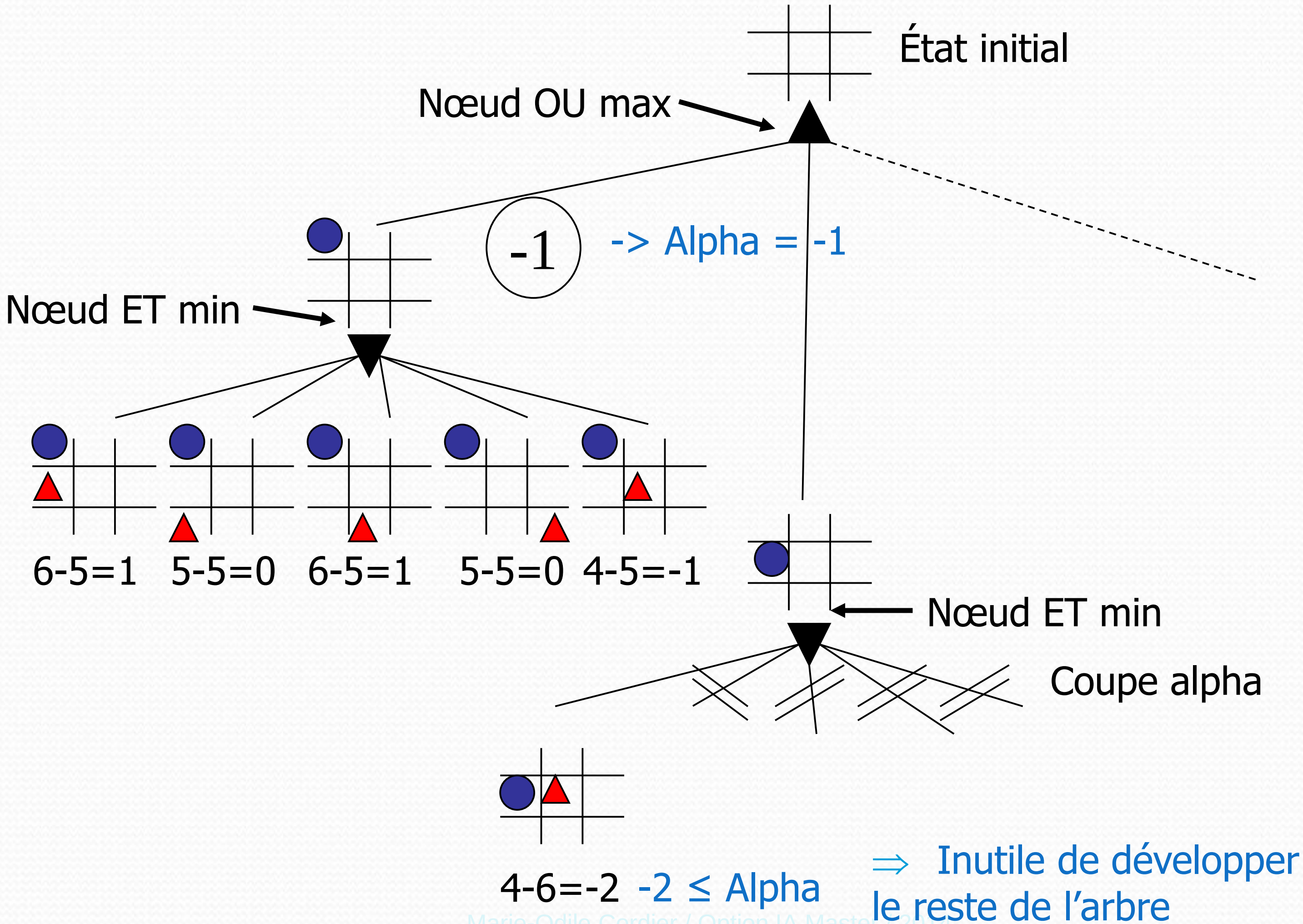
Plan

- Introduction
- Algorithmes de recherche du meilleur coup
  - Principe
  - Minimax
  - Alpha-beta
  - SSS*

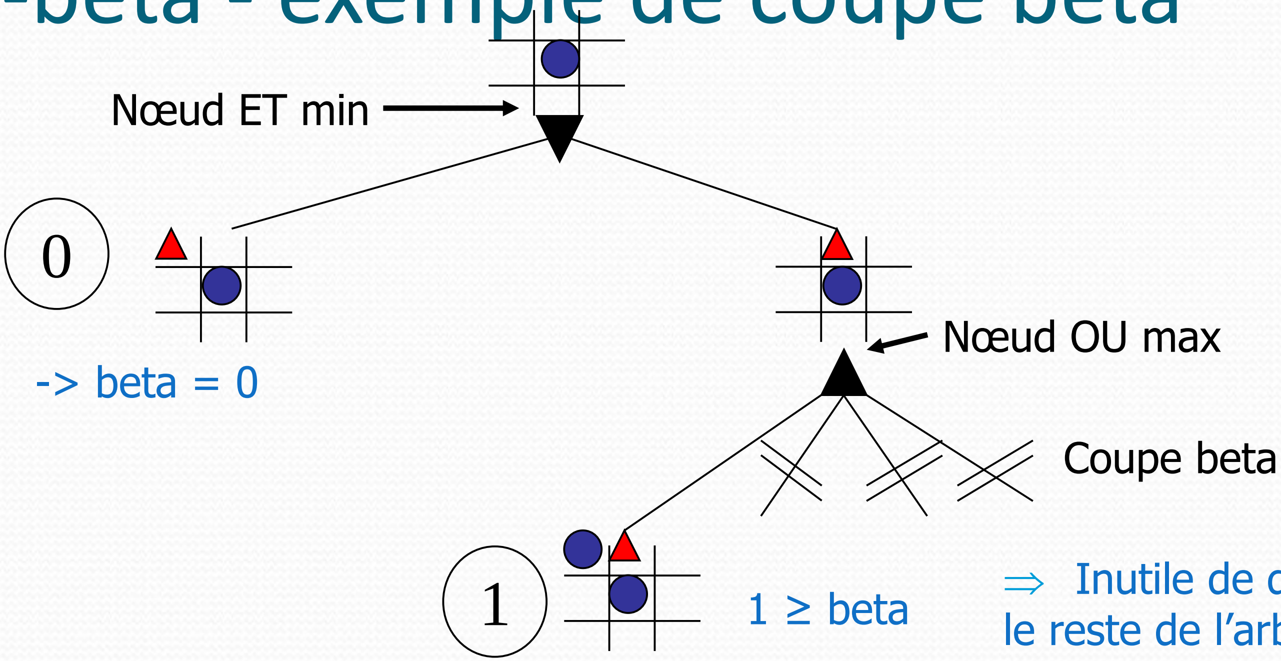
Alpha - Beta

- Le Minimax fait une énumération explicite de l'ensemble des coups possibles jusqu'à une certaine profondeur
- L'apha-beta permet de ne développer que les noeuds intéressants à l'aide de coupes
- Deux types de coupes peuvent être envisagés
  - Coupe beta sur les nœuds OU
  - Coupe alpha sur les nœuds ET

Alpha-beta - exemple de coupe alpha



Alpha-beta - exemple de coupe beta



⇒ Inutile de développer le reste de l'arbre

Algorithme de l'alpha-beta

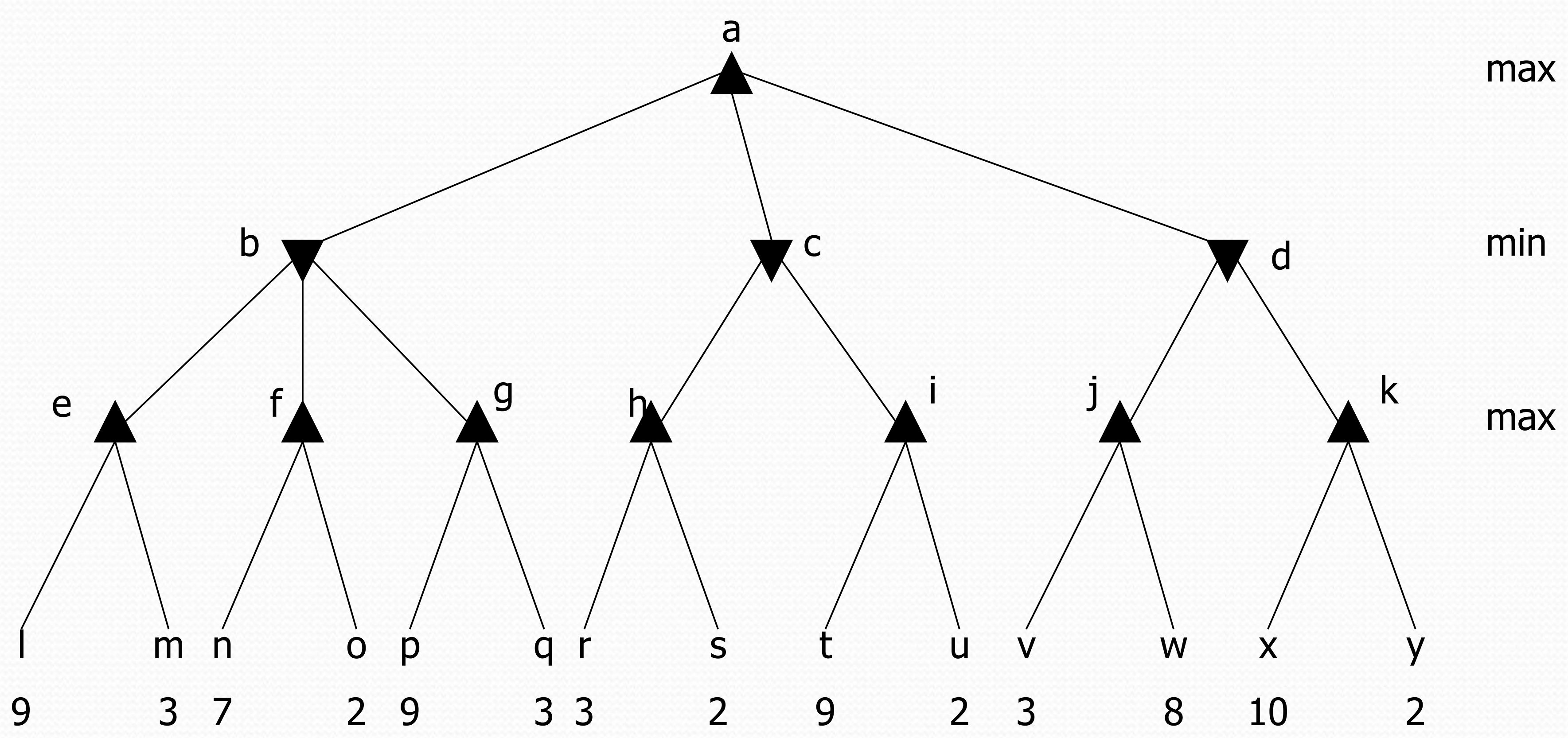
```
maximin (R,alpha,beta) // R nœud max

si FEUILLE(R) alors return h(R)
sinon
    eval = -∞
    pour tout successeur de R faire
        eval ← max(eval,
                minimax(succ(R), eval, beta))
        si eval > beta alors
            print « beta coupure »
            return eval
        fsi
    fpour
    return eval
fsi
```

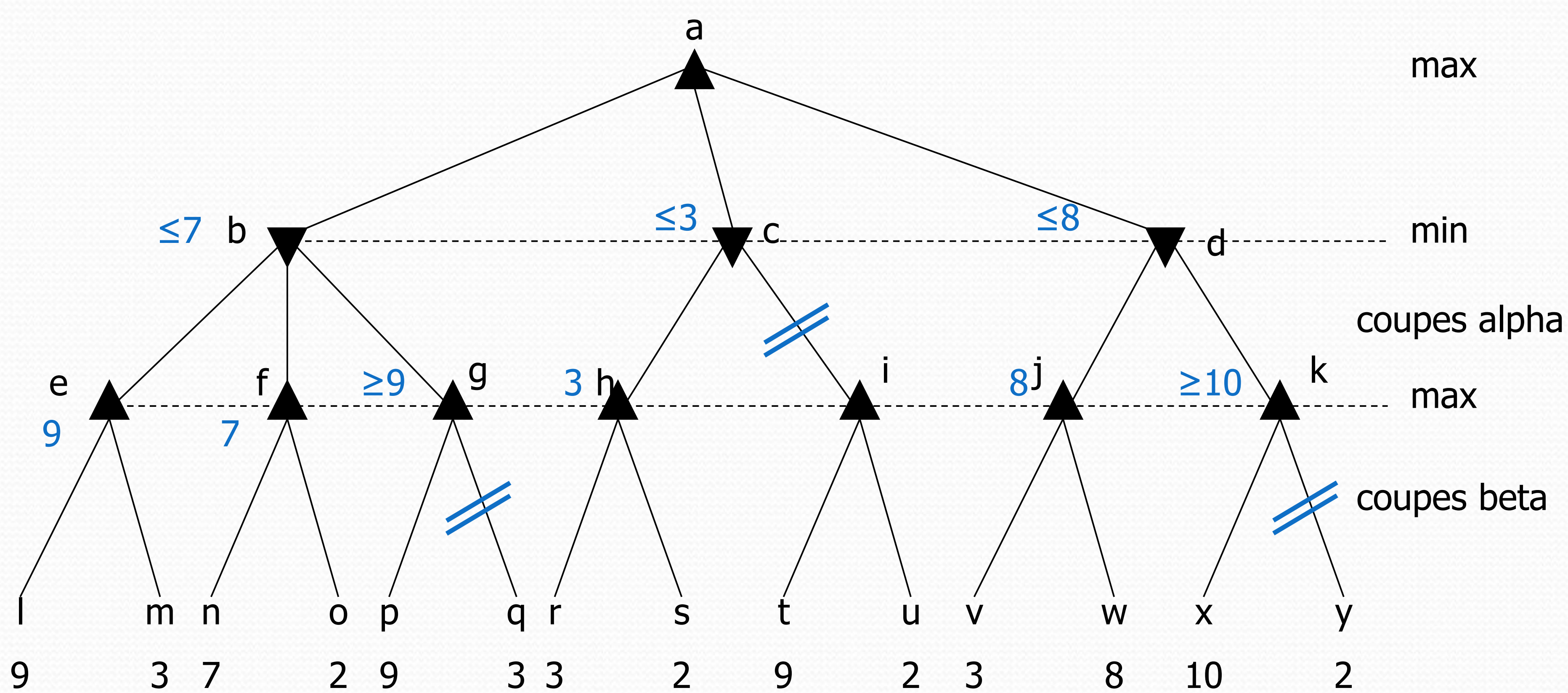
```
minimax (R,alpha,beta) // R nœud min

si FEUILLE(R) alors return h(R)
sinon
    eval = +∞
    pour tout successeur de R faire
        eval ← min(eval,
                maximin(succ(R), alpha,
                eval))
        si eval ≤ alpha alors
            print« alpha coupure »
            return eval
        fsi
    fpour
    return eval
fsi
```

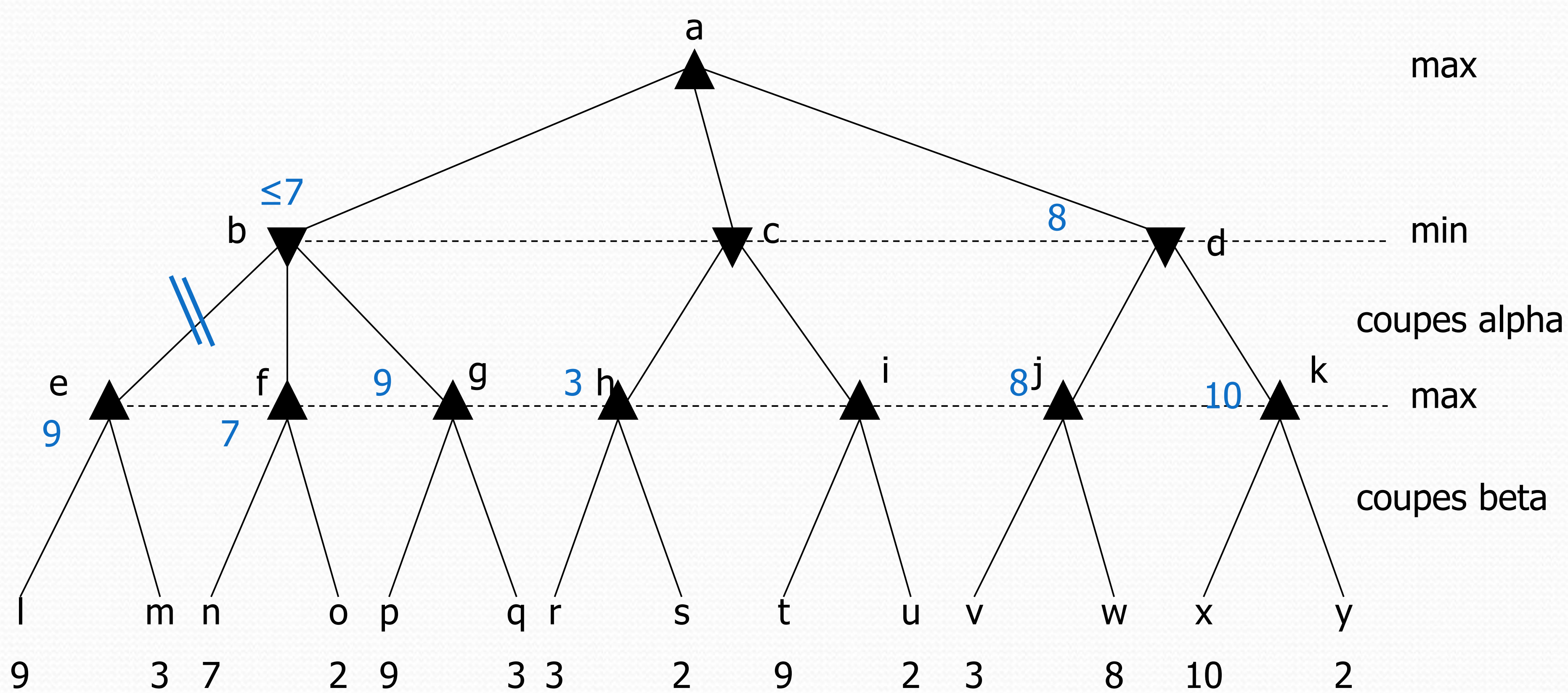
Alpha-beta – exercice



Alpha-beta – exercice



Alpha-beta – exercice (droite-gauche)



Remarques sur l'alpha-beta

- L'ordre dans lequel on visite les nœuds fils est important
  - Si on trouve rapidement une bonne valeur on élague plus de nœuds
  - Idée : Utiliser la fonction d'évaluation pour établir l'ordre de visite des nœuds fils

- Comment décider de la profondeur ?
  - Utiliser le principe de l'iterative deepening
  - On utilise le résultat obtenu pour ordonner les nœuds à l'itération suivante
  - Algorithme de type anytime (contrôle du temps passé pour chaque coup)