$$\int_0^{\frac{1}{2}} \underbrace{\arcsin x}_{\text{前}} \ \underbrace{dx}_{\text{后}}$$ ← 根据定积分“分部积分法”公式

$$\int_a^b \text{前} \cdot d(\text{后}) = (\text{前} \cdot \text{后})\Big|_a^b - \int_a^b \text{后} \ d(\text{前})$$

$$= (\arcsin x \cdot x)\Big|_0^{\frac{1}{2}} - \int_0^{\frac{1}{2}} x \ \underbrace{d(\arcsin x)}_{\text{求}\arcsin x\text{的微分}}$$

← 注意，减号后面的积分部分，这里的$[0, \frac{1}{2}]$是x的积分区间，

而现在d后面是$\arcsin x$了，即求的是 $\arcsin x$ 的微分，
所以，你应该把$\arcsin x$这个“原函数”，朝外提出去变成“导函数”，
让d后面是x才行.

微分 $d(\arcsin x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$$= \underbrace{\arcsin \frac{1}{2}}_{\frac{\pi}{6}} \cdot \frac{1}{2} - \int_0^{\frac{1}{2}} x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$ ← 右边部分的$\int x \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$，把导函数$x$拿到$d$里面，变成原函数

$$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} d\left(\frac{1}{2} x^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} d(x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \ d \ \underbrace{(x^2-1)}_{\substack{\text{原函数，加常数后，} \\ \text{其导函数的值是不变的}}}$$

$$= -\frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} d(1-x^2)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{-\frac{1}{2}+1} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}+1} + C\right]$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 2(1-x^2)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= -(1-x^2)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{\pi}{12} - \left[-(1-x^2)^{\frac{1}{2}} + C\right]\Big|_0^{2^{-1}}$$

$$= \frac{\pi}{12} - \left[-(1-(2^{-1})^2)^{\frac{1}{2}} - \left(-(1-0^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$