

目录

1	二阶与三阶行列式	3
1.1	二阶行列式	3
1.2	三阶行列式	3
2	全排列和对换	3
3	n 阶行列式	3
4	行列式的性质	3
5	行列式按行（列）展开	3
6	n 阶行列式	4
7	行列式的性质	4
7.1	性质 1: 行列互换, 其值不变. 即 $ A = A^T $	4
7.2	性质 2: 某行（列）元素全为零, 则行列式为零	4
7.3	性质 3: 两行（列）元素相等, 或对应成比例, 则行列式为零	4
7.4	性质 4: 某行（列）元素均是两个元素之和, 则可拆成两个行列式之和	4
7.5	性质 5: 两行（列）互换, 行列式的值反号	4
7.6	性质 6: 某行（列）元素有公因子 $k (k \neq 0)$, 则 k 可提到行列式外面去	4
7.7	性质 7: 某行（列）的 b 倍加到另一行（列）上去, 行列式的值不变	4
8	行列式的展开定理	4
8.1	余子式 M_{ij}	4
8.2	代数余子式 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$	4
8.3	按某一行（列）展开的展开公式: $ A = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} \ (j = 1, 2, \dots, n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} \ (i = 1, 2, \dots, n)$	4
9	具体型行列式的计算: a_{ij} 已给出	4
9.1	化为“12+1”型行列式	4
9.1.1	主对角线行列式	4
9.1.2	副对角线行列式	4
9.1.3	拉普拉斯展开式	4
9.1.4	范德蒙德行列式	4
9.2	加边法	4
9.3	递推法 (高阶 \rightarrow 低阶)	4
9.3.1	建立递推公式, 即建立 D_n 与 D_{n-1} 的关系	4
9.3.2	D_n 与 D_{n-1} 要有完全相同的元素分布规律, 只是 D_{n-1} 比 D_n 低了一阶	4
9.4	数学归纳 (低阶 \rightarrow 高阶)	4
9.4.1	第一数学归纳法	4
9.4.2	第二数学归纳法	4
10	抽象型行列式的计算: a_{ij} 未给出	4
10.1	用行列式性质	4
10.2	用矩阵知识	4
10.2.1	设 $C=AB$, A, B 为同阶方阵, 则 $ C = AB = A B $	4
10.2.2	设 $C=A+B$, A, B 为同阶方阵, 则 $ C = A+B $, 作恒等变形, 转化为矩阵乘积的行列式	4
10.2.3	设 A 为 n 阶方阵, 则 $ A^* = A ^{n-1}$, $ (A^*)^* = \left A ^{n-2} A \right = A ^{(n-1)^2}$	4

10.3 用相似理论 4

10.3.1 $|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ 4

10.3.2 若 A 相似于 B, 则 $|A|=|B|$ 4

行列式

1 二阶与三阶行列式

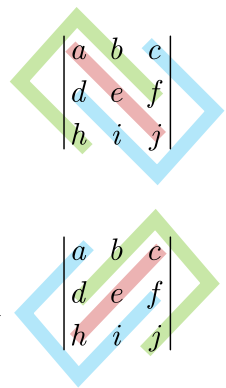
1.1 二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \underbrace{ad}_{\text{主对角线}} - \underbrace{bc}_{\text{副对角线}}$$

1.2 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ h & i & j \end{vmatrix} = (aej + bfh + cdi) - (ceh + dbj + aif)$$

即:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ h & i & j \end{vmatrix} = \underbrace{(aej + bfh + cdi)}_{\text{正项}} - \underbrace{(ceh + dbj + aif)}_{\text{负项}}$$


2 全排列和对换

3 n 阶行列式

4 行列式的性质

5 行列式按行（列）展开

6 n 阶行列式

7 行列式的性质

- 7.1 性质 1: 行列互换, 其值不变. 即 $|A| = |A^T|$
- 7.2 性质 2: 某行 (列) 元素全为零, 则行列式为零
- 7.3 性质 3: 两行 (列) 元素相等, 或对应成比例, 则行列式为零
- 7.4 性质 4: 某行 (列) 元素均是两个元素之和, 则可拆成两个行列式之和
- 7.5 性质 5: 两行 (列) 互换, 行列式的值反号
- 7.6 性质 6: 某行 (列) 元素有公因子 $k (k \neq 0)$, 则 k 可提到行列式外面去
- 7.7 性质 7: 某行 (列) 的 b , 倍加到另一行 (列) 上去, 行列式的值不变

8 行列式的展开定理

- 8.1 余子式 M_{ij}
- 8.2 代数余子式 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$
- 8.3 按某一行 (列) 展开的展开公式:
$$|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

9 具体型行列式的计算: a_{ij} 已给出

- 9.1 化为 “12+1” 型行列式
 - 9.1.1 主对角线行列式
 - 9.1.2 副对角线行列式
 - 9.1.3 拉普拉斯展开式
 - 9.1.4 范德蒙德行列式
- 9.2 加边法
- 9.3 递推法 (高阶 \rightarrow 低阶)
 - 9.3.1 建立递推公式, 即建立 D_n 与 D_{n-1} 的关系
 - 9.3.2 D_n 与 D_{n-1} 要有完全相同的元素分布规律, 只是 D_{n-1} 比 D_n 低了一阶
- 9.4 数学归纳 (低阶 \rightarrow 高阶)
 - 9.4.1 第一数学归纳法
 - 9.4.2 第二数学归纳法

10 抽象型行列式的计算: a_{ij} 未给出

- 10.1 用行列式性质
- 10.2 用矩阵知识
 - 10.2.1 设 $C=AB$, A, B 为同阶方阵, 则 $|C| = |AB| = |A||B|$
 - 10.2.2 设 $C=A+B$, A, B 为同阶方阵, 则 $|C| = |A+B|$, 作恒等变形, 转化为矩阵乘积的行列式
 - 10.2.3 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|A^*| = |A|^{n-1}$, $|(A^*)^*| = ||A|^{n-2} A| = |A|^{(n-1)^2}$