$H=\begin{bmatrix}A & C\\ O & B\end{bmatrix}$，$A$是$m$阶，$B$是$n$阶的可逆矩阵.

问：H可逆吗？若行，求其逆.

→ H是否有逆？

只有当 $|H|\neq 0$时，即它的面积没有压缩成零维时，它才能 $ctrl+z$ 做恢复. 即才有“逆”在

所以，我们就来检查一下它的行列式，即 $|H|=?$

$\begin{vmatrix}A & C\\ O & B\end{vmatrix}=|A||B|\neq 0$，说明$H$可逆.

→ 求H的逆

设其逆阵 $H^{-1}=\underbrace{\begin{bmatrix}X_1 & X_3\\ X_4 & X_2\end{bmatrix}}_{\text{分块矩阵}}$ ← 这里设成$\begin{bmatrix}X_1 & X_2\\ X_3 & X_4\end{bmatrix}$也行.

则 $HH^{-1}=E$

即$\left[\begin{array}{cc}A & C\\ \hline O & B\end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c}X_1 & X_3\\ X_4 & X_2\end{array}\right]=E$

$$\begin{bmatrix}AX_1+CX_4 & AX_3+CX_2\\ \underbrace{OX_1}_{\text{零矩阵}}+BX_4 & \underbrace{OX_3}_{\text{零矩阵}}+BX_2\end{bmatrix}=\underbrace{E}_{=\begin{bmatrix}E & O\\ O & E\end{bmatrix}}$$

即$\begin{bmatrix}AX_1+CX_4 & AX_3+CX_2\\ O+BX_4 & O+BX_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}E & O\\ O & E\end{bmatrix}$

于是

$AX_1+CX_4=E$ ①

$AX_3+CX_2=O$ ②

$O+BX_4=O$ ③ → 得到 $BX_4=O$ ← 对它两边同时乘上B逆

$\underbrace{B^{-1}\cdot B}_{\text{抵消掉，}=E}X_4=B^{-1}\cdot O$

所以 $X_4=O$，代入①

就得到：$AX_1+\underbrace{CO}_{\text{零矩阵}}=E$

即 $AX_1=E$ ←这说明A和X_1互逆，

即 $X_1=A^{-1}$

$O+BX_2=E$ ④ ← 这说明 B和X_2互逆. 即 $X_2=B^{-1}$. ←代入②

$AX_3+CB^{-1}=O$

$AX^3=-CB^{-1}$ ← 然后两边同时左乘A^{-1}

$\underbrace{A^{-1}\cdot A}_{=E}X^3=A^{-1}\cdot-CB^{-1}$

所以 $X^3=A^{-1}\cdot(-CB^{-1})$

因此，$H^{-1}=\underbrace{\begin{bmatrix}X_1 & X_3\\ X_4 & X_2\end{bmatrix}}_{\text{分块矩阵}}=\begin{bmatrix}A^{-1} & A^{-1}\cdot(-CB^{-1})\\ O & B^{-1}\end{bmatrix}$