目录

文件名

第一部分 “离散型数据”(PMF) 的分布

1 伯努利分布

---

2 二项分布 (binomial distribution) : B(试验次数 n, 每项试验成功的概率 p)

二项, 代表 “有两个结果”. 比如, 一个为 “成功”, 另一个为 “失败”.

- 如: 投硬币 10 次 (而不是只做一次实验), 让 X 代表 “正面向上的次数” . 那么 X 就是一个服从 “二项分布” 的随机变量 — 每投一次硬币只有两种结果: 要么是” 正面朝上”, 要么是” 反面朝上”.
- 你的教授给来了一个惊喜的突击测验, 考试是 10 个判断题. 你对某一道题的猜测, 就属于 “伯努利事件 a Binomial Event” (因为它只有两种选择, ” 对” 或” 错”). 而整个测验 (连续做 n 次伯努利事件), 是属于一个 “二项事件” the entire quiz is a Binomial Event.

所以**本质上, “二项事件” 是一系列相同的 “伯努利事件”.**

我们用字母 “B” 来表示二项分布, 即: $\boxed{B(\text{试验次数}n, \text{每项试验成功的概率}p)}$.

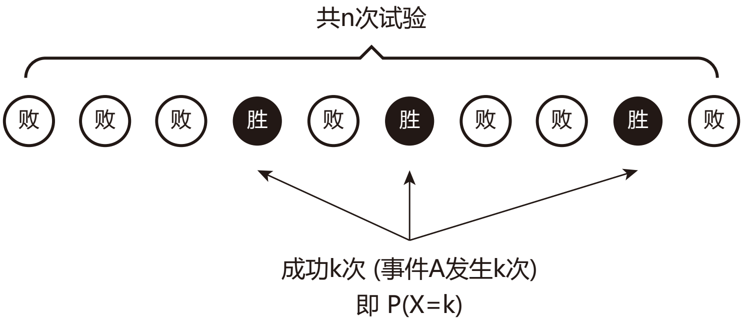
> 例
>
> 如: 我们将 $X \sim B(10, 0.6)$ 读作: 变量 X 遵循 10 次试验中, 每项试验成功的可能性为 0.6 的二项分布.
> Variable “X” follows a Binomial distribution with 10 trials /and a likelihood of success of 0.6 /on each individual trial.

二项分布表示, 在特定的次数内, 能达到我们 “期望结果” 的可能性. the graph of the binomial distribution /represents(v.) the likelihood of /attaining(v.) our desired outcome /a specific number of times.

某事件 A 发生的概率是 P, 我们在做了 n 次试验后, 得到 "该事件 A 发生了 k 次", 则:

$$P(X=k)=\underbrace{C_n^k}_{\text{总}n\text{中取}k}\cdot\underbrace{P^k}_{k\text{次成功}}\cdot\underbrace{(1-P)^{n-k}}_{n-k\text{次失败}}\quad k=0,1,2,...,n.$$

$$\text{记作:}X\sim B\left(\underbrace{n}_{\text{一共做了}n\text{次实验}},\underbrace{p}_{\text{事件}A\text{发生的概率}}\right)$$



例

某药物, 临床有效率为 0.95. 今有 10 人服用, 问 "至少有 8 人能治愈" 的概率是多少?
(即做 10 次实验, 8 次成功)
代入 "二项分布" 公式:

$$P(X\geq 8)=\underbrace{P(X=8)}+\underbrace{P(X=9)}+\underbrace{P(X=10)}$$

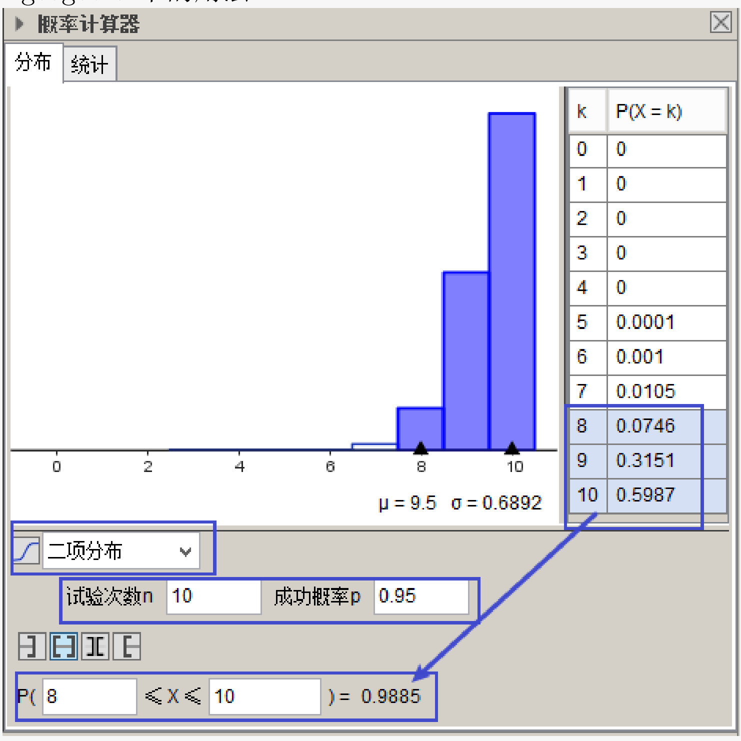
$$=\underbrace{C_{10}^{8}\cdot 0.95^{8}\cdot(1-0.95)^{2}}_{P(X=8)}+\underbrace{C_{10}^{9}\cdot 0.95^{9}\cdot(1-0.95)^{1}}_{P(X=9)}+\underbrace{C_{10}^{10}\cdot 0.95^{10}\cdot(1-0.95)^{0}}_{P(X=10)}$$

$$=0.0746348+0.315125+0.598737$$

$$=0.988496$$

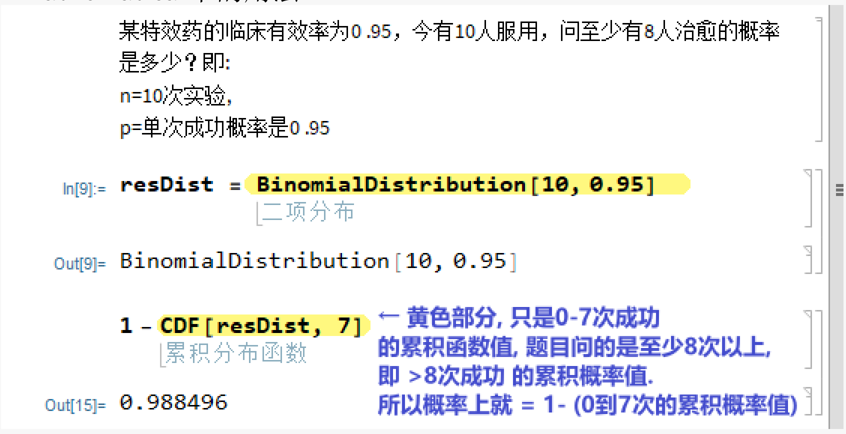
所以, 10 人中有 8 人以上被治愈的概率, 为 0.98.

- geogebra 中的用法:



上表中, P(X=8)=0.0746 的意思, 就是 (对于单次实验是 0.95 的成功率的事件,) “做 10 次实验, 里面会成功 8 次” 的概率 =7.46%.
同理, P(X=9) 的意思, 是 “做 10 次实验, 里面会成功 9 次” 的概率.

- mathematica 中的用法:



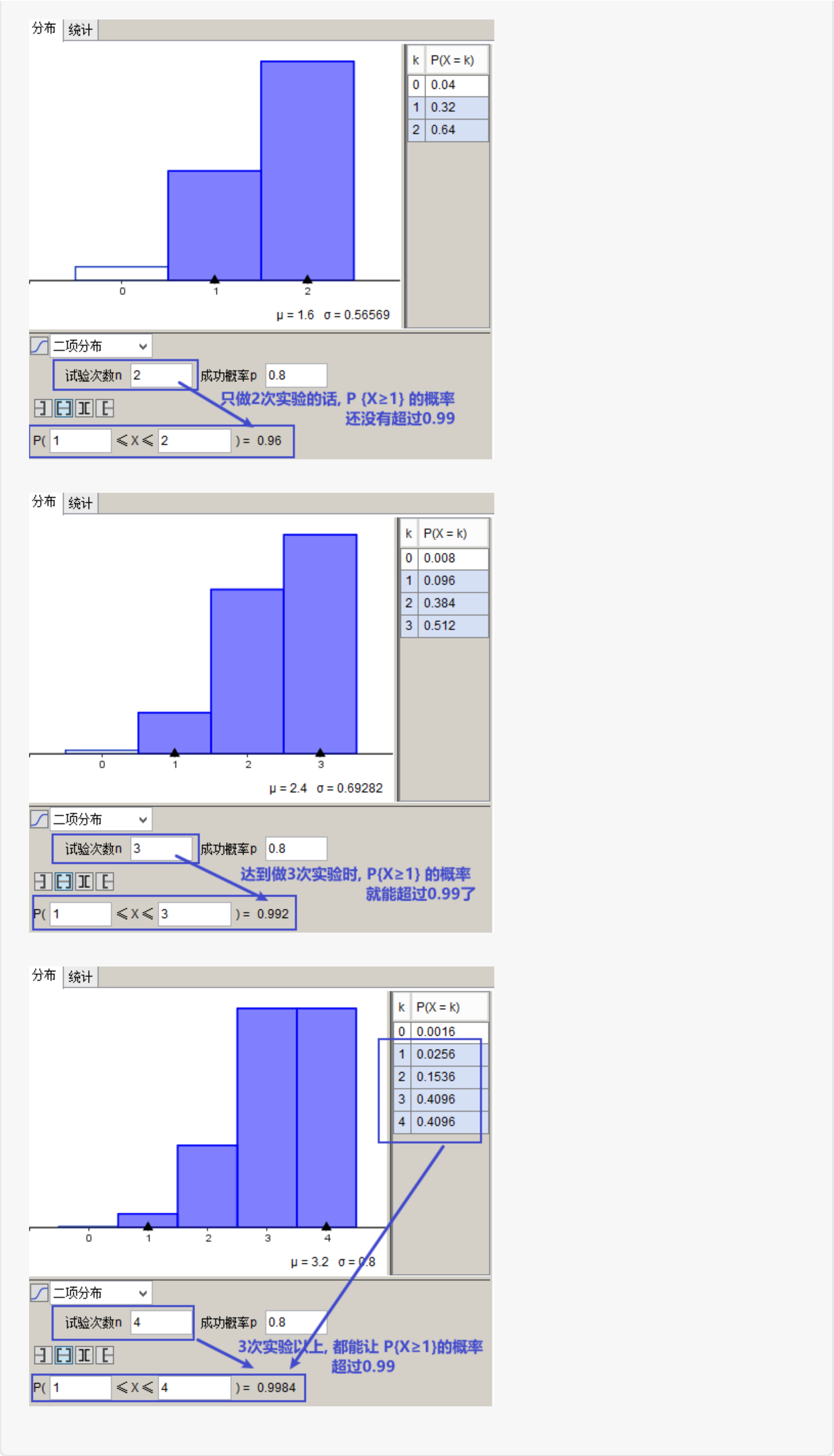
即：我们只要知道单次的成功概率，就能计算 n 次成功中，会成功 k 次的概率.

例

某报警器, 在发生危险时, 成功报警的概率是 0.8. 问: 要将报警成功率提高到 99%, 至少要安装多少台才行?
我们令:
- n: 表示总共安装的台数.
- X: 表示成功报警的台数.
则, 安装的总 n 台中, 只要至少有一台能报警 (即 $P(X \geq 1)$), 就成功了.

本例即: $X \sim B(\text{一共做 n 次实验, 单次实验的成功概率0.8})$

$$
\begin{aligned}
&\text{即:}\quad \underbrace{P\left(X \geq 1\right)}_{\text{至少 1 台报警 的概率}} \geq 0.99 \\
&\underbrace{1 - P\left(X = 0\right)}_{\text{全都没报警 的概率}} \geq 0.99 \\
&1 - \underbrace{C_n^0 \cdot \underbrace{0.8^0}_{0\text{台报警 的概率}} \cdot \underbrace{0.2^n}_{n\text{台没报警 的概率}}}_{\text{总}n\text{台里面, 只有 0 台报警}} \geq 0.99 \\
&1 - 0.2^n \geq 0.99 \\
&1 - 0.99 \geq 0.2^n \\
&\ln 0.01 \geq \ln 0.2^n \quad \leftarrow \text{两边取 ln} \\
&\ln 0.01 \geq n \ln 0.2 \\
&n \leq \frac{\ln 0.01}{\ln 0.2} \\
&n \leq \frac{-4.60517}{-1.60944} \\
&n \geq 2.86135
\end{aligned}
$$


分布 统计
k P(X = k)
0 0.04
1 0.32
2 0.64
μ = 1.6 σ = 0.56569
二项分布
试验次数n 2
成功概率p 0.8
只做2次实验的话, P {X≥1} 的概率
还没有超过0.99
P(1 ≤X≤ 2) = 0.96
分布 统计
k P(X = k)
0 0.008
1 0.096
2 0.384
3 0.512
μ = 2.4 σ = 0.69282
二项分布
试验次数n 3
成功概率p 0.8
达到做3次实验时, P{X≥1} 的概率
就能超过0.99了
P(1 ≤X≤ 3) = 0.992
分布 统计
k P(X = k)
0 0.0016
1 0.0256
2 0.1536
3 0.4096
4 0.4096
μ = 3.2 σ = 0.8
二项分布
试验次数n 4
成功概率p 0.8
3次实验以上, 都能让 P{X≥1}的概率
超过0.99
P(1 ≤X≤ 4) = 0.9984

例

每台机器 (机床), 会坏的概率是 0.01. (即一台机器只有两种结果: 要么处在 "正常工作" 的状态, 要么处在 "损坏" 的状态.) 问:

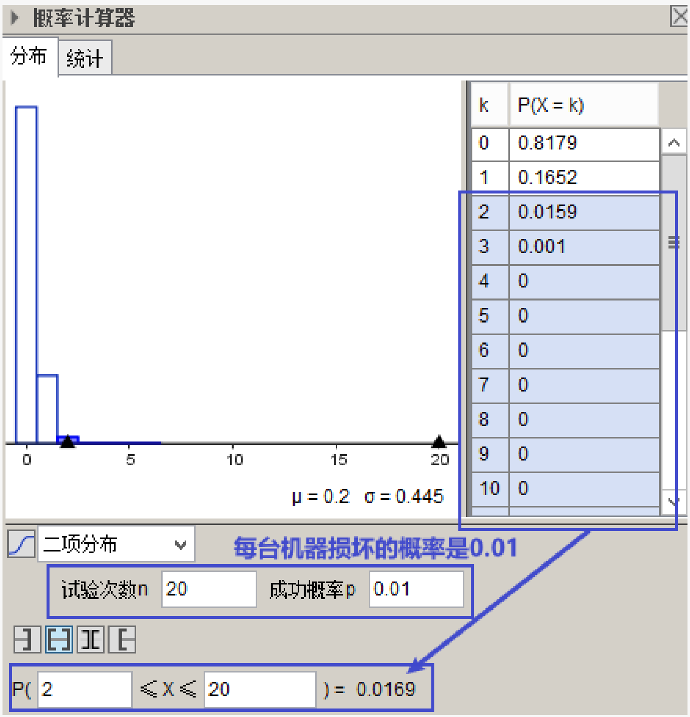
→ 若 1 个人 (维修工) 要看护 20 台机器. 他无法及时维修的概率是多少? 那么对 1 个人来说, 什么叫做 "他无法及时维修"? 就是同时有 2 台机器处在 "损坏" 状态.
我们令:
- n: 代表总机器数. 本处 n=20.
- 随机变量 X: 表示 "机器处在损坏状态" 的台数. 即本处要求的就是 $P(X \geq 2)$ 的概率.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$= 1 - \left[\underbrace{P(X=0)}_{\text{坏 0 台的概率}} + \underbrace{P(X=1)}_{\text{坏 1 台的概率}} \right]$$

$$= 1 - \left[\left(\underbrace{C_{20}^{0}}_{\text{0台坏了, 即全没坏}} \cdot \underbrace{0.01}_{\text{每台坏的概率}}{}^{0} \cdot \underbrace{0.99}_{\text{每台没坏的概率}}{}^{20-0} \right) + \left(\underbrace{C_{20}^{1}}_{\text{20台中坏了 1 台}} \cdot 0.01^{1} \cdot 0.99^{20-1} \right) \right]$$

$$= 0.0169$$



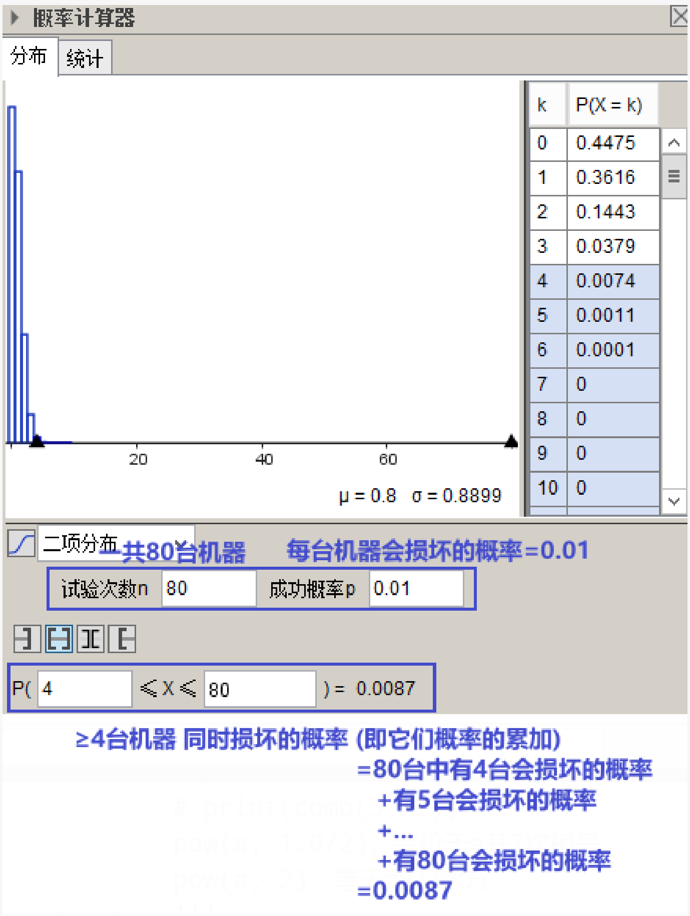
→ 若 3 个人看护 80 台机器, 问他们无法及时维修的概率? 那就是说, 同时有 4 台机器处在 "损坏" 状态. 即我们要求的是 $P(X \geq 4)$ 的概率.

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4)$$

$$= 1 - \left[\underbrace{P(X=0)}_{\text{坏 0 台的概率}} + \underbrace{P(X=1)}_{\text{坏 1 台的概率}} + \underbrace{P(X=2)}_{\text{坏 2 台的概率}} + \underbrace{P(X=3)}_{\text{坏 3 台的概率}} \right]$$

$$= 1 - \left[\left(C_{80}^{0} \cdot 0.01^{0} \cdot 0.99^{80} \right) + \left(C_{80}^{1} \cdot 0.01^{1} \cdot 0.99^{80-1} \right) + ... + \left(C_{80}^{3} \cdot 0.01^{3} \cdot 0.99^{80-3} \right) \right]$$

$$= 0.0087$$



"伯努利分布"(投 1 次硬币) 的 "期望值" E(Bernoulli event)	**就表明我们对单个试验的预期结果.** the expected value of the Bernoulli distribution /suggests(v.) which outcome we expect for a single trial.
"二项分布"(投 n 次硬币) 的 "期望值" E(Binomial Event)	**是我们期望获得特定结果的次数.** the expected value of the Binomial distribution /would suggest(v.) the number of times we expect to get a specific outcome.

---

3 0-1 分布 (0-1 distribution) : $P\{X=k\}=P^k\cdot(1-P)^{1-k}\quad k=0,1$

"0-1 分布", 只是 "二项分布" 的一种特例而已.

0-1 分布, 即随机变量 X, 只能取 1 和 0. 即: 只有两种试验结果. 而且试验只做一次.
- 当 X=1 时, 其概率 P=P
- 当 X=0 时, 其概率 P=1-P

X=	1	0
P=	P	1-P

"0-1 分布" 的公式是:
$\boxed{P\{X=k\}=P^k\cdot(1-P)^{1-k}\quad k=0,1}$ ← 这个公式, 其实是 "二项分布" 的一种特例.

即: $\begin{cases} 当k=0时,\ P^k\cdot\left(1-P\right)^{1-k}=P^0\cdot\left(1-P\right)^{1-0}=1-P \\ 当k=1时,\ P^k\cdot\left(1-P\right)^{1-k}=P^1\cdot\underbrace{\left(1-P\right)^{1-1}}_{1}=P \end{cases}$

> 例
>
> 有一批产品, 次品率是 10%. 从中抽 1 个来检验 (即只做一次实验). 我们令:
>
> 随机变量$X=\begin{cases} 1 & :表示抽到``合格品" \\ 0 & :表示抽到``次品" \end{cases}$
>
> 所以: $\begin{cases} P\left\{X=0\right\}=0.1 \ \leftarrow 次品率 \\ P\left\{X=1\right\}=1-0.1=0.9 \end{cases}$

---

4 几何分布 (Geometric distribution) : $P\left(X=k\right)=\left(1-P\right)^{k-1}\cdot P$

某事件 A, 发生的概率是 P, 即 $P(A)=P$. 我们把试验重复做很多遍, 使得该事件 A, 在第 k 次试验时首次发生了. 即前面的 k-1 次试验中, 都没发生事件 A. 则:

$$\boxed{P\left(X=k\right)=\underbrace{\left(1-P\right)^{k-1}}_{在前k-1次试验中,\ 事件A没发生\ 的概率}\cdot\underbrace{P}_{(在第k次试验时)事件A发生的概率},\quad k=1,2,...}$$

上面的整体, 就是: 在 n 次伯努利试验中, "试验 k 次后, 才得到第一次成功" 的机率. 即: "前 k-1 次皆失败, 第 k 次才成功" 的概率.

上面这个就是 "几何分布" 的公式. 记作 $X\sim G(P)$.

所以, 只要看到 "首次发生" 这个关键词, 我们就要想到使用 "几何分布" 来做.

> 例
>
> 射击, 命中率是 0.6.
>
> 则我们令随机变量 X 表示 "直到首次命中时, 所射击的次数" (即第一次成功时, 是第几次射击).
>
> 就有: $P\left(X=k\right)=\left(1-P\right)^{k-1}\cdot P=\left(1-0.6\right)^{k-1}\cdot0.6,\ k=1,2,3...$

第 1 次就成功的概率 就是:

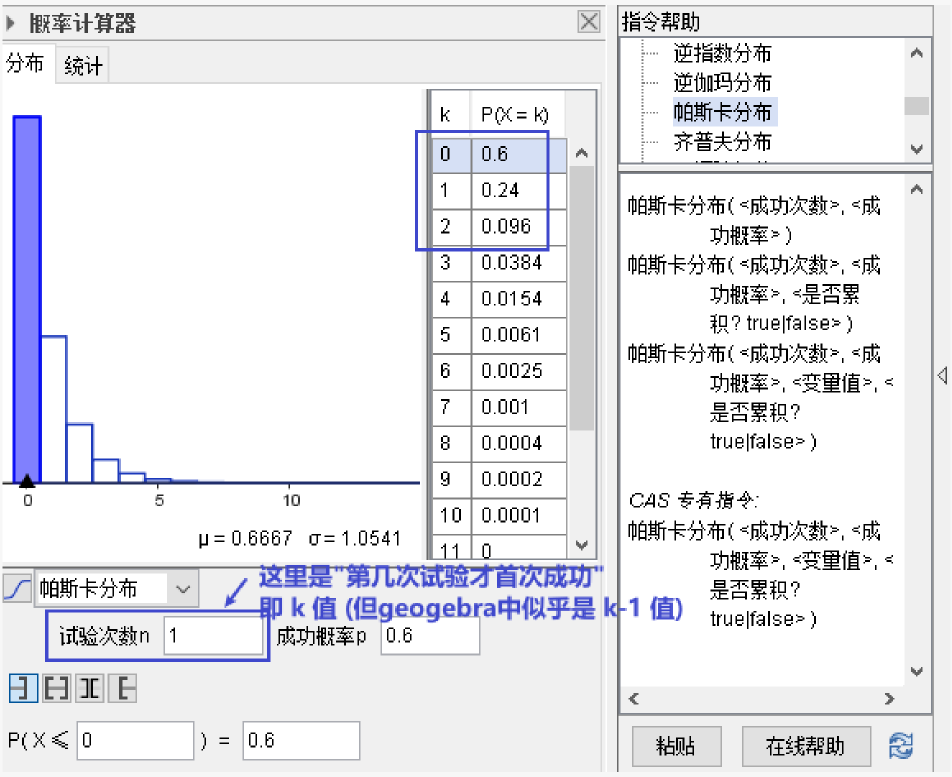
$$P\left(X=\underset{k}{\underset{\smile}{1}}\right)=(1-P)^{1-1}\cdot P=(1-0.6)^{1-1}\cdot 0.6=0.6$$

第 2 次才首次成功的概率 就是:

$$P(X=2)=(1-P)^{2-1}\cdot P=(1-0.6)^{2-1}\cdot 0.6=0.24$$

第 3 次才首次成功的概率 就是:

$$P(X=3)=(1-P)^{3-1}\cdot P=(1-0.6)^{3-1}\cdot 0.6=0.096$$



几何分布 Geometric distribution 是 “离散型数据” 的概率分布.
“几何分布” 是 “帕斯卡分布” 当 r=1 时的特例.
(帕斯卡分布 Pascal distribution 是: 进行多次重复、独立的伯努利试验, 直到出现 r 次某事件成功为止. 即: 随机变量 X 表示所需的试验次数. 用 P(X=k) 来表示 “帕斯卡分布”. 即: $P\left(X=k\right)=C_{k-1}^{r-1}\cdot P^{r}\cdot\left(1-P\right)^{k-r}, \quad k=r,r+1,...$)

---

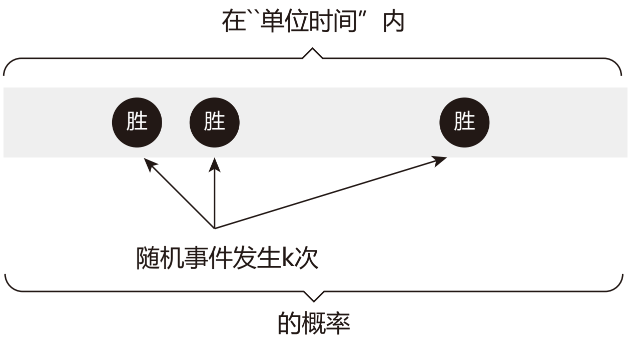
5 泊松分布 (poisson distribution) : $P\left(事X=想\right)=\frac{均^{想}\cdot e^{-均}}{想!}$

“泊松分布” 研究的是: 在 “单位时间 (或空间)” 内, “随机事件发生任意次数” 的概率.

即, “泊松分布” 是为了解决这样的问题的: 单位时间内, 随机事件发生的次数, 即: 一件事发生的概率 P 是已知的, 但它的发生与否是随机的. 我们想要求它 (即该随机事件) 发生 k 次 (或 $\geq k$次, $\leq k$次 等问题) 的概率.

当一个随机事件, 以固定的 “平均瞬时速率 λ”（或称 “密度”）随机且独立地出现时，那么这个事件在 “单位时间 (面积或体积)” 内出现的次数或个数, 就近似地服从 “泊松分布”.

泊松分布的参数 λ ：是单位时间（或单位面积）内，随机事件的平均发生次数.



“泊松分布” 的期望和方差, 均为 λ.

$$P\{X=\text{你希望“随机事件}A\text{”发生的次数}k\}$$
$$=\frac{(\text{单位时间内},A\text{的平均发生次数}\lambda)^{\text{你希望}A\text{发生的次数}k}}{(\text{你希望}A\text{发生的次数}k)!}e^{-\lambda},\ \ k=0,1,2,...,n$$
$$\text{即}=\frac{\lambda^{k}\cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

上面的公式中:

- λ : 是单位时间内, 随机事件 A 的**平均发生次数**.
- k : 是**你希望的, 想要的**随机事件 A 发生的次数.

所以, 泊松分布的 “概率函数” 就是: $\boxed{P\left(X=\text{你想要发生的次数}\right)=\frac{均^{想}\cdot e^{-均}}{想!}}$

记作: $\boxed{X\sim P(\lambda)}$ ← 即: 我们用 $Po(\lambda)$ 来表示 “泊松分布”. 比如, 我们将 $Y\sim Po(4)$ 读作: “变量 Y” 遵循 “λ 等于 4” 的泊松分布.

例

“50 年一遇” 的大雨, 结果三年中下了两场, 这是怎么回事?
其实 “50 年一遇” 是个数学语言, 它是指: “长期来看”, 这样的大暴雨是平均 50 年发生一次. 注意关键词 “长期”. 长期是多长? 在数学中, 是指 “很长很长” 的时间段.
所以对 “长期” 的理解不到位, 就是概率问题的结果 “反直觉” 的原因.

平均 50 年发生一次, 可以是: 前 4 年, 每年都发生一次; 之后的 196 年一次都没发生. 200 除以 4，还是 50 年一次.

所以, 我们更想知道的是: 在任何一段具体的、有限的时间内, 比如 5 年之内，发生 1 次大暴雨的概率是多少? 发生 2 次大暴雨的概率是多少?

即: 当我们知道了一个随机事件 A 发生的概率，也知道 A 发生的概率符合 “正态分布” 之后, 那么在某一段时间或者空间间隔内, 这个随机事件 “发生的次数” 的概率分布, 是怎样的呢? 这个问题, 就能用 “泊松分布” 来解决.

泊松分布的公式是: $\boxed{P(X=\text{你希望发生 k 次})=\frac{\lambda^{k}}{k!}e^{-\lambda}}$

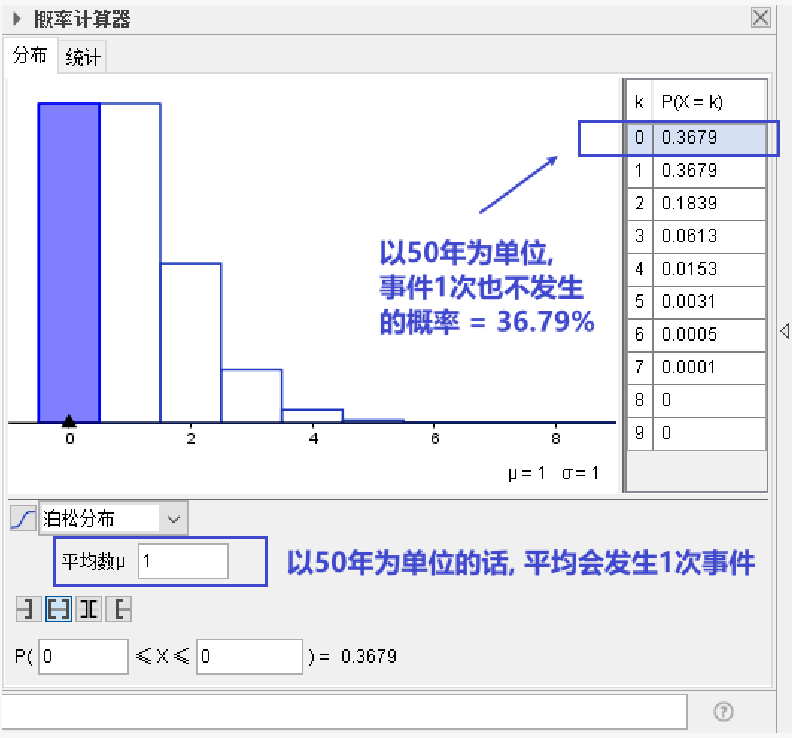
其中,

→ **k ：为你希望 “随机事件” 发生的次数.**

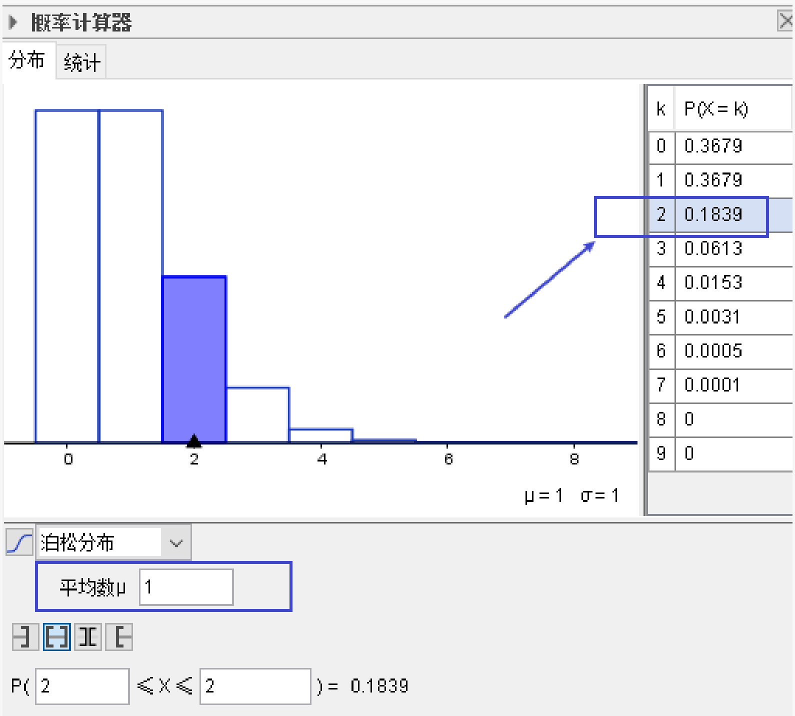
→ **λ ：为单位时间内, 随机事件的平均发生次数.** 比如, 50 年一遇的大雨:

- 如果以 50 年为“单位时间”的话, 发生次数就是: 1 次. (进一步, 我们可以算出即: 每年发生 $\frac{1}{50}$ 次).
- 如果以 100 年为单位的话, 发生次数就是: 100 年 $\times$ 每年 $\frac{1}{50}$ 次 $=2$ 次
- 如果以 5 年为单位的话, 发生次数就是: 5 年 $\times$ 每年 $\frac{1}{50}$ 次 $=1/10$ 次.

那么套用“泊松分布公式”, 来算一下, 50 年中, 一次上面的大雨也不发生的概率: 即 k=0 次:



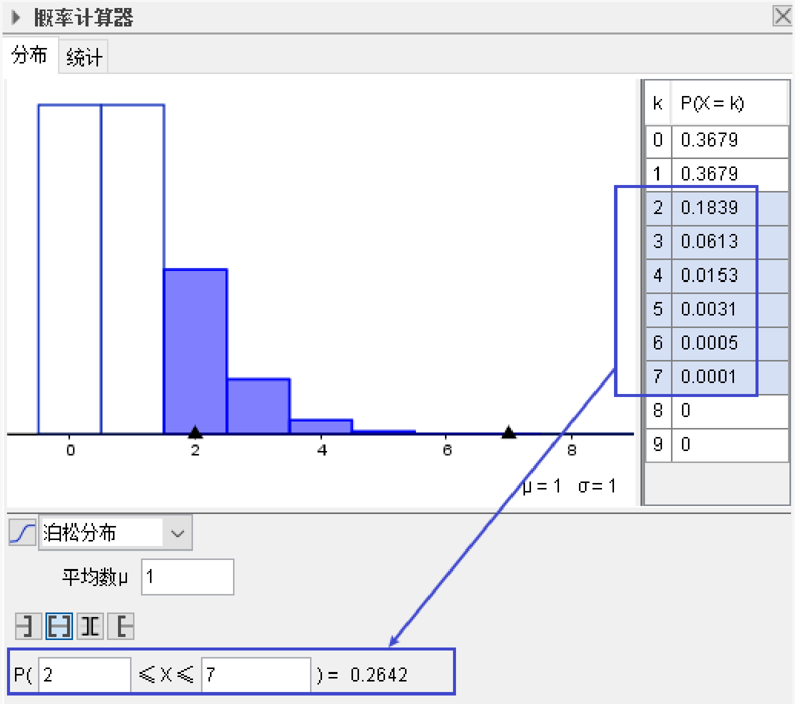
再算一下 K=2, 就是接下来的“50 年为单位”的话, 其中发生 2 次大暴雨的概率, 答案是 18%. (下图)



上图的右表中, 表示的就是: 50 年一遇的大雨. 你就以 50 年为“单位时间段” (即平均

会发生一次这种大雨, 即 μ 或 λ =1), 在这 50 年中, 你遇到 0 次, 1 次, 2 次, ... 这种大雨的真实概率, 是多少?

50 年中, 发生 2 次和 2 次以上的概率是: 用 1 减去发生 0 次和发生 1 次的概率. = 1 - (0.3679 × 2) = 26%, 说明这并不是很小的概率事件.



例

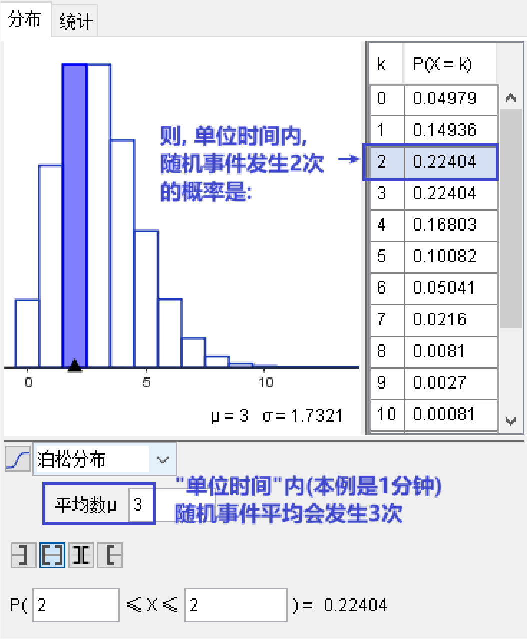
某收费站, 平均每分钟通过的车辆为 3 辆. 问: 1 分钟内, 恰有 2 辆车经过的概率, 是多少?

即:

- 随机事件 A : 收费站有车经过.
- λ (单位时间内, 随机事件平均发生的次数. 一般用 λ 或 mean 来表示.) : 本例, 单位时间就是 “每分钟”, 随机事件 A 发生 3 次.
- k (你希望随机事件发生的次数. 一般用 k 或 x 来表示.) : 本例, 就是 2. (收费站有车经过, 发生 2 次)

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

$$P\{X = 想\} = \frac{均^{想} \cdot e^{-均}}{想!} = \frac{3^2 e^{-3}}{2!} = 0.224042$$



例

你创建了一个关于概率的在线课程. 通常，你的学生每天问你大约 4 个问题, 但昨天他们问了 7 个. 你想知道昨天这件事, 事实上发生的可能性算多大?

即:

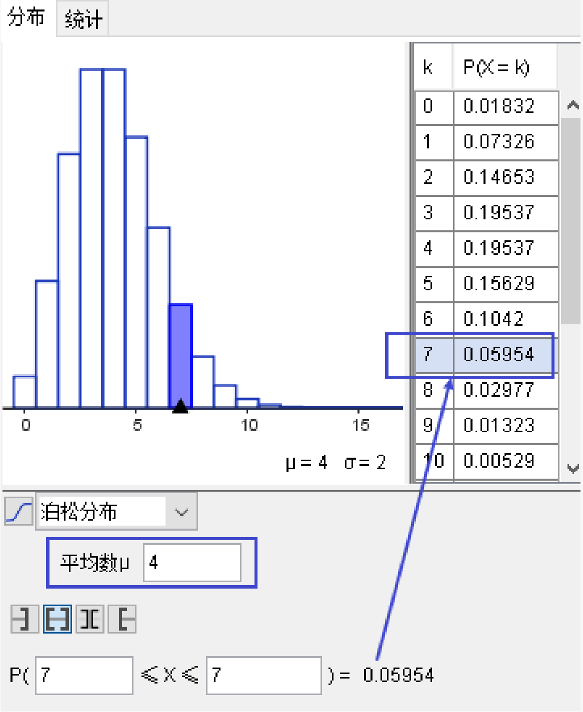
- 随机事件 A : 是学生提问.
- λ : 表示在单位时间内, 随机事件发生的平均次数. 本例就是 =4 (单位时间 1 天里面, 平均上, 学生提问会发生 4 次).
- k : 你感兴趣的 "随机事件发生次数". 本例就是 k=7.

即:

$$P\{X = 想\} = \frac{均^{想} \cdot e^{-均}}{想!}$$

$$P\{X = 7\} = \frac{4^7 \cdot e^{-4}}{7!} = 0.0595404$$

因此, 你收到 7 个问题的几率, 只有 6%.



例

某航空公司, 发生事故 (即随机事件 A) 的平均值为: 每月 0.05 次.
问:
→ 1 年内, 发生 "0 事故" 的概率是?
随机事件, 平均每月发生 0.05 次, 这里的 "单位时间" 是以 "月" 为时间段的. 而问题问的是 "1 年内", 是以 "年" 为 "单位时间段" 的. 所以我们要统一两者的 "单位时间" 段. 把 "月" 换算成 "年" 来做.
即: 事故的 "月概率" 是 0.05 次, 则事故的 "年概率"= 0.05 × 12 =0.6.

$$P\{X=想\}=\frac{均^{想}\cdot e^{-均}}{想!}$$

$$P\{X=\underbrace{0}_{随机事件在单位时间内,\ 发生\ 0\ 次}\}=\frac{\underbrace{0.6}_{事故的年概率}{}^{0}\cdot e^{-0.6}}{0!}=0.548812$$

→ 1 年内, 发生了 "1 次事故" 的概率是?

$$P\{X=1\}=\frac{0.6^{1}\cdot e^{-0.6}}{1!}=0.329287$$

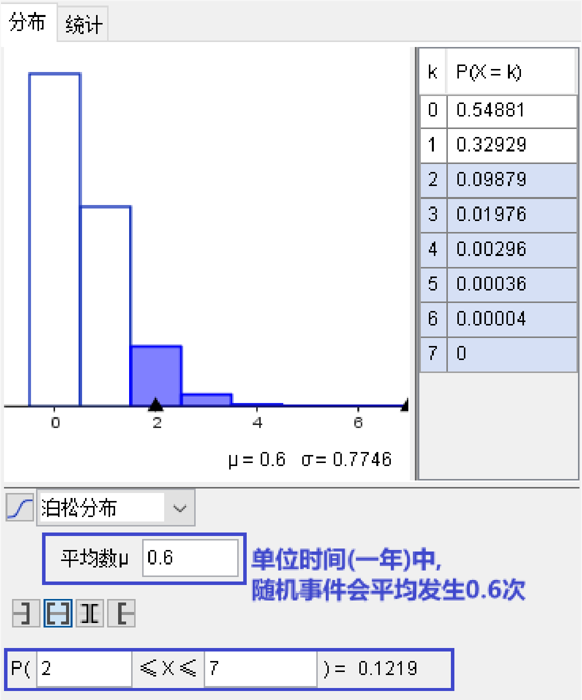
→ 1 年内, 发生事故 ≥ 1 次的概率是?

$$=P\{X=2\}+P\{X=3\}+...$$

$$=1-[P\{X=0\}+P\{X=1\}]$$

把随机事件发生 0 次和 1 次的情况, 扣除掉后, 剩下的就是超过 1 次的所有情况了.

$$=1-\frac{0.6^{0}\cdot e^{-0.6}}{0!}-\frac{0.6^{1}\cdot e^{-0.6}}{1!}=0.121901$$



例

某客服工作, 每分钟收到客户来电的次数, 满足 $X\sim P\left(\underbrace{3}_{即\lambda}\right)$

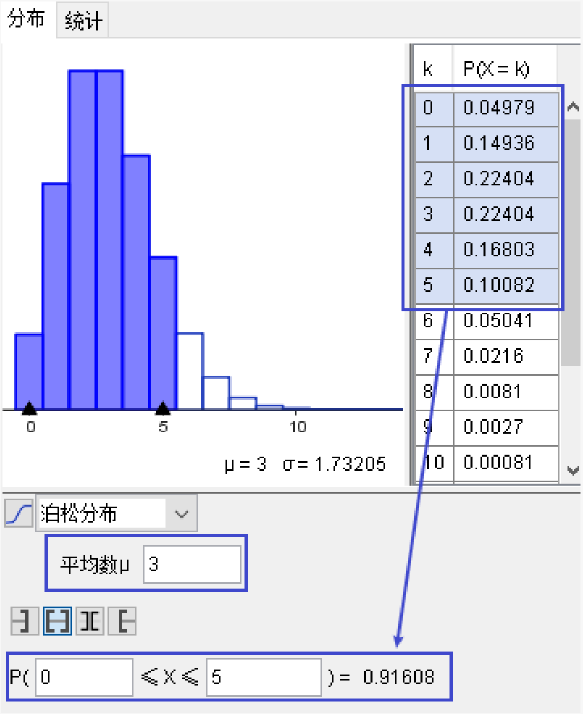
问: 你 "每分钟收到来电不超过 5 次" 的概率.

即:
- 随机事件 A : 你收到客户来电.
- λ : 表示在单位时间 (本例是 1 分钟) 内, 随机事件发生的平均次数. 本例就是 =3.
- k : 你感兴趣的 “随机事件发生次数”. 本例就是 $k \leq 5$.

$$P\{X = \text{想}\} = \frac{\text{均}^{\text{想}} \cdot e^{-\text{均}}}{\text{想}!}$$

$$P\{X = k \leq 5\} = \sum_{k=0}^{5} [P\{X = k\}]$$

$$= \frac{3^0}{0!}e^{-3} + \frac{3^1}{1!}e^{-3} + ... + \frac{3^5}{5!}e^{-3} = 0.916$$



5.1 泊松分布的意义 — 为我们开启了 “统计推断” 的大门

连续 2 年下大暴雨, 这个现象是否正常? 这个问题的困难在哪儿呢? — 数据太少. 我们没有 1000 年的降雨资料. 即便有，在长期、无限面前也是个渣渣, 还是太少.

同样，物理学家要研究放射性物质的半衰期, 可绝大多数物质, 衰变期极长, 长到我们没法直接测量. 连一个完整的衰变周期都观测不到, 那怎么办呢? 用 “泊松分布” 解决.
找一堆铋 209 原子，统计一下在几个确定的时间间隔中，这堆原子中有多少个发生了衰变? 只要这个数字服从 “泊松分布”, 反过来就证明铋 209 原子的衰变, 也服从 “正态分布”. 就可以用 “正态分布” 来直接计算.

在这些问题的解决中, 统计数据, 和概率论的 “概率分布 f(x)”, 就被连在了一起.
而在 “泊松分布” 之前, 概率和统计是两个不同的学科. “概率” 研究 “未发生” 的随机事件; “统计” 描述 “已发生” 的现实. 那会儿只有描述统计, 没有推断统计. 泊松分布开启了 “推断统计” 的大门, 第一次把概率和统计连接在一起.

5.2 泊松分布，其实就是 "二项分布" 的一种特殊情况．当二项分布中的 n → ∞; p→ 0 时，我们就能用 "泊松分布"，来近似该 "二项分布"．

当 "二项分布" 的 n 很大，而 p 很小时，我们就适合用 "泊松分布"，来作为 "二项分布" 的近似．其中　为 np.
通常当 $n \geq 20$, $p \leq 0.05$ 时，就可以用 "泊松公式" 近似的计算．

即：当二项分布中的 n → ∞; p→ 0 时，我们就能用 "泊松分布"，来近似该 "二项分布"．
二项分布的 "期望值"，是 $E(X)=np=\lambda$，所以也就是泊松分布中，$\lambda = np$.

例

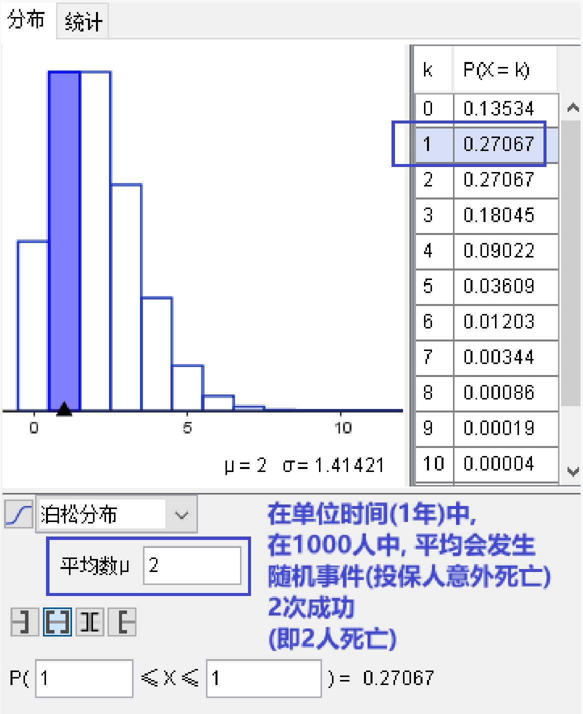
某保险公司统计，其单位时间 (1 年) 内，随机事件 (每位投保人发生意外死亡) 的平均发生概率是 0.002.
现从投保者中抽出 1000 人 (即单位时间 (1 年) 内，这 1000 人里面，会平均死亡：1000 人 × 0.002 的概率/人 = 2 人).
问：下一年度，会有 1 人死亡 (而获理赔) 的概率?

这是一个二项分布 (用来描述 "n 次试验中，事件 A 恰好发生 k 次" 的概率．即 $P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$)．本例中，n=1000, p=0.002．即：
$P\{X=\underbrace{1}_{\text{成功发生死亡事件 1 人}}\}=C_{1000}^{1}\cdot 0.002^{1}\cdot(1-0.002)^{1000-1}=0.27067$

但，由于 n 很大，p 很小，$np = 1000\times0.002 = 2 = \lambda$, np 的值适中，我们就能用 "泊松分布"，来近似 "二项分布".
即：

$$P\{X=想\}=\frac{均^{想}\cdot e^{-均}}{想!}$$

$$P\{X=1\}=\frac{\underbrace{2}_{\text{均值是 2 人死亡}}{}^{1}\cdot e^{-2}}{\underbrace{1}_{\text{你想发生 1 人死亡}}!}=0.270671$$

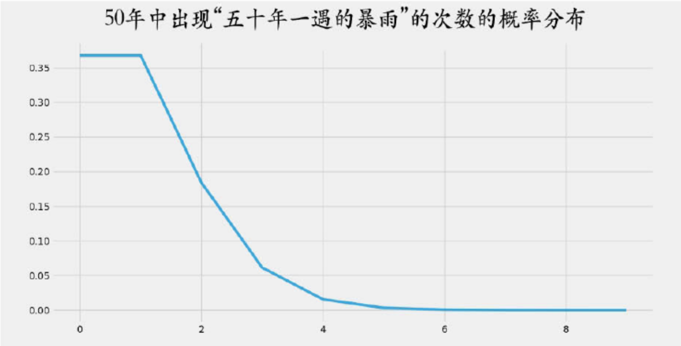


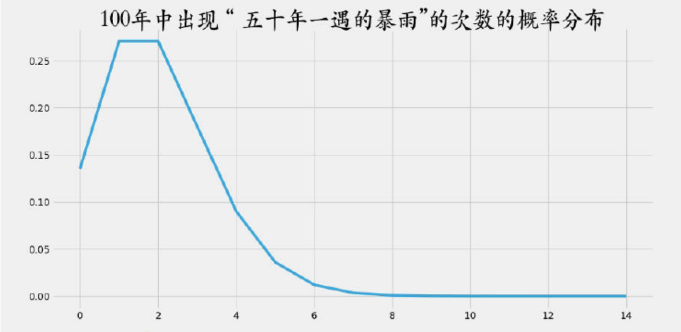
例

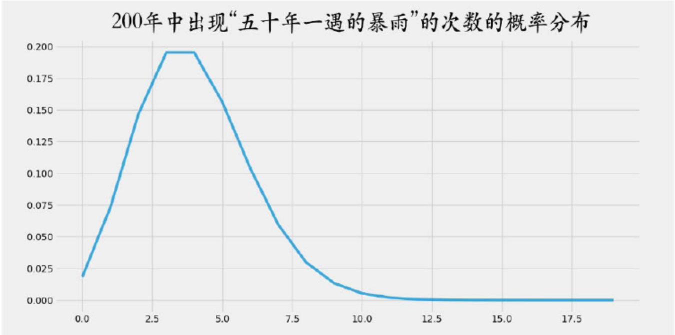
某病 (非传染病), 发病率是 $\frac{1}{1000}$, 某地区有 5000 人, 问至少 2 人得病的概率?

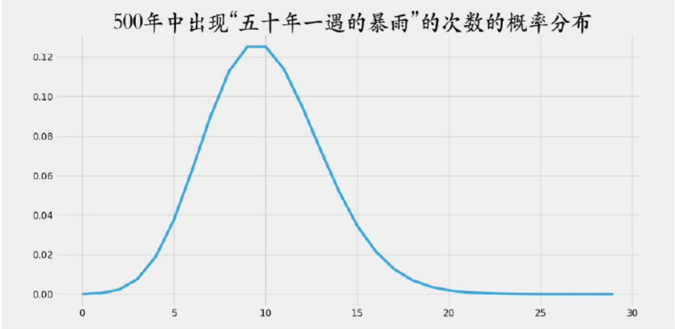
5.3 性质: 单位时间段越长, “泊松分布” 会向 “正态分布” 看齐

随着我们把 “时间单位” 拉长, 我们会发现: “泊松分布” 的曲线越来越像 “正态分布”.









5.4 性质: 前后两次事件的 “发生时间间隔”, 无 “记忆性”

泊松分布中, 事件对两次发生的时间间隔, 是无” 记忆性” 的.
即: 后一次事件不会记得 “距离它前一次发生, 时间隔了多久”. 换言之, 事件之间是相互 “独立” 的关系.
正因此, 就一定存在一些 “短间隔” 和 “长间隔”，而很难有 “一长一短、一长一短” 这样有规律的出现. 否则就不叫” 无记忆” 了.

第二部分 “连续型数据”(PDF) 的分布

6 正态分布

7 指数分布