

目录

0.1 加速度 $Acceleration = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 2

0.2 变化率 3

1 动量 $\mathbf{p} = \text{质量 } \mathbf{m} \times \text{速度 } \mathbf{v}$ 3

1.1 冲量 $Impulse = \text{动量的变化值 } \Delta P = \text{合外力 } F \cdot \Delta time$ 4

1.2 动量守恒定律 6

物理

0.1 加速度 $Acceleration = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

【加速度 Acceleration】：

假定一个质量为 m 的物体, 在光滑的水平面上, 受到恒力 F 的作用, 做匀加速直线运动。在初始时刻, 物体的速度为 v ; 经过一段时间 Δt , 它的速度为 v' , 那么, 这个物体在这段时间的“加速度 Acceleration”就是:

$$\text{加速度 } Acceleration = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t}$$

我们用“加速度”这个物理量, 来描述物体“速度变化快慢”的程度。如果物体的速度不变, 那它的加速度等于 0 ; 如果物体的速度在 $1s$ 内, 从 $2m/s$ 增加到了 $4m/s$, 那它的加速度就是 $2m/s$; 如果物体的速度在 $2s$ 内, 从 $1m/s$ 增加到了 $7m/s$, 那么它的加速度就是: $\frac{(7-1)<m/s>}{2<s>} = 3 <m/s^2>$

加速度的单位, 一般是: 米/二次方秒. 符号是 m/s^2 或 $m \cdot s^{-2}$.

【加速度, 是矢量物理量, 是有方向的】：

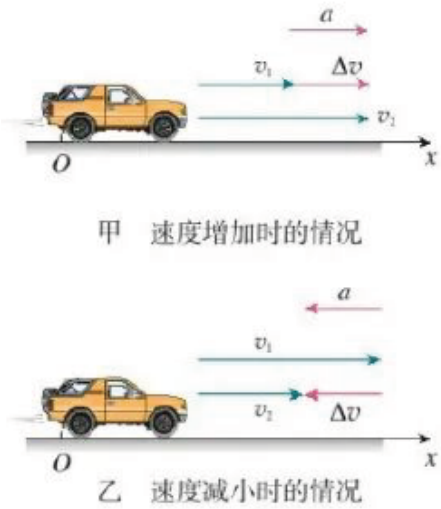


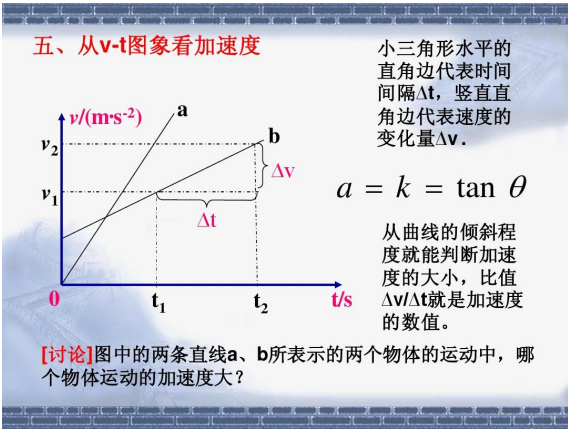
图 1.4-1 加速度方向与速度方向的关系示意图

如上图, 汽车原来的速度是 v_1 , 经过一小段时间 Δt 后, 速度变为 v_2 。我们用一个新的有向线段 Δv , 来表示速度的变化量。

由于加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta time}$, 所以加速度 a 的方向, 与速度的变化量 Δv 的方向相同。换言之, 确定了 Δv 的方向, 也就确定了加速度 a 的方向。

从图中可以看出:

- 汽车在直线运动中, 如果速度 v 增加, 即加速运动, 则“加速度 a ”的方向, 是与“初速度 v_1 ”的方向相同的.
- 如果速度减小, 即减速运动, 则“加速度 a ”的方向, 是与“初速度 v_1 ”的方向相反的。



0.2 变化率

自然界中, 某量 D 的变化, 可以记为 ΔD . 发生这个变化所用的时间间隔, 可以记为 Δt . 则 $\frac{\Delta Data}{\Delta time}$, 即 ΔD 与 Δt 的比值, 就是这个量对时间的“变化率”.

某个量大, 不代表它的变化率大。比如:

- 速度 v 大的, 加速度 a 不一定大. 匀速飞行的高空侦察机, 尽管它的速度可能接近 1000 m/s , 但它的加速度为 0 .
- 速度 v 小的, 加速度 a 也可以很大. 例如枪筒里的子弹, 在开始运动时, 尽管子弹的速度接近 0 , 但它的加速度可以达到 $5\times 10^4\text{ m/s}^2$.

0.3 匀变速直线运动

即加速度 a 不变的直线运动。意思是: 在任意相等的时间内, 速度的变化量 Δv 都相同. (加速度不变) .

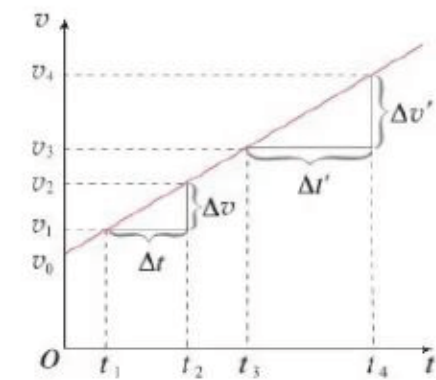
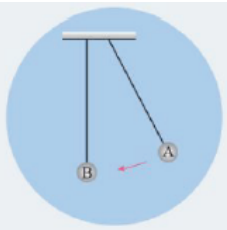


图 2.2-1 匀变速直线运动的
v-t 图像

1 动量 $p = \text{质量 } m \times \text{速度 } v$

A 球取碰撞 B 球, 碰撞后, A 球停止运动而静止, B 球开始运动, 最终摆到和 A 球拉起时同样的高度。



对于发生碰撞的两个物体来说, 它们的 mv 之和, 在碰撞前后可能是不变的。这使我们意识到: mv 这个物理量具有特别的意义。物理学中把“质量 m ”和“速度 v ”的乘积 mv , 定义为物体的“动量” **momentum**, 用字母 p 表示。

$$\text{动量 } p < kg \cdot m/s > = \text{质量 } m \cdot \text{速度 } v$$

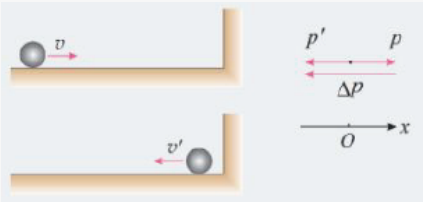
一般而言, 一个物体的“动量”指的是: 这个物体在它运动方向上保持运动的趋势。

动量的单位, 是: 千克米/秒, 符号是 $kg \cdot m/s$ 。

动量是矢量, “动量的方向”与“速度的方向”相同。

例

一个质量为 0.1 kg 的钢球, 以 6 m/s 的速度水平向右运动, 碰到坚硬的墙壁后弹回, 沿着同一直线以 6 m/s 的速度水平向左运动。则碰撞前后钢球的动量变化了多少?



分析动量是矢量 (矢量是既有“大小”, 又有“方向”的物理量), 虽然碰撞前后钢球速度的“大小”没有变化, 但速度的“方向”变化了, 所以动量的方向也发生了变化。所以为了求得钢球动量的变化量, 需要先选定坐标轴的方向, 确定碰撞前后钢球的动量, 然后用碰撞后的动量, 减去碰撞前的动量, 就能求得动量的变化量。

我们就取水平向右, 为坐标轴的方向。则, 碰撞前的钢球的动量为:
动量 $p = \text{质量 } m \cdot \text{速度 } v = 0.1 < kg > \cdot 6 < m/s > = 0.6 < kg \cdot m/s >$

碰撞后, 钢球的速度 $v' = -6\text{ m/s}$, 此时碰撞后钢球的动量为:
动量 $p' = \text{质量 } m \cdot \text{速度 } v' = 0.1 < kg > \cdot (-6) < m/s > = -0.6 < kg \cdot m/s >$

所以, 碰撞前后钢球“动量”的变化量为:
 $\Delta p = p' - p = -0.6 - 0.6 = -1.2 < kg \cdot m/s >$

动量的变化量, 依然是矢量, 这里求得的数值为负值, 表示它的方向与坐标轴的方向相反, 即 Δp 的方向是水平向左。

所以一个物体受到的“合外力”越大, 那它的速度就变化得越快, “加速度”就越大。合外力, 就是一个物体所受的所有外力的总和。

物体的加速度, 还和该物体本身的“质量 m ”相关. 显然, 该物体的质量越大, 同等“合外力”下获得的“加速度”就越小, 反之就越大. 所以, 质量就成了一个衡量物体“运动状态改变难易程度”的物理量. 质量越大, 越重, 就越不想动.

这样, 牛顿第二定律就呼之欲出了. 牛顿第二定律就是: 物体的“加速度 a ”, 跟物体受到的“合外力 F ”成正比, 跟物体的“质量 m ”成反比, 写成公式就是 加速度 $a = \frac{\text{合外力 } F}{\text{质量 } m}$., 即 $F = ma$.

1.1 冲量 $Impulse = \text{动量的变化值 } \Delta P = \text{合外力 } F \cdot \Delta time$

进一步, 就有:

合外力 $F = \text{质量 } m \cdot \text{加速度 } a$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \frac{v - v}{\Delta t} = \frac{mv - \overbrace{mv}^{\text{即动量 } p}}{\Delta t} = \frac{\overbrace{p - p}^{=\Delta p}}{\Delta t}$$

即: $\underbrace{F}_{\text{合外力}} \cdot \Delta t = \underbrace{\Delta p}_{\text{动量的变化量}}$

这个公式: $\underbrace{F}_{\text{合外力}} \cdot \Delta t = \underbrace{\Delta p}_{\text{动量的变化值}}$, 等号左边的值, 既与力 F 的大小、方向有关, 又与力的作用时间 t 有关. 等号右边的值 Δp , 是物体在 Δt 这段时间内, “动量”的变化量. Ft 这个物理量, 就是“力”与“力的作用时间”的乘积, 该物理量有个名字, 叫“冲量” impulse. 取首字母 I 来表示冲量. 即:

$$\underbrace{F}_{\text{合外力}} \cdot \Delta t = \underbrace{\Delta p}_{\text{动量的变化值}} = \text{冲量 } I$$

在经典力学里, 物体所受“合外力 F ”的“冲量 impulse”, 等于它的“动量的增量 Δp ”(即“末动量”减去“初动量”), 叫做“动量定理”.
即: 物体在一个过程中所受力的“冲量”, 等于它在这个过程始末的“动量变化量”. 这个关系叫作“动量定理” theorem of momentum.
一个恒力的“冲量”, 指的是“这个力”与其“作用时间”的乘积。
冲量的单位是“牛秒”, 符号是 $N \cdot S$.

物体在碰撞过程中, 受到的作用力, 往往不是恒力, 物体不做匀变速运动. 怎么处理这个问题呢? 就是用“微积分”的方法: 我们可以把碰撞过程, 细分为很多短暂过程 (图 1.2-2), 这样, 每个短暂过程中物体所受的力, 就没有很大的变化, 这样对于每个短暂过程就能够应用算出 Δp 了. 然后把所有这些 Δp 相加, 就得到整个过程的动量定理。

► 这里说的“力的冲量”
指的是合力的冲量, 或者
是各个力的冲量的矢量和。

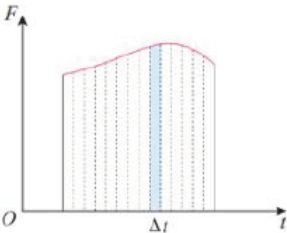


图 1.2-2 变力的冲量

注意: 此时, 在应用 $I = \Delta p = F \cdot \Delta t$ 处理变力问题时, 式中的 F 应该理解为变“力在作用时间内的平均值”。

根据动量定理公式: 冲量 $I = \Delta p = F \cdot \Delta t$, 可以知道: 如果物体的“动量 p ” 发生的变化是一定的, 那么:

- 作用的时间 t 短, 物体受的力 F 就大
- 作用的时间 t 长, 物体受的力 F 就小.

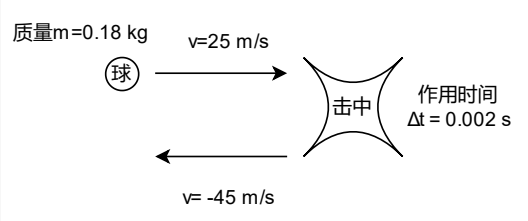
例

玻璃杯落在坚硬的地面上会破碎, 落在地毯上则不会碎, 用上面的“动量定理公式” 解释就是: 虽然玻璃杯下落, 两种情况下的动量变化量 Δp 相等, 即冲量 I 相等. 但是:

- 杯子对地面的作用时间短, 所受的力 $F = \frac{\Delta P}{\Delta time}$ 就大. (分母越小, 分数值就越大)
- 杯子对地毯的作用时间长 (因为有弹性缓冲), 所受的力 $F = \frac{\Delta P}{\Delta time}$ 就小. (分母越大, 分数值就越小)

例

一个垒球, 质量 $m=0.18\text{kg}$, 以 25m/s 的速度飞向球棒. 球棒与垒球的作用时间若为 0.002s , 然后垒球反向水平飞回. 飞回时的速度为 45m/s . 问: 球棒对垒球的平均作用力, 是多大?



垒球的初动量 $p = mv = 0.18 < kg > \cdot 25 < m/s > = 4.5 < kg \cdot m/s >$

垒球的末动量 $p = mv = 0.18 < kg > \cdot (-45 < m/s >) = -8.1 < kg \cdot m/s >$

根据动量定理: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-8.1 - 4.5 < kg \cdot m/s >}{0.002 \text{ s}} = -6300N$

上面, 若以垒球飞向球棒时的方向, 为坐标轴的正方向. 则垒球反向飞回时的方向, 就是坐标轴的负方向了, 所以要写上负号.

力, 既可以通过“动量”来表示: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$,

也可以用“动能”来表示: $F = \frac{\Delta E_k}{\Delta x}$

- 动量 p , 决定了物体在力 F 的阻碍下, 能够运动多长时间.
 - 动能 E , 则决定了物体在力 F 的阻碍下, 能运动多远距离.
- 也就是说:
- “动量定理” $I = \Delta p = F \cdot \Delta t$, 反映了“力对时间”的累积效应.
 - 动能定理” $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, 反映了“力对空间”的累积效应.

1.2 动量守恒定律