目录

矩阵运算

1 求 A^n

2 A^*

2.1 公式: $AA^* = A^*A = |A|\,E$

2.2 公式: $|A^*| = |A|^{n-1}$

2.3 公式: $\left(A^T\right)^* = (A^*)^T$

2.4 公式: $(kA)^* = k^{n-1}A^*,\ (-A)^* = (-1)^{n-1}\,A^*$

2.5 公式: $A^{-1} = \frac{1}{|A|}A^*$, 即$A^* = |A|\,A^{-1}$

2.6 公式: $(A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|}A = (A^{-1})^*$

2.7 公式: $(A^*)^* = |A|^{n-2}\,A$

2.8 公式: $|(A^*)^*| = |A|^{(n-1)^2}$

2.9 公式: $(AB)^* = B^*A^*$

3 A^{-1}

3.1 性质:$(A^{-1})^{-1} = A$

3.2 性质:$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

3.3 性质:$k \neq 0$时, $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$

3.4 性质:$\left(A^T\right)^{-1} = (A^{-1})^T$

3.5 性质:$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

3.6 求 A^{-1} : 具体型: $A^{-1} = \frac{1}{|A|}A^*$

3.7 求 A^{-1} : 抽象型: 创造 AB=E, 则 $A^{-1} = B$

3.8 求 A^{-1} : 抽象型: 创造 A=BC, 若 B,C 均可逆, 则 $A^{-1} = C^{-1}B^{-1}$

3.9 分块矩阵

4 初等矩阵

4.1 性质: $|E_{ij}| = -1,\ |E_{ij}(k)| = 1,\ |E_i(k)| = k$

4.2 性质: $E_{ij}^T = E_{ij},\ E_{ij}^T(k) = E_{ij}(k),\ E_i^T(k) = E_i(k)$

4.3 性质: $E_{ij}^{-1} = E_{ij},\ E_{ij}^{-1}(k) = E_{ij}(-k),\ E_i^{-1}(k) = E_i\left(\frac{1}{k}\right)$

4.4 性质: $E_{ij}^* = |E_{ij}|\,E_{ij}^{-1} = -E_{ij}$

$E_{ij}^*(k) = |E_{ij}(k)|\,E_{ij}^{-1}(k) = E_{ij}(-k)$

$E_i^*(k) = |E_i(k)|\,E_i^{-1}(k) = kE_i\left(\frac{1}{k}\right)$

4.5 "左行右列" 定理

5 矩阵方程