

已知 $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 且 $A \cdot \overset{X \text{ 也是矩阵}}{X} = A + 2X$, 求 X

既然: $AX = A + 2X$

$AX - 2X = A \leftarrow$ 注意, 这个式子, 不能继续写成 $(A - 2)X$,

因为 A 是一个矩阵, 不能和一个数相加减.

所以, 只能把这个数 (即 2) 变成矩阵才行,

怎么做呢? 就是让 2 先乘上单位阵 E .

$AX - 2EX = A$

$(A - 2E)X = A \leftarrow$ 注意: 这一步时, 不能写成 $X = \frac{A}{A - 2E}$,

因为矩阵永远不能写在分母上!

所以为了消除掉 $A - 2E$,

我们只能给它乘上它的“逆矩阵”(相当于 `ctrl + z` 操作)才行.

但注意: 首先, 我们要判断 $A - 2E$ 是否可逆,

即判断 $|A - 2E|$ 是否满足 $\neq 0$ 才行. 满足这个条件, 它才有逆阵存在.

$\underbrace{(A - 2E)^{-1}(A - 2E)}_{=E}X = (A - 2E)^{-1}A$

$EX = (A - 2E)^{-1}A$

$X = (A - 2E)^{-1}A$