

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 10 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 5 & 10 & 15 & 4 \end{vmatrix}$$

← 为了化成上三角行列式，
先把第二行的第一个元素 2，化成 0，
我们把第一行 $\times (-2)$ ，加到第二行上去

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 + (1 \cdot -2) & 3 + (2 \cdot -2) & 10 + (0 \cdot -2) & 0 + (1 \cdot -2) \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 5 & 10 & 15 & 4 \end{vmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=0} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=-1} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=10} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=-2}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 5 & 10 & 15 & 4 \end{vmatrix}$$

← 为了把第四行的第一个元素 5 化成 0，
我们把第一行 $\times (-5)$ ，加到第四行上去

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 5 + (1 \cdot -5) & 10 + (2 \cdot -5) & 15 + (0 \cdot -5) & 4 + (1 \cdot -5) \end{vmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=0} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=0} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=15} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=-1}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 0 & 0 & 15 & -1 \end{vmatrix}$$

← 为了把第三行的第二个元素 3 化成 0，
我们把第二行 $\times (3)$ ，加到第三行上去

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 3 + (-1 \cdot 3) & 5 + (10 \cdot 3) & 18 + (-2 \cdot 3) \\ 0 & 0 & 15 & -1 \end{vmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=0} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=35} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=12}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 0 & 35 & 12 \\ 0 & 0 & 15 & -1 \end{vmatrix}$$

← 为了把第四行的第三个元素 15 化成 0，
我们把第三行 $\times (-\frac{15}{35})$ ，加到第四行上去

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 0 & 35 & 12 \\ 0 + (0 \cdot -\frac{3}{7}) & 0 + (0 \cdot -\frac{3}{7}) & 15 + (35 \cdot -\frac{3}{7}) & -1 + (12 \cdot -\frac{3}{7}) \end{vmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 10 & -2 \\ 0 & 0 & 35 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{43}{7} \end{vmatrix}$$

← 这个就化成了“上三角行列式”了，
其行列式的值 = 主对角线元素相乘

$$= 1 \cdot -1 \cdot 35 \cdot -\frac{43}{7} = 215$$