

普通“正态分布”的“累加函数”公式是：

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right] dx$$

我们来给它做一下变形（注意标出颜色的地方的变化）：

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}{2}} \right] dx \\ &= \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}{2}} \right] d(x - \underbrace{\mu}_{\text{常数}}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}{2}} \right] d\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\end{aligned}$$

即：

$$\underbrace{\Phi(x)}_{\text{正态分布的累加函数}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}{2}} \right] d\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

变到这里后，你来和“标准正态分布”的“累加函数”

$$\underbrace{\Phi_0(x)}_{\text{标准正态分布的累加函数}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \left[e^{-\frac{x^2}{2}} \right] dx$$

来做对比。会发现：两者的差别只在于红色标出的地方。

所以，两者概率函数的转化公式，就是：

$$\underbrace{\Phi(x)}_{\text{正态分布的累加函数}} = \underbrace{\Phi_0\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}_{\text{标准正态分布的累加函数}}$$