目录

文件名

第一部分　古典概型：

$$\boxed{\mathbf{P(A)} = \frac{\text{A中包含的“基本事件”有多少个}}{\text{S中“基本事件”的总数}}}$$

满足这些条件的, 就属于“古典概率 classical models of probability 模型”:
- 样本点是有限的
- 所有样本点出现的可能性, 是相同的. 即“等可能性”.

古典概型模型:
事件$\mathrm{A} = \{e_{i_1}, e_{i_2}, ..., e_{i_k}\}$ 发生的概率为:
$$\mathrm{P(A)} = \frac{k}{n} = \frac{\text{A中包含的“基本事件”有多少个}}{\text{S中“基本事件”的总数}}$$

古典概率模型的性质:
- $0 <= P(A) <= 1$
- $P(\Omega) = 1, \quad P(\Phi) = 0$
- 有限可加：$A_1, A_2, ...A_n$ 是互不相容的. 即 $P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_n)$

古典概率模型:
- 其优点是: 可以直接套公式来算.
- 但其缺点是:
(1) 其结果必须是“有限个”的结果 (如, 掷骰子, 结果就是6个基本事件, 而不是无限个事件.)
(2)其结果, 必须是“等可能性”.

例

有 a个白, b个黑, 问: 从中连续取出 m个球 (连续取, 就是不放回的意思了) $(1 \leq m \leq a + b)$, 第m个是白球的概率=？

思路1：其实我们只要考虑第 m 个位置的这一个球的情况就行了, 其他位置的球,随便它们什么颜色, 我们不用考虑的.

$$\mathrm{P}\,(\text{第m位置是白球}) = \frac{\text{在第m个位置上, 从a个白球里取1个放上去. 剩下数量的其他位置上, 依然做全排列}}{\text{所有球的全排列}}$$

$$\text{即 } \mathrm{P}\,(\text{第m位置是白球}) = \frac{\overset{\text{第一步, 先取1个白球,占位放在第m个位置上. 第二步:剩下的所有球, 依然做全排列}}{\overbrace{C^{\text{取1}}_{\text{总a白}}} \cdot \overbrace{C^{\text{总a白+总b黑}-1}_{\text{总a白+总b黑}-1}}}}{P^{\text{总a白+总b黑}}_{\text{总a白+总b黑}}}$$

思路2：或者我们也只需考虑前m个数量的球就行了, 后面其他的球, 爱怎样颜色怎样颜色, 不用我们考虑.

$$P\,(\text{第m位置是白球}) = \frac{\overbrace{C_{\text{总a白}}^{\text{取1}}}^{\text{第一步，先取1个白球,占位放在第m个位置上}} \cdot \overbrace{C_{\text{总a白+总b黑}-1}^{m-1}}^{\text{第二步:m个数中的剩下的所有球，依然做全排列}}}{\underbrace{P_{\text{总a白+总b黑}}^{m}}_{\text{m个球的全排列}}}$$

其实你有没有发现? "在第m个位置上出现白球" 这个"m索引位置", 其实是个障眼法. 白球出现在任何其他位置, 它出现在第1个位置, 第10个位置, 最后一个位置, 对我们的计算结果没有任何影响. 因为不管白球出现在第几个位置上, 它出现的概率都是相同的, 因为是古典概率嘛! 所以, "位置为几"其实不重要.

所以, 我们就有了第三种思路: 我们就把这个白球, 让它直接出现在第1个位置就好了:

$$P\,(\text{第1个位置是白球}) = \frac{\overbrace{C_{\text{总a白}}^{1}}^{\text{(在第1个位置上,) 从白球里，取1个 的取法数量}}}{\underbrace{C_{\text{总a白+总b黑}}^{1}}_{\text{(在第1个位置上,) 从总数里，取1个 的取法数量}}} = \frac{a}{a+b}$$