

目录

1	n 阶行列式	3
2	行列式的性质	3
2.1	性质 1: 行列互换, 其值不变. 即 $ A = A^T $	3
2.2	性质 2: 某行 (列) 元素全为零, 则行列式为零	3
2.3	性质 3: 两行 (列) 元素相等, 或对应成比例, 则行列式为零	3
2.4	性质 4: 某行 (列) 元素均是两个元素之和, 则可拆成两个行列式之和	3
2.5	性质 5: 两行 (列) 互换, 行列式的值反号	3
2.6	性质 6: 某行 (列) 元素有公因子 $k (k \neq 0)$, 则 k 可提到行列式外面去	3
2.7	性质 7: 某行 (列) 的 b , 倍加到另一行 (列) 上去, 行列式的值不变	3
3	行列式的展开定理	3
3.1	余子式 M_{ij}	3
3.2	代数余子式 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$	3
3.3	按某一行 (列) 展开的展开公式: $ A = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} \ (j = 1, 2, \dots, n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} \ (i = 1, 2, \dots, n)$	3
4	具体型行列式的计算: a_{ij} 已给出	3
4.1	化为 “12+1” 型行列式	3
4.1.1	主对角线行列式	3
4.1.2	副对角线行列式	3
4.1.3	拉普拉斯展开式	3
4.1.4	范德蒙德行列式	3
4.2	加边法	3
4.3	递推法 (高阶 \rightarrow 低阶)	3
4.3.1	建立递推公式, 即建立 D_n 与 D_{n-1} 的关系	3
4.3.2	D_n 与 D_{n-1} 要有完全相同的元素分布规律, 只是 D_{n-1} 比 D_n 低了一阶	3
4.4	数学归纳 (低阶 \rightarrow 高阶)	3
4.4.1	第一数学归纳法	3
4.4.2	第二数学归纳法	3
5	抽象型行列式的计算: a_{ij} 未给出	3
5.1	用行列式性质	3
5.2	用矩阵知识	3
5.2.1	设 $C=AB$, A, B 为同阶方阵, 则 $ C = AB = A B $	3
5.2.2	设 $C=A+B$, A, B 为同阶方阵, 则 $ C = A+B $, 作恒等变形, 转化为矩阵乘积的行列式	3
5.2.3	设 A 为 n 阶方阵, 则 $ A^* = A ^{n-1}$, $ (A^*)^* = \left A ^{n-2} A \right = A ^{(n-1)^2}$	3
5.3	用相似理论	3
5.3.1	$ A = \prod_{i=1}^n \lambda_i$	3
5.3.2	若 A 相似于 B , 则 $ A = B $	3

文件名

1 n 阶行列式

2 行列式的性质

- 2.1 性质 1: 行列互换, 其值不变. 即 $|A| = |A^T|$
- 2.2 性质 2: 某行 (列) 元素全为零, 则行列式为零
- 2.3 性质 3: 两行 (列) 元素相等, 或对应成比例, 则行列式为零
- 2.4 性质 4: 某行 (列) 元素均是两个元素之和, 则可拆成两个行列式之和
- 2.5 性质 5: 两行 (列) 互换, 行列式的值反号
- 2.6 性质 6: 某行 (列) 元素有公因子 $k (k \neq 0)$, 则 k 可提到行列式外面去
- 2.7 性质 7: 某行 (列) 的 b , 倍加到另一行 (列) 上去, 行列式的值不变

3 行列式的展开定理

- 3.1 余子式 M_{ij}
- 3.2 代数余子式 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$
- 3.3 按某一行 (列) 展开的展开公式:
$$|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

4 具体型行列式的计算: a_{ij} 已给出

- 4.1 化为 “12+1” 型行列式
 - 4.1.1 主对角线行列式
 - 4.1.2 副对角线行列式
 - 4.1.3 拉普拉斯展开式
 - 4.1.4 范德蒙德行列式
- 4.2 加边法
- 4.3 递推法 (高阶 \rightarrow 低阶)
 - 4.3.1 建立递推公式, 即建立 D_n 与 D_{n-1} 的关系
 - 4.3.2 D_n 与 D_{n-1} 要有完全相同的元素分布规律, 只是 D_{n-1} 比 D_n 低了一阶
- 4.4 数学归纳 (低阶 \rightarrow 高阶)
 - 4.4.1 第一数学归纳法
 - 4.4.2 第二数学归纳法

5 抽象型行列式的计算: a_{ij} 未给出

- 5.1 用行列式性质
- 5.2 用矩阵知识
 - 5.2.1 设 $C=AB$, A, B 为同阶方阵, 则 $|C| = |AB| = |A||B|$
 - 5.2.2 设 $C=A+B$, A, B 为同阶方阵, 则 $|C| = |A+B|$, 作恒等变形, 转化为矩阵乘积的行列式
 - 5.2.3 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|A^*| = |A|^{n-1}$, $|(A^*)^*| = ||A|^{n-2} A| = |A|^{(n-1)^2}$