

→ 根据  $\Delta y = \underbrace{A\Delta x}_{\text{微分 } dy} + o(\Delta x)$ ,

有:  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{A\Delta x}{\Delta x} + \frac{o(\Delta x)}{\Delta x} \quad (1) \leftarrow$  两边同时除以  $\Delta x$

$\lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\Delta y}{\Delta x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{A}_{\text{常数}} + \lim_{x \rightarrow 0} o \leftarrow$  两边同时求极限  
这块不就是  $f(x)$  的导数嘛!  
 $= f'(x_0) = A$

→ 然后把  $A = f'(x_0)$  代入上面的 (1) 式中

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\underbrace{A}_{= f'(x_0)} \Delta x}{\Delta x} + \frac{\underbrace{o(\Delta x)}_{\text{这一块整体, 下面用 } \alpha \text{ 代替}}}{\Delta x} \\ &= f'(x_0) + \alpha \\ \Delta y &= \underbrace{f'(x_0)\Delta x}_{\substack{\text{就是 } A \\ \text{这块就是 } dy}} + \underbrace{\alpha\Delta x}_{\substack{\text{即 } \Delta x \text{ 的高阶无穷小} \\ o(\Delta x)}} \end{aligned}$$

所以,  $dy = \underbrace{A}_{= f'(x)} \cdot \underbrace{\Delta x}_{= dx} = f'(x) dx$

即:  $\frac{dy}{dx} = f'(x_0) \leftarrow$  所以,  $x$  的导数, 可以看做是  $dy$  和  $dx$  这两个“微分”的商, 叫“微商”.

即有:  $dy = f'(x) \cdot dx$