$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n}\\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn}\end{vmatrix} = \underbrace{\sum_{j_1j_2\dots j_n}} \underbrace{(-1)^{N(j_1j_2\dots j_n)}} \underbrace{a_{1j_1}\cdot a_{2j_2}\cdot\dots\cdot a_{nj_n}}$$

把所有项，即共$n!$项，全加起来

每一项前的正负号，
由列标排列，
即 $j_1j_2\dots j_n$
的奇偶性决定

这个整体，就是每一项.
这每一项的行标，取“标准排列” $1,2,3\dots n$.
这每一项的列标，取$n!$ 的全排列.

注意：本处公式中这个列标，
看上去好像是按$1,2,3,\dots,n$ 的顺序来排的，
其实不是这样！
而是我们并不知道这每一项的列标到底是怎么排的，
我们只知道它一定是$n!$ 中的一种排列顺序而已.
即这每一项的列标的数字顺序，是不固定的.