

目录

1	传染病模型	2
---	-------	---

文件名

1 传染病模型

例

有红球a个, 黑球b个. 你从中取出一个球, 看到其颜色后, 把它放回, 并同时再放入c个与你看到的颜色相同的球. 问: 连续3次都是取出红球的概率?

先设定事件:

- A_1 : 表示你第1次, 取出的是红球
- A_2 : 表示你第2次, 取出的是红球
- A_3 : 表示你第3次, 取出的是红球

$$\begin{aligned} P(\underbrace{A_1 A_2 A_3}_{\text{连续3次取到红球}}) &= \underbrace{P(A_1)}_{\text{第一步: 第一次就取到红球}} \cdot \underbrace{P(A_2 | A_1)}_{\text{第二步: 在第一次取到红球的前提下, 第二次也取到红球}} \cdot \underbrace{P(A_3 | A_2 A_1)}_{\text{第三步: 再前两次都取到红球的前提下, 第三次也取到红球}} \\ &= \frac{C_{a\text{红}}^1}{C_{a\text{红} + b\text{黑}}^1} \cdot \frac{\overbrace{C_{a\text{红} + c\text{红}}^1}^{\substack{\text{在第一次取到红球后,} \\ \text{又放入}c\text{个红球,} \\ \text{所以第二次取时,} \\ \text{红球就一共有}a + c\text{个}}}}{\underbrace{C_{a\text{红} + b\text{黑} + c\text{红}}^1}_{\substack{\text{为什么总数没有减1个?} \\ \text{因为是“放回抽样”.} \\ \text{总数不变}}}} \cdot \frac{C_{a\text{红} + 2c\text{红}}^1}{C_{a\text{红} + b\text{黑} + 2c\text{红}}^1} \end{aligned}$$

上面可以看出:

- 当 $c_{\text{红}} = 0$ 时, 就是正常的“放回抽样”.
- 当 $c_{\text{红}} = -1$ 时, 就是“不放回抽样”. 即把之前步骤中取到的球, 拿走了, 不放回总体中.
- 当 $c_{\text{红}} \neq 0$ 时, 就是本例的“传染病模型”.