→ 在美国,农民与图书馆管理员,两者的数量之比是$20:1$.

根据这个比例,我们可以假设他们人数的概率分别为:

$$\begin{cases} P(\text{农民职业}) = \dfrac{20}{100} \\ P(\text{图书管理员职业}) = \dfrac{1}{100} \end{cases}$$

→ 假如你听到"彬彬有礼"这类描述,你的直觉是:

40%的图书馆管理员符合这个描述,而只有10%的农民符合这个描述.

如果这是你的估计,那就意味着:

$$\begin{cases} \text{在}100\%\text{的纯粹农民群体中,彬彬有礼者的占比概率是:} \\ \qquad P(\text{彬彬有礼} \mid \text{农民职业}) = 0.1 \\ \text{在}100\%\text{的纯粹图书管理员群体中,彬彬有礼者的占比概率是:} \\ \qquad P(\text{彬彬有礼} \mid \text{图书管理员职业}) = 0.4 \end{cases}$$

→ 在既有农民,又有图书管理员的混合群体中:

$$\begin{cases} \text{在属于农民职业的前提下,是彬彬有礼者的概率是:} \\ P(\text{农民职业} \cap \text{彬彬有礼}) = \underbrace{P(\text{农民职业})}_{\text{第一步,是农民的概率}} \cdot \underbrace{P(\text{彬彬有礼} \mid \text{农民职业})}_{\text{第二步,在是农民前提下,彬彬有礼者的概率}} \\ \qquad = 0.2 \cdot 0.1 = 0.02 \\ \text{在属于图书管理员职业的前提下,是彬彬有礼者的概率是:} \\ P(\text{图书管理员职业} \cap \text{彬彬有礼}) = P(\text{图书管理员职业}) \cdot P(\text{彬彬有礼} \mid \text{图书管理员职业}) \\ \qquad = 0.01 \cdot 0.4 = 0.004 \end{cases}$$

→ $P(\text{在彬彬有礼者中,取}1\text{人为图书管理员的概率})$

$$= \frac{P(\text{图书管理员职业} \cap \text{彬彬有礼})}{P(\text{农民职业} \cap \text{彬彬有礼}) + P(\text{图书管理员职业} \cap \text{彬彬有礼})}$$

$$= \frac{0.004}{0.02 + 0.004} = 0.166667$$