目录

行列式

1 二阶与三阶行列式

1.1 二阶行列式

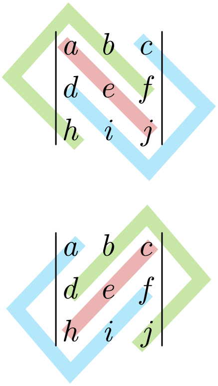
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \underbrace{ad}_{\text{主对角线}} - \underbrace{bc}_{\text{副对角线}}$$

1.2 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ h & i & j \end{vmatrix} = (aej + bfh + cdi) - (ceh + dbj + aif)$$

即:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ h & i & j \end{vmatrix} = (aej + bfh + cdi) - (ceh + dbj + aif)$$



2 全排列和对换

3 n 阶行列式

4 行列式的性质

5 行列式按行（列）展开

6 n 阶行列式

7 行列式的性质

7.1 性质 1: 行列互换, 其值不变. 即 $|A| = \left|A^T\right|$

7.2 性质 2: 某行（列）元素全为零, 则行列式为零

7.3 性质 3: 两行（列）元素相等, 或对应成比例, 则行列式为零

7.4 性质 4: 某行（列）元素均是两个元素之和, 则可拆成两个行列式之和

7.5 性质 5: 两行（列）互换，行列式的值反号

7.6 性质 6: 某行（列）元素有公因子 $k\,(k \neq 0)$, 则 k 可提到行列式外面去

7.7 性质 7: 某行（列）的 b, 倍加到另一行（列）上去, 行列式的值不变

8 行列式的展开定理

8.1 余子式 M_{ij}

8.2 代数余子式 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

8.3 按某一行（列）展开的展开公式:

$|A| = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij} \;\; (j = 1, 2, ..., n) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} \;\; (i = 1, 2, ..., n)$

9 具体型行列式的计算: a_{ij} 已给出

9.1 化为 “12+1” 型行列式

9.1.1 主对角线行列式

9.1.2 副对角线行列式

9.1.3 拉普拉斯展开式

9.1.4 范德蒙德行列式

9.2 加边法

9.3 递推法 (高阶 $\to$ 低阶)

9.3.1 建立递推公式, 即建立 D_n 与 D_{n-1} 的关系

9.3.2 D_n 与 D_{n-1} 要有完全相同的元素分布规律, 只是 D_{n-1} 比 D_n 低了一阶

9.4 数学归纳 (低阶 $\to$ 高阶)

9.4.1 第一数学归纳法

9.4.2 第二数学归纳法

10 抽象型行列式的计算: a_{ij} 未给出

10.1 用行列式性质

10.2 用矩阵知识

10.2.1 设 C=AB, A,B 为同阶方阵, 则 $|C| = |AB| = |A||B|$

10.2.2 设 C=A+B, A,B 为同阶方阵, 则 $|C| = |A + B|$, 作恒等变形, 转化为矩阵乘积的行列式

10.2.3 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|A^*| = |A|^{n-1}$, $|(A^*)^*| = \left||A|^{n-2} A\right| = |A|^{(n-1)^2}$