目录

物理

0.1 加速度 $Acceleration = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

【加速度 Acceleration】:
假定一个质量为 m 的物体, 在光滑的水平面上, 受到恒力 F 的作用, 做匀速直线运动。在初始时刻, 物体的速度为 v; 经过一段时间 Δt，它的速度为 t'，那么, 这个物体在这段时间的 "加速度 Acceleration" 就是:

$$\boxed{\text{加速度}Acceleration = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t}}$$

我们用 "加速度" 这个物理量, 来描述物体 "速度变化快慢" 的程度。如果物体的速度不变, 那它的加速度等于 0 ；如果物体的速度在 1s 内, 从 2m/s 增加到了 4m/s，那它的加速度就是 2m/s；如果物体的速度在 2s 内, 从 1m/s 增加到了 7m/s，那么它的加速度就是：$\frac{(7-1)<m/s>}{2<s>} = 3 < m/s^2 >$

加速度的单位, 一般是: 米/二次方秒. 符号是 m/s^2 或 $m \cdot s^{-2}$.

【加速度, 是矢量物理量, 是有方向的】:

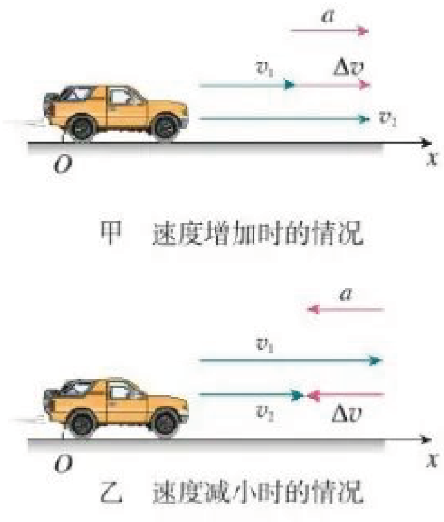
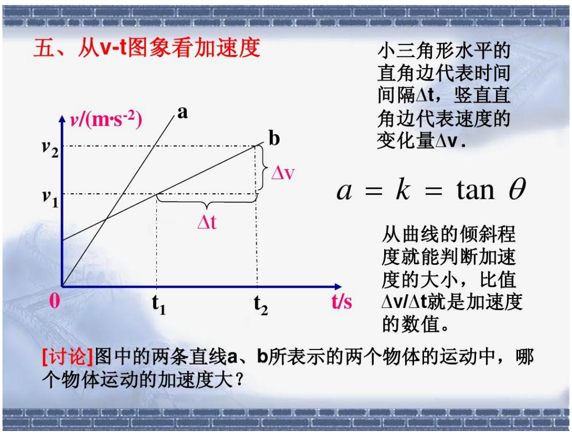


图 1.4–1　加速度方向与速度方向的关系示意图

如上图, 汽车原来的速度是 v1，经过一小段时间 Δt 后, 速度变为 v2。我们用一个新的有向线段 Δv，来表示速度的变化量。
由于加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta time}$，所以加速度 a 的方向, 与速度的变化量 Δv 的方向相同。换言之, 确定了 Δv 的方向, 也就确定了加速度 a 的方向。

从图中可以看出:
- 汽车在直线运动中，如果速度 v 增加, 即加速运动, 则 “加速度 a” 的方向, 是与 “初速度 v1” 的方向相同的.
- 如果速度减小，即减速运动, 则 “加速度 a” 的方向, 是与 “初速度 v1” 的方向相反的。



0.2 变化率

自然界中, 某量 D 的变化, 可以记为 ΔD. 发生这个变化所用的时间间隔, 可以记为 Δt. 则 $\frac{\Delta Data}{\Delta time}$, 即 ΔD 与 Δt 的比值, 就是这个量对时间的 “变化率”.

某个量大，不代表它的变化率大。比如:
- 速度 v 大的，加速度 a 不一定大. 匀速飞行的高空侦察机，尽管它的速度可能接近 1000 m/s，但它的加速度为 0。
- 速度 v 小的，加速度 a 也可以很大。例如枪筒里的子弹，在开始运动时，尽管子弹的速度接近 0，但它的加速度可以达到 $5\times10^4 m/s^2$.

0.3 匀变速直线运动: $v = v_0 + at$.

【匀变速直线运动 uniform variable rectilinear motion】:
即 “加速度 a” 不变的直线运动。意思是: 在任意相等的时间内, 速度的变化量 Δv 都相同. (加速度不变）. “匀变速直线运动” 的 v-t 图像, 是一条倾斜的直线。

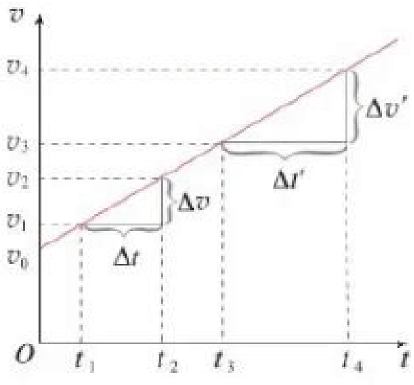


图 2.2–1 匀变速直线运动的 v–t 图像

【匀加速直线运动】:
在 “匀变速直线运动” 中:

- 如果物体的速度, 随时间均匀增加，则这种运动叫作 “匀加速直线运动”.
- 如果物体的速度, 随时间均匀减小, 则这种运动叫作 “匀减速直线运动”.

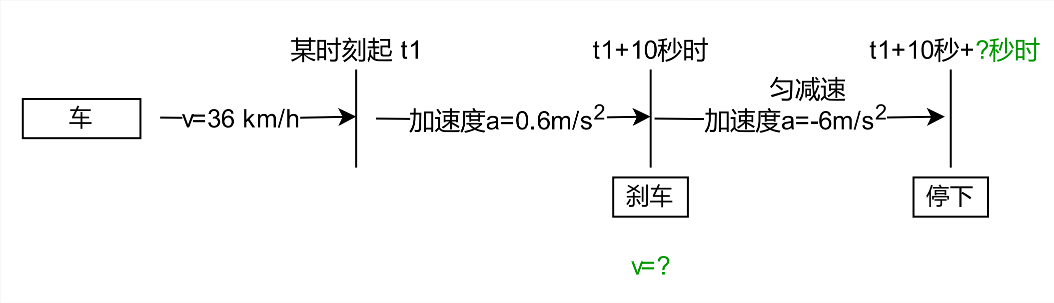
【匀变速直线运动, 其两个参数 velocity(速度) 和 time 的关系公式就是】:

加速度$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\overbrace{v}^{\text{在}t\text{时刻的速度}} - \overbrace{v_0}^{\text{开始时刻的速度, 即初速度}}}{\Delta t}$
即:

$$\boxed{v = v_0 + a\Delta t}$$

上面公式是什么意思呢? **由于加速度 a, 在数值上等于 “单位时间内, 速度的变化量”, 所以 a×Δt 就是 “Δt 时间内, 速度的变化量”. 再加上运动开始时物体的速度 v_0, 就得到 “t 时刻物体的速度 v”.**

例



一辆汽车以 36 km/h 的速度匀速行驶。从某时刻起, 它以 $0.6m/s^2$ 的加速度加速，10 s 末因故突然紧急刹车，刹车时做匀减速运动的加速度大小是 $6m/s^2$, 直到汽车停了下来。问:
(1) 汽车在 10s 末的速度, 是多少?
(2）汽车从刹车到停下来, 用了多长时间?

汽车在加速和减速时, 都在做 “匀变速直线运动”。所以, 根据公式:
(1) :

$$\underbrace{v}_{10\text{秒时的速度}} = \underbrace{v_0}_{36\ km/h} + \underbrace{a}_{0.6\ m/s^2} \cdot \underbrace{\Delta t}_{10s} = 16\ m/s$$

(2) :

$$v = v_0 + a\Delta t,\ \text{即}\Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\underbrace{\Delta t}_{\text{从刹车到停下时的所用时间}} = \frac{\overbrace{v}^{\text{停下时的速度}=0\ m/s} - \overbrace{v_0}^{\text{刹车时的速度}=16\ m/s}}{\underbrace{a}_{\text{加速度}=\ -6\ m/s^2}} = 2.67\ s$$

0.4 匀变速直线运动的位移: 位移$x = v_0t + \frac{at^2}{2}$

做 “匀变速直线运动” 的物体, 其位移大小, 可以用下图中的梯形面积来表示 (其实就是 “求积分” 的概念).

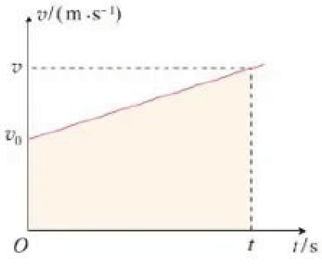
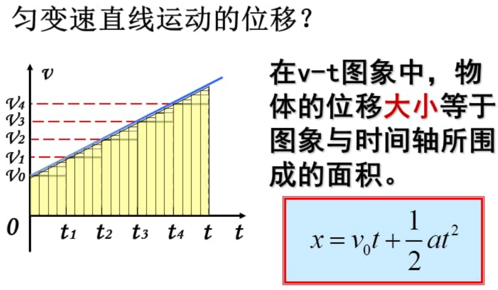


图2.3–1 利用 v–t 图像求位移



所以, 位移 x 就等于梯形的面积 $=\frac{1}{2}(v_0+v)\,t$

将 $v=v_0+at$ 代入上式, 就有:

$$x=\frac{1}{2}\left(v_0+\underbrace{v}_{v=v_0+at}\right)t=\frac{1}{2}(2v_0+at)\,t=\frac{2v_0t+at^2}{2}=v_0t+\frac{at^2}{2}$$

即:

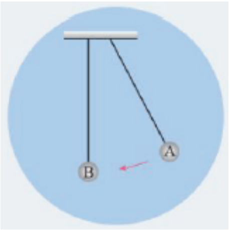
$$\boxed{\text{位移}x=v_0t+\frac{at^2}{2}}$$

如果初速度 v_0 为 0，这个公式就可以简化为: 位移$x=\dfrac{at^2}{2}$

47

1 动量 p = 质量 m × 速度 v

A 球取碰撞 B 球, 碰撞后, A 球停止运动而静止, B 球开始运动, 最终摆到和 A 球拉起时同样的高度。



对于发生碰撞的两个物体来说, 它们的 mv 之和, 在碰撞前后可能是不变的。这使我们意识到: mv 这个物理量具有特别的意义。物理学中把 **"质量 m" 和 "速度 v" 的乘积 mv, 定义为物体的 "动量" momentum, 用字母 p 表示.**

$$\boxed{\text{动量}p\ <kg\cdot m/s>=\text{质量}m\cdot\text{速度}v}$$

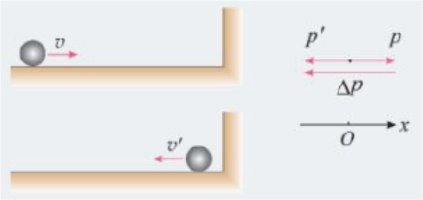
一般而言，**一个物体的 "动量" 指的是: 这个物体在它运动方向上保持运动的趋势。**

动量的单位, 是: 千克米/秒, 符号是 kg • m/s.

动量是矢量, "动量的方向" 与 "速度的方向" 相同.

例

一个质量为 0.1 kg 的钢球, 以 6m/s 的速度水平向右运动, 碰到坚硬的墙壁后弹回, 沿着同一直线以 6 m/s 的速度水平向左运动。则碰撞前后钢球的动量变化了多少?



分析动量是矢量 (矢量是既有 “大小”, 又有 “方向” 的物理量)，虽然碰撞前后钢球速度的 “大小” 没有变化, 但速度的 “方向” 变化了，所以动量的方向也发生了变化。所以为了求得钢球动量的变化量，需要先选定坐标轴的方向, 确定碰撞前后钢球的动量, 然后用碰撞后的动量, 减去碰撞前的动量, 就能求得动量的变化量。

我们就取水平向右, 为坐标轴的方向。则, 碰撞前的钢球的动量为:
$动量p=质量m\cdot 速度v=0.1<kg>\cdot 6<m/s>=0.6<kg\cdot m/s>$

碰撞后, 钢球的速度 v’ = -6 m/s，此时碰撞后钢球的动量为:
$动量p'=质量m\cdot 速度v'=0.1<kg>\cdot(-6)<m/s>=-0.6<kg\cdot m/s>$

所以, 碰撞前后钢球 “动量” 的变化量为:
$\Delta p=p'-p=-0.6-0.6=-1.2<kg\cdot m/s>$

动量的变化量, 依然是矢量, 这里求得的数值为负值, 表示它的方向与坐标轴的方向相反, 即 Δp 的方向是水平向左。

所以一个物体受到的 “合外力” 越大，那它的速度就变化得越快，“加速度” 就越大。合外力，就是一个物体所受的所有外力的总和。
物体的加速度, 还和该物体本身的 “质量 m” 相关. 显然, 该物体的质量越大，同等 “合外力” 下获得的 “加速度” 就越小，反之就越大。所以，质量就成了一个衡量物体 “运动状态改变难易程度” 的物理量。质量越大，越重，就越不想动.
这样, 牛顿第二定律就呼之欲出了。**牛顿第二定律就是：物体的 “加速度 a”, 跟物体受到的 “合外力 F” 成正比，跟物体的 “质量 m” 成反比，写成公式就是 加速度$a=\frac{合外力F}{质量m}$.**, 即 $F=ma$.

1.1 冲量$Impulse=$动量的变化值$\Delta P=$合外力$F\cdot\Delta time$

进一步, 就有:

$$合外力F=质量m\cdot 加速度a$$

$$F=m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}=m\frac{v\ \ -v}{\Delta t}=\frac{mv\ \ -\overbrace{mv}^{即动量p}}{\Delta t}=\frac{\overbrace{p\ \ -p}^{=\Delta p}}{\Delta t}$$

$$即:\underbrace{F}_{合外力}\cdot\Delta t=\underbrace{\Delta p}_{动量的变化量}$$

这个公式: $\underbrace{F}_{合外力}\cdot\Delta t=\underbrace{\Delta p}_{动量的变化值}$, 等号左边的值, 既与力 F 的大小、方向有关, 又与力的作用时间 t 有关。等号右边的值 Δp, 是物体在 Δt 这段时间内, “动量” 的变化量.
Ft 这个物理量, 就是 “力” 与 “力的作用时间” 的乘积, 该物理量有个名字, 叫 “冲量” impulse. 取首字母 I 来表示冲量. 即:

$$\boxed{\underbrace{F}_{\text{合外力}} \cdot \Delta t = \underbrace{\Delta p}_{\text{动量的变化值}} = \text{冲量}I}$$

在经典力学里，**物体所受 “合外力 F” 的 “冲量 impulse”, 等于它的 “动量的增量 Δp”（即 “末动量” 减去 “初动量”），叫做 “动量定理”.**
即: 物体在一个过程中所受力的 “冲量”, 等于它在这个过程始末的 “动量变化量”。这个关系叫作 “动量定理” theorem of momentum.
一个恒力的 “冲量”, 指的是 “这个力” 与其 “作用时间” 的乘积。
冲量的单位是 “牛秒”, 符号是 N • S.

物体在碰撞过程中, 受到的作用力, 往往不是恒力，物体不做匀变速运动。怎么处理这个问题呢？ 就是用 “微积分” 的方法：我们可以把碰撞过程, 细分为很多短暂过程 (图 1.2-2)，这样, 每个短暂过程中物体所受的力, 就没有很大的变化，这样对于每个短暂过程就能够应用算出 Δp 了。然后把所有这些 Δp 相加, 就得到整个过程的动量定理。

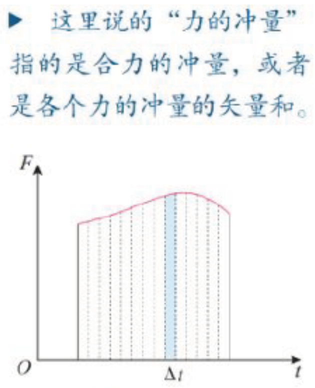


图 1.2-2 变力的冲量

注意: 此时, 在应用 $I = \Delta p = F \cdot \Delta t$ 处理变力问题时, 式中的 F 应该理解为变 “力在作用时间内的平均值”。

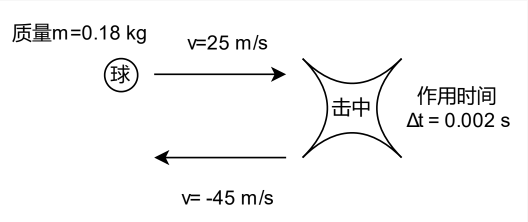
根据动量定理公式: 冲量$I = \Delta p = F \cdot \Delta t$, 可以知道: 如果物体的 “动量 p” 发生的变化是一定的，那么:
→ 作用的时间 t 短，物体受的力 F 就大
→ 作用的时间 t 长, 物体受的力 F 就小.

例

玻璃杯落在坚硬的地面上会破碎, 落在地毯上则不会碎, 用上面的 “动量定理公式” 解释就是: 虽然玻璃杯下落, 两种情况下的动量变化量 Δp 相等, 即冲量 I 相等. 但是:
- 杯子对地面的作用时间短, 所受的力 $F = \frac{\Delta P}{\Delta time}$ 就大. (分母越小, 分数值就越大)
- 杯子对地毯的作用时间长 (因为有弹性缓冲), 所受的力 $F = \frac{\Delta P}{\Delta time}$ 就小. (分母越大, 分数值就越小)

例

一个垒球, 质量 m=0.18kg, 以 25m/s 的速度飞向球棒. 球棒与垒球的作用时间若为 0.002s, 然后垒球反向水平飞回. 飞回时的速度为 45m/s. 问: 球棒对垒球的平均作用力, 是多大?



$$垒球的初动量p = mv = 0.18 < kg > \cdot 25 < m/s >= 4.5 \ < kg \cdot m/s >$$

$$垒球的末动量p = mv = 0.18 < kg > \cdot (-45 < m/s >) = -8.1 \ < kg \cdot m/s >$$

$$根据动量定理: F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-8.1 - 4.5 \ < kg \cdot m/s >}{0.002 \ s} = -6300N$$

上面, 若以垒球飞向球棒时的方向, 为坐标轴的正方向. 则垒球反向飞回时的方向, 就是坐标轴的负方向了, 所以要写上负号.

力, 既可以通过 “动量” 来表示: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$,
也可以用 “动能” 来表示: $F = \dfrac{\Delta E_k}{\Delta x}$

→ **动量 p, 决定了物体在力 F 的阻碍下, 能够运动多长时间.**
→ **动能 E, 则决定了物体在力 F 的阻碍下, 能运动多长距离。**
也就是说:
→**“动量定理”$I = \Delta p = F \cdot \Delta t$, 反映了 “力对时间” 的累积效应.**
→ **动能定理”$E_k = \frac{1}{2}mv^2$, 反映了 “力对空间” 的累积效应.**

1.2 动量守恒定律

14