

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 июня 2021 года

ПРОГРАММА

по дисциплине: Аналитическая механика

по направлению подготовки:

03.03.01 «Прикладные математика и физика»

физтех-школа: физики и исследований им. Ландау

кафедра: теоретической механики

курс: 2

семестр: 3

Трудоемкость:

теор. курс: базовая часть – 4 зачет. ед.

лекции – 30 часов

Экзамен – 3 семестр

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

лабораторные занятия – нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60 Самостоятельная работа
– 90 часов

Программу и задания составили:

д.ф.-м.н., профессор О. В. Холостова
ассистент А. С. Охитина

Программа принята на заседании
кафедры теоретической механики
8 апреля 2021 года

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н.

С. В. Соколов

1. Аксиоматика классической механики

Постулаты классической механики. Инерциальные системы отсчета. Понятие силы. Законы Ньютона. Преобразования Галилея. Понятие об инвариантности и ковариантности уравнений механики.

2. Кинематика точки

Траектория, скорость, ускорение. Естественный (сопровождающий) трехгранник. Разложение скорости и ускорения в осях трехгранника. Криволинейные координаты точки. Разложение скорости и ускорения точки в локальном базисе криволинейных координат. Коэффициенты Ламе. Сложное движение точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.

3. Кинематика твердого тела

Твердое тело. Разложение движения тела на поступательное движение и вращение (движение с неподвижной точкой). Способы задания ориентации твердого тела: углы Эйлера, матрицы направляющих косинусов.

Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений в твердом теле (формулы Эйлера и Ривальса). Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси; вращение вокруг неподвижной точки, подвижный и неподвижный аксоиды. Плоскопараллельное движение твердого тела, мгновенный центр скоростей, мгновенный центр ускорений, подвижная и неподвижная центроиды. Кинематический винт твердого тела.

Сложное движение твердого тела. Сложение вращений вокруг пересекающихся и параллельных осей, пара вращений. Вычисление угловой скорости и углового ускорения тела в сложном движении. Кинематические уравнения Эйлера. Прецессионное движение твердого тела. Общий случай сложения движений твердого тела.

Алгебра кватернионов. Кватернионный способ задания ориентации твердого тела (присоединенное отображение). Параметры Родрига–Гамильтона. Кватернионные формулы сложения поворотов. Теорема Эйлера о конечном повороте твердого тела с неподвижной точкой. Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в кватернионах (уравнения Пуассона). Интегрирование уравнений Пуассона для прецессионного движения твердого тела.

4. Основные теоремы динамики

Основные понятия динамики систем: внешние и внутренние силы, момент силы, элементарная работа и мощность силы, главный вектор и главный момент системы сил; центр масс, количество движения, кинетический момент, кинетическая энергия механической системы. Теоремы Кенига для кинетической энергии и кинетического момента. Теоремы об изменении количества движения, кинетического момента и кинетической энергии в инерциальных системах отсчета.

Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Критерий потенциальности сил. Консервативные системы, закон сохранения энергии. Неинерциальные системы отсчета, силы инерции. Основные теоремы динамики в неинерциальных системах отсчета.

5. Движение материальной точки в центральном поле

Законы сохранения. Уравнение Бине. Поле всемирного тяготения. Уравнение конических сечений. Задача двух тел. Законы Кеплера.

6. Динамика твердого тела

Геометрия масс. Тензор инерции и эллипсоид инерции твердого тела. Главные оси инерции. Преобразование тензора инерции при повороте и параллельном переносе осей. Теорема Гюйгенса–Штейнера для тензора инерции. Кинетический момент и кинетическая энергия твердого тела.

Динамические уравнения Эйлера. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела. Случай Эйлера движения твердого тела с неподвижной точкой; первые интегралы движения; геометрическая интерпретация Пуансо. Движение динамически симметричного тела в случае Эйлера; параметры свободной регулярной прецессии. Дифференциальные уравнения движения тяжелого твердого тела (уравнения Эйлера–Пуассона) и их первые интегралы. Случаи интегрируемости уравнений Эйлера–Пуассона. Случай Лагранжа; первые интегралы движения. Формула для момента, поддерживающего вынужденную регулярную прецессию динамически симметричного твердого тела (основная формула гироскопии). Эквивалентные преобразования системы сил, действующих на твердое тело. Алгоритм сведения к динамическому винту.

7. Лагранжева механика

Понятие механической связи. Классификация связей. Голономные и неголономные системы. Возможные, действительные и виртуальные перемещения. Общее уравнение динамики для системы материальных точек с идеальными связями. Обобщенные координаты.

Уравнения Лагранжа. Обобщенные силы. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил; функция Лагранжа (лагранжиан системы). Уравнения Лагранжа в неинерциальных системах отсчета.

Свойства уравнений Лагранжа: ковариантность, невырожденность (приведение к нормальному виду Коши). Структура кинетической энергии. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Первые интегралы лагранжевых систем: циклические интегралы, обобщенный интеграл энергии (интеграл Пенлеве–Якоби). Обобщенный потенциал.

Литература

1. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика: учебник для университетов. Изд. 3-е, испр. — Москва : Изд-во Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
2. *Гантмахер Ф.Р.* Лекции по аналитической механике. — 3-е изд. — Москва : Физматлит, 2001.
3. *Амелькин Н.И.* Динамика твердого тела: учеб. пособие. — 2-е изд. — Москва : МФТИ, 2010.
4. *Амелькин Н.И.* Лагранжева и гамильтонова механика : учеб. пособие. — Москва : МФТИ, 2014.
5. *Айзерман М.А.* Классическая механика. — Москва : Наука, 2005.
6. *Журавлёв В.Ф.* Основы теоретической механики. — 2-е изд. — Москва : Физматлит, 2001; 3-е изд. — Москва : Физматлит, 2008.
7. *Яковенко Г.Н.* Краткий курс теоретической механики. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
8. *Трухан Н.М.* Теоретическая механика. Методика решения задач : учеб. пособие. — Москва : МФТИ, 2010.

ЗАДАНИЯ

Первое задание

(срок сдачи со 1 по 6 ноября 2021 г.)

Контрольная работа с 25 по 30 октября 2021 г.

1. **Кинематика точки**
1.3, 1.18, 1.37(е), 1.46
2. **Кинематика твёрдого тела**
 - 2.1. **Пространственное движение**
4.5, 4.9, 4.11, 4.20, 4.53
 - 2.2. **Плоскопараллельное движение**
3.9, 3.28, 3.33, 3.38
3. **Сложное движение точки и твёрдого тела**
2.6, 2.14, 2.25, 3.11, 4.14, 4.34
4. **Кватернионы**
4.61(б), 4.64, 4.82, 4.92, 4.100
5. **Основные теоремы динамики в инерциальных и неинерциальных системах отсчета**
5.10, 6.16, 6.30, 7.5, 7.17, 7.30, 7.44, 9.4, 9.14, 9.28
6. **Движение точки в центральном поле**
8.16, 8.26, 8.37, 8.51

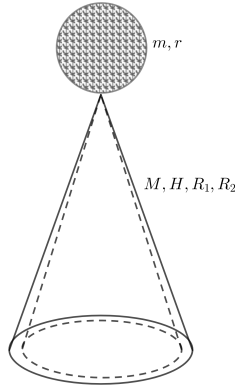
Второе задание

(срок сдачи с 13 по 18 декабря 2021 г.)

Контрольная работа с 6 по 11 декабря 2021 г.

7. **Геометрия масс. Динамика твёрдого тела**

Т1. Колпак Деда Мороза имеет форму прямого кругового поло-
го конуса массы M со сплошным сферическим помпоном массы
 m на конце (см. рис.). Найдите главные центральные моменты
инерции A, B, C , если высота конуса H , радиус внешнего основа-
ния R_1 , внутреннего R_2 , а радиус сферы r .

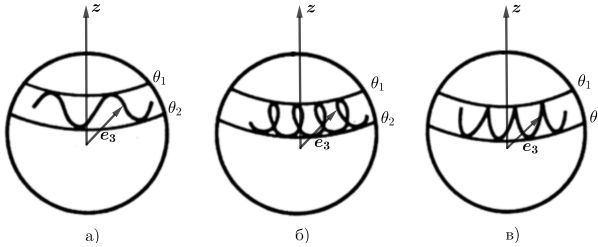


11.13, 11.16, 11.25, 11.21, 11.49, 11.57, 11.76, 11.68, 11.118

Т2. Динамически симметричное твёрдое тело ($A = B = 4C$) массы m с неподвижной точкой, центр тяжести которого находится на оси динамической симметрии на расстоянии l от неподвижной точки, начинает движение в однородном поле тяжести со следующими начальными значениями углов Эйлера и их первых производных:

$$\psi_0 = 0, \varphi_0 = 0, \theta_0 = \frac{\pi}{3}, \dot{\psi}_0 = \frac{1}{2} \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \dot{\varphi}_0 = \frac{3}{4} \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \dot{\theta}_0 = 0 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Определите вид годографа конца радиус-вектора центра масс (см. рис.).



8. Уравнения Лагранжа

12.6(a), 12.25, 12.30, 12.31, 12.49, 12.60, 12.67, 12.78, 12.104

Номера задач взяты из сборника Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике. — 4-е изд. — Москва : МФТИ, 2018.