Т.Д. Потенциалы:

$U(S,V)$		$dU = TdS - PdV$	$\Delta U_V = Q\vert_V$
$H(S,P)$	$H = U + PV$	$dH = TdS + VdP$	$\Delta H_P = Q\vert_P$
$F(T,V)$	$F = U - TS$	$dF = -SdT - PdV$	$\Delta F_T = -A\vert_T$
$G(T,P)$	$G = F + PV$	$dG = -SdT + VdP$	$\Delta G_{T,P} = 0$

Гиббс-Гельмгольц

$$U = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$
$$H = G - T\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$$
$$H = U - V\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S$$

Коэфф. теплового расширения $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

Изотермическая сжимаемость $\beta_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

Температурный коэфф. давления $\lambda = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

Адиабатическая сжимаемость $\beta_S = \gamma\beta_T$

Соотношения Максвелла

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S} = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$
$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{\partial^2 H}{\partial P \partial S} = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$
$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{-\partial^2 F}{\partial T \partial V} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$
$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \frac{-\partial^2 G}{\partial T \partial P} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Разность теплоемкостей:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \Rightarrow C_x - C_V = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_x$$

Идеальный газ:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$
$$\Delta S = \nu C_V \ln\frac{T}{T_0} + \nu R \ln\frac{V}{V_0} = C_P \nu \ln\frac{T}{T_0} - \nu R \ln\frac{P}{P_0} = $$
$$= \nu C_V \ln\frac{PV^\gamma}{P_0 V_0^\gamma}$$

Деформация твердого стержня:

$\delta A = -f\,dL + \cancel{P\,dV}^{\,0}$, $dU = TdS + f\,dL$,

$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_L dT + \left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T dL \Rightarrow$ т.к. $TdS = \delta Q = CdT$: $\frac{C_L}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_L$

$\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L$ $\Rightarrow dT = \frac{T}{C_L}\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L dL$

Поверхностное натяжение:

$$\delta A^{внеш}\big|_T = F_{пов} = \sigma(T)\Pi$$
$$U_{пов}(T) = \Pi\left(\sigma - T\frac{d\sigma}{dT}\right) \quad f_{сила} = \sigma \cdot L$$

Q для $T = const$ увел. пленк $= -\Pi\left(T\frac{d\sigma}{dT}\right)$

Формула Лапласа: $\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

Цилиндр: $\Delta P = \sigma/R$

Капля: $\Delta P = 2\sigma/R$

Пузырь: $\Delta P = 4\sigma/R$

$$\cos(\theta) = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}}$$

$\cos\theta > 1$ — $\theta = 0$ смач. жестко

$\cos\theta < -1$ — $\theta = \pi$ не смач. жестко

Фазовые переходы:

Хим. потенциал $\mu = G/N$, $d\mu = -s\,dT + v\,dP$ (удельные)

$\mu = F + PV = U - TS + PV$, все удельное

$\mu_{пар} = \mu_{жидк} \Rightarrow U_{пар} - U_{жид} = T\Delta S - P\Delta V \approx \lambda - P v_{пар} =$

$= \lambda - \frac{RT}{M}$

ур-е Клапейрона-Клаузиуса: $\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_2 - v_1)}$

$\hookrightarrow P = P_0 \exp\left(-\frac{Mq}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right)$ — над плоской пов.

Над кривой пов., если

$\Delta P \ll 1$: $K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow P = P_0 + \frac{V_{жид}}{V_{пар} - V_{жид}} \cdot \sigma K$,

но если $\sigma K \gg \Delta P$: $P = P_0 \exp\left(\frac{M V_{жид}}{RT} \cdot \sigma K\right)$.

P_0 — давление над плоской поверхностью

$$R_{кр} = \frac{2\sigma}{(P_0 - P_{жид})} \text{ — зародыш.}$$

$C_{насыщ.пар} = C_P - \frac{qM}{T}$

Флуктуации: $\overline{(\Delta F)^2} = N \cdot \overline{(\Delta f)^2}$

- частиц в объеме $\frac{\sqrt{\overline{\Delta N^2}}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$
- объема $\overline{\Delta V^2} = -kT\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \ldots$
- энергии $\overline{\Delta E^2} = kT^2\frac{\partial E}{\partial T}$

Скорость звука:

$$v_{зв} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S}, \quad v_{и.г.} = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$$

Ван-дер-Ваальс:

$$\left(P + \frac{a\nu^2}{V^2}\right)\cdot(V - \nu b) = \nu RT$$

$V_{кр} = 3b$, $P_{кр} = \frac{a}{27b^2}$, $T_{кр} = \frac{8a}{27bR}$

$\pi = \frac{P}{P_{кр}}$, $\varphi = \frac{V}{V_{кр}}$, $\tau = \frac{T}{T_{кр}}$: $\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$

$U = C_V T - \frac{a\nu^2}{V}$, $dU = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV$,

$\Delta S = \nu C_V \ln\frac{T}{T_0} + \nu R \ln\frac{V - b}{V_0 - b}$, политропа: $T(V - b)^{\frac{R}{C - C_V}} = const$

Уравнение Бернулли. Эффект Д-Т

$$\frac{P}{\rho} + U + \varepsilon_{пот} + \frac{v^2}{2} = const; \text{ для и.г.: } H_{уд} = \frac{C_P T}{\mu}$$

$H_{удельная}$

Истечение газов из дырки:

$v^2 = \frac{2}{\mu}C_P(T_1 - T_2)$, т.к. адиабата: $P_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma} = P_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma} \ldots$

$v^2 = \frac{2}{\mu}C_P\left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \approx \frac{2C_P}{\mu}T_1$

Дифференциальный Д-Т:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta P}\right)_H = \frac{1}{C_P\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}\left(\frac{bRT}{(V - b)^2} - \frac{2a}{V^2}\right), \quad T_{инв} = \frac{2a}{Rb}\left(\frac{V - b}{V}\right)^2$$

Интегральный Д-Т:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_V + R}, \quad T_{инв} = \frac{2a}{Rb}$$

Явление переноса:

Диффузия $j = -D\frac{dn}{dx} = \frac{dN}{Sdt}$, $D = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda$, $\lambda = \frac{1}{n\pi d^2}$

Вязкость $j = -\eta\frac{du}{dx} = \frac{dp}{Sdt}$, $\eta = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda\rho$

Теплопроводность $j = -\varkappa\frac{dT}{dx} = \frac{d\varepsilon}{Sdt}$, $\varkappa = \frac{1}{3}\bar{v}n m_0 c_V\lambda$

Ур-е теплопроводности:

1D: $\rho C_V\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\varkappa\frac{\partial T}{\partial x}\right)$, $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial n}{\partial x}\right)$, если есть скорость потока $j = -\varkappa\frac{\partial T}{\partial x} + CT \cdot v$, $j = -D\frac{dn}{dx} + n \cdot v$

сфера: $\rho C_V\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varkappa r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + q$, $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(D r^2\frac{\partial n}{\partial r}\right) + W$

цилиндр: $\rho C_V\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varkappa r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + q$, $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D r\frac{\partial n}{\partial r}\right) + W$,

Распределение Максвелла:

$\sigma^2 = \overline{\Delta v^2} = \overline{v^2} - \bar{v}^2$ (дисперсия)

$F(v)dv = 2\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$ — одномерный

$\bar{v} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{kT}{m}}$ $\overline{v^2} = \frac{kT}{m}$

$F(v)dv = 2\pi v\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$ — двумерный

$\bar{v} = \sqrt{\frac{\pi}{2}\frac{kT}{m}}$ $\overline{v^2} = \frac{2kT}{m}$

$F(v)dv = 4\pi v^2\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$ — трехмерный

$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}}$ $\overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$ $v_{нв} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

$$\int_0^{+\infty} x^{2n}\exp(-ax^2)dx = \frac{1}{2}(2n-1)!!\,(2a)^{-n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$
$$\int_0^{+\infty} x^{2n+1}\exp(-ax^2)dx = \frac{1}{2}n!\,a^{-n-1}$$
$$F(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi(kT)^3}}e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$$

Броуновское движение:

$U = B \cdot F$, $D = BkT$, $B = \frac{1}{6\pi\eta r}$

Ур-е Эйнштейна-Смолуховского: $\overline{r^2} = 6BkT \cdot t = 6Dt$ — 4 или 2 (или 6) или 4

Распределение Больцмана:

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{U(x)}{kT}}$$
$$G = \frac{N!}{N_1!\,N_2!\ldots N_m!},$$

m — кол-во ячеек, N_i — кол-во частиц в i ячейке.

G — кол-во микросостояний, которые реализуют данное макросостояние.

$$S = k\ln(G) = N\left(\frac{3}{2}\ln T + \ln\frac{V}{N} + S_0\right)$$

$Kn = \frac{\lambda}{L} \gg 1 \Rightarrow$ разреженный газ и $D = \frac{1}{3}\cdot 2R\cdot\bar{v}$ — радиус трубы

$Kn = \frac{\lambda}{L} \ll 1 \Rightarrow$ плотный газ (все хорошо)

Течение Кнудсена:

Течение разреженного газа по тонкой трубке: $Q = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{\pi m}{2k}}\frac{R^3}{L}\left(\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}\right)$

$J = D\frac{\Delta n}{L}\pi r^2$ — поток разреженного газа

Пуазейль: $Q = \frac{\pi\rho}{8}\frac{\Delta P}{\eta L}R^4$, $v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L}R^2\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$

Разреженный $Kn \gg 1$	Плотный газ $Kn \ll 1$:
дырка — эффузия	дырка — Бернулли
трубка — течение Кнудсена	трубка — Пуазейль

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$$