알고리즘 설계와 분석 HW1 보고서

(Maximum Subarray Sum)

서강대학교 컴퓨터공학과

20151580

이문형

1. **구현 내용**
2. Algorithm 3 ( O(n4) : sumtable을 이용한 알고리즘 )

Sumtable[i][j] : 배열의 [0][0] , [i][0], [0][j] , [i][j] 을 꼭짓점으로 하는 사각형 내의 원소의 합을 의미한다.

이를 이용하여, subrectangle의 원소들의 합 ( 이하 sum )을 구할 수 있다.

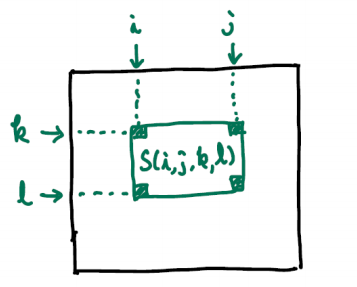


그림 1

위 그림의 sum(i,j,k,l)은

sumtable[l][j] - sumtable[l][i-1] - sumtable[k-1][j] + sumtable[k-1][i-1] 이다.

예외적으로, l =0 이거나 j= 0인 상황에는 배열의 비정상 접근이 발생하므로 sumtable의 범위를 넘어가면 0으로 처리해주어 sum(i,j,k,l)값을 계산하였다.

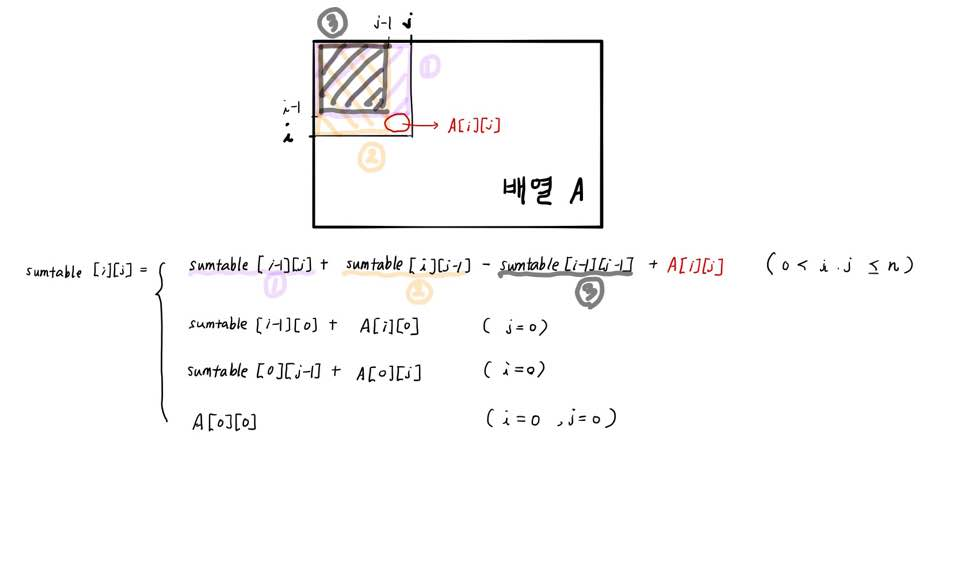
Sumtable을 구성할때도 dynamic한 방식을 택하였다. 

그림 2

이 방법을 통하여 가능한 순서쌍 (i,j,k,l) 총 n4개의 경우에 sum값을 비교해서 maximum subarray sum을 구한다.

1. Algorighm 4 ( O(n3logn) : 분할정복 방식 적용 )

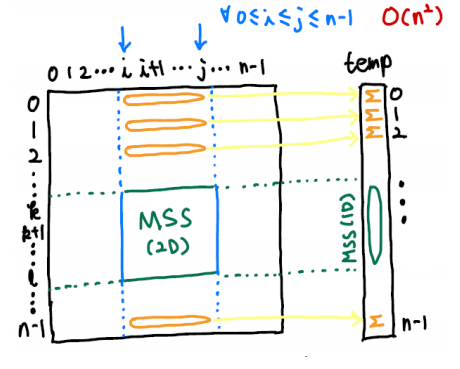


그림 3

그림과 같이 가능한 ( i , j ) (총 n2개)에 대해 temp열 ( temp[t] = )을 계산하여 temp에 대해 Maximum subsequence를 구한다. 이 방식을 분할 정복을 사용하여 구하면 O(nlogn) 이고 총 n2개 경우에 대해 구하므로 O(n3logn) 시간에 배열 A의 maximum subsequence array를 구할 수 있다.

1. Algorithm 5 ( O(n3) : kadane 알고리즘 적용 )

Algorithm 4번 방식에서 temp 열에 대해 MSS를 구할 때, kadane 알고리즘을 적용하는 방식이다. 그러면 O(n) 시간에 일차원 temp열에 대해 MSS를 구할 수 있게 되고, 총 O(n3) 시간에 배열 A의 maximum subsequence array를 구할 수 있다.

1. **실험 환경**

OS : Microsoft Windows 10 Home

CPU : Intel(R) Core(TM) i5-10400 CPU @ 2.90GHz, 2901Mhz, 6 코어, 12 논리 프로세서

RAM : 16.0 GB

Compiler : 비쥬얼 스튜디어 19 , release mode / x64 platform

1. **실험 방법**

실험 결과의 정확성을 위하여 N = 10, 100, 200, 300, 400, 500, 800, 1000, 1600, 3200 의 N x N 행렬을 각각 5개씩 생성하였다. 그리고 각각의 데이터에 대해 5번씩 실행을 한 후, 이에 대한 평균을 내어 알고리즘 별, 데이터 별 수행 시간을 구하였다.

수행 시간은 다음과 같은 코드를 통해 계산하였다.

#define CHECK\_TIME\_START QueryPerformanceFrequency ((\_LARGE\_INTEGER\*)&freq); QueryPerformanceCounter((\_LARGE\_INTEGER\*)&start)

#define CHECK\_TIME\_END(a) QueryPerformanceCounter((\_LARGE\_INTEGER\*)&end); a=(float)((float) (end - start)/freq)

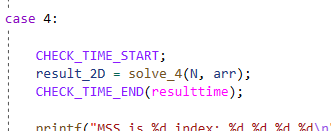


그림 4

그림 4는 코드에 수행 시간을 계산하기 위해 삽입된 부분을 나타낸다.

1. **실험 결과**

N이 매우 작은 경우(N = 10), 오히려 알고리즘3( O(n4) )이 알고리즘 4보다 더 빠르게 수행하였다. 하지만, N이 커짐에 따라 알고리즘 3, 알고리즘 4, 알고리즘 5이 같은 데이터에 대해 프로그램을 수행하는 시간 격차가 커짐을 확인할 수 있었다. ( 정확한 측정 값은 5번 항목 참고 )

N이 500까지는 알고리즘 3에 대해 실행이 가능하였지만 그 이후부터는 합리적인 수행시간을 내놓지 못하였다.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (단위:ms) | O(n^4) 알고리즘 | O(n^3\*logn) 알고리즘 | O(n^3) 알고리즘 |
| 10 | 0.01072 | 0.01288 | 0.00428 |
| 100 | 34.70472 | 8.80636 | 1.48276 |
| 200 | 520.22364 | 65.6492 | 6.69652 |
| 300 | 2666.02908 | 254.465 | 37.79648 |
| 400 | 8200.64548 | 546.57352 | 53.59456 |
| 500 | 20391.78236 | 1218.20804 | 156.45288 |
| 800 |  | 4565.3172 | 478.41668 |
| 1000 |  | 10234.2314 | 1136.95216 |
| 1600 |  | 32528.72892 | 6883.3378 |
| 3200 |  | 290457.9798 | 82156.75292 |

그림 5

N – t ( 단위 : ms )의 그래프를 그려보면 다음과 같았다.

그림 6

3번 알고리즘 같은 경우에는 N = 500 이후의 데이터를 측정하지 못하여 위와 같이 차수가 4인 다항식 그래프를 추세선을 이용하여 나타냈다. 알고리즘 3번과 같은 경우, N이 커짐에 따라 수행 시간이 급격하게 증가하는 것을 확인할 수 있었다. 알고리즘 4번과 5번의 비교를 해보면 다음과 같이 나타났다. 알고리즘 4번과 5번의 차이는 크게는 10배 작게는 3.5배 이상 차이가 났으며 유의미한 격차를 나타냈다.

그림 7

실제로 n4 , n3logn , n3은 그림 8과 같은 그래프를 나타낸다.

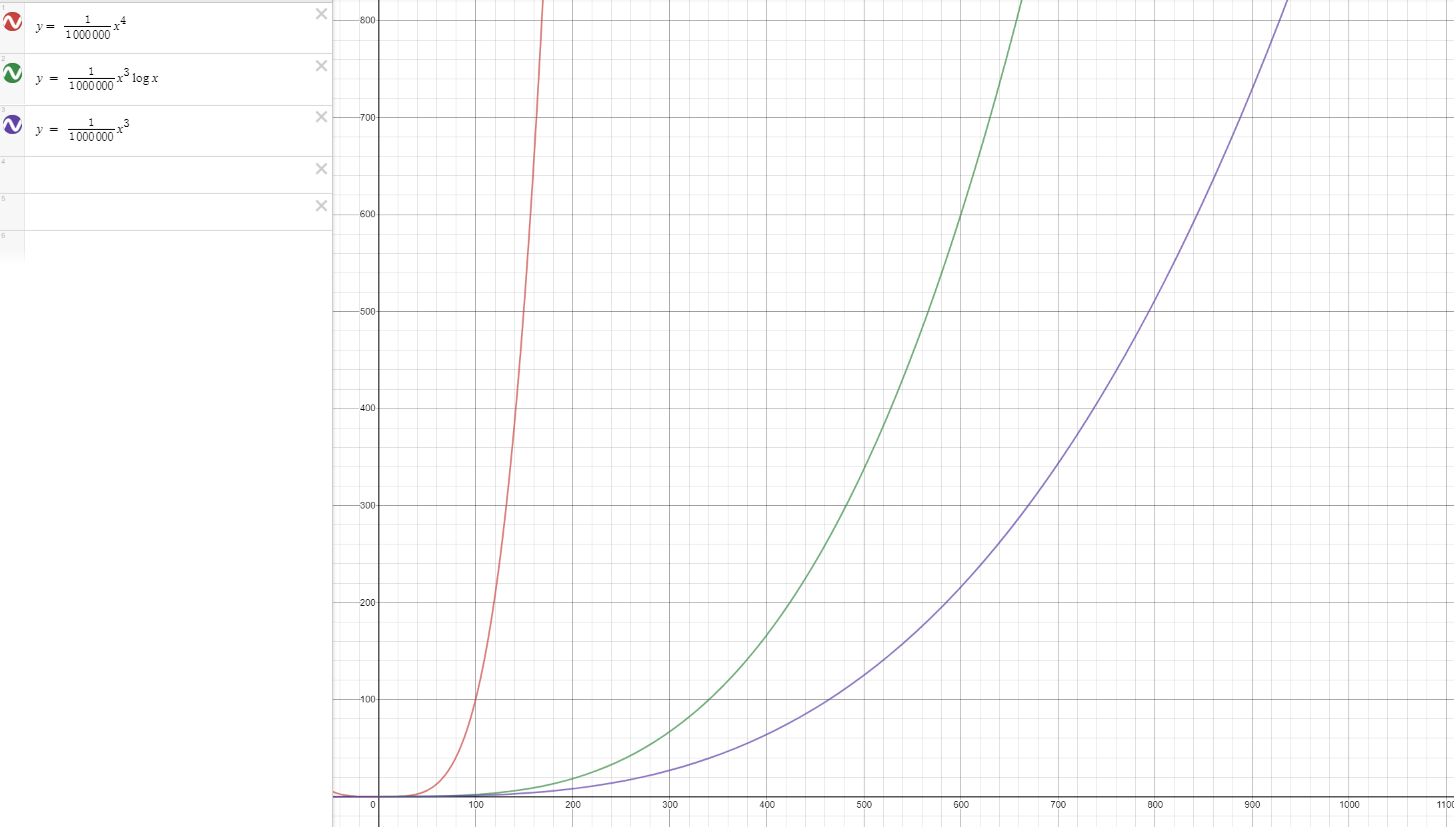


그림 8

그림 8의 그래프와 그림 6그래프( :실험 결과 )가 유사하게 나타났으며, 각 알고리즘의 수행시간과 N의 연관성을 확인할 수 있다.

1. **참고**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | solve\_# | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | average (ms) |
| 10 | 3 | 0.000019 | 0.000008 | 0.00001 | 0.000008 | 0.000008 | 0.0106 |
| 10 | 3 | 0.000017 | 0.000013 | 0.000009 | 0.000009 | 0.000008 | 0.0112 |
| 10 | 3 | 0.000017 | 0.000008 | 0.000008 | 0.000012 | 0.000007 | 0.0104 |
| 10 | 3 | 0.000017 | 0.000008 | 0.000009 | 0.000008 | 0.000008 | 0.01 |
| 10 | 3 | 0.000025 | 0.000008 | 0.000008 | 0.000008 | 0.000008 | 0.0114 |
| 100 | 3 | 0.037433 | 0.033818 | 0.034281 | 0.034047 | 0.03506 | 34.9278 |
| 100 | 3 | 0.035285 | 0.033469 | 0.034371 | 0.035072 | 0.036017 | 34.8428 |
| 100 | 3 | 0.034644 | 0.033932 | 0.034074 | 0.03385 | 0.034277 | 34.1554 |
| 100 | 3 | 0.039722 | 0.033683 | 0.033362 | 0.034458 | 0.033644 | 34.9738 |
| 100 | 3 | 0.035585 | 0.034104 | 0.034922 | 0.034518 | 0.03399 | 34.6238 |
| 200 | 3 | 0.520519 | 0.515798 | 0.515138 | 0.52249 | 0.517017 | 518.1924 |
| 200 | 3 | 0.52249 | 0.529721 | 0.51816 | 0.520411 | 0.536652 | 525.4868 |
| 200 | 3 | 0.518372 | 0.520411 | 0.517702 | 0.529721 | 0.518291 | 520.8994 |
| 200 | 3 | 0.517702 | 0.518527 | 0.520519 | 0.515138 | 0.51913 | 518.2032 |
| 200 | 3 | 0.515138 | 0.51816 | 0.52249 | 0.518372 | 0.517522 | 518.3364 |
| 300 | 3 | 2.744936 | 2.68558 | 2.644501 | 2.712855 | 2.679329 | 2693.44 |
| 300 | 3 | 2.684106 | 2.645463 | 2.640629 | 2.662148 | 2.677299 | 2661.929 |
| 300 | 3 | 2.682559 | 2.625842 | 2.65246 | 2.684556 | 2.666508 | 2662.385 |
| 300 | 3 | 2.686272 | 2.660602 | 2.650257 | 2.661122 | 2.682066 | 2668.064 |
| 300 | 3 | 2.643608 | 2.618613 | 2.636361 | 2.677668 | 2.645387 | 2644.327 |
| 400 | 3 | 8.214275 | 8.233907 | 8.238305 | 8.210896 | 8.204458 | 8220.368 |
| 400 | 3 | 8.157896 | 8.233775 | 8.245658 | 8.16808 | 8.224375 | 8205.957 |
| 400 | 3 | 8.210896 | 8.173508 | 8.207519 | 8.233907 | 8.170525 | 8199.271 |
| 400 | 3 | 8.164988 | 8.193724 | 8.196213 | 8.233907 | 8.127122 | 8183.191 |
| 400 | 3 | 8.14766 | 8.16808 | 8.176201 | 8.245658 | 8.234604 | 8194.441 |
| 500 | 3 | 20.25669 | 20.34391 | 20.27693 | 20.61005 | 20.4417 | 20385.86 |
| 500 | 3 | 20.18318 | 20.3185 | 20.33567 | 20.61012 | 20.54691 | 20398.88 |
| 500 | 3 | 20.30918 | 20.3332 | 20.3243 | 20.5876 | 20.44058 | 20398.97 |
| 500 | 3 | 20.22189 | 20.29119 | 20.27895 | 20.58304 | 20.42504 | 20360.02 |
| 500 | 3 | 20.30992 | 20.26866 | 20.27254 | 20.67876 | 20.54605 | 20415.19 |
| 10 | 4 | 0.000025 | 0.000016 | 0.000012 | 0.000012 | 0.000016 | 0.0162 |
| 10 | 4 | 0.000019 | 0.000009 | 0.000009 | 0.000009 | 0.000009 | 0.011 |
| 10 | 4 | 0.000019 | 0.000009 | 0.000011 | 0.000009 | 0.000013 | 0.0122 |
| 10 | 4 | 0.000019 | 0.000009 | 0.000009 | 0.000009 | 0.000013 | 0.0118 |
| 10 | 4 | 0.000029 | 0.000009 | 0.000009 | 0.00001 | 0.000009 | 0.0132 |
| 100 | 4 | 0.008731 | 0.008746 | 0.008713 | 0.008788 | 0.008767 | 8.749 |
| 100 | 4 | 0.008736 | 0.008742 | 0.008763 | 0.008834 | 0.008775 | 8.77 |
| 100 | 4 | 0.009647 | 0.008846 | 0.008874 | 0.008879 | 0.008856 | 9.0204 |
| 100 | 4 | 0.00883 | 0.00877 | 0.00878 | 0.008832 | 0.008813 | 8.805 |
| 100 | 4 | 0.00875 | 0.008656 | 0.008679 | 0.008673 | 0.008679 | 8.6874 |
| 200 | 4 | 0.066622 | 0.06636 | 0.066072 | 0.064859 | 0.064906 | 65.7638 |
| 200 | 4 | 0.066784 | 0.065148 | 0.066329 | 0.06474 | 0.065549 | 65.71 |
| 200 | 4 | 0.066866 | 0.06505 | 0.066514 | 0.064794 | 0.06497 | 65.6388 |
| 200 | 4 | 0.065888 | 0.064931 | 0.068156 | 0.064875 | 0.065014 | 65.7728 |
| 200 | 4 | 0.065763 | 0.064984 | 0.065904 | 0.064851 | 0.065301 | 65.3606 |
| 300 | 4 | 0.257927 | 0.254085 | 0.254241 | 0.254745 | 0.254306 | 255.0608 |
| 300 | 4 | 0.254767 | 0.254109 | 0.254017 | 0.255459 | 0.254927 | 254.6558 |
| 300 | 4 | 0.254356 | 0.255168 | 0.254387 | 0.25473 | 0.256625 | 255.0532 |
| 300 | 4 | 0.253102 | 0.253861 | 0.253978 | 0.253426 | 0.253774 | 253.6282 |
| 300 | 4 | 0.254023 | 0.253941 | 0.2541 | 0.254304 | 0.253267 | 253.927 |
| 400 | 4 | 0.555119 | 0.540071 | 0.55679 | 0.538842 | 0.543014 | 546.7672 |
| 400 | 4 | 0.553758 | 0.543587 | 0.551924 | 0.54016 | 0.550852 | 548.0562 |
| 400 | 4 | 0.55288 | 0.541694 | 0.551923 | 0.54097 | 0.556 | 548.6934 |
| 400 | 4 | 0.553884 | 0.539046 | 0.550678 | 0.540667 | 0.541517 | 545.1584 |
| 400 | 4 | 0.550473 | 0.536346 | 0.554165 | 0.538816 | 0.541162 | 544.1924 |
| 500 | 4 | 1.215087 | 1.21236 | 1.21323 | 1.215093 | 1.219559 | 1215.066 |
| 500 | 4 | 1.216838 | 1.212225 | 1.217681 | 1.223519 | 1.217617 | 1217.576 |
| 500 | 4 | 1.218008 | 1.21587 | 1.216082 | 1.222246 | 1.226769 | 1219.795 |
| 500 | 4 | 1.214851 | 1.214613 | 1.216368 | 1.221962 | 1.216544 | 1216.868 |
| 500 | 4 | 1.219923 | 1.218617 | 1.222722 | 1.223729 | 1.223688 | 1221.736 |
| 800 | 4 | 4.619484 | 4.526421 | 4.668356 | 4.524608 | 4.575463 | 4582.866 |
| 800 | 4 | 4.580853 | 4.563112 | 4.547517 | 4.533455 | 4.526609 | 4550.309 |
| 800 | 4 | 4.628941 | 4.554265 | 4.554586 | 4.540586 | 4.542524 | 4564.18 |
| 800 | 4 | 4.634149 | 4.546135 | 4.547457 | 4.541648 | 4.527139 | 4559.306 |
| 800 | 4 | 4.633141 | 4.54956 | 4.563774 | 4.549194 | 4.553953 | 4569.924 |
| 1000 | 4 | 10.19316 | 10.19266 | 10.18342 | 10.30834 | 10.28764 | 10233.04 |
| 1000 | 4 | 10.18975 | 10.17327 | 10.18869 | 10.28688 | 10.31721 | 10231.16 |
| 1000 | 4 | 10.20569 | 10.18614 | 10.19653 | 10.29364 | 10.31704 | 10239.81 |
| 1000 | 4 | 10.21611 | 10.18444 | 10.17415 | 10.27764 | 10.3355 | 10237.57 |
| 1000 | 4 | 10.20014 | 10.17302 | 10.18259 | 10.27199 | 10.32017 | 10229.58 |
| 1600 | 4 | 41.02778 | 40.27371 | 41.10343 | 40.79828 | 40.17347 | 40675.33 |
| 1600 | 4 | 41.02582 | 40.17347 | 41.20674 | 40.67025 | 41.10343 | 40835.94 |
| 1600 | 4 | 40.90711 | 40.18185 | 40.65168 | 40.66136 | 40.18185 | 40516.77 |
| 1600 | 4 | 40.78145 | 40.499 | 40.53408 | 40.53925 | 40.19717 | 40510.19 |
| 1600 | 4 | 40.89729 | 40.19717 | 40.65752 | 40.43099 | 41.02582 | 40641.76 |
| 3200 | 4 | 363.5067 | 359.1449 | 360.6486 | 365.2541 | 361.5317 | 362017.2 |
| 3200 | 4 | 364.4295 | 361.5317 | 360.5755 | 362.1955 | 362.6939 | 362285.2 |
| 3200 | 4 | 361.7378 | 362.6992 | 361.7675 | 363.3208 | 364.4295 | 362791 |
| 3200 | 4 | 363.7687 | 362.6939 | 365.0569 | 365.4236 | 360.5755 | 363503.7 |
| 3200 | 4 | 369.2059 | 359.4266 | 364.3913 | 364.6707 | 363.5067 | 364240.2 |
| 10 | 5 | 0.000007 | 0.000004 | 0.000003 | 0.000003 | 0.000003 | 0.004 |
| 10 | 5 | 0.000007 | 0.000003 | 0.000003 | 0.000004 | 0.000003 | 0.004 |
| 10 | 5 | 0.000008 | 0.000004 | 0.000003 | 0.000004 | 0.000004 | 0.0046 |
| 10 | 5 | 0.000009 | 0.000004 | 0.000004 | 0.000004 | 0.000004 | 0.005 |
| 10 | 5 | 0.000007 | 0.000003 | 0.000003 | 0.000003 | 0.000003 | 0.0038 |
| 100 | 5 | 0.001541 | 0.001524 | 0.001577 | 0.001532 | 0.00154 | 1.5428 |
| 100 | 5 | 0.00146 | 0.001464 | 0.001475 | 0.001475 | 0.001462 | 1.4672 |
| 100 | 5 | 0.001459 | 0.001439 | 0.001443 | 0.001482 | 0.001438 | 1.4522 |
| 100 | 5 | 0.00147 | 0.001468 | 0.001473 | 0.001483 | 0.001467 | 1.4722 |
| 100 | 5 | 0.001454 | 0.001441 | 0.001439 | 0.00151 | 0.001553 | 1.4794 |
| 200 | 5 | 0.006702 | 0.006802 | 0.006774 | 0.006667 | 0.006911 | 6.7712 |
| 200 | 5 | 0.006608 | 0.006664 | 0.006686 | 0.006786 | 0.006756 | 6.7 |
| 200 | 5 | 0.006667 | 0.006625 | 0.006587 | 0.006802 | 0.006597 | 6.6556 |
| 200 | 5 | 0.006591 | 0.006673 | 0.006823 | 0.006664 | 0.006627 | 6.6756 |
| 200 | 5 | 0.0066 | 0.006786 | 0.0067 | 0.006608 | 0.006707 | 6.6802 |
| 300 | 5 | 0.036179 | 0.036258 | 0.035716 | 0.036146 | 0.036113 | 36.0824 |
| 300 | 5 | 0.036451 | 0.036274 | 0.036637 | 0.036724 | 0.036456 | 36.5084 |
| 300 | 5 | 0.049347 | 0.035632 | 0.035155 | 0.035347 | 0.04319 | 39.7342 |
| 300 | 5 | 0.036072 | 0.057292 | 0.036029 | 0.035619 | 0.036721 | 40.3466 |
| 300 | 5 | 0.036325 | 0.036271 | 0.036414 | 0.036379 | 0.036165 | 36.3108 |
| 400 | 5 | 0.053504 | 0.053987 | 0.054086 | 0.052536 | 0.054024 | 53.6274 |
| 400 | 5 | 0.053323 | 0.052574 | 0.052536 | 0.054367 | 0.052574 | 53.0748 |
| 400 | 5 | 0.053739 | 0.054333 | 0.05377 | 0.053912 | 0.053837 | 53.9182 |
| 400 | 5 | 0.053125 | 0.054367 | 0.052887 | 0.053987 | 0.053081 | 53.4894 |
| 400 | 5 | 0.053912 | 0.054049 | 0.054028 | 0.053323 | 0.054003 | 53.863 |
| 500 | 5 | 0.156121 | 0.154963 | 0.15571 | 0.156375 | 0.156481 | 155.93 |
| 500 | 5 | 0.156758 | 0.155686 | 0.155729 | 0.157317 | 0.156332 | 156.3644 |
| 500 | 5 | 0.155854 | 0.156034 | 0.156632 | 0.156049 | 0.155509 | 156.0156 |
| 500 | 5 | 0.160049 | 0.159787 | 0.158871 | 0.159547 | 0.159155 | 159.4818 |
| 500 | 5 | 0.154164 | 0.154397 | 0.154923 | 0.154172 | 0.154707 | 154.4726 |
| 800 | 5 | 0.476418 | 0.482781 | 0.477557 | 0.477853 | 0.47612 | 478.1458 |
| 800 | 5 | 0.481809 | 0.481366 | 0.48862 | 0.473033 | 0.479833 | 480.9322 |
| 800 | 5 | 0.473033 | 0.481759 | 0.476863 | 0.477557 | 0.47629 | 477.1004 |
| 800 | 5 | 0.476606 | 0.477853 | 0.479798 | 0.48862 | 0.478099 | 480.1952 |
| 800 | 5 | 0.476541 | 0.475688 | 0.479106 | 0.475688 | 0.471526 | 475.7098 |
| 1000 | 5 | 1.135966 | 1.13094 | 1.133161 | 1.153717 | 1.138573 | 1138.471 |
| 1000 | 5 | 1.144139 | 1.144815 | 1.14781 | 1.158199 | 1.154568 | 1149.906 |
| 1000 | 5 | 1.135714 | 1.133222 | 1.135901 | 1.145231 | 1.147228 | 1139.459 |
| 1000 | 5 | 1.11996 | 1.126344 | 1.122427 | 1.149565 | 1.13503 | 1130.665 |
| 1000 | 5 | 1.123163 | 1.121391 | 1.120525 | 1.129128 | 1.137087 | 1126.259 |
| 1600 | 5 | 6.77513 | 6.713215 | 7.185437 | 6.759054 | 6.918707 | 6870.309 |
| 1600 | 5 | 6.705279 | 6.759054 | 7.008526 | 7.008526 | 6.897963 | 6875.87 |
| 1600 | 5 | 6.820245 | 6.730594 | 7.031239 | 6.713215 | 7.046705 | 6868.4 |
| 1600 | 5 | 6.868412 | 6.739212 | 7.012358 | 6.765826 | 6.915024 | 6860.166 |
| 1600 | 5 | 6.985878 | 6.765826 | 7.05569 | 6.820245 | 7.082085 | 6941.945 |
| 3200 | 5 | 81.33762 | 82.70216 | 82.25166 | 81.33762 | 82.51503 | 82028.82 |
| 3200 | 5 | 81.36657 | 82.47331 | 81.94843 | 82.47331 | 82.41017 | 82134.36 |
| 3200 | 5 | 81.40936 | 83.13728 | 82.63752 | 82.30593 | 82.8436 | 82466.74 |
| 3200 | 5 | 81.19907 | 82.30593 | 82.21519 | 81.36657 | 82.24667 | 81866.68 |
| 3200 | 5 | 81.49835 | 82.46127 | 82.5959 | 82.25166 | 82.62865 | 82287.17 |

참고 자료 )

그림 1,3 : 알고리즘 설계와 분석 – 2반 3주차 (1) 강의자료