

Architettura degli Elaboratori – Corso B

Turno di Laboratorio 2

Docente: Claudio Schifanella

Seconda Lezione:
Codifica, numeri relativi, aritmetica

Esercizio 11

Indicare quanti sono i bit necessari per rappresentare in complemento a due i numeri $A = +129_{10}$ e $B = (-271_{10})$. Riportare la codifica in binario dei due numeri utilizzando lo stesso numero minimo di bit.

Esercizio 11

Indicare quanti sono i bit necessari per rappresentare in complemento a due i numeri $A = +129_{10}$ e $B = (-271_{10})$. Riportare la codifica in binario dei due numeri utilizzando lo stesso numero minimo di bit.

128	
64	1
32	0
16	0
8	0
4	0
2	0
1	0
0	1

271	
135	1
67	1
33	1
16	1
8	0
4	0
2	0
1	0
0	1

$$\begin{aligned}n_{bit} &= 1 + \lceil \log_2 (\max(|A|, |B|)) \rceil = \\&= 1 + \lceil \log_2 (271) \rceil = \\&= 1 + \lceil 8,0821 \rceil = 10 \text{ bit}\end{aligned}$$

0100001111
1011110001 Complemento a 2

Esercizio 12

Un elaboratore esprime gli interi su 8 bit. Scrivere le rappresentazioni dei numeri 12, -10, -128 e 127:

1. in modulo e segno
2. in complemento a uno
3. in complemento a due
4. in eccesso 2^7

Esercizio 12

Un elaboratore esprime gli interi su 8 bit. Scrivere le rappresentazioni dei numeri 12, -10, -128 e 127:

1. in modulo e segno

2. in complemento a uno

3. in complemento a due

4. in eccesso 2^7

12	10	128	127
6	5	64	63
3	2	32	31
1	1	16	15
0	0	8	7
		4	3
		2	1
		1	0
		0	1

$$12.1 = 00001100$$

$$-10.1 = 10001010$$

$$12.2 = 00001100$$

$$-10.2 = 11110101$$

$$12.3 = 00001100$$

$$-10.3 = 11110110$$

$$12.4 = 10001100$$

$$-10.4 = 01110110$$

$$128 + (-10) =$$

$$= 118$$

Esercizio 12

Un elaboratore esprime gli interi su 8 bit. Scrivere le rappresentazioni dei numeri 12, -10, -128 e 127:

1. in modulo e segno
2. in complemento a uno
3. in complemento a due
4. in eccesso 2^7

$$-128.1 = \text{NO}$$

$$-128.2 = \text{NO}$$

$$-128.3 = 1000\ 0000$$

$$-128.4 = 0000\ 0000$$

$$+127.1 = 0111\ 1111$$

$$127.1 = 0111\ 1111$$

$$127.3 = 0111\ 1111$$

$$127.4 = 1111\ 1111$$

Esercizio 1

Codificare i seguenti numeri (espressi in base 10): 10, -10, 1024, -1024, 2047, 2048, -2047, -2048,

1. in modulo e segno su 12 bit;
2. in complemento a 1 su 12 bit;
3. in complemento a 2 su 12 bit;
4. in eccesso 2^{11} su 12 bit.

① MODULO E SEGNO

10 → 000000001010

-10 → 100000001010

1024 → 010000000000

-1024 → 110000000000

2047 → 2047 | 0111111111

1023		↑	↑
511			
255			
127			
63			
31			
15			
7			
3			
1			
0			

2048 = 2^{11} → NO su 12 bit
in MeS

-2047 → 1111111111

-2048 → NO su 12 bit
in MeS

② COMPLEMENTO A 1

10 → 000000001010

-10 → 11111110101

1024 → 010000000000

-1024 → 10111111111

2047 → 01111111111

-2047 → 100000000000

2048 → NO so 12 bit in Complemento a 1

-2048 → NO so 12 bit in Complemento a 1

③ COMPLEMENTO A 2

$$10 \rightarrow 000000001010$$

$$-10 \rightarrow 000000001010$$

$$\begin{array}{r} 111111101010 \\ + 1 \\ \hline 111111110110 \end{array}$$

$$1024 \rightarrow 010000000000$$

$$-1024 \rightarrow 010000000000$$

$$\begin{array}{r} 101111111111 \\ + 1 \\ \hline 110000000000 \end{array}$$

$$2047 \rightarrow 011111111111$$

$$-2042 \rightarrow 011111111111$$

$$\begin{array}{r} 1000000000000 \\ + 1 \\ \hline 100000000001 \end{array}$$

2048 \rightarrow No in GL \rightarrow 12 bit

$$-2048 \rightarrow 100000000000$$

$$\begin{array}{r} 011111111111 \\ + 1 \\ \hline 100000000000 \end{array}$$

(4) ECCESIO z^{11}

$$z^{11} = 2048$$

$$10 \rightarrow 10 + 2048 = 2058$$

$$100000001010$$

$$-10 \rightarrow -10 + 2048 = 2038$$

2038	01111110110
1019	0
509	1
254	1
127	0
63	1
31	1
15	1
7	1
3	1
1	1
0	1

$$1024 \rightarrow 1024 + 2048 = 3072$$

$$110000000000$$

$$-1024 \rightarrow -1024 + 2048 = 1024$$

$$010000000000$$

$$2047 \rightarrow 2047 + 2048 = 4095 (= z^{12} - 1)$$

$$111111111111$$

$$-2047 \rightarrow -2047 + 2048 = 1$$

$$000000000001$$

$$2048 \rightarrow 2048 + 2048 = 4096 \rightarrow NO_{12} \text{ bit in } E2^{11}$$

$$-2048 \rightarrow -2048 + 2048 = 0$$

$$000000000000$$

Esercizio 2

Calcolare il decimale corrispondente alle seguenti sequenze di bit (espresso in esadecimale): 152, F5A, FFF, 6F2, sapendo che il numero è rappresentato

1. in modulo e segno;
2. in complemento a 1;
3. in complemento a 2;
4. in eccesso 2^{11} .

$$152 \rightarrow \underbrace{0001}_1 \underbrace{0101}_5 \underbrace{0010}_2$$

$$F5A \rightarrow \underbrace{1111}_F \underbrace{0101}_5 \underbrace{1010}_A$$

$$FFF \rightarrow \underbrace{1111}_F \underbrace{1111}_F \underbrace{1111}_F$$

$$6F2 \rightarrow \underbrace{0110}_6 \underbrace{1111}_F \underbrace{0010}_2$$

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
0000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

① MODULO E SEGNO

$$152 \rightarrow 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^1 = 256 + 64 + 16 + 2 = 338$$

$$F5A \rightarrow 1,111\ 0101\ 1010$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ - \\ 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 \end{array}$$

$$= 1024 + 512 + 256 + 64 + 16 + 8 + 2 = 1882 \rightarrow -1882$$

$$FFF \rightarrow 1,111\ 1111\ 1111 \rightarrow 2^{10} + 2^9 + \dots + 2^0 = 2^n - 1 = 2047 \rightarrow -2047$$

$$6F2 \rightarrow 0110\ 1111\ 0010 \rightarrow 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^1 = 186$$

$$= 1024 + 512 + 128 + 64 + 32 + 16 + 2 = 1778$$

② COMPLEMENTO A 1

$$152 \rightarrow 0001\ 0101\ 0010 \rightarrow 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^1 = 338 \quad \text{Ved: } ①$$

$$\begin{array}{r} \text{F5A} \rightarrow 1\ 011\ 0101\ 1010 \\ (-) \downarrow 0000\ 1010\ 0101 \rightarrow 2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^0 = 128 + 32 + 4 + 1 = 165 \\ \downarrow \\ -165 \end{array}$$

$$\text{FFF} \rightarrow 1111\ 1111\ 1111 \\ 0000\ 0000\ 0000 \rightarrow 0$$

$$6F2 \rightarrow 0110\ 1111\ 0010 \rightarrow 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^1 = 1728 \quad \text{Ved: } ①$$

③ Complemento A 2

152 \rightarrow ~~0001 0101 0010~~ \rightarrow 338 Vedi ①

F5A \rightarrow ~~1111 0101 1010~~
 \neg ~~0000 1010 0101~~

1

0000 1010 0110 $\rightarrow 2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166$

$\rightarrow -166$

FFF \rightarrow ~~1111 1111 1111~~
 \neg ~~0000 0000 0000~~

1

0000 0000 0001 $\rightarrow -1$

6F2 \rightarrow 0110 1111 0010 \rightarrow ~~—~~ \rightarrow 1778 Vedi ①

④ Eccesso 2¹¹

$$152 \rightarrow 0001\ 0101\ 0010 \rightarrow 338 \rightarrow 338 - 2048 = -1710$$

$$F5A \rightarrow 1111\ 0101\ 1010 \rightarrow 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 3930 \rightarrow \\ - 2048 = 1882$$

$$FFF \rightarrow 1111\ 1111\ 1111 \rightarrow 2^{12} - 1 = 4095 \rightarrow 4095 - 2048 = 2047$$

$$6F2 \rightarrow 0110\ 1111\ 0010 \rightarrow 1278 \rightarrow 1278 - 2048 = -270$$

Esercizio 3

Eseguire le seguenti operazioni in binario puro.

- 17×16
- $29 : 8$
- 15×7

$$17 \rightarrow 10001$$

$$16 \rightarrow 2^4$$

$$17 \times 16 \rightarrow 10001 \underbrace{0000}_{4 \rightarrow} \rightarrow 2^8 + 2^4 = 256 + 16 = 272$$

$$29 \rightarrow 11101$$

$$8 \rightarrow 2^3$$

$$29 : 8 \rightarrow 11,101 \rightarrow 2^1 + 2^0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{16+8+4+1}{8} =$$

$$= \frac{29}{8} = 3,625$$

$$15 \rightarrow 1111$$

$$7 \rightarrow 0111$$

$$15 \times 7 = 15 \times (2^2 + 2^1 + 2^0) = 15 \times 2^2 + 15 \times 2^1 + 15 \times 2^0 =$$

$$\rightarrow 111100 + 11110 + 1111 \rightarrow \begin{array}{r} 111100 \\ 011110 \\ \hline 1011010 \\ 0001111 \\ \hline 1101001 \end{array}$$

$$\rightarrow 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^0 = 64 + 32 + 8 + 1 = 105$$

Somma di numeri relativi in modulo e segno

- Occorre tener conto dei segni:
- nel caso di segni **concordi** si effettua la somma binaria tra i moduli (ignorando il segno); il risultato avrà ovviamente lo stesso segno dei due addendi. Bisogna verificare che non ci sia overflow.
- nel caso di numeri con segni **discordi** occorre identificare il numero di valor assoluto maggiore ed applicare l'operazione di **sottrazione** tra il modulo di questo ed il modulo dell'altro addendo; il segno del risultato sarà uguale al segno dell'addendo di valor assoluto maggiore. Non si verifica overflow.

Somma di numeri relativi in complemento a 1

- **Addendi positivi:** nel caso non ci sia overflow, il risultato è esatto
- **Addendi negativi:** nel caso non ci sia overflow, risultato è esatto a meno di 1, si aggiunge quindi il riporto generato.
- **Addendi discordi con risultato negativo:** risultato esatto. Non si verifica overflow.
- **Addendi discordi con risultato positivo:** risultato esatto diminuito di 1, si aggiunge quindi il riporto generato. Non si verifica overflow.

Somma di numeri relativi in complemento a 2

- Nel caso non si verifichi overflow, il risultato è esatto (si scarta eventuale riporto dalla colonna N+1esima).
- ✗ Nella somma di due numeri relativi codificati nella rappresentazione del complemento a 2 su N cifre si ha overflow quando:
 - ✓ **Criterio 1:** ci sono addendi dello stesso segno **e** il segno del risultato è diverso dal segno degli addendi
oppure
 - ✓ **Criterio 2:** il riporto dalla colonna N-1 alla colonna N ed il riporto dalla colonna N a quella oltre la cifra più significativa sono discordi
- ✗ Tali criteri sono equivalenti

Esercizio 4

Calcolare le seguenti operazioni in modulo e segno, complemento a 1 e complemento a 2 su 5 bit:

1. $7 + 5;$
2. $7 - 10;$
3. $10 - 7;$
4. $-5 - 7.$

Esercizio 4

Calcolare le seguenti operazioni in modulo e segno, complemento a 1 e complemento a 2 su 5 bit:

1. $7 + 5;$
2. $7 - 10;$
3. $10 - 7;$
4. $-5 - 7.$

Esercizio 4

Calcolare le seguenti operazioni in modulo e segno, complemento a 1 e complemento a 2 su 5 bit:

1. $7 + 5;$
2. $7 - 10;$
3. $10 - 7;$
4. $-5 - 7.$

MODULO E SEGNO

① $7 \rightarrow 00111$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} +$$

$5 \rightarrow 00101$

$$00101$$

$$\overline{01100} \rightarrow 8+4=12$$

② $-10 \rightarrow 11010 \rightarrow$

$$01010 -$$

$$\overline{00111} =$$

$$00011 \rightarrow 3 \rightarrow -3$$

③

$10 \rightarrow 01010$

$$01010 -$$

$-7 \rightarrow 10111$

$$\overline{00111} =$$

$$\overline{00011} \rightarrow 3$$

④

$-5 \rightarrow 10101$

\rightarrow

$$\begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} +$$

$$\overline{00111} =$$

$$\overline{01100}$$

$$12 \rightarrow -12$$

COMPLEMENTO A 1

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} & 00111 \\ & 00101 \\ \hline 01100 & \rightarrow 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} & -10 \rightarrow 01010 \\ & 10101 \\ \hline & 00111 \\ & 10101 \\ \hline 11100 & \xrightarrow{(-)} 00011 \rightarrow 3 \rightarrow -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} & -7 \rightarrow 00111 \\ & 11000 \\ \hline & 01010 \\ & 11000 \\ \hline 00010 & \xrightarrow{(-)} 00011 \rightarrow 3 \end{array}$$

$$\textcircled{4} \quad 11010 \quad (-5)$$

$$11000 \quad (-7)$$

$$\boxed{11} \overline{)10010}$$

$$1001\cancel{0}$$

$$\cancel{00010}$$

$$01100 \rightarrow 8+4 \rightarrow 12 \rightarrow -12$$

COMPLEMENTO A 2

$$\begin{array}{r} 00111 \\ 00101 \\ \hline 01100 \end{array} \rightarrow 12$$

$$\begin{array}{r} -10 \rightarrow 01010 \\ 10101 \\ \hline 10110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00111 \\ 10110 \\ \hline 11101 \end{array} \rightarrow (-)$$

$$\begin{array}{r} 00010 \\ \hline 00011 \end{array} \rightarrow 3 \rightarrow -3$$

$$\begin{array}{r} -7 \rightarrow 00111 \\ 11000 \\ \hline 11001 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 01010 \\ 11001 \\ \hline 10011 \end{array} \rightarrow 2+1=3$$

$$\begin{array}{r} -5 \rightarrow 00101 \\ 11010 \\ \hline 11011 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 11001 \\ \hline 10100 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 10100 \\ 01011 \\ \hline 01100 \end{array} \rightarrow 8+4=12 \rightarrow -12$$