Architettura degli Elaboratori – Corso B
Turno di Laboratorio 2

Docente: Claudio Schifanella

Terza Lezione:
Aritmetica numeri relativi, virgola mobile

Esercizio 5

Considerare la rappresentazione di numeri interi in complemento a due su 10 bit. Scrivere le rappresentazioni di $X = -328$ e $Y = +202$ ed eseguire in binario le seguenti operazioni aritmetiche:

- $X + Y$
- $X - Y$

Per le operazioni aritmetiche, segnalare l'eventuale overflow.

Esercizio 5

Considerare la rappresentazione di numeri interi in complemento a due su 10 bit. Scrivere le rappresentazioni di $X = -328$ e $Y = +202$ ed eseguire in binario le seguenti operazioni aritmetiche:

- $X + Y$
- $X - Y$

Per le operazioni aritmetiche, segnalare l'eventuale overflow.

$x = -328$ 0101001000

1010110111

1

1010111000

$y = 202$ 0011001010

328	
164	0
82	0
41	0
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1

202	
101	0
50	1
25	0
12	1
6	0
3	0
1	1
0	1

$x+y \rightarrow$

```
  0111111
  1010111000
  0011001010
  ----------
  0111000010
```

```
  1110000010
  0001111101
  1
  ----------
  0001111110
```

$2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1 = 64+32+16+8+4+2 =$

$= 126$

$x - y$

$-y \Rightarrow$

```
  0 0 1 1 0 0 1 0 1 0
  1 1 0 0 1 1 0 1 0 1
                    1
  -------------------
  1 1 0 0 1 1 0 1 1 0
```

```
  1 0 1 0 1 1 1 0 0 0
  1 1 0 0 1 1 0 1 1 0
  -------------------
1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
```

$\downarrow$

OVERFLOW

$-328 - (202) = -530$

Esercizio 6

Considerare la rappresentazione dei numeri relativi su 10 bit in complemento a due. Eseguire le operazioni che seguono in binario, segnalando eventualmente la presenza di overflow, per $X = -152$ e $Y = -360$.

- X + Y
- X - Y

Esercizio 6

Considerare la rappresentazione dei numeri relativi su 10 bit in complemento a due. Eseguire le operazioni che seguono in binario, segnalando eventualmente la presenza di overflow, per $X = -152$ e $Y = -360$.

- X + Y
- X - Y

$x = -152$

$152 \rightarrow$ 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0

1 1 0 1 1 0 0 1 1 1

1

---

1 1 0 1 1 0 1 0 0 0

$y = -360$

0 1 0 1 1 0 1 0 0 0

1 0 1 0 0 1 0 1 1 1

1

---

1 0 1 0 0 1 1 0 0 0

$x + y$

1 1 1 1 1 1

1 1 0 1 1 0 1 0 0 0

1 0 1 0 0 1 1 0 0 0

---

1 1 0 0 0 0 0 0 0 0

NO OVERFLOW

(−)

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1

---

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0

$\downarrow$

-512

$x - y = x + (-y)$

1 1 1 1 1 1

1 1 0 1 1 0 1 0 0 0

0 1 0 1 1 0 1 0 0 0

---

1 0 0 1 1 0 1 0 0 0

NO OVERFLOW

$2^7 + 2^6 + 2^4 = 128 + 64 + 16 = 208$

Esercizio 7

Siano date le seguenti coppie (a, b) di numeri binari su 8 bit:

- a=11110101, b=11101010
- a=11001010, b=01001100

Calcolare i risultati della somma (a + b) considerando gli operandi codificati rispettivamente come:

- numeri interi positivi;
- numeri interi con segno rappresentati in modulo e segno;
- numeri interi con segno rappresentati in complemento a 1;
- numeri interi con segno rappresentati in complemento a 2.

Indicare la presenza di un eventuale overflow.

```
  1 1 1
a 1 1 1 1 0 1 0 1
b 1 1 1 0 1 0 1 0
-----------------
1 1 1 0 1 1 1 1 1
```

	I	M.S	C1	C2
a	245	-117	-10	-11
b	234	-106	-21	-22

INTERI POSITIVI → 479 → OVERFLOW

MODULO E SEGNO →

```
  1 1
  0 1 1 1 0 1 0 1
  0 1 1 0 1 0 1 0
-----------------
  1 1 0 1 1 1 1 1
```

→ OVERFLOW

COMPLEMENTO A1 →

```
  1 1 1 1 1
  1 1 0 1 1 1 1 1 +
                1
-----------------
  1 1 1 0 0 0 0 0
```

(-) → $00011111 \rightarrow 2^4+2^3+2^2+2^1+2^0 =$

$= 16+8+4+2+1 = 31 \rightarrow -31$

COMPLEMENTO A 2 → $11011111 \xrightarrow{(-)} 00100001 \rightarrow 2^5+1 = 33 \rightarrow -33$

```
a   1 1 0 0 1 0 1 0
b   0 1 0 0 1 1 0 0
    -----------------
    1 0 0 0 1 0 1 0
```

a	202	-74	-53	-54
b	76	76	76	76
	IP	MS	C1	C2

INT POSITIVI → OVERFLOW

MODULO E SEGNO →

```
1 0 0 1 1 0 0 -
1 0 0 1 0 1 0 =
---------------
0 0 0 0 0 1 0
```

→ 1 0 0 0 0 0 1 0 → -2

COMPLEMENTO A 1 →

```
0 0 0 1 0 1 1 0
               1
---------------
0 0 0 1 0 1 1 1
```

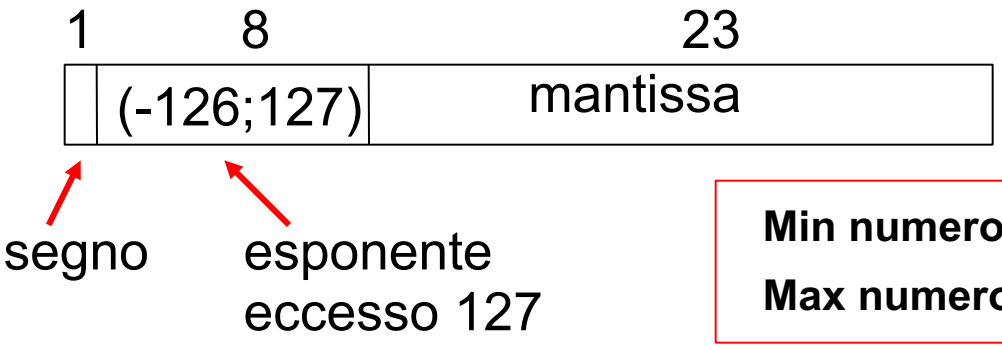
→ 23

COMPLEMENTO A 2 → 0 0 0 1 0 1 1 0 → 16 + 4 + 2 = 22

INTERI POSITIVI

Standard IEEE 754

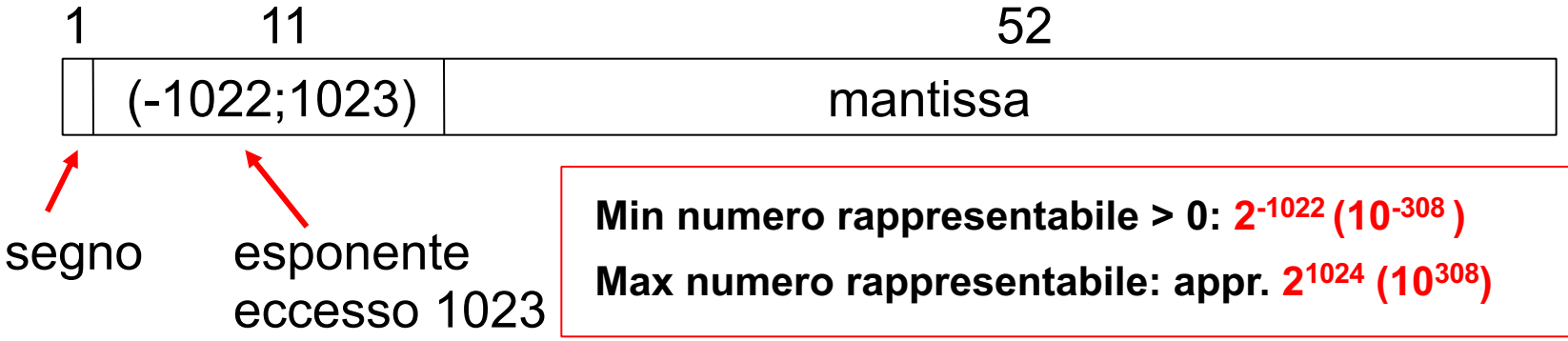
Semplice precisione: 32 bit



Min numero rappresentabile > 0 : 2^{-126} (10^{-38})

Max numero rappresentabile: appr. 2^{128} (10^{38})

Doppia precisione: 64 bit



Min numero rappresentabile > 0: 2^{-1022} (10^{-308})

Max numero rappresentabile: appr. 2^{1024} (10^{308})

Standard IEEE 754

432	0
216	0
108	0
54	0
27	1
13	1
6	0
3	1
1	1

$$1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 = 1\ .\ 1\ 0\ 1\ 1 \times 2^8$$

$$1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \times 2^0 = 1\ .\ 1\ 0\ 1\ 1 \times 2^8$$

$$127+8 = 135_{10} =$$

$$10000111_2$$

8 bit

23 bit

0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

segno

Esponente
eccesso 127

mantissa

Standard IEEE 754

- Numeri normalizzati e denormalizzati
- Formati speciali per identificare infinito e NaN (Not a Number, esempio se dividiamo infinito per infinito)

	esp	*mantissa M*	*valore v*
Numero normalizzato	$0 < esp < 255$	qualunque	$v = (-1)^s(1,M)2^{esp-127}$
Numero denormalizzato	$esp = 0$	$M \neq 0$	$v = (-1)^s(0,M)2^{-126}$
Zero	$esp = 0$	$M = 0$	$v = (-1)^s 0$
Infinito	$esp = 255$	$M = 0$	$v = (-1)^s \infty$
NaN	$esp = 255$	$M \neq 0$	$v =$ NaN

Esercizio 8

Rappresentare il numero 36.625 secondo la notazione dello standard floating point IEEE 754 singola precisione. Il risultato deve essere riportato in binario ed esadecimale.

$36{,}625 \rightarrow 100100{,}101 \rightarrow 1{,}00100101 \cdot 2^5$

ESPONENTE $\rightarrow 5 + 127 = 132 \rightarrow 10000100$

s	8 bit	23 bit					
0	10000100	00100101	00000000	00000000			
4	2	1	2	8	0	0	0

$\Downarrow$

42128000_{16}

Esercizio 9

Considerare una rappresentazione binaria in virgola mobile su 16 bit di cui un bit per il segno (0 positivo), $e = 6$ bit per l'esponente (rappresentato in eccesso a 32) ed i rimanenti bit per la mantissa che è normalizzata tra $0,5$ e 1 ($0,5 \leq m < 1$). Rappresentare nella notazione sopra definita il numero positivo $X = (A5.3)_{16}$.

$$A5,3_{16} \longrightarrow \overbrace{1010}^{A}\,\overbrace{0101}^{5},\,\overbrace{0011}^{3} =$$

$$= 0,10100101 0011 \cdot 2^{8}$$

ESPONENTE $\rightarrow 8+32 = 40 \rightarrow 101000_2$

$$\underbrace{0}_{s}\,\underbrace{101000}_{e}\,\underbrace{101001010}_{m}$$

Esercizio 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie (espresse in base 16):

- 41800000
- 18800000
- 40A00000

Esercizio 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie (espresse in base 16):

- 41800000
- 18800000
- 40A00000

① 4 1 8 0 0 0 0 0

$\underbrace{0}_{s}\underbrace{100\ 0001}_{e}\ \underbrace{1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$e = 131 \rightarrow 131 - 127 = 4 \rightarrow 1{,}000\ldots \cdot 2^4 \rightarrow 16$

② 1 8 8 0 0 0 0 0

$\underbrace{0}_{s}\underbrace{001\ 1000}_{e}\ \underbrace{1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$e = 49 \rightarrow 49 - 127 = -78 \quad m = 1{,}0 \rightarrow 1 \cdot 2^{-78} \rightarrow \frac{1}{2^{78}}$

③ 4 0 A 0 0 0 0 0

$\underbrace{0}_{s}\underbrace{100\ 0000}_{e}\ \underbrace{1010\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$e = 129 - 127 = 2 \qquad m = 1{,}01 \qquad 1{,}01 \cdot 2^2 = 101 \rightarrow 5_{10}$

Esercizio 11

Dato il seguente numero decimale: 491,578125 si risponda ai seguenti quesiti:

1. Si codifichi tale numero in virgola fissa su 14 bit, 10 per la parte intera, 4 per quella decimale
2. Si codifichi tale numero in virgola mobile, precisione singola
3. Si riconvertano in decimale i valori ottenuti ai punti 1. e 2. Cosa si può dire?

Esercizio 11

Dato il seguente numero decimale: 491,578125 si risponda ai seguenti quesiti:

1. Si codifichi tale numero in virgola fissa su 14 bit, 10 per la parte intera, 4 per quella decimale
2. Si codifichi tale numero in virgola mobile, precisione singola
3. Si riconvertano in decimale i valori ottenuti ai punti 1. e 2. Cosa si può dire?

491	
245	1
122	1
61	0
30	1
15	0
7	1
3	1
1	1
0	1

0,578125	1,15625
0,15625	0,3125
0,3125	0,625
0,625	1,25
0,25	0,5
0,5	1,0
0	

(1) $\underbrace{011110101 1}_{\text{int}}, \underbrace{1001}_{\text{dec}}$

(2) $1,11101011100101 \cdot 2^{8}$ esp $\rightarrow 8+127=135$

$\underbrace{0}_{s}\ \underbrace{10000111}_{e}\ \underbrace{,11101011100101000000000}_{m}$