

1 VETTORI

1.1 Somma

Dati due vettori $\vec{v} = (x_1, y_1)$ e $\vec{w} = (x_2, y_2)$ la loro somma è un *vettore* avente per **componenti** la somma delle componenti di v e w :

$$\vec{v} + \vec{w} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) \quad (1)$$

(regola del parallelogramma)

Il **modulo** di

$$|\vec{v} + \vec{w}| \leq |\vec{v}| + |\vec{w}| - |\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + \dots} \quad (2)$$

è la somma dei quadrati di ogni componente.

1.2 Moltiplicazione per uno *scalare*

Dati il vettore $\vec{v} = (x, y)$ ed il numero reale λ , il vettore $\lambda \vec{v}$ ha per componenti quelle del del vettore \vec{v} moltiplicate per λ :

$$\lambda \vec{v} = (\lambda x, \lambda y)$$

Esempio: sia $\vec{v} = (1, 2)$, determinare $2\vec{v}$ e $-\vec{v}$.

- $2\vec{v} = (2 \times 1, 2 \times 2) = (2, 4)$
- $-\vec{v} = (-1 \times 1, -1 \times 2) = (-1, -2)$
- $-\vec{v}$ è l'**opposto** di \vec{v} . Ovvero il **verso** si inverte perché moltiplicato per un numero **negativo**.

1.2.1 Prodotto scalare e angolo tra vettori

Dati due vettori $\vec{v} = (x_1, y_1)$ e $\vec{w} = (x_2, y_2)$ il loro **prodotto scalare**, che si indica con la notazione $\vec{v} \times \vec{w}$, è assegnato dalla seguente formula:

$$\vec{v} \times \vec{w} = x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2$$

che è **numero reale**.

$$x_1 = |\vec{v}| \cos \Theta_1$$

$$x_2 = |\vec{w}| \cos \Theta_2$$

$$y_1 = |\vec{v}| \sin \Theta_1$$

$$y_2 = |\vec{w}| \sin \Theta_2$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \vec{w} &= x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2 = |\vec{v}| \cos \Theta_1 \times |\vec{w}| \cos \Theta_2 + |\vec{v}| \sin \Theta_1 \times |\vec{w}| \sin \Theta_2 \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times (\cos \Theta_1 \cos \Theta_2 + \sin \Theta_1 \sin \Theta_2) \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos(\Theta_2 - \Theta_1) = |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos \alpha \end{aligned}$$

- Θ_1 è l'angolo del vettore \vec{v}
- Θ_2 è l'angolo del vettore \vec{w}

Segue che:

- $\vec{v} \times \vec{w} > 0 \iff \alpha$ è **minore** di 90
- $\vec{v} \times \vec{w} < 0 \iff \alpha$ è **meggiore** di 90
- $\vec{v} \times \vec{w} = 0 \iff \alpha$ **retto** (vettori **perpendicolari**) oppure uno dei due è il vettore **nullo**

Angolo tra due vettori

Per calcolare l'angolo tra due vettori si deve trovare l'angolo tra **ogni** vettore e l'asse delle x , dopo si fa la differenza tra gli angoli. Angolo con l'asse delle x :

$$\Theta_{v_1} = \arctan\left(\frac{j}{i}\right)$$

Esempio:

$$\begin{aligned}\vec{v}_1 &= 15\vec{i} - 8\vec{j} \\ \vec{v}_2 &= 8\vec{i} - 15\vec{j}\end{aligned}$$

Angolo tra v_1 e v_2 con l'asse delle x :

$$\Theta_{v_1} = \arctan\left(\frac{-8}{15}\right)$$

$$\Theta_{v_2} = \arctan\left(\frac{-15}{8}\right)$$

Angolo tra v_1 e v_2 :

$$\Theta_{v_1} - \Theta_{v_2}$$

NOTA: $\frac{\pi}{2}$ è l'angolo di 90.

1.2.2 Calcolo vettori

Dati due punti $A = (x, y)$ e $B = (x, y)$. Per determinare il **vettore** \vec{r}_{AB} si fa la somma delle differenze dei componenti **arrivo - partenza**:

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

Versori

Il versore r si trova dividendo il vettore \vec{r} per il suo modulo $|r|$:

$$r = \frac{\vec{r}}{|r|}$$

1.3 Differenza

Somma della differenza tra le componenti. Esempio: Siano dati:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= 0\vec{i} - 3\vec{j} \\ \vec{b} &= 4\vec{i} + 0\vec{j}\end{aligned}$$

La loro differenza:

$$\vec{a} - \vec{b} = (0 - 4)\vec{i} + (-3 + 0)\vec{j} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$$

2 ELETTROMAGNETISMO

2.1 Esercizi

1. **Calcolo potenziale elettrico in un punto:**

Il potenziale elettrico in un punto è dato dalla somma dei potenziali (di altri punti) che agiscono su quel punto.

- 1 punto: $k_e \frac{q}{r}$
- 2 punti (somma): $k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2}$

2. **Calcolo campo elettrico in un punto (o Forza in un punto):**

Il campo elettrico in un punto è dato dalla somma dei campi elettrici (di altri punti) in quel punto.

- 1 punto: $k_e \frac{Q}{|r_1 - r_2|^2}$
- 2 punti: $k_e \frac{Q_1}{|r_1 - r_2|^2} + k_e \frac{Q_2}{|r_2 - r_3|^2}$

Se la **forza è nulla** allora i campi elettrici che agiscono in quel punto si annullano, quindi la loro somma è uguale a 0

3. **Forza** che agisce su una carica q che si muove con velocità \vec{v} :

Si usa la Forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q_0 \vec{v} \times \vec{B}$$

4. calcolo del campo magnetico in un punto

5. forza totale su una carica che si muove con una velocità

6. calcolo del campo elettrico generato

7. **Modulo della velocità** di una particella:

$$V = \omega R$$

con

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

che è la **velocità angolare** in un giro completo di 360.

- V è il rapporto tra lo spazio percorso, $2\pi R$, e il tempo, T , impiegato a percorrere questo spazio.
- T è il **periodo del moto**: l'intervallo di tempo necessario a svolgere un giro completo.

Energia potenziale U viene trasformata in energia cinetica se il corpo viene lasciato libero.

Mi indica l'energia cinetica potenziale che la massa può esprimere.

Il lavoro di una forza conservativa è $-\Delta U$, con U che è l'energia potenziale:

$$W_{conservativa} = -\Delta U_E = U_{iniziale} - U_{finale}$$

$$U_E = \frac{q_1 q_2}{k_e} \frac{1}{r}$$

carica che genera il campo q_1 , carica che lo risente q_2 , distanza che c'è tra le due cariche $\frac{1}{r}$

2.2 CARICHE

Corrente Elettrica è la carica totale che passa per un filo in un periodo di tempo.

Delle resistenze in serie vengono attraversate dalla stessa **intensità** di corrente (A , ampere)

Potenziale è in un punto (per esempio all'inizio di un resistore).

Differenza di potenziale:

$$Potenziale \text{ in punto } A - Potenziale \text{ in punto } B$$

Tensione = differenza di potenziale in V (volt)

$$V = Ri$$

$$i = \frac{V}{R}$$

$$R = \frac{V}{iz}$$

Tensioni su due resistori in parallelo sono medesime.

La corrente che circola nei resistori è sempre la stessa, cambia la tensione tra un capo e un altro.

Una *f.e.m.* di x V (volt) vuol dire che ai capi, ha una differenza di potenziale di x

Con resistenze maggiori si ha un calo maggiore di voltaggio (del potenziale).

Con resistenze minori si ha un calo minore

2.3 Circuiti

2.3.1 Generatore

Un generatore di tensione, è caratterizzato da una **differenza di potenziale** ai suoi capi denominata **forza elettromotrice** e si tratta di una tensione elettrica misurata in V (volt).

Una f.e.m. di $10V$ vuol dire che la **differenza di potenziale** tra il polo positivo e il polo negativo è di $10V$. Che è anche la tensione erogata dal generatore.

Il generatore di tensione, sarà in grado di erogare una corrente I solo una volta che il circuito sarà chiuso su di un carico (resistenza) R .

Se il generatore rimane flottante **non** vi sarà alcuna corrente circolante.

- *f.e.m.* in V (volt): forze elettro-motrici (*tensioni* ai capi dei **generatori**)
- *c.d.t.* in V (volt): cadute di tensione (*tensioni* ai capi delle **resistenze**)

TENSIONE = *d.d.p.* differenza di potenziale (elettrico)

2.3.2 RESISTORI IN SERIE

E' importante infine riassumere ciò che caratterizza un circuito di **resistori collegati in serie**:

1. nei singoli resistori e nel generatore stesso circola la medesima corrente (es. $2A$, rimane uguale per tutti)
2. la somma delle cadute di potenziale ai capi dei resistori eguaglia la tensione del generatore (la caduta di potenziale ai capi dei resistori è **diversa** per ciascun resistore)
3. la resistenza equivalente (totale) è data dalla somma delle resistenze

2.3.3 RESISTORI IN PARALLELO

Ai capi (A e B) dei due resistori vi è la medesima tensione che è quella del generatore. Questo fatto caratterizza i resistori collegati in parallelo.

Dentro i due resistori circoleranno correnti in generali **diverse** la cui somma, a causa del principio di conservazione della carica, uguaglierà la corrente complessiva che passa nel generatore.

Avremo: Le due **correnti** sono immediatamente **calcolabili**:

$$i_1 = \frac{V}{R_1} \quad (3)$$

$$i_2 = \frac{V}{R_2} \quad (4)$$

essendo la **tensione** ai **capi** dei due **resistori** la **stessa**, ovvero la **tensione** V del **generatore**.

La corrente i che attraversa il circuito si trova tenendo conto di tutte le resistenze.

Corto circuito = Circuito chiuso: resistenza prossima allo 0 quindi passa corrente.

2.3.4 STAZIONAREITÀ

- **Condensatore** non passa corrente
- **Induttore** è **corto circuito** / **circuito chiuso** quindi passa corrente.

2.3.5 NON STAZIONAREITÀ

- **Condensatore**
 - in **scarica** passa corrente (diventa un generatore)
 - in **carica** passa corrente
 - in **parallelo** con Resistore: resistore si **annulla**
- **Induttore: non passa corrente** (circuito aperto)