

1 VETTORI

1.1 Somma

Dati due vettori $\vec{v} = (x_1, y_1)$ e $\vec{w} = (x_2, y_2)$ la loro somma è un *vettore* avente per **componenti** la somma delle componenti di v e w :

$$\vec{v} + \vec{w} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) \quad (1)$$

(regola del parallelogramma)

Il **modulo** di

$$|\vec{v} + \vec{w}| \leq |\vec{v}| + |\vec{w}| - |\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + \dots} \quad (2)$$

è la somma dei quadrati di ogni componente.

1.2 Moltiplicazione per uno *scalare*

Dati il vettore $\vec{v} = (x, y)$ ed il numero reale λ , il vettore $\lambda \vec{v}$ ha per componenti quelle del del vettore \vec{v} moltiplicate per λ :

$$\lambda \vec{v} = (\lambda x, \lambda y)$$

Esempio: sia $\vec{v} = (1, 2)$, determinare $2\vec{v}$ e $-\vec{v}$.

- $2\vec{v} = (2 \times 1, 2 \times 2) = (2, 4)$
- $-\vec{v} = (-1 \times 1, -1 \times 2) = (-1, -2)$
- $-\vec{v}$ è l'**opposto** di \vec{v} . Ovvero il **verso** si inverte perché moltiplicato per un numero **negativo**.

1.2.1 Prodotto scalare e angolo tra vettori

Dati due vettori $\vec{v} = (x_1, y_1)$ e $\vec{w} = (x_2, y_2)$ il loro **prodotto scalare**, che si indica con la notazione $\vec{v} \times \vec{w}$, è assegnato dalla seguente formula:

$$\vec{v} \times \vec{w} = x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2$$

che è **numero reale**.

$$x_1 = |\vec{v}| \cos \Theta_1$$

$$x_2 = |\vec{w}| \cos \Theta_2$$

$$y_1 = |\vec{v}| \sin \Theta_1$$

$$y_2 = |\vec{w}| \sin \Theta_2$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \vec{w} &= x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2 = |\vec{v}| \cos \Theta_1 \times |\vec{w}| \cos \Theta_2 + |\vec{v}| \sin \Theta_1 \times |\vec{w}| \sin \Theta_2 \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times (\cos \Theta_1 \cos \Theta_2 + \sin \Theta_1 \sin \Theta_2) \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos(\Theta_2 - \Theta_1) = |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos \alpha \end{aligned}$$

- Θ_1 è l'angolo del vettore \vec{v}
- Θ_2 è l'angolo del vettore \vec{w}

Segue che:

- $\vec{v} \times \vec{w} > 0 \iff \alpha$ è **minore** di 90
- $\vec{v} \times \vec{w} < 0 \iff \alpha$ è **meggiore** di 90
- $\vec{v} \times \vec{w} = 0 \iff \alpha$ **retto** (vettori **perpendicolari**) oppure uno dei due è il vettore **nullo**

Angolo tra due vettori

Per calcolare l'angolo tra due vettori si deve trovare l'angolo tra **ogni** vettore e l'asse delle x , dopo si fa la differenza tra gli angoli. Angolo con l'asse delle x : $\Theta_{v_1} = \arctan(\frac{j}{i})$

Esempio: $\vec{v}_1 = 15\vec{i} - 8\vec{j}$ $\vec{v}_2 = 8\vec{i} - 15\vec{j}$

Angolo tra v_1 e v_2 con l'asse delle x :

$\Theta_{v_1} = \arctan(\frac{-8}{15})$ $\Theta_{v_2} = \arctan(\frac{-15}{8})$

Angolo tra v_1 e v_2 : $\Theta_{v_1} - \Theta_{v_2}$

NOTA: $\frac{\pi}{2}$ è l'angolo di 90.

Calcolo vettori

Dati due punti $A = (x, y)$ e $B = (x, y)$. Per determinare il **vettore** \vec{r}_{AB} si fa la somma delle differenze dei componenti **arrivo - partenza**:

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

VERSORI

Il versore r si trova dividendo il vettore \vec{r} per il suo modulo r :

$$r = \frac{\vec{r}}{r}$$

DIFFERENZA

Somma della differenza tra le componenti. Esempio:

Siano dati: $\vec{a} = 0\vec{i} - 3\vec{j}$ $\vec{b} = 4\vec{i} + 0\vec{j}$

La loro differenza: $\vec{a} - \vec{b} = (0 - 4)\vec{i} + (-3 + 0)\vec{j} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$

2 ELETTROMAGNETISMO

2.1 Esercizi

- **Calcolo potenziale elettrico in un punto:**

Il potenziale elettrico in un punto è dato dalla somma dei potenziali (di altri punti) che agiscono su quel punto.

- 1 punto: $k_e \frac{q}{r}$
- 2 punti (somma): $k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2}$

- **Calcolo campo elettrico in un punto (o Forza in un punto):**

Il campo elettrico in un punto è dato dalla somma dei campi elettrici (di altri punti) in quel punto.

- 1 punto: $k_e \frac{Q}{|r_1 - r_2|^2}$
- 2 punti: $k_e \frac{Q_1}{|r_1 - r_2|^2} + k_e \frac{Q_2}{|r_2 - r_3|^2}$

Se la **forza è nulla** allora i campi elettrici che agiscono in quel punto si annullano, quindi la loro somma è uguale a 0

- calcolo del campo magnetico in un punto
- forza totale su una carica che si muove con una velocità
- calcolo del campo elettrico generato

Energia potenziale U viene trasformata in energia cinetica se il corpo viene lasciato libero.

Mi indica l'energia cinetica potenziale che la massa può esprimere.

Il lavoro di una forza conservativa è $-\Delta U$, con U che è l'energia potenziale:

$$W_{conservativa} = -\Delta U_E = U_{iniziale} - U_{finale}$$

$$U_E = \frac{q_1 q_2}{k_e r}$$

carica che genera il campo q_1 , carica che lo risente q_2 , distanza che c'è tra le due cariche $\frac{1}{r}$

2.2 CARICHE

Corrente Elettrica è la carica totale che passa per un filo in un periodo di tempo.

Per la **legge della conservazione** della carica il voltaggio totale erogato dal sistema è uguale alla somma di tutti i cali del circuito.??

- Delle resistenze in serie vengono attraversate dalla stessa **intensità** di corrente (A , ampere)

- **Potenziale è in un punto** (per esempio all'inizio di un resistore). **Differenza di potenziale** = Potenziale in punto A - Potenziale in punto B - **Tensione = differenza di potenziale** in V (volt) - $V = Ri$ - $i = \frac{V}{R}$ - $R = \frac{V}{iz}$

- Tensioni su due resistori in parallelo sono medesime - La corrente che circola nei resistori è sempre la stessa, cambia la tensione tra un capo e un altro.

Una *f.e.m.* di x V (volt) vuol dire che ai capi, ha una differenza di potenziale di x

Conservazione dell'energia

Con resistenze maggiori si ha un calo maggiore di voltaggio (del potenziale)
Con resistenze minori si ha un calo minore

2.3 Circuiti

2.3.1 Generatore

Un generatore di tensione, è caratterizzato da una **differenza di potenziale** ai suoi capi denominata **forza elettromotrice** e si tratta di una tensione elettrica misurata in V (volt).

Una *f.e.m.* di 10V vuol dire che la **differenza di potenziale** tra il polo positivo e il polo negativo è di 10V. Che è anche la tensione erogata dal generatore.

Il generatore di tensione, sarà in grado di erogare una corrente I solo una volta che il circuito sarà chiuso su di un carico (resistenza) R . Se il generatore rimane flottante **non** vi sarà alcuna corrente circolante.

- *f.e.m.* in V (volt): forze elettro-motrici (*tensioni* ai capi dei **generatori**)
 - *c.d.t.* in V (volt): cadute di tensione (*tensioni* ai capi delle **resistenze**)
- TENSIONE** = *d.d.p.* differenza di potenziale (elettrico)

2.3.2 RESISTORI IN SERIE

![Circui51](assets/Circu22.gif)

E' importante infine riassumere ciò che caratterizza un circuito di **resistori collegati in serie**:

1. nei singoli resistori e nel generatore stesso circola la medesima corrente (es. 2A, rimane uguale per tutti)
2. la somma delle cadute di potenziale ai capi dei resistori eguaglia la tensione del generatore (la caduta di potenziale ai capi dei resistori è **diversa** per ciascun resistore)
3. la resistenza equivalente (totale) è data dalla somma delle resistenze

2.3.3 RESISTORI IN PARALLELO

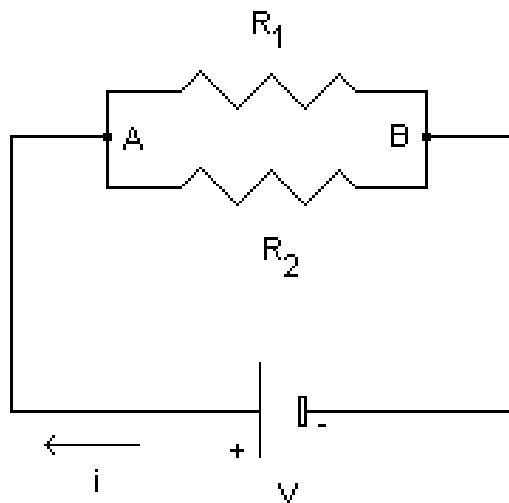
Ai capi (A e B) dei due resistori vi è la medesima tensione che è quella del generatore. Questo fatto caratterizza i resistori collegati in parallelo.

Dentro i due resistori circoleranno correnti in generali **diverse** la cui somma, a causa del principio di conservazione della carica, uguaglierà la corrente complessiva che passa nel generatore.

Avremo:

![Circui51](assets/Circui54.gif)

Le due **correnti** sono immediatamente **calcolabili**:



- $i_1 = \frac{V}{R_1}$
- $i_2 = \frac{V}{R_2}$

essendo la **tensione** ai **capi** dei due **resistori** la **stessa**, ovvero la **tensione** V del **generatore**.

La corrente i che attraversa il circuito si trova tenendo conto di tutte le resistenze.

2.3.4 CONDENSATORE

Ha la capacità di immagazzinare energia elettrica tra le sue armature

- **Circuito (interruttore) aperto** : **non passa corrente** - **Circuito (interruttore) chiuso** : **passa corrente**

- **Condensatore scarico + circuito chiuso** (interruttore chiuso, quindi passa corrente) -> passa corrente attraverso il Condensatore **finché** esso non sarà **carico**. - **Condensatore carico** : **non passa corrente** (si comporta come un circuito aperto)

INDUTTORE

è il **duale** del Condensatore.

Corto circuito = **Circuito chiuso** -> resistenza prossima allo 0 quindi passa corrente.

STAZIONAREITÀ:

- **Condensatore** non passa corrente
- **Induttore** è **corto circuito** / **circuito chiuso** quindi passa corrente.

NON STAZIONAREITÀ:

- **Condensatore**
 - in **scarica** passa corrente (diventa un generatore)
 - in **carica** passa corrente
 - in **parallelo** con Resistore: resistore si **annulla**
- **Induttore: non passa corrente** (circuitto aperto)

$$1 + 2 = 3 + ++$$

$$1 = 3 - 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 = 3 - 2$$