Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 22/06/2016

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = -5\ \vec{i} + 4\vec{j}$ e $\vec{b} = +4\ \vec{i} - \vec{j}$. Calcolare $2\vec{a} + 5\vec{b}$ ed il modulo di $\vec{b}$. Calcolare anche il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Esercizio 2
Consideriamo un sistema di assi cartesiani (x, y, z). Nel piano xy vi è una carica puntiforme q che ruota in senso antiorario con velocità angolare ω su una circonferenza di raggio R con centro nell'origine del sistema di riferimento. In tutto lo spazio vi è un campo magnetico uniforme che varia linearmente in funzione del tempo: $\vec{B}(t) = a\vec{j} + bt\vec{k}$.
Calcolare:

a) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{j}$;

b) il flusso del campo magnetico ad un generico istante t attraverso la circonferenza descritta dal moto della carica q;

c) il vettore forza dovuto al campo magnetico che agisce sulla carica q quando essa si trova in $\vec{r} = R\vec{j}$;

d) la forza elettromotrice indotta che è presente sulla circonferenza su cui ruota la carica.

Esercizio 3
Nel circuito in figura i resistori valgono rispettivamente R_1=R_2=R=2 $k\Omega$ e R_0=R_3=R_4=$R/2$, e la f.e.m. $\mathcal{E}$= 12 V. Il condensatore ha capacità C=3μF ed è inizialmente scarico. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso.
Calcolare la corrente che percorre R_0, la carica presente su C e la differenza di potenziale ai capi di L:

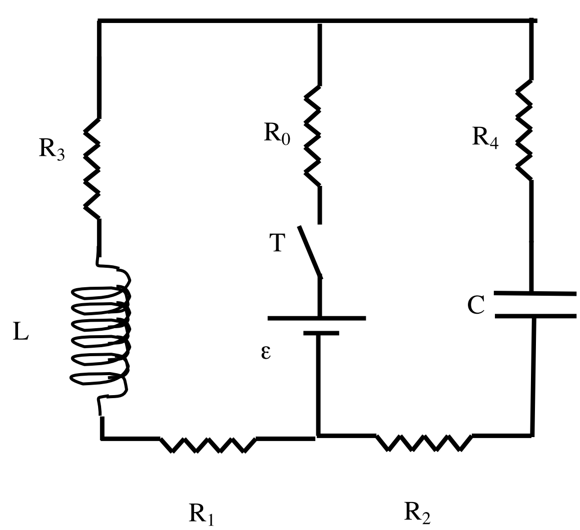
a) subito dopo la chiusura di T;

b) molto tempo dopo la chiusura di T.

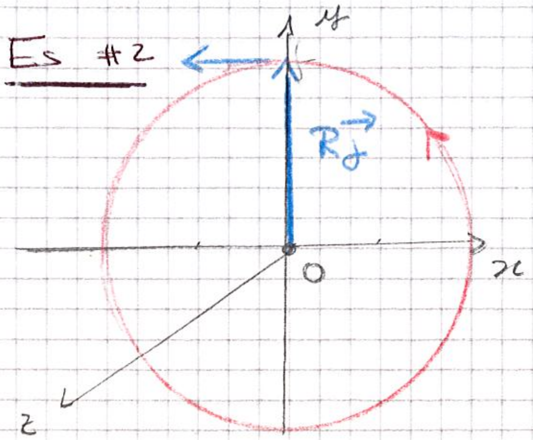
Si determini inoltre

c) quanto vale la corrente che percorre R_0 se i valori di L e C sono tali che, ad un certo istante, la carica presente sulle armature di C è metà del valore finale e, in quello stesso istante, la differenza di potenziale ai capi di L è metà di quella iniziale.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



a) Vettore velocità nel punto $\vec{r} = R\vec{j}$

$$\vec{v} = -\omega R\vec{i}$$

(in alternativa: $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega\vec{k} \times R\vec{j} = -\omega R\vec{i}$)

b) Flusso di $\vec{B}$

Occorre scegliere un versore normale alla superficie della circonferenza.

Scegliendo $\vec{n} = \vec{k}$ (direzione asse z positiva)

$$\phi_{\vec{B}} = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS =$$

$$= \int (a\vec{j} + bt\vec{k}) \cdot \vec{k} \, dS =$$

$$= \int bt \, dS = bt\pi R^2$$

c) Forza di Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

con $\begin{cases} \vec{v} = -\omega R\vec{i} \\ \vec{B} = a\vec{j} + bt\vec{k} \end{cases}$

$$\vec{F} = q(-\omega R\vec{i}) \times (a\vec{j} + bt\vec{k}) = -\omega R q (a\vec{k} - bt\vec{j})$$

d) Legge di Faraday Lenz

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi_{\vec{B}}}{dt} = -b\pi R^2$$

Es #3

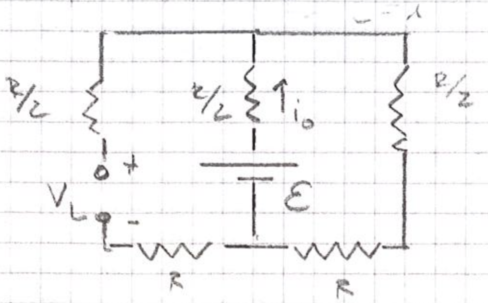
a) Subito dopo la chiusura di T

- ddp ai capi di C $V_C = 0$

$\rightarrow$ C si comporta come corto circuito

- corrente in L $i_L = 0$

$\rightarrow$ L si comporta come circuito aperto



L. di Kirchhoff maglia DX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i(R_4 + R_2) = 0 \qquad i = i_0 \qquad R_0 = R_4 = R/2 \qquad R_2 = R$$

$$\mathcal{E} - i_0 (R_0 + R_4 + R_2) = 0$$

$$\mathcal{E} - i_0 2R = 0 \longrightarrow i_0 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{12\,V}{4\,k\Omega} = 3\,mA$$

$$V_C = 0 \rightarrow Q = C \cdot V_C = 0\ C$$

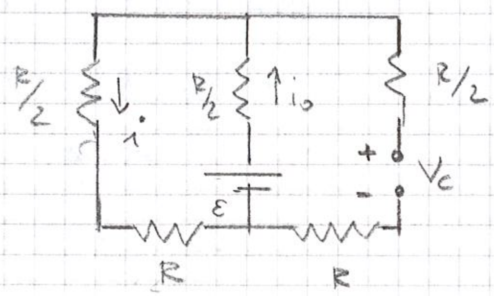
L. di Kirchhoff maglia SX

$$V_L + i_0 R_0 - \mathcal{E} = 0$$

$$V_L = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}\frac{R}{2} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \qquad V_L = \frac{3}{4}\mathcal{E} = 9\,V$$

b) Molto tempo dopo la chiusura di T (stazionarietà)

- C si comporta come circuito aperto
- L si comporta come corto circuito $\rightarrow V_L = 0$



L. di Kirchhoff maglia SX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i(R_3 + R_1) = 0 \qquad i = i_0 \qquad R_0 = R_3 = R/2 \qquad R_1 = R$$

$$\mathcal{E} - i_0 (R_0 + R_3 + R_1) = 0$$

$$\mathcal{E} - i_0 2R = 0 \longrightarrow i_0 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{12\,V}{4\,k\Omega} = 3\,mA$$

$$V_L = 0\,V$$

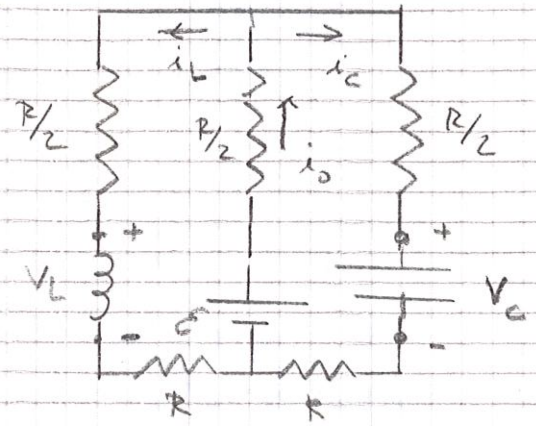
L. di Kirchhoff maglia DX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - V_C = 0$$

$$V_C = \mathcal{E} - i_0 R/2 = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}\frac{R}{2} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \qquad V_C = \frac{3}{4}\mathcal{E} = 9\,V \rightarrow Q = C \cdot V_C = 18\,\mu C$$

c) Nell' istante descritto al punto c

- ai capi di C è presente una ddp $V_C = \frac{3}{8}\mathcal{E}$
- ai capi di L è presente una ddp $V_L = \frac{3}{8}\mathcal{E}$



Maglia SX

$i_3 R_1 + V_L + i_3 R_3 + i_0 R_0 - \mathcal{E} = 0$

$i_3 (R_1 + R_3) + i_0 R_0 - \mathcal{E} + \frac{3}{8}\mathcal{E} = 0$

$\frac{3}{2} R i_3 + \frac{R}{2} i_0 - \frac{5}{8}\mathcal{E} = 0$

Maglia DX

$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i_4 R_4 - V_C - i_4 R_2 = 0$

$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i_4 (R_2 + R_4) - \frac{3}{8}\mathcal{E} = 0$

$\frac{5}{8}\mathcal{E} - i_0 \frac{R}{2} - i_4 \frac{3}{2} R = 0$

Kirchhoff dei nodi

$i_0 = i_3 + i_4$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} \frac{3}{2} R i_3 + \frac{R}{2} i_0 - \frac{5}{8}\mathcal{E} = 0 \\ \frac{5}{8}\mathcal{E} - i_0 \frac{R}{2} - \frac{3}{2} R i_4 = 0 \\ i_0 = i_3 + i_4 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} 3 i_3 + i_0 - \frac{5}{4}\frac{\mathcal{E}}{R} = 0 \\ \frac{5}{4}\frac{\mathcal{E}}{R} - i_0 - 3 i_4 = 0 \\ i_3 = i_0 - i_4 \end{cases}$$

Le cui soluzioni sono

$i_0 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{12V}{4k\Omega} = 3\ mA$

$i_3 = + \frac{\mathcal{E}}{4R} = + \frac{12V}{8k\Omega} = + 1.5\ mA$

$i_4 = + \frac{\mathcal{E}}{4R} = \frac{12V}{8k\Omega} = 1.5\ mA$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 20/07/2016

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = 3\vec{i} - 14\vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$. Calcolare il vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, il modulo di $\vec{s}$ ed il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano xy vi è una carica puntiforme q di massa m che ruota in senso antiorario con velocità angolare ω su una circonferenza di raggio R con centro in $(R, 0, 0)$. Risolvere i seguenti punti.

a) Calcolare il vettore velocità della carica q quando essa si trova nell'origine.

b) Calcolare il vettore accelerazione della carica q quando essa si trova nell'origine.

c) Calcolare il vettore campo elettrico generato dalla carica q nel centro della circonferenza quando essa si trova nell'origine.

d) Calcolare il potenziale elettrico all'infinito se il potenziale elettrico nel centro della circonferenza è nullo.

e) Calcolare il vettore campo magnetico necessario per far muovere la particella carica lungo l'orbita circolare con velocità angolare costante.

Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura R=1 kΩ, R'=$R/2$, ε_1=6 V e $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$. Il circuito è in condizioni stazionarie. Si calcoli la corrente i' nel resistore R' e la differenza di potenziale $V_B - V_A$ nei seguenti casi:

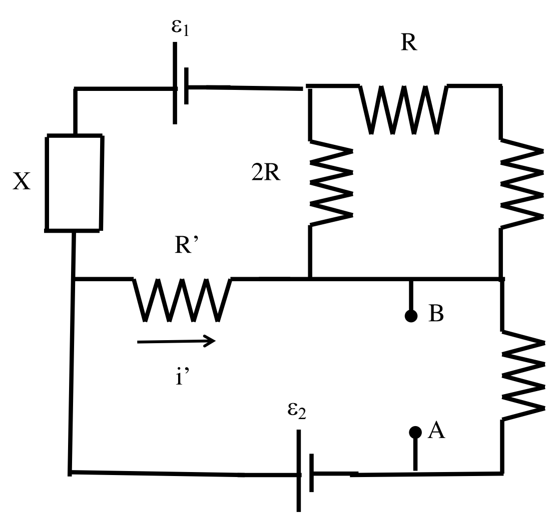
a) X è un induttore di induttanza L=100 mH;

b) X è un condensatore di capacità C=100 nF.

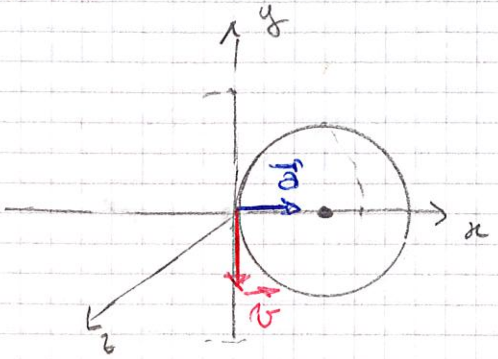
Si determini inoltre

c) il valore di $V_B - V_A$ quando X è una f.e.m. tale per cui i'=0.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



a) Come si vede dalla figura la velocità della carica è $\vec{v} = -\omega R \vec{j}$

In alternativa si poteva usare la definizione del vettore velocità angolare $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = (\omega \vec{k}) \times (-R\vec{i}) = -\omega R \vec{j}$$

b) Siccome il moto è circolare uniforme (ω è costante) l'unica componente dell'accelerazione è quella centripeta

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{i} = \omega^2 R \vec{i}$$

c) Campo $\vec{E}$ prodotto da q

$$\vec{E} = K_e q \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2} \frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}$$

$$\vec{r}_0 = 0\vec{i} + 0\vec{j}$$
$$\vec{r} = R\vec{i} + 0\vec{j}$$
$$\vec{r}-\vec{r}_0 = R\vec{i}$$

$$= K_e \frac{q}{R^2}\vec{i}$$

d) Potenziale nel centro della circonferenza

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} + V_0$$

$r = R \qquad V(R) = K_e \frac{q}{R} + V_0 = 0 \rightarrow V_0 = -K_e \frac{q}{R}$

Potenziale all'infinito

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} - K_e \frac{q}{R}$$

$$V_\infty = \lim_{r\to\infty} V(r) = -K_e \frac{q}{R}$$

e) Campo magnetico per far muovere le particelle di moto circolare uniforme → Deve essere perpendicolare al piano x,y

$$\vec F = m\vec a \Rightarrow \underbrace{m a_c}_{\text{Forza centripeta}} = \underbrace{q v B}_{\text{Forza di Lorentz}} \rightarrow m\omega^2 R = q\,\omega R B$$

$$\rightarrow B = \frac{m\omega}{q}$$

(moto di ciclotrone)

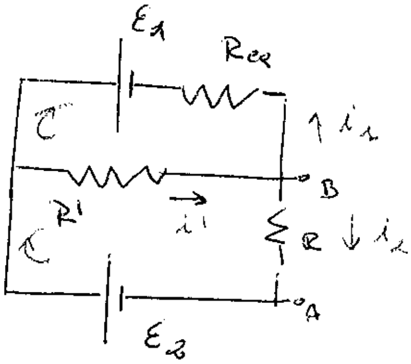
Per quanto riguarda il verso $q\vec v \times \vec B$ deve esser diretto lungo $+\vec i$ (come acc centripeta)

$$q(-\omega R\vec j)\times B\vec K = -q\omega R B\,\vec i \rightarrow \begin{cases} q>0 & B<0 \\ q<0 & B>0 \end{cases}$$

$$\vec B = -\frac{m\omega}{q}\vec K$$

Es #3

a) X = L stazionarietà ⇒ corto circuito



R_{eq} : (R in serie con R) in parallelo con 2R

$$R_{eq} = \left(1/_{2R} + 1/_{R+R}\right)^{-1} = R$$

LdK maglia sup. $-\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i' R' = 0$

LdK maglia inf. $+\mathcal{E}_2 - i' R' - i_2 R = 0$ ⇒

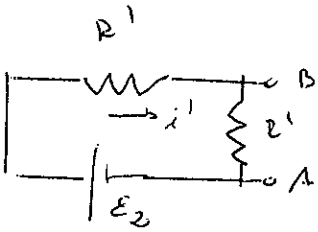
LdK nodi $i' = i_1 + i_2$

$$\begin{cases} -\mathcal{E}_1 + i_1 R + i' R/2 = 0 \\ 2\mathcal{E}_1 - i' R/2 - i_2 R = 0 \\ i_1 = i' - i_2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema
$$\begin{cases} i' = 3\mathcal{E}_1/2R = 9 \text{ mA} \\ i_2 = 5\mathcal{E}_1/4R = 7{,}5 \text{ mA} \end{cases}$$

$V_B - i_2 R = V_A$ $V_B - V_A = i_2 R = \frac{5\mathcal{E}_1}{4} = 7{,}5$ V

b) X = C stazionarietà ⇒ circuito aperto



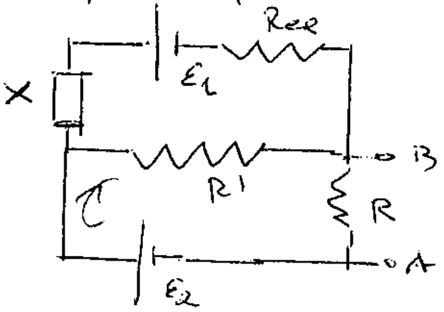
Contando solo la maglia inf.

$$\mathcal{E}_2 - i'(R' + R) = 0$$

$$i' = 2\mathcal{E}_1/_{R'+R} = \frac{2\mathcal{E}_1}{\frac{3}{2}R} = \frac{4}{3}\frac{\mathcal{E}_1}{R} = 8 \text{ mA}$$

$$V_B - V_A = i'R = \frac{4\mathcal{E}_1}{3} = 8 \text{ V}$$

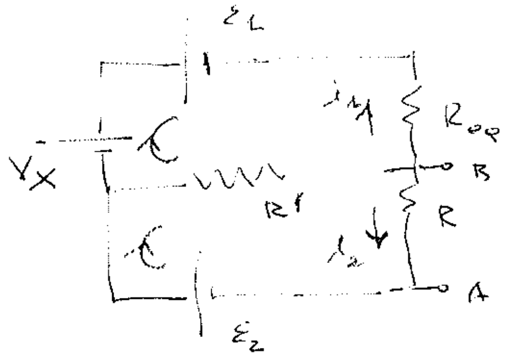
c) Se in R' non circola corrente → X è una f.e.m.
Per trovare $V_B - V_A$ non è necessario determinare il valore di questa fem (*) ma è sufficiente considerare la maglia inf



LdK $\mathcal{E}_2 - i'R' - (V_B - V_A) = 0$

$V_B - V_A = \mathcal{E}_2 = 12$V

(*) Nel caso si voglia determinare il valore della f.e.m V_x



$$\begin{cases} \text{maglia } \cancel{\text{esterna}}\ \text{sup.} & V_x - \varepsilon_1 + i_1 R_{eq} = 0 \\ \text{maglia inf.} & \varepsilon_2 - i_2 R = 0 \\ & i_1 + i_2 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema $\quad i_2 = 2\varepsilon_1 / R \Rightarrow V_x = \varepsilon_1 - i_1 R_{eq} = 3\varepsilon$

$V_B - V_A = i_2 R = 2\varepsilon_1 = 12\ V$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 08/09/2016

Esercizio 1
Si considerino i seguenti punti in piano cartesiano (x, y): P=(0,0), A=(1,3), B=(2,1). Determinare il vettore $\vec{a}$ che va dal punto P al punto A, il vettore $\vec{b}$ che va dal punto P al punto B e la lunghezza del vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano (x, y) vi è una carica elettrica puntiforme q di massa m che ruota in senso orario su una circonferenza di raggio R con velocità uniforme. Quando essa si trova nell'origine la sua velocità è $\vec{v} = -\frac{1}{2}u\vec{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}u\vec{j}$, dove u è un parametro noto. Calcolare:

a) il vettore accelerazione della carica q quando essa si trova nell'origine;

b) il modulo della velocità angolare della carica q quando essa si trova nell'origine;

c) il numero di passaggi al secondo della carica q per l'origine;

d) la corrente associata al moto della carica q;

e) il vettore campo magnetico generato dalla carica q nel centro della circonferenza;

f) il vettore campo magnetico necessario per far muovere la carica q lungo l'orbita circolare;

g) il potenziale elettrico all'infinito prodotto dalla carica q, quando essa si trova nell'origine, se il potenziale elettrico nel centro della circonferenza è nullo.

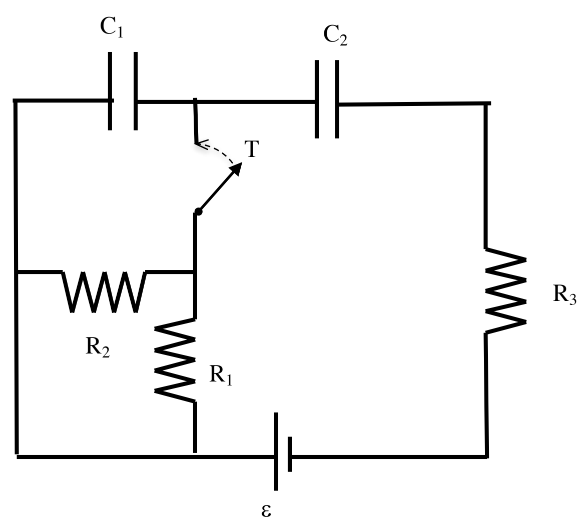
Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura R_1=R_2=R, R_3=$2R$, C_1=C_2=C e ε=V_0. Inizialmente il circuito è in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. Al tempo t_0 si chiude l'interruttore T. Calcolare la carica presente su C_1, la carica presente su C_2 e la corrente in R_1:

a) subito prima di chiudere T;

b) subito dopo avere chiuso T;

c) quando viene raggiunta nuovamente la stazionarietà.

(R=500 Ω, C=10 nF, e V_0=6 V. Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



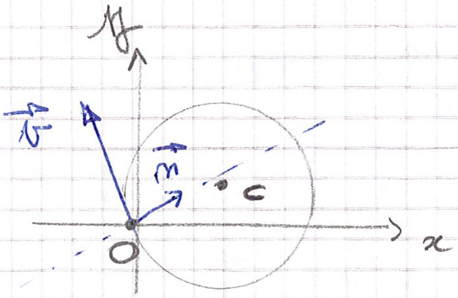
Es #2

$$\vec{v} = -\frac{u}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}u\vec{j}$$

Direzione di $\vec{v}$ $\quad \vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$

Direzione $\perp$ a $\vec{v}$ (su cui si trova il centro della circonferenza)

$$\vec{n} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$



Coordinate del centro della circonferenza

$$C: \; x_c = R\sqrt{3}/2 \quad y_c = R/2$$

a) vettore accelerazione (NB accelerazione = accelerazione centripeta)

$$|\vec{a}_c| = v^2/R \qquad v^2 = u^2/4 + 3/4\, u^2 = u^2$$

$$\vec{a}_c = |\vec{a}_c|\,\vec{n} = \frac{u^2}{R}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

b) velocità angolare

$$|\vec{v}| = \omega R \rightarrow \omega = \frac{|\vec{v}|}{R} = \frac{u}{R}$$

c) passaggi al secondo per il punto O (0,0) => frequenza di rivoluzione

$$2\pi f = \omega \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{2\pi R}$$

d) corrente associata al moto

$$i = qf = \frac{qu}{2\pi R}$$

e) campo magnetico prodotto da q

moto di q assimilabile a corrente che percorre una spira circolare

$$|\vec{B}| = 2K_m\frac{i\pi R^2}{R^3} = \cancel{2}K_m\frac{qu}{\cancel{2\pi} R}\frac{\cancel{\pi}}{R} = K_m\frac{qu}{R^2}$$

Direzione di $\vec{B}$: regola mano DX

$$\vec{B} = K_m\frac{qu}{R}(-\vec{k}) \qquad (\vec{k} \text{ versore asse } z)$$

f) Campo magnetico necessario per fare muovere q lungo la circonferenza

$$\underbrace{q \vec{v} \times \vec{B}}_{\vec{F}\ \text{Lorentz}} = \underbrace{m \frac{v^2}{R} \vec{n}}_{\vec{F}\ \text{centripeta}} \rightarrow \vec{B} \text{ diretto lungo asse } z$$

Passando ai moduli

$$q v B = \frac{m v^2}{R} \Rightarrow B = \frac{m v}{q R} = \frac{m u}{q R}$$

Direzione di $\vec{B}$ $\Rightarrow$ regola mano Dx

$$\vec{B} = \frac{m u}{q R} \vec{k}$$

g) $$V(x,y) = K_e \frac{q}{(x^2+y^2)^{1/2}} + C$$ potenziale in un punto generico di coordinate (x,y)

Per determinare la costante additiva C, si usa la condizione che

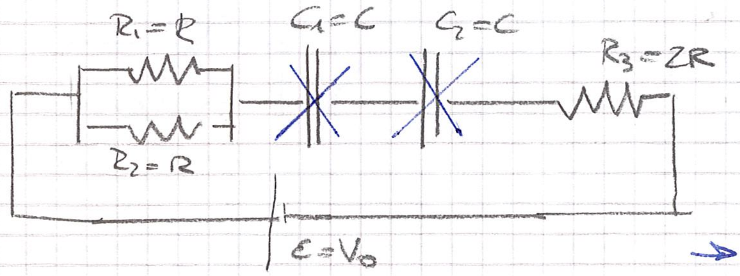
$$V(x_e, y_e) = 0 \rightarrow K_e \frac{q}{R} + C = 0$$

$$C = -K_e \frac{q}{R}$$

$$\lim_{\substack{x \to \infty \\ y \to \infty}} V(x,y) = C = -K_e \frac{q}{R}$$

Es #3

a) Circuito prima della chiusura di T



C_1 e C_2 si comportano come circuiti aperti (capacità in serie)

$\rightarrow \quad i_1 = i(R_1) = 0$

$$C_{eq} = \left(1/C_1 + 1/C_2\right)^{-1} = C/2$$

La ddp sulle armature di C_{eq} è pari a V_0

$$Q_{eq} = C_{eq} V_0 = CV_0/2$$

Per definizione di condensatori in serie, questa stessa carica è presente sia su C_1 sia su C_2

$$Q_1 = CV_0/2 = 30\,mC \qquad V_{C1} = V_0/2$$

$$Q_2 = CV_0/2 = 30\,mC \qquad V_{C2} = V_0/2$$

b) Subito dopo la chiusura di T

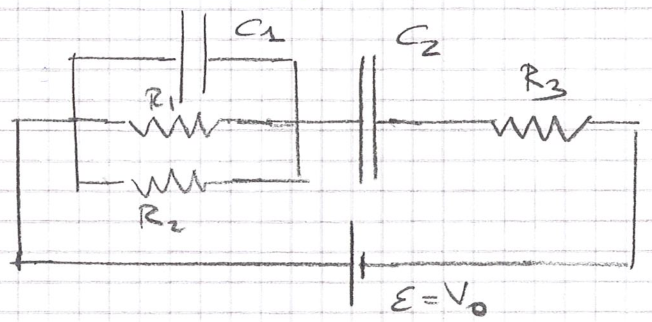
$\Rightarrow$ ddp e carica presente sulle armature restano invariate

$$Q_1 = CV_0/2 = 30\,mC$$

$$Q_2 = CV_0/2 = 30\,mC$$

I condensatori entrano in conduzione

Nota: C_1, R_1, R_2 sono in parallelo tra loro $\Rightarrow$



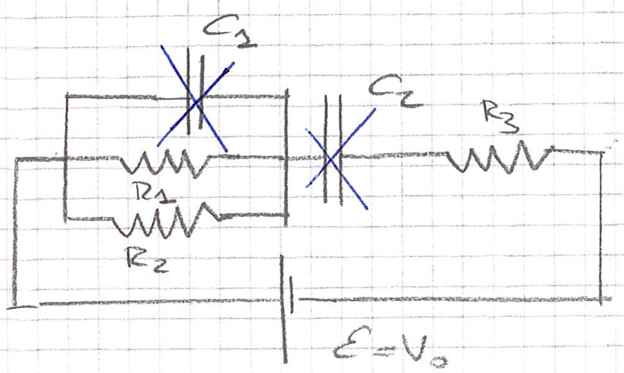
la d.d.p. ai capi di R_1 è pari alla ddp ai capi di C_1

$$i_1 R_1 = V_{C1} = V_0/2$$

$$i_1 = \frac{V_{C1}}{R_1} = \frac{V_0}{2R} = 6\,mA$$

c) molto tempo dopo la chiusura di T, C_1 e C_2 si comportano come circuiti aperti

$$i_1 = i(R_1) = 0$$



La ddp ai capi di R_1 è la stessa ddp presente ai capi di C_1

$$V_{C1} = i_1 R_1 = 0 \rightarrow Q_1 = C_1 V_{C1} = 0$$

Per trovare V_{C2} si può usare La Kirchhoff per le maglie

$$\mathcal{E} - i_1 R_1 - V_{C2} - i_3 R_3 = 0$$

Siccome $i_1 = i_3 = 0 \rightarrow V_{C2} = \mathcal{E} = V_0 \rightarrow Q_2 = C_2 V_{C2} = C V_0 = 60$ mC

Ricapitolando

	a)	b)	c)
i_1	0	$V_0/2R$	0
Q_1	$CV_0/2$	$CV_0/2$	0
Q_2	$CV_0/2$	$CV_0/2$	CV_0

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 27/09/2016

Esercizio 1
Consideriamo il vettore $\vec{u} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ ed il vettore $\vec{v}$ che va dal punto $P = (2, -2\sqrt{3})$ all'origine $O = (0, 0)$. Calcolare $\vec{u}^2$ ed il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano xy vi è una carica q che ruota in senso orario su una circonferenza di raggio R con modulo della velocità costante. Quando essa si trova nell'origine degli assi O la sua accelerazione è $\vec{a} = b\vec{i} + \sqrt{3}b\vec{j}$.
Calcolare:

a) il modulo dell'accelerazione e dire quali dimensioni ha la costante b;

b) il modulo della velocità angolare quando la carica q si trova nell'origine O;

c) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nell'origine O;

d) il numero di passaggi al secondo della carica per l'origine O;

e) il vettore campo magnetico generato dalla carica ad un'altezza $z = h$ sull'asse passante per il centro della circonferenza percorsa da q;

f) il potenziale elettrico all'infinito se il potenziale elettrico nel punto sulla circonferenza diametralmente opposto all'origine O è nullo.

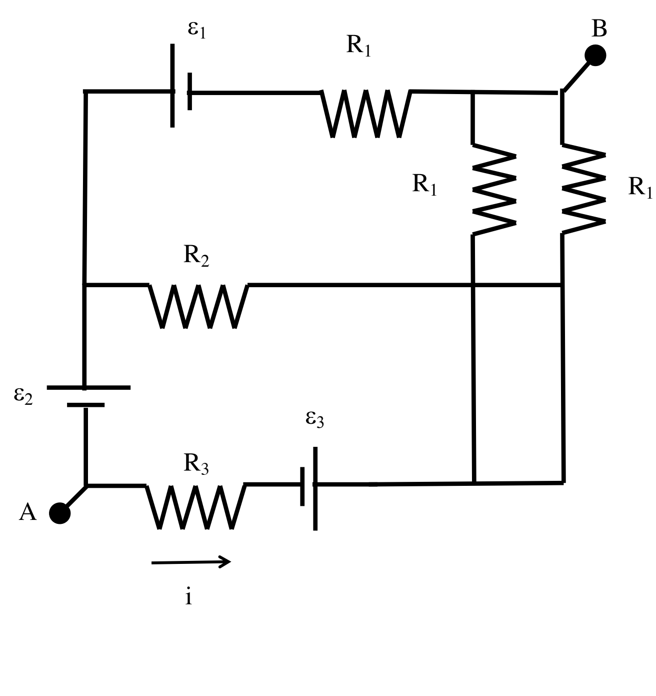
Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura le resistenze valgono R_1=R, R_2=$R/2$, R_3=$3R$ e le f.e.m. ε_1=ε_2=V_0 e ε_3=2 V_0.
Calcolare:

a) la corrente i nel resistore R_3 specificando se il verso è concorde a quello indicato in figura;

b) la differenza di potenziale $V_B - V_A$;

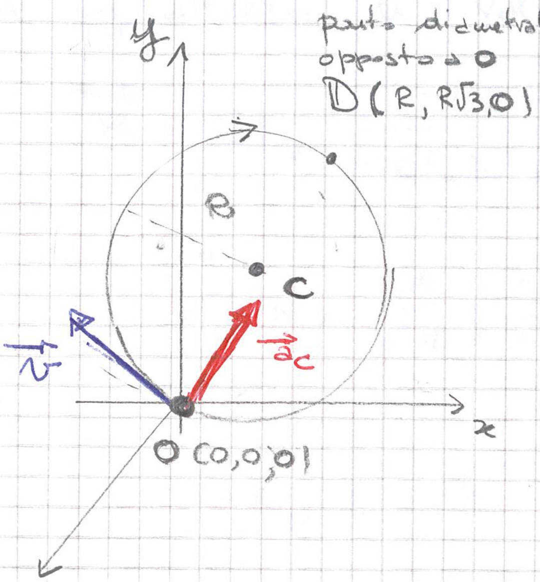
c) la potenza erogata dalla f.e.m. ε_1.

(R=1 Ω, e V_0=27 V. Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2

a)



Moto circolare uniforme

$\vec{a} = \vec{a}_c$ acc. centripeta

$$\vec{u}_N = \frac{\vec{a}_c}{|\vec{a}_c|}$$

$$|\vec{a}_c| = |\vec{a}| = \sqrt{b^2 + 3b^2} = 2b$$

$$\Rightarrow \vec{u}_N = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

Dimensionalmente $[a_c] = L/T^2$

$$[b] = [a_c] = L/T^2$$

b) $a_c = \omega^2 R$ $\quad \omega = \sqrt{a_c/R} = \sqrt{2b/R}$ Velocità angolare

c) Vettore Velocità

$$|\vec{v}| = \omega R = \sqrt{2bR}$$

$\vec{v}$ è perpendicolare a $\vec{u}_N$ ($\Rightarrow$ tangente alla circonferenza)

Versore tangente alla circonferenza in O:

$$\vec{u}_T = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

$$\vec{v} = |\vec{v}|\,\vec{u}_T = \sqrt{2bR}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

d) Numero di passaggi al secondo per l'origine O = frequenza

$$2\pi f = \omega \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{2b/R}$$

e) La carica in moto sulla circonferenza equivale ad una spira circolare di raggio R percorsa dalla corrente

$$i = q f = \frac{q}{2\pi}\sqrt{2b/R}$$

Il campo magnetico prodotto sull'asse della spira ad un'altezza h vale

$$\vec{B} = 2K_m \frac{i\pi R^2}{(R^2+h^2)^{3/2}} \underbrace{(-\vec{k})}_{\text{regola mano DX}} =$$

$$= \cancel{2}K_m \underbrace{\frac{q}{\cancel{2}\pi}\sqrt{\frac{2b}{R}}}_{i} \frac{\cancel{\pi}R^2}{(R^2+h^2)^{3/2}}(-\vec{k}) =$$

$$= -K_m\, q\sqrt{2b}\left(\frac{R}{R^2+h^2}\right)^{3/2}\vec{k}$$

f) Potenziale prodotto da carica puntiforme

$$V(r) = K_e\frac{q}{r} + V_0$$

Per determinare V_0 sfruttiamo la condizione

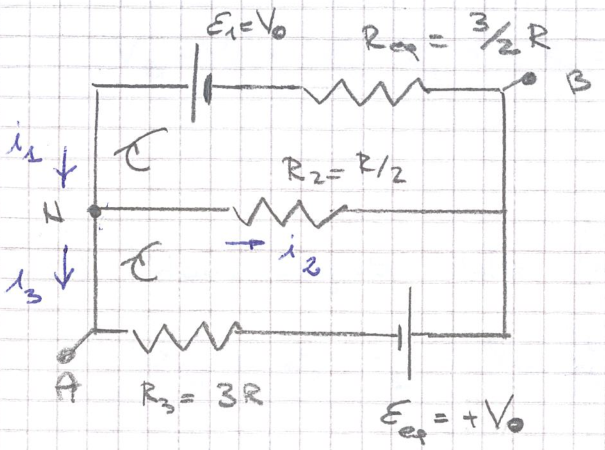
$$V(r=2R) = 0 \rightarrow V_0 = -K_e\frac{q}{2R}$$

$$V(r) = K_e\frac{q}{r} - K_e\frac{q}{2R}$$

$$\lim_{r\to\infty} V(r) = -K_e\frac{q}{2R}$$

Es #3

a) Il circuito si può semplificare nel modo seguente



R_{eq} : resistenza equivalente alle 3 resistenze R_1 (R_1 in serie con $R_1 // R_1$)

$$R_{eq} = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} = \frac{3}{2} R$$

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 = V_0$$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 & \text{L. di Kirchhoff nodo N} \\ -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i_2 R_2 = 0 & \text{L. di Kirchhoff maglia superiore} \\ -\mathcal{E}_{eq} + i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0 & \text{L. di Kirchhoff maglia inferiore} \end{cases}$$

Verso percorrenza ORARIO

$$\begin{cases} -V_0 + (i_2 + i_3) \frac{3}{2} R + i_2 \frac{R}{2} = 0 \\ -V_0 + i_3 \, 3R - i_2 \frac{R}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2R \, i_2 + \frac{3}{2} R \, i_3 = V_0 \\ \frac{R}{2} i_2 - 3R \, i_3 = -V_0 \quad \times 4 \end{cases}$$

← sottraggo membro a membro

$$\frac{27}{2} R \, i_3 = 5 V_0 \rightarrow i_3 = \frac{10}{27} \frac{V_0}{R} = \frac{10 \cdot 27 \, V}{27 \cdot 1 \Omega} = 10 \text{ A}$$

$$i = i_3 = \frac{10}{27} \frac{V_0}{R} = 10 \text{ A}$$

concorde al verso di i nel testo del problema

$$i_2 = \frac{2}{9} \frac{V_0}{R} = 6 \text{ A}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{16}{27} \frac{V_0}{R} = 16 \text{ A}$$

b) D.D.P. Tra B e A $\Rightarrow$ legge di Kirchhoff sulla maglia esterna

$$V_A + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 + i_1 R_1 = V_B$$

$$V_B - V_A = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 + i_1 R_1 = V_0 - V_0 + \underbrace{\frac{16}{27}\frac{V_0}{R}}_{i_1 = \frac{16}{27}\frac{V_0}{R}} \underbrace{R}_{R_1} = \frac{16}{27} V_0 = 16\ V$$

c) Potenza erogata dalla fem $\mathcal{E}_1$

$$W_1 = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = V_0 \frac{16}{27}\frac{V_0}{R} = \frac{16}{27}\frac{V_0^2}{R} = 432\ W$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 02/02/2017

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$. Calcolare il vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, il vettore differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ed il prodotto scalare $\vec{s} \cdot \vec{d}$.

Esercizio 2
Consideriamo un sistema di assi cartesiani (x, y, z). Nel piano xz vi è una carica puntiforme q che ruota con velocità angolare costante ω su una circonferenza di raggio R con centro nel punto di coordinate $(R, 0, R)$. In tutto lo spazio vi è un campo magnetico uniforme $\vec{B}(t) = at^2\vec{j} + bt\vec{k}$.
Calcolare:

a) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{k}$;

b) il flusso del campo magnetico attraverso il cerchio sulla cui circonferenza ruota la carica;

c) la forza (vettore) dovuta al campo magnetico che agisce sulla carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{i}$;

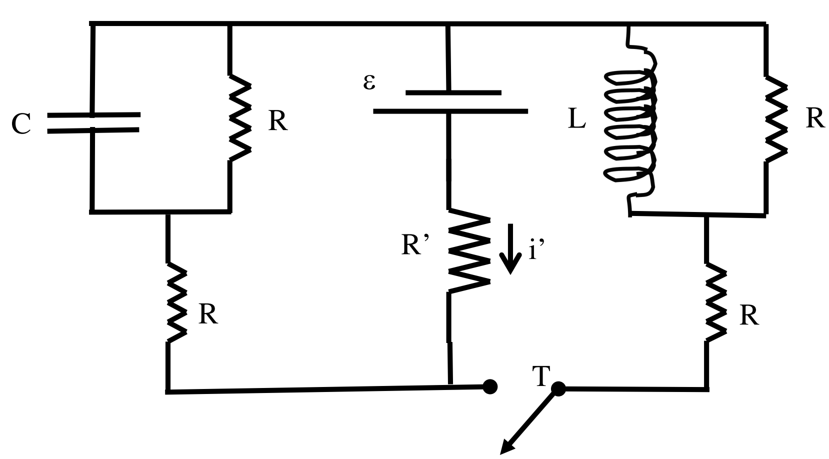
d) la forza elettromotrice indotta presente sulla circonferenza su cui ruota la carica.

Esercizio 3
Si consideri il circuito mostrato in figura. Siano ε=48 V, C=150 μF, R=2 kΩ, $R' = 2R$, e L=100 mH. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso. Calcolare la corrente i' che percorre il resistore R', la carica presente sulle armature del condensatore C e la d.d.p. ai capi dell'induttore L nei seguenti istanti:

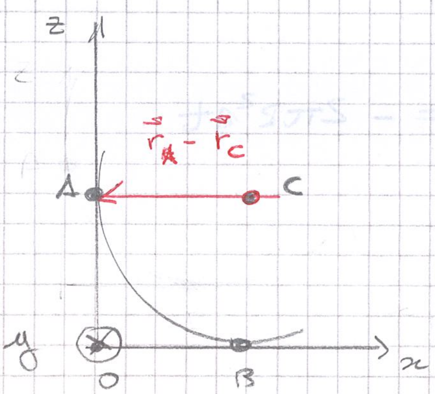
a) immediatamente prima della chiusura dell'interruttore T;

b) subito dopo la chiusura dell'interruttore T;

c) quando si raggiunge la nuova condizione di stazionarietà.



Es #2



SR xyz : terna destrorsa → asse y entrante nel foglio

a) Carica nel punto A

$\vec{v}_A = \omega R \vec{k}$

$$\begin{cases} \omega < 0 & \text{Anti-orario} \quad (\Rightarrow \vec v_A \text{ verso alto}) \\ \omega > 0 & \text{Orario} \quad (\Rightarrow \vec v_A \text{ verso basso}) \end{cases}$$

Alternativamente: $\vec v_A = \vec\omega \times (\vec r_A - \vec r_C) = \vec\omega \times (-R\vec i)$

$= \omega \vec j \times (-R\vec i) = \omega R \vec k$

$\vec j \times \vec i = -\vec k$

b) Flusso di $\vec B$ attraverso la circonferenza

Occorre definire un versore che dia l'orientazione della superficie

Scelta : $\vec n = \vec j$

$$\Phi_{\vec B} = \int \vec B \cdot \vec n \, dS = \int (at^2 \vec j + bt\vec k) \cdot \vec j \, dS$$

$$= at^2 \int dS = at^2 \pi R^2$$

c) Forza sulla carica quando si trova in B → forza di Lorentz

$\vec v_B = -\omega R \vec i$

(Alternativamente $\vec v_B = \vec\omega \times (\vec r_B - \vec r_C) = \vec\omega \times (-R\vec k) =$

$= \omega \vec j \times (-R\vec k) = -\omega R \vec i$

$$\vec F_{Lorentz} = q \vec v_B \times \vec B = q(-\omega R \vec i) \times (at^2 \vec j + bt \vec k)$$

$$= q(-\omega R)\left[at^2 \vec i \times \vec j + bt\, \vec i \times \vec k\right] =$$

$$= q\omega R \left\{-at^2 \vec k + bt \vec j\right\}$$

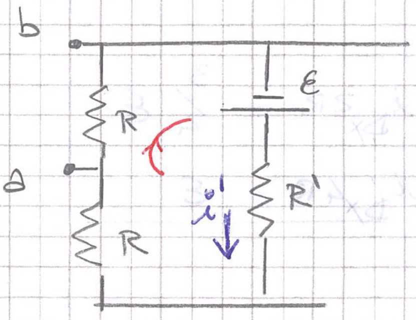
d) f.e.m. indotta $\rightarrow$ Faraday - Lenz

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left\{ at^2\pi R^2 \right| = -2\pi R^2 a t$$

Es #3

a) Interruttore T aperto / stazionarietà

- condensatore $C \Rightarrow$ circuito aperto
- non circola corrente nella maglia DX



L di Kirchoff delle tensioni applicata alla maglia SX

$$\varepsilon - i' R' - i'(2R) = 0 \rightarrow i' = \frac{\varepsilon}{R' + 2R} = \frac{\varepsilon}{4R} = 6 \text{ mA}$$

Carica sul condensatore

$$Q = C(V_a - V_b) = C\, i' R = C \frac{\varepsilon}{4R} R = \frac{C\varepsilon}{4} = 1.8 \times 10^{-3}\ C$$

Nella maglia DX non circola corrente

$$i_L = 0 \quad A$$
$$V_L = 0 \quad V$$

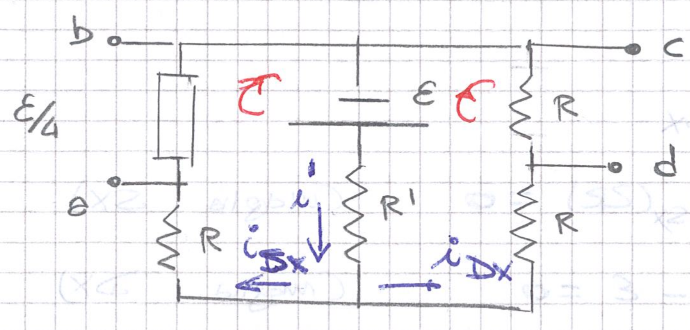
b) Interruttore T subito dopo la chiusura

- la ddp ai capi del condensatore è la stessa del quesito a)

$$V_a - V_b = \varepsilon/4 \quad \text{(ma passa corrente)}$$

- la corrente nell'induttore è la stessa del quesito a

$$i_L = 0 \quad \text{(ma la ddp ai suoi capi non è nulla)}$$



NB: ~~nella~~ maglia di DX è percorsa da una corrente $i_{DX} \neq 0$ che passa solo nel resistore in parallelo a L

LdK dei nodi $\quad i' = i_{SX} + i_{DX}$

LdK maglie :
$$\begin{cases} \mathcal{E} - i'R'' - i_{SX}R - \mathcal{E}/4 = 0 & \text{(maglia SX)} \\ i_{DX}(2R) + i'R' - \mathcal{E} = 0 & \text{(maglia DX)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (i_{SX}+i_{DX})R' + i_{S}R = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ (i_{SX}+i_{DX})R' + i_{DX}2R = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{SX}3R + i_{DX}2R = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ i_{SX}2R + i_{DX}4R = \mathcal{E} \end{cases}$$

$R' = 2R$

Risolvendo il sistema:
$$\begin{cases} i_{SX} = \mathcal{E}/8R \\ i_{DX} = \frac{3}{16}\,\mathcal{E}/R \end{cases} \Rightarrow i' = \frac{5}{16}\frac{\mathcal{E}}{R} = 7.5 \times 10^{-3}\,A$$

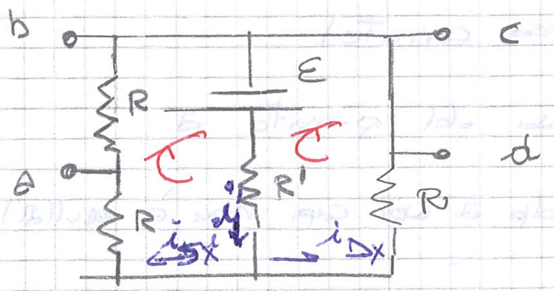
- Carica sul condensatore

$$Q = C(V_a - V_b) = C\,\mathcal{E}/4 = 1.8 \times 10^{-3}\,C$$

- ddp ai capi dell'induttore

$$V_d - V_c = i_{DX}R = \frac{3}{16}\,\mathcal{E} = 9\,V$$

c) Interruttore T chiuso / stazionarietà
- condensatore C $\Rightarrow$ circuito aperto
- induttore L $\Rightarrow$ corto circuito in parallelo ad una resistore



LdK dei nodi $\quad i' = i_{SX} + i_{DX}$

LdK delle maglie
$$\begin{cases} \mathcal{E} - i'R' - i_{SX}(2R) = 0 & \text{(maglia SX)} \\ R\,i_{DX} + i'R' - \mathcal{E} = 0 & \text{(maglia DX)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (i_{sx}+i_{Dx})R' + i_{sx}2R = \mathcal{E} \\ i_{Dx}R + (i_{sx}+i_{Dx})\underset{\substack{\uparrow \\ R'=2R}}{R'} = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{sx}4R + i_{Dx}2R = \mathcal{E} \\ i_{sx}2R + i_{Dx}3R = \mathcal{E} \end{cases}$$

Risolvendo il sistema: $\begin{cases} i_{sx} = \mathcal{E}/8R \\ i_{Dx} = \mathcal{E}/4R \end{cases} \Rightarrow i' = 3\mathcal{E}/8R = 3\times10^{-3}\ A$

- Carica sul condensatore

$$Q = C\underbrace{(V_a - V_b)}_{V_a - V_b = i_s R} = C\,\mathcal{E}/8 = 0.9\times10^{-3}\ C$$

- ddp ai capi dell'induttore

$$V_a - V_c = 0\ V$$