

Esercizio 1

In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti $A=(7,0)$ e $B=(2,12)$. Scrivere il vettore \vec{r}_{AB} che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Verificare se il vettore $\vec{v} = 24\vec{i} + 10\vec{j}$ sia perpendicolare o no al vettore \vec{r}_{AB} .

Esercizio 2

Si considerino due cariche puntiformi poste lungo l'asse x di un piano cartesiano (x, y) : la prima carica vale $18Q$ e si trova nel punto di coordinate $(-d, 0)$, la seconda carica vale $2Q$ e si trova nel punto di coordinate $(+d, 0)$. Sia inoltre presente una terza carica puntiforme $q_0 = Q$ di massa m anch'essa posta lungo l'asse x .

Determinare:

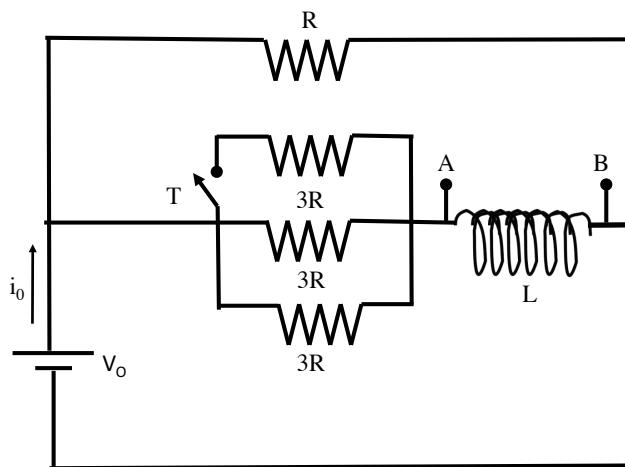
- il punto $(p, 0)$ compreso tra le cariche $18Q$ e $2Q$ in cui la forza totale che agisce su q_0 è nulla;
- il valore dell'energia potenziale di q_0 nel punto $(p, 0)$ assumendo che l'energia potenziale di q_0 all'infinito sia nulla;
- la velocità minima che dovrebbe avere q_0 nel punto $(p, 0)$ per raggiungere il punto sull'asse x di coordinate $(-p, 0)$.

Esercizio 3

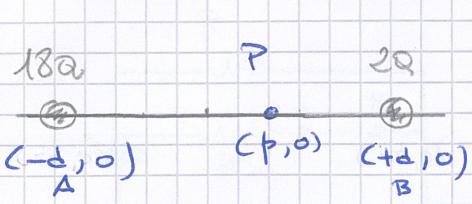
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante $t=0$ s l'interruttore T viene chiuso. Determinare la corrente i_0 erogata dalla f.e.m. e la differenza di potenziale ai capi dell'induttore ($V_A - V_B$) nei seguenti istanti:

- immediatamente prima di chiudere l'interruttore T ;
- subito dopo la chiusura di T ;
- quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

Si assuma: $V_0=60$ V e $R=100 \Omega$. (Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



ES # 2



$$\vec{r}_{AP} = (x_p - x_A) \vec{i} = (p + d) \vec{i}$$

$$\vec{r}_{BP} = (x_p - x_B) \vec{i} = (p - d) \vec{i}$$

a) Il campo elettrico in P deve essere nullo

$$E = k_e \frac{18Q}{(p+d)^2} \vec{i} + \frac{2Q}{(p-d)^2} (-\vec{i}) = 0$$

$$\frac{18Q}{(p+d)^2} = \frac{2Q}{(p-d)^2} \rightarrow 9(p-d)^2 - (p+d)^2 = 0 \\ 2p^2 - 5pd + 2d^2 = 0$$

$$p = \frac{+5d \pm 3d}{4} \rightarrow p = \frac{2d}{4} = \frac{d}{2}$$

(Le soluzioni $p = 2d$ è un punto non compreso fra le due cariche)

b) Energia potenziale in $(p, 0)$

$$E_{pot} = k_e \frac{18Qq_0}{|\vec{r}_{AP}|} + k_e \frac{2Qq_0}{|\vec{r}_{BP}|} = k_e \frac{18Qq_0}{p+d} + k_e \frac{2Qq_0}{d-p} = k_e \frac{16Q^2}{d}$$

c) Energia potenziale in $(-p, 0)$

$$E_{pot} = k_e \frac{18Qq_0}{(-p+d)} + k_e \frac{2Qq_0}{(d+p)} = k_e \frac{16Q^2}{3} \frac{1}{d}$$

Applicando la conservazione dell'energia meccanica

$$(E_{pot} + E_{kin})_{x=p} = (E_{pot} + E_{kin})_{x=-p}$$

$$k_e \frac{16Q^2}{d} + \frac{1}{2} m v_0^2 = k_e \frac{16Q^2}{3} \frac{1}{d}$$

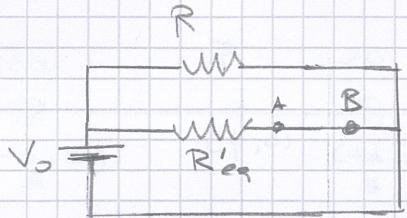
Condizione minima v

$$E_{kin}(x=-p) = 0$$

$$v_0 = 8Q \sqrt{\frac{2 k_e}{3 m d}}$$

Es #3

a) Condizioni stazionarie con T aperto \rightarrow L corto circuito



$$R'_{eq} = 3R // 3R = \frac{3R}{2}$$

$$R // R'_{eq} = \frac{3}{5}R$$

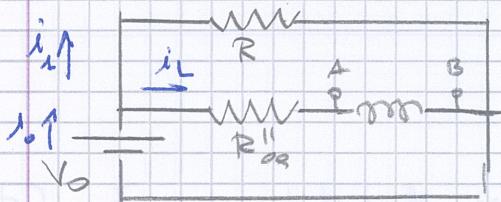
- $i_o = \frac{V_o}{\frac{3}{5}R} = \frac{5V_o}{3R} = 1A$

- L'è assimilabile ad un corto circuito $V_A - V_B = 0V$

- Corrente nell'induttore $i_L = \frac{V_o}{R'_{eq}} = \frac{V_o}{\frac{3}{2}R} = \frac{2V_o}{3R} = 0.4A$

b) Immmediatamente dopo la chiusura di T è la corrente che

percorre L'è la stessa del punto a) $i_L = \frac{2V_o}{3R} = 0.4A$



$$i_o = i_1 + i_L$$

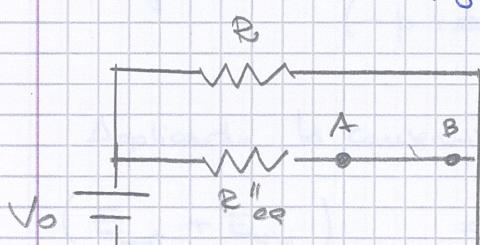
$$R''_{eq} = 3R // 3R // 3R = R$$

- $i_1 = \frac{V_o}{R} \rightarrow i_o = \frac{2V_o}{3R} + \frac{V_o}{R} = \frac{5}{3} \frac{V_o}{R} = 1A$

- Nel ramo che contiene l'induttore

$$V_o - i_L R''_{eq} = V_A - V_B \rightarrow V_A - V_B = V_o - \frac{2V_o}{3R} \cdot R = \frac{V_o}{3} = 20V$$

c) Nella nuova configurazione di stazionarietà \rightarrow L corto circuito



$$R // R''_{eq} = R/2$$

- $i_o = \frac{V_o}{R/2} = \frac{2V_o}{R} = 1.2A$

- $V_A - V_B = 0V$ (L si comporta come corto circuito)

Esercizio 1

In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti $A=(2,2)$ e $B=(-1,+6)$. Scrivere il vettore \vec{r}_{AB} che va dal punto A al punto B ed il versore \vec{u} che ne definisce la direzione.

Esercizio 2

In un sistema di assi cartesiano (x, y, z) è presente un campo magnetico $\vec{B} = B_0 \vec{k}$. Si assuma che localmente $B_0 = \beta z$. Si risolvano i quesiti seguenti.

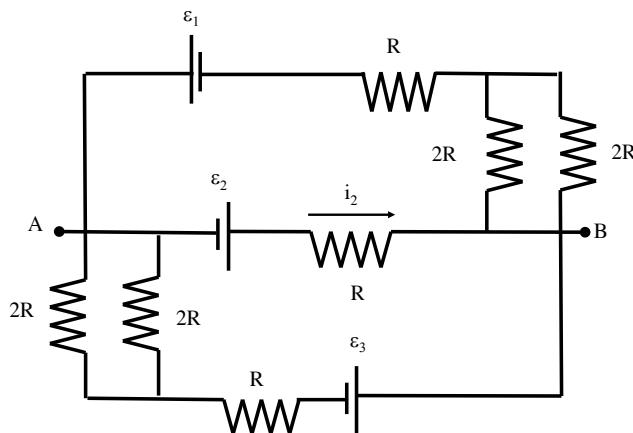
- Una carica puntiforme q di massa m , inizialmente nel punto $(0, 0, h)$, si muove con velocità iniziale $\vec{v} = -v_0 \vec{k}$. Calcolare la forza \vec{F} che agisce sulla carica e determinarne le equazioni del moto.
- Una carica puntiforme q di massa m , inizialmente nel punto $(0, 0, h)$, si muove con velocità iniziale $\vec{v} = -v_0 \vec{i}$. Calcolare la forza \vec{F} che agisce sulla carica e determinarne le equazioni del moto.
- Una spira circolare di raggio r_0 e resistenza R , parallela al piano (x, y) , si muove con velocità $\vec{v} = -v_0 \vec{k}$. Determinare la corrente indotta che la percorre ed il campo magnetico totale nel punto $(0, 0, h)$ quando la quota della spira è $z = h$.

(NB: si assuma $q > 0$, $v_0 > 0$, $\beta > 0$ e $h > 0$).

Esercizio 3

Nel circuito illustrato in figura $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4V_0$. Determinare:

- la corrente i_2 e la differenza di potenziale $V_A - V_B$ nel caso in cui anche $\varepsilon_3 = 4V_0$;
- il valore di ε_3 per cui la corrente $i_2=0$;
- il valore di ε_3 per cui $V_A - V_B=0$.



Esempio

a) Forza di Lorentz $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{v} = -N_0 \vec{k}$$

$$\vec{B} = \beta z \vec{k}$$

$$\vec{F} = q (-N_0 \vec{k}) \times (\beta z \vec{k}) = 0$$

$\vec{F} = 0 \rightarrow$ moto rettilineo uniforme lungo l'asse z

$$z(t) = h - N_0 t \quad (\text{se a } t=0 \quad z=h)$$

b) Forza di Lorentz

$$\vec{v} = -N_0 \vec{i}$$

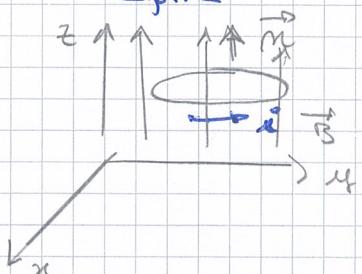
$$\vec{B} = \beta z \vec{i}$$

$$\vec{F} = q (-N_0 \vec{i}) \times (\beta z \vec{i}) = q N_0 \beta h \vec{j}$$

$\vec{F} \perp \vec{v}$ e $|\vec{F}| = q N_0 \beta h$ non varia \Rightarrow moto circolare uniforme di raggio $r = \frac{mv}{qB} = \frac{m N_0}{q \beta h}$

Il moto avviene attorno ad un asse parallelo all'asse z e passante per $x=r$, $y=0$

c) Durante il moto varia il flusso di \vec{B} concretamente con le spire \rightarrow f.e.m. indotta



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \pi r_0^2 \beta z$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r_0^2 \beta \left(- \frac{dz}{dt} \right) = \pi r_0^2 \beta N_0$$

* Corrente indotta nella spire $i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \pi r_0^2 \beta N_0 / R$

la corrente indotta nella spire produce un

campo magnetico che si oppone alla variazione di Φ_B (vedi figura)

* Nel punto $(0,0,h)$ sono presenti due campi magnetici

$$\vec{B} = \beta h \vec{k} \quad \text{campo esterno}$$

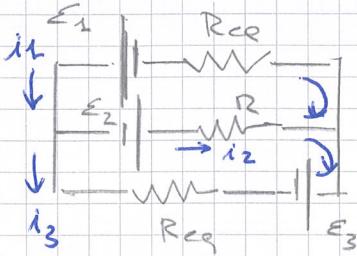
$$\vec{B}_{in} = \mu_0 N \frac{i \pi}{L} \vec{k} \quad \text{campo indotto}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{B}_{\text{tot}} &= \vec{B} + \vec{B}_{\text{ext}} = B \hat{h} \vec{K} + 2 K_m \frac{\pi}{r_0} i \hat{i} \vec{K} = \\
 &= \left(B \hat{h} + 2 K_m \frac{\pi}{r_0} \pi r_0^2 \beta \frac{N_0}{R} \right) \hat{N} = \\
 &= B \left(h + 2 K_m \pi^2 r_0 \beta \frac{N_0}{R} \right) \hat{K}
 \end{aligned}$$

Es #3

a) Circuito equivalente

$$R_{\text{eq}} = (2R \parallel 2R) + R = 2R$$



- LdK dei modi in A $i_1 = i_2 + i_3$
- LdN delle maglie (maglia sup) $-E_1 + i_1 R_{\text{eq}} + i_2 R - E_2 = 0$
- LdK delle maglie (maglia inf) $+E_2 - i_2 R - E_3 + i_3 R_{\text{eq}} = 0$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ 2Ri_1 + R i_2 = 8V_0 \\ R i_2 = 2R i_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_2 = 2i_3 \\ i_1 = 3i_3 \\ \Rightarrow 2R \cdot 3i_3 + R \cdot 2 \cdot i_3 = 8V_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_3 = V_0/R \\ i_1 = 3V_0/R \\ i_2 = 2V_0/R \end{cases}$$

Nel punto centrale: $V_A + E_2 - i_2 R = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -2V_0$

b) Valgono le equazioni precedute con $i_2 = 0$

$$\begin{cases} i_1 = i_3 \\ -E_1 + i_1 R_{\text{eq}} - E_2 = 0 \\ E_2 - i_2 R - E_3 + i_3 R_{\text{eq}} = 0 \end{cases} \Rightarrow E_3 = E_1 + 2E_2 = 12V_0$$

c) $V_A - V_B = 0 \rightarrow +E_2 - i_2 R = 0 \quad i_2 = +\frac{E_2}{R} = +\frac{4V_0}{R}$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ -E_1 + i_1 R_{\text{eq}} + i_2 R - E_2 = 0 \\ E_2 - i_2 R - E_3 + i_3 R_{\text{eq}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -E_1 + (i_2 + i_3) 2R + i_2 R - E_2 = 0 \\ E_2 - i_2 R - E_3 + i_3 2R = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(*) Sottrendo membro a membro $-E_1 + i_2 2R + i_2 R - E_2 - E_2 + i_2 R - E_3 = 0$
 $E_3 = -4V_0$

Esercizio 1

Si considerino i seguenti punti in un piano cartesiano xy : $A=(1,0)$, $B=(-3,0)$, $P=(3,-\sqrt{3})$. Scrivere il vettore \vec{a} che va dal punto P al punto A , il vettore \vec{b} che va dal punto P al punto B e calcolare il prodotto scalare $\vec{b} \cdot \vec{a}$.

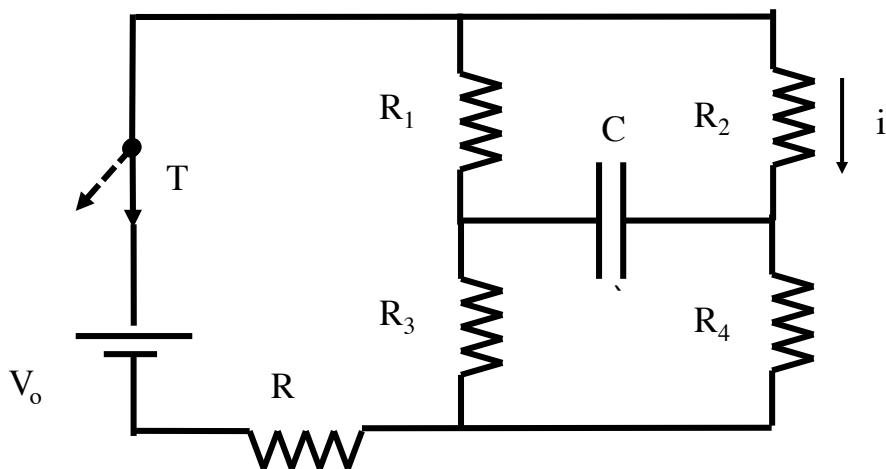
Esercizio 2

Consideriamo il piano xy . Al tempo $t = 0$ nel punto $(R, 0)$ vi è la particella P_1 con massa m e carica Q mentre nel punto $(-R, 0)$ vi è la particella P_2 con massa $2m$ e carica $2Q$. Le due particelle ruotano nel piano xy attorno all'origine, in senso antiorario e con modulo della velocità angolare ω . Calcolare:

- il modulo della velocità della particella P_1 (2 punti)
- il vettore velocità \vec{v}_2 della particella P_2 quando essa si trova in $(R, 0)$
- l'accelerazione centripeta della particella P_1 quando essa si trova in $(0, R)$
- la forza elettrostatica che agisce sulla particella P_1 dovuta alla particella P_2 nell'istante in cui P_1 ha raggiunto il punto $(0, R)$
- il modulo del campo magnetico prodotto nel punto $(0,0)$ dal moto delle due particelle

Esercizio 3

Si consideri il circuito in figura in cui i resistori valgono $R_1 = R$, $R_2 = 4R$ e $R_3 = R_4 = 2R$. Dopo essere stato a lungo chiuso, all'istante $t=0$ s l'interruttore T viene aperto.

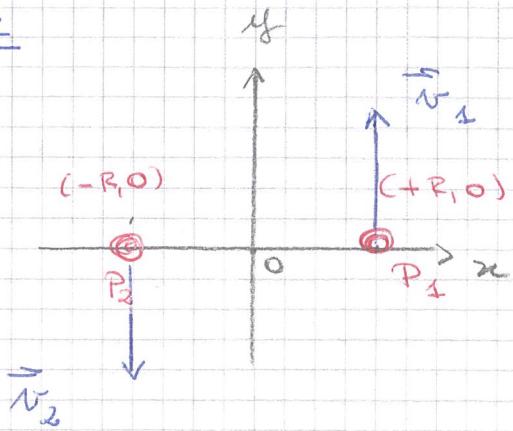


Determinare in funzione di R , V_0 e C la corrente i che attraversa il resistore R_2 e la carica presente sulle armature del condensatore C nei seguenti istanti:

- subito prima dell'apertura dell'interruttore;
- subito dopo l'apertura dell'interruttore;
- quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

Es 2

a)

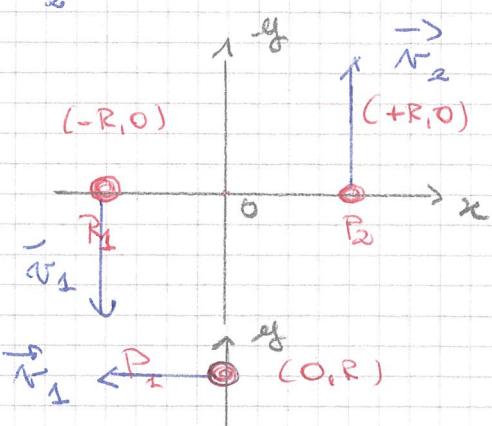


Moto circolare uniforme

$$\vec{N}_1 = \omega R \hat{j}$$

Il periodo del moto è $T = 2\pi/\omega$

b)



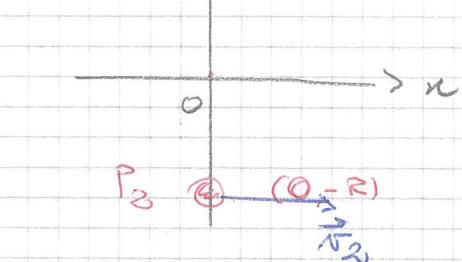
Moto circolare uniforme

$$\vec{N}_2 = \omega R \hat{j}$$

opposto

$$\vec{N}_2 = \omega K \times \vec{R} \hat{i} = \omega R \hat{j}$$

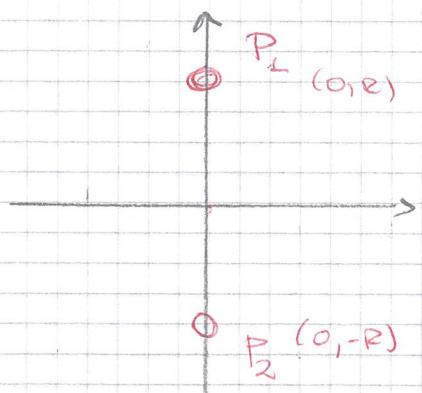
c)



Moto circolare uniforme

$$\vec{z}_1 = \frac{\omega^2}{R} (-\hat{j}) = -\omega^2 R \hat{j}$$

d)



$$\vec{r}_{P_2 P_1} = 2R \hat{j} \quad |\vec{r}_{P_2 P_1}| = 2R$$

$$\vec{F} = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{P_2 P_1} = K_e \frac{2Q^2}{4R^2} \hat{j}$$

$$= K_e \frac{Q^2}{2R^2} \hat{j}$$

e) Il moto circolare delle candele si

può assimilare a quello di 2 spire circolari
percorse da corrente

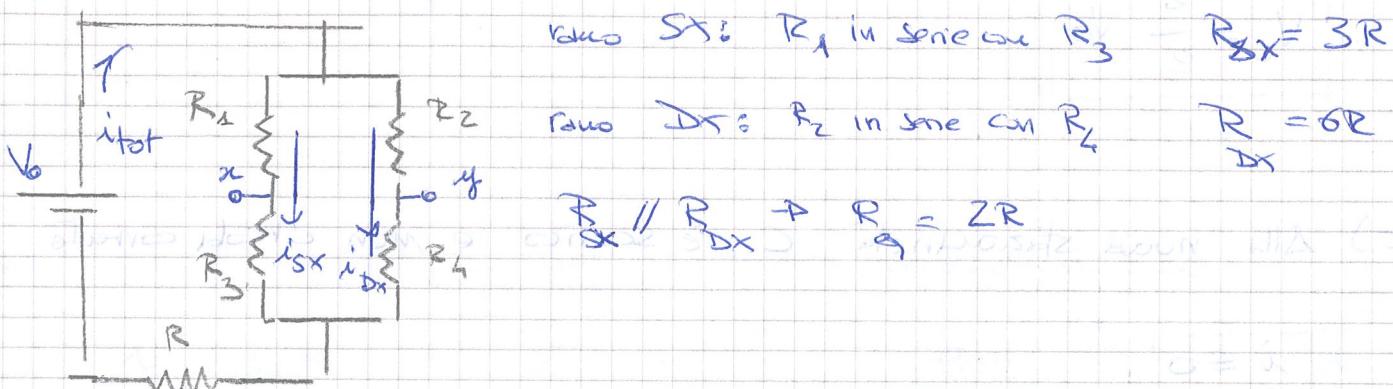
$$\circ \text{ moto } P_1 \rightarrow i_1 = \frac{q_1}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi} \Rightarrow B_1 = 2K_m \pi \frac{i_1}{R}$$

$$\circ \text{ moto } P_2 \rightarrow i_2 = \frac{q_2}{T} = \frac{2Q\omega}{2\pi} \Rightarrow B_2 = 2K_m \pi \frac{i_2}{R}$$

$$B = |\vec{B}_1 + \vec{B}_2| = 2K_m \pi \frac{1}{R} \left(\frac{\omega Q}{2\pi} + \frac{2\omega Q}{2\pi} \right) = 3K_m \frac{\omega Q}{R}$$

Es #3

d) prima dell'apertura dell'interruttore T il circuito si comporta come circuito aperto



Corrente Totale erogata da f.e.m. $i_{tot} = \frac{V_o}{(R_{SX} \parallel R_{DX}) + R} = \frac{V_o}{3R}$

La corrente totale si ripartisce nei 2 rami:

$$SX: i_{SX} = i_{tot} \cdot \frac{1/R_{SX}}{1/R_{SX} + 1/R_{DX}} = i_{tot} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2V_o}{3R}$$

$$DX: i_{DX} = i_{tot} \cdot \frac{1/R_{DX}}{1/R_{SX} + 1/R_{DX}} = i_{tot} \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{V_o}{3R}} = i$$

La ddp di cap. del condensatore è $V_c = V_x - V_y$

$$V_x = V_o - i_{SX} R_1 \Rightarrow V_c = -i_{SX} R + i_{DX} R = \frac{2}{3} V_o$$

$$V_y = V_o - i_{DX} R_2$$

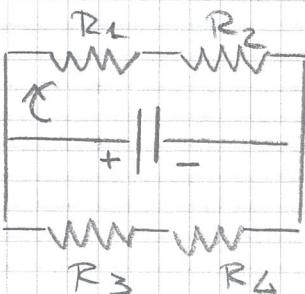
$$\boxed{Q = CV_c = \frac{2}{3} CV_o}$$

b) subito dopo l'apertura di T , la ddp di cap. di C non varia.

Il condensatore si comporta come f.e.m.

V_y risulta invece staccata dal resto del circuito \Rightarrow non eroga corrente

L'unica corrente presente nel circuito è quella legata allo scarico di C



È sufficiente considerare la maglia superiore

$$i = \frac{V_C}{R_1 + R_2} = -\frac{\frac{2}{3} V_o}{5 \Omega} = \boxed{-\frac{2}{15} \frac{V_o}{\Omega}}$$

$$\boxed{V_C = \frac{2}{3} V_o}$$

c) Alla nuova struttura C è scarico e non circoli corrente

$$\boxed{i = 0}$$

$$\boxed{V_C = 0}$$

Esercizio 1

Si considerino i seguenti punti in un piano cartesiano xy : $P(1,1)$, $A=(1,4)$ e $B=(-3,1)$. Scrivere il vettore \vec{a} che va dal punto P al punto A , il vettore \vec{b} che va dal punto P al punto B , il vettore $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ e determinare il modulo di \vec{d} .

Esercizio 2

Consideriamo il piano xy . Nel punto (x_0, y_0) , $x_0, y_0 > 0$ vi è la particella P_1 con carica $Q_1 = q$ mentre nel punto $(-x_0, y_0)$ vi è la particella P_2 carica $Q_2 = q$. All'infinito c'è una particella P_3 con carica $Q_3 = Q$.

Calcolare:

- il lavoro fatto dal campo elettrico generato dalle particelle P_1 e P_2 per portare la particella P_3 dall'infinito al punto $(0, 2y_0)$ (2 punti);
- la forza agente su P_3 (3 punti);

Successivamente le particelle P_1 e P_2 vengono messe in moto con moto circolare uniforme attorno all'origine. La velocità di P_1 è $\vec{v}_1 = (V, -V\frac{x_0}{y_0})$ e quella di P_2 è $\vec{v}_2 = (V, V\frac{x_0}{y_0})$.

Calcolare:

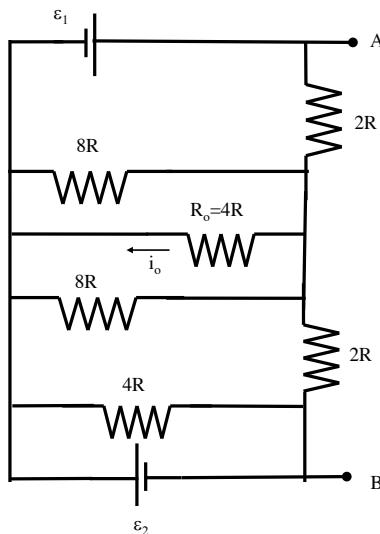
- il modulo della velocità angolare della particella P_1 (4 punti);
- il vettore campo magnetico nell'origine (4 punti);
- la forza su P_3 dovuta al campo magnetico.

Esercizio 3

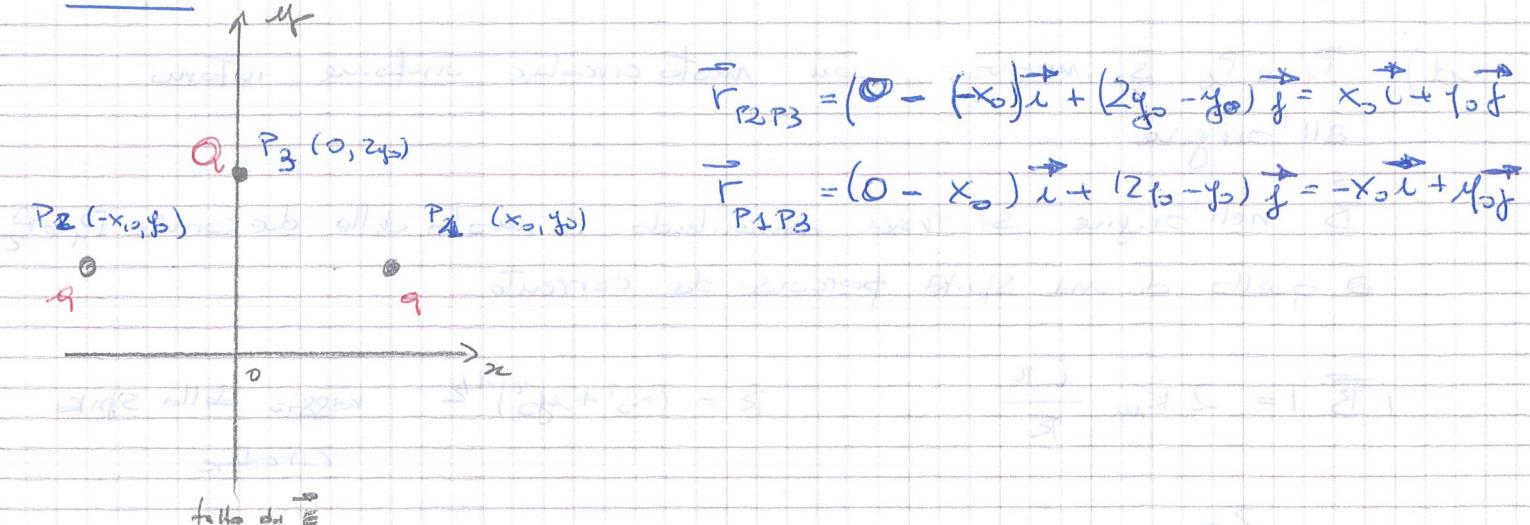
Nel circuito in figura le f.e.m. valgono $\varepsilon_1 = 2V_0$ e $\varepsilon_2 = 5V_0$.

Calcolare in funzione di R e V_0 :

- la corrente i_0 che percorre il resistore R_0 (4 punti);
- la corrente erogata dalla f.e.m. ε_1 (4 punti);
- la potenza totale dissipata nel circuito (4 punti);
- la differenza di potenziale $V_A - V_B$ tra il punto A e il punto B (4 punti).



Es 82



a) lavoro per portare Q da ∞ a $(0, 2y_0)$

$$L_{AB} = Q(V_A - V_B) \quad A: r \rightarrow \infty \quad V_A = 0$$

$$V_B = V_{P_1}(B) + V_{P_2}(B) = K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} + K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} = 2K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}$$

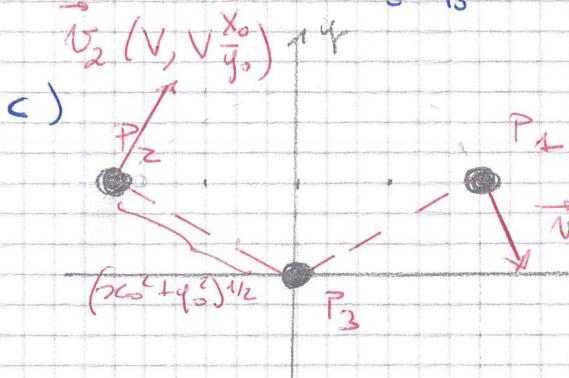
$$L = -K_e \frac{2q^2}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}$$

b) forza d'attrazione su P_3 : $\vec{F} = Q \vec{E}_{top}(0, 2y_0)$

$$\vec{E}_{P_1}(0, 2y_0) = K_e \frac{q}{|r_{P_1 P_3}|^2} \frac{\vec{r}_{P_1 P_3}}{|r_{P_1 P_3}|} = K_e \frac{q}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}} (-x_0 i + y_0 j)$$

$$\vec{E}_{P_2}(0, 2y_0) = K_e \frac{q}{|r_{P_2 P_3}|^2} \frac{\vec{r}_{P_2 P_3}}{|r_{P_2 P_3}|} = K_e \frac{q}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}} (x_0 i + y_0 j)$$

$$\vec{F} = K_e \frac{2q^2}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}} y_0 j$$



$$\omega_x = V^2 + Y^2 \frac{x_0^2}{y_0^2} = \left(\frac{V}{y_0}\right)^2 (x_0^2 + y_0^2)$$

$$\omega_x = \omega (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{V}{y_0}$$

$$\text{Analogamente si ha } \omega_2 = \left(\frac{V}{y_0}\right)^2 (x_0^2 + y_0^2)$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{V}{y_0}$$

P_1, P_2 rotano intorno all'origine con velocità d'angolo

$$\omega = V/y_0 (x_0 > 0)$$

d) P_1 e P_2 si muovono con moto circolare uniforme intorno all'origine

\rightarrow nell'origine si trova assorbito il moto delle due navi P_1 e P_2 e quello di una spira percorso da corrente

$$|\vec{B}| = 2K_M \frac{iR}{R} \quad R = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2} \quad \text{raggio della spira circolare}$$

$$i = \frac{2q}{T} \quad \text{corrente totale circolata a } P_1 \text{ e } P_2$$

T periodo del moto circolare

$$\text{cioè } T = 2\pi$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{V/x_0} = 2\pi \frac{M_0}{V}$$

$$|\vec{B}| = 2K_M \frac{1}{(x_0^2 + y_0^2)^{1/2}} \left(\frac{2q}{2\pi M_0/V} \right) \pi = 2K_M \frac{qV}{M_0 (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}}$$

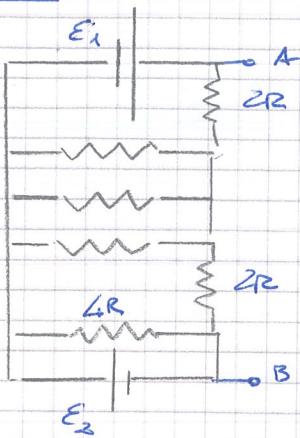
La direzione di \vec{B} si ottiene dalla regola della mano DX

$$\vec{B} = -2K_M \frac{qV}{M_0 (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}}$$

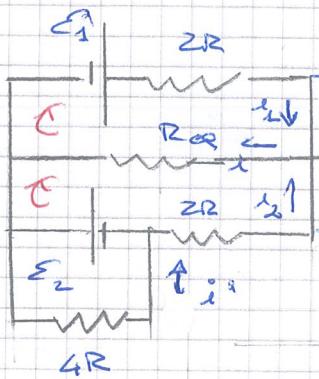
e) Forza agente su P_3 dovuta a \vec{B} (Forza di Lorentz)

$$\vec{F} = q(\vec{v}_3 \times \vec{B}) = 0 \quad \text{in quanto } P_3 \text{ è ferma} \quad (\vec{v}_3 = 0)$$

Es #3



Si riduce a



$$i = i_1 + i_2$$

$$i^1 = \frac{E_2}{4R} = \frac{5V_0}{4R}$$

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{8R} + \frac{1}{4R} + \frac{1}{8R} \right)^{-1} = 2R \quad 8R // 4R // 8R$$

LdNirchhoff maglia sop.

$$\begin{cases} E_1 - i_1(2R) - i(2R) = 0 & i_1 = \frac{3}{2} \frac{V_0}{R} \\ i(2R) + i_2(2R) + E_2 = 0 & i_2 = -\frac{2V_0}{R} \end{cases}$$

LdNirchhoff maglia int.

$$i = i_1 + i_2 \quad i = -\frac{V_0}{2R}$$

c) Corrente i_0 che percorre il resistore R_0

$$i_0 = i \cdot \frac{\frac{1}{4R}}{\frac{1}{R_{eq}}} = i \left(\frac{1}{2} \right) = -\frac{V_0}{4R}$$

b) Corrente

$$i_1 = \frac{3V_0}{2R}$$

c) Potenza dissipata nel circuito

$$P_1 = i_1^2 (2R) = \frac{19}{4} \frac{V_0^2}{R}$$

$$P_0 = i^2 R_0 = \frac{2}{4} \frac{V_0^2}{R}$$

$$P_2 = i_2^2 (2R) = 8 \frac{V_0^2}{R}$$

$$P_3 = i^2 (4R) = \frac{25}{4} \frac{V_0^2}{R}$$

$$\Rightarrow P_{tot} = P_1 + P_0 + P_2 + P_3 = \frac{77}{4} \frac{V_0^2}{R}$$

Resistore $4R$ in parallelo con E_2

d) ddp tra A e B

$$V_A - E_1 - E_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = E_1 + E_2 = 7V_0$$

Esercizio 1

Consideriamo il vettore $\vec{u} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ ed il vettore \vec{v} che va dall'origine $(0,0)$ al punto $P = (2\sqrt{3}, -2)$. Calcolare \vec{v}^2 ed il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Esercizio 2

Consideriamo il piano xy . Nell'origine vi è un filo perpendicolare al piano xy , ossia parallelo all'asse z . Questo filo è percorso da una corrente I nel verso positivo dell'asse z .

Nel punto $P_0 = (0, d)$ vi è una carica Q_0 che si muove con velocità $\vec{v} = -u \vec{k}$. Nel punto $P_1 = (0, 3d)$ vi è una carica Q_1 ferma.

Calcolare:

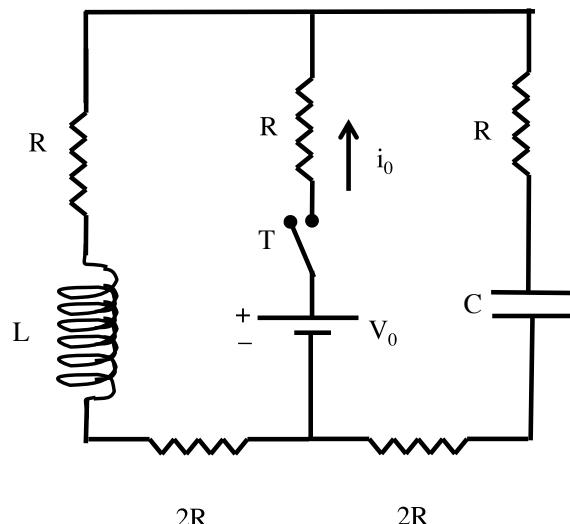
- la forza che Q_1 esercita su Q_0 (3 punti)
- il potenziale elettrico in $P_2 = (0, 2d)$ dovuto alle due cariche sapendo che il potenziale elettrico all'infinito è nullo (3 punti)
- il modulo del campo magnetico generato dalla corrente che percorre il filo in P_0 (2 punti)
- il versore del campo magnetico generato dalla corrente che percorre il filo in P_0 (4 punti)
- la forza di Lorentz su Q_0 (4 punti)

Esercizio 3

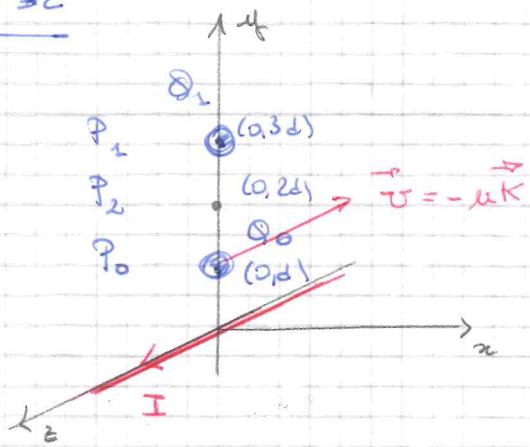
Si consideri il circuito in figura. Il condensatore di capacità C è inizialmente scarico. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso.

Calcolare:

- la carica presente su C subito dopo la chiusura di T (3 punti)
- la differenza di potenziale ai capi dell'induttore L subito dopo la chiusura di T (3 punti)
- la carica presente su C quando si raggiunge la stazionarietà (3 punti)
- la differenza di potenziale ai capi dell'induttore L quando si raggiunge la stazionarietà (3 punti)
- la corrente i_0 nel caso in cui T sia chiuso ed i valori di C ed L sono tali che, ad un certo istante, la carica presente sulle armature di C è $CV_0/4$ e, in quello stesso istante, la differenza di potenziale ai capi di L è $V_0/4$ (4 punti)



Es #2



$$P_0 = (0, d)$$

$$P_1 = (0, 2d)$$

$$\text{Vettore da } P_1 \text{ a } P_0 \rightarrow \vec{r}_{P_1 P_0} = (d - 3d) \hat{j} = -2d \hat{j}$$

$$r_{P_1 P_0} = 2d$$

$$\frac{\vec{r}_{P_1 P_0}}{r_{P_1 P_0}} = -\hat{j}$$

a) Forza elettrica esercitata da Q_1 su Q_0

$$\vec{F} = k_e \frac{Q_1 Q_0}{r_{P_1 P_0}^2} \frac{\vec{r}_{P_1 P_0}}{r_{P_1 P_0}} = -k_e \frac{Q_1 Q_0}{4d^2} \hat{j}$$

b) Potenziale elettrico in P_2 : additività dei potenziali

$$V_{Q_0}(P_2) + V_{Q_1}(P_2) = k_e \frac{Q_0}{d} + k_e \frac{Q_1}{d}$$

c, d) Campo magnetico prodotto dalla corrente in P_0

Usando la relazione di Biot-Savart

$$\vec{B} = 2K_m \frac{I}{d} (-\hat{x}) = -2K_m \frac{I}{d} \hat{x}$$

verso determinato

dalla regola della

mano destra

e) Forza prodotta dal campo magnetico su Q_0

$$\vec{F} = Q_0 (-\hat{u}_K) \times \left(-2K_m \frac{I}{d} \hat{x} \right) =$$

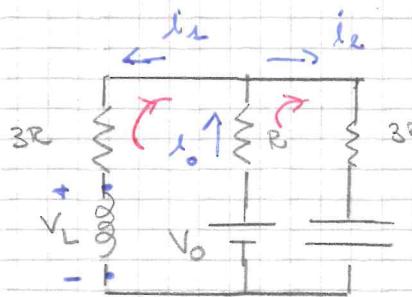
$$= + 2Q_0 \mu K_m \frac{I}{d} \hat{y}$$

ES #3

a+b) Primi della chiusura di T, nel circuito non circola corrente ed il condensatore è scarico.

Subito dopo la chiusura di T

- rdms in cui è presente C: ddp di capi di C $V_C = 0$
- rdms in cui è presente L: ddp di capi di L $V_L \neq 0$



$$sx: Y_L + i_0 R - Y_o = 0$$

$$dx: Y_o - i_0 R - \frac{1}{2}(3R) = 0 \rightarrow V_L = \frac{3}{4} V_o$$

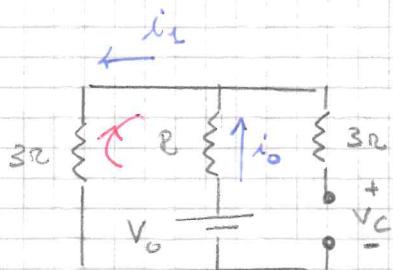
$$i_1 + i_2 = i_2 = i_0$$

$$\mathcal{Q} = CV = 0$$

c+d) Alc stationaria:

$$Y_L = 0$$

$$i_2 = 0 \rightarrow i_0 = i_1 + i_2 = i_1$$



$$sx: i_1(3R) + i_0 R - Y_o = 0 \rightarrow i_0 = \frac{V_o}{4R}$$

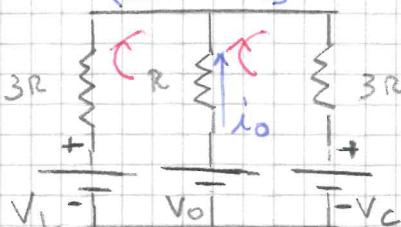
$$dx: V_o - R i_0 - V_C = 0 \quad V_C = \frac{3}{4} V_o$$

$$\mathcal{Q} = \frac{3}{4} CV_o$$

e) Si possono sostituire C, e L con dei generatori di tensione il cui valore è

$$V_C = \frac{V_o}{4}$$

$$V_L = \frac{V_o}{4}$$



$$i_0 = i_1 + i_2$$

$$sx: V_L + i_1(3R) + i_0 R - V_o = 0$$

$$-\frac{3}{4} V_o + i_1 3R + i_0 R = 0$$

$$dx: V_o - i_0 R - i_2 3R - V_C = 0$$

$$\frac{3}{4} V_o - i_0 R - i_2 3R = 0$$

$$i_0 = \frac{\frac{3}{4} V_o}{R}$$

Risolvendo il sistema