

# 1 VETTORI

## 1.1 Somma

Dati due vettori  $\vec{v} = (x_1, y_1)$  e  $\vec{w} = (x_2, y_2)$  la loro somma è un *vettore* avente per **componenti** la somma delle componenti di  $v$  e  $w$ :

$$\vec{v} + \vec{w} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) \quad (1)$$

(regola del parallelogramma)

Il **modulo** di

$$|\vec{v} + \vec{w}| \leq |\vec{v}| + |\vec{w}| - |\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + \dots} \quad (2)$$

è la somma dei quadrati di ogni componente.

## 1.2 Moltiplicazione per uno *scalare*

Dati il vettore  $\vec{v} = (x, y)$  ed il numero reale  $\lambda$ , il vettore  $\lambda \vec{v}$  ha per componenti quelle del del vettore  $\vec{v}$  moltiplicate per  $\lambda$ :

$$\lambda \vec{v} = (\lambda x, \lambda y)$$

Esempio: sia  $\vec{v} = (1, 2)$ , determinare  $2\vec{v}$  e  $-\vec{v}$ .

- $2\vec{v} = (2 \times 1, 2 \times 2) = (2, 4)$
- $-\vec{v} = (-1 \times 1, -1 \times 2) = (-1, -2)$
- $-\vec{v}$  è l'**opposto** di  $\vec{v}$ . Ovvero il **verso** si inverte perché moltiplicato per un numero **negativo**.

### 1.2.1 Prodotto scalare e angolo tra vettori

Dati due vettori  $\vec{v} = (x_1, y_1)$  e  $\vec{w} = (x_2, y_2)$  il loro **prodotto scalare**, che si indica con la notazione  $\vec{v} \times \vec{w}$ , è assegnato dalla seguente formula:

$$\vec{v} \times \vec{w} = x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2$$

che è **numero reale**.

$$x_1 = |\vec{v}| \cos \Theta_1$$

$$x_2 = |\vec{w}| \cos \Theta_2$$

$$y_1 = |\vec{v}| \sin \Theta_1$$

$$y_2 = |\vec{w}| \sin \Theta_2$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \vec{w} &= x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2 = |\vec{v}| \cos \Theta_1 \times |\vec{w}| \cos \Theta_2 + |\vec{v}| \sin \Theta_1 \times |\vec{w}| \sin \Theta_2 \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times (\cos \Theta_1 \cos \Theta_2 + \sin \Theta_1 \sin \Theta_2) \\ &= |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos(\Theta_2 - \Theta_1) = |\vec{v}| \times |\vec{w}| \times \cos \alpha \end{aligned}$$

- $\Theta_1$  è l'angolo del vettore  $\vec{v}$

- $\Theta_2$  è l'angolo del vettore  $\vec{w}$

Segue che:  $-\vec{v} \times \vec{w} > 0 \iff \alpha$  è **minore** di 90 -  $\vec{v} \times \vec{w} < 0 \iff \alpha$  è **maggiore** di 90 -  $\vec{v} \times \vec{w} = 0 \iff \alpha$  **retto** (vettori **perpendicolari**) oppure uno dei due è il vettore **nullo**

### Angolo tra due vettori

Per calcolare l'angolo tra due vettori si deve trovare l'angolo tra **ogni** vettore e l'asse delle  $x$ , dopo si fa la differenza tra gli angoli. Angolo con l'asse delle  $x$ :

$$\Theta_{v_1} = \arctan\left(\frac{j}{i}\right)$$

$$\text{Esempio: } \vec{v}_1 = 15\vec{i} - 8\vec{j} \quad \vec{v}_2 = 8\vec{i} - 15\vec{j}$$

Angolo tra  $v_1$  e  $v_2$  con l'asse delle  $x$ :

$$\Theta_{v_1} = \arctan\left(\frac{-8}{15}\right) \quad \Theta_{v_2} = \arctan\left(\frac{-15}{8}\right)$$

Angolo tra  $v_1$  e  $v_2$ :  $\Theta_{v_1} - \Theta_{v_2}$

**NOTA:**  $\frac{\pi}{2}$  è l'angolo di 90.

Calcolo vettori

Dati due punti  $A = (x, y)$  e  $B = (x, y)$ . Per determinare il **vettore**  $\vec{r}_{AB}$  si fa la somma delle differenze dei componenti **arrivo - partenza**:

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

VERSORI

Il versore  $r$  si trova dividendo il vettore  $\vec{r}$  per il suo modulo  $r$ :

$$r = \frac{\vec{r}}{r}$$

DIFFERENZA

Somma della differenza tra le componenti. Esempio:

$$\text{Siano dati: } \vec{a} = 0\vec{i} - 3\vec{j} \quad \vec{b} = 4\vec{i} + 0\vec{j}$$

$$\text{La loro differenza: } \vec{a} - \vec{b} = (0 - 4)\vec{i} + (-3 + 0)\vec{j} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$$

## ELETTROMAGNETISMO

### CARICHE

Corrente Elettrica è la carica totale che passa per un filo in un periodo di tempo.

Per la **legge della conservazione** della carica il voltaggio totale erogato dal sistema è uguale alla somma di tutti i cali del circuito.??

- Delle resistenze in serie vengono attraversate dalla stessa **intensità** di corrente ( $A$ , ampere)

- **Potenziale** è **in un punto** (per esempio all'inizio di un resistore). **Differenza di potenziale** = Potenziale in punto  $A$  - Potenziale in punto  $B$  - **Tensione** = **differenza di potenziale** in  $V$  (volt) -  $V = Ri$  -  $i = \frac{V}{R}$  -  $R = \frac{V}{i}$

- Tensioni su due resistori in parallelo sono medesime - La corrente che circola nei resistori è sempre la stessa, cambia la tensione tra un capo e un altro.

Una *f.e.m.* di  $x$   $V$  (volt) vuol dire che ai capi, ha una differenza di potenziale di  $x$

### Conservazione dell'energia

Con resistenze maggiori si ha un calo maggiore di voltaggio (del potenziale)  
Con resistenze minori si ha un calo minore

## 1.3 Circuiti

### 1.3.1 Generatore

Un generatore di tensione, è caratterizzato da una **differenza di potenziale** ai suoi capi denominata **forza elettromotrice** e si tratta di una tensione elettrica misurata in  $V$  (volt).

Una *f.e.m.* di  $10V$  vuol dire che la **differenza di potenziale** tra il polo positivo e il polo negativo è di  $10V$ . Che è anche la tensione erogata dal generatore.

Il generatore di tensione, sarà in grado di erogare una corrente  $I$  solo una volta che il circuito sarà chiuso su di un carico (resistenza)  $R$ . Se il generatore rimane flottante **non** vi sarà alcuna corrente circolante.

- *f.e.m.* in  $V$  (volt): forze elettro-motrici (\*tensioni\* ai capi dei **generatori**)
- *c.d.t.* in  $V$  (volt): cadute di tensione (\*tensioni\* ai capi delle **resistenze**)

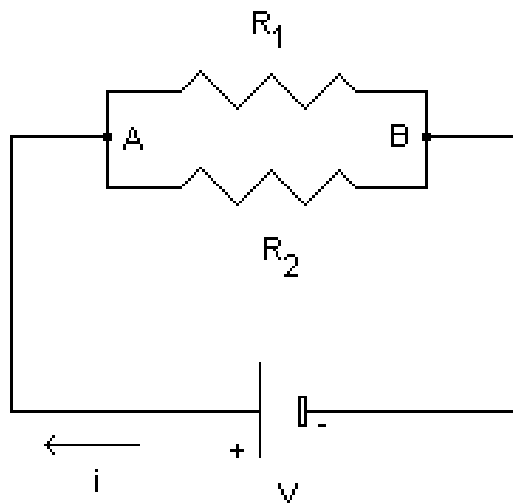
**TENSIONE** = *d.d.p.* differenza di potenziale (elettrico)

### 1.3.2 RESISTORI IN SERIE

![Circui51](assets/Circu22.gif)

E' importante infine riassumere ciò che caratterizza un circuito di **resistori collegati in serie**:

1. nei singoli resistori e nel generatore stesso circola la medesima corrente (es.  $2A$ , rimane uguale per tutti)
2. la somma delle cadute di potenziale ai capi dei resistori eguaglia la tensione del generatore (la caduta di potenziale ai capi



dei resistori è **diversa** per ciascun resistore) 3. la resistenza equivalente (totale) è data dalla somma delle resistenze

### 1.3.3 RESISTORI IN PARALLELO

**Ai capi ( $A$  e  $B$ ) dei due resistori vi è la medesima tensione** che è quella del generatore. Questo fatto caratterizza i resistori collegati in parallelo.

Dentro i due resistori circoleranno correnti in generali **diverse** la cui somma, a causa del principio di conservazione della carica, uguaglierà la corrente complessiva che passa nel generatore.

Avremo:

![Circui51](assets/Circui54.gif)

Le due **correnti** sono immediatamente **calcolabili**:

- $i_1 = \frac{V}{R_1}$
- $i_2 = \frac{V}{R_2}$

essendo la **tensione ai capi** dei due **resistori** la **stessa**, ovvero la **tensione  $V$  del generatore**.

La corrente  $i$  che attraversa il circuito si trova tenendo conto di tutte le resistenze.

### 1.3.4 CONDENSATORE

Ha la capacità di immagazzinare energia elettrica tra le sue armature

- **Circuito (interruttore) aperto : non passa corrente** - **Circuito (interruttore) chiuso : passa corrente**

- **Condensatore scarico + circuito chiuso** (interruttore chiuso, quindi passa corrente) -  $\neg$  passa corrente attraverso il Condensatore **finché** esso non sarà **carico**. - **Condensatore carico : non passa corrente** (si comporta come un circuito aperto)

INDUTTORE

è il **duale** del Condensatore.

**Corto circuito = Circuito chiuso** -  $\neg$  resistenza prossima allo **0** quindi passa corrente.

**STAZIONAREITÀ:**

- **Condensatore carico** non passa corrente
- **Induttore è corto circuito / circuito chiuso**

**NON STAZIONAREITÀ:**

- **Condensatore**
  - in **scarica** passa corrente (diventa un generatore)
  - in **carica** passa corrente
  - in **parallelo** con Resistore: resistore si **annulla**
- **Induttore: non passa corrente** (circuito aperto)

In **parallelo** con Resistore:

Esercizio 2

- **Calcolo potenziale elettrico in un punto:**

Il potenziale elettrico in un punto è dato dalla somma dei potenziali (di altri punti) che agiscono su quel punto.

- 1 punto:  $k_e \frac{q}{r}$
- 2 punti (somma):  $k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2}$

- **Calcolo campo elettrico in un punto o forza nulla in un punto:** Il campo elettrico in un punto è dato dalla somma dei campi elettrici (di altri punti) in quel punto.

- 1 punto:  $k_e \frac{Q}{|r_1 - r_2|^2}$
- 2 punti:  $k_e \frac{Q_1}{|r_1 - r_2|^2} + k_e \frac{Q_2}{|r_2 - r_3|^2}$

Se la **forza è nulla** allora i campi elettrici che agiscono in quel punto si annullano, quindi la loro somma è uguale a 0

- calcolo del campo magnetico in un punto
- forza totale su una carica che si muove con una velocità

- calcolo del campo elettrico generato

$$1 + 2 = 3 + ++$$

$$1 = 3 - 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 = 3 - 2$$