Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 21/06/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(-1,-8) e B=(7,7). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Determinare quale tra i seguenti vettori $\vec{v_1} = 15\vec{i} - 8\vec{j}$ e $\vec{v_2} = 8\vec{i} - 15\vec{j}$ forma un angolo di $\frac{\pi}{2}$ con $\vec{r}_{AB}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica $q_A = Q$, nel punto $B = (\ell, 0)$ $(\ell > 0)$ c'è una carica $q_B = Q/\sqrt{2}$ e nel punto $L = (0, -\ell)$ c'è un filo che si estende infinitamente nella direzione dell'asse z. Calcolare:

a) Il potenziale elettrico nel punto L sapendo che il potenziale all'infinito è nullo

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ nel punto L

c) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione -$\vec{k}$, il campo magnetico nell'origine

d) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione -$\vec{k}$, la forza totale sulla carica q_A se essa si muove con velocità $\vec{v}_A = u\vec{i}$

e) Nel caso in cui il filo fosse uniformemente carico con densità di carica λ, il campo elettrico $\vec{E}$ generato dal filo nell'origine

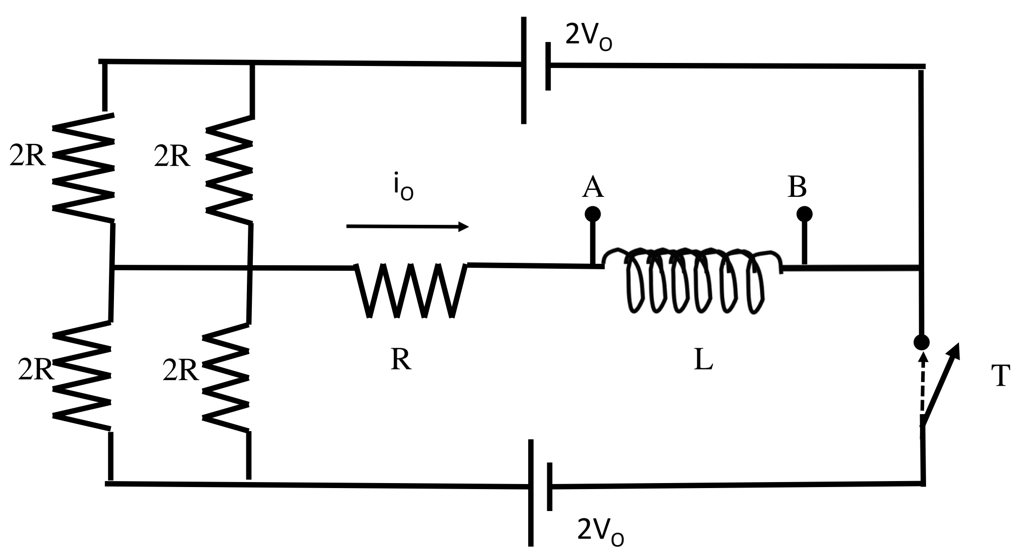
Esercizio 3
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare:

a) la corrente i_0 immediatamente prima di chiudere T

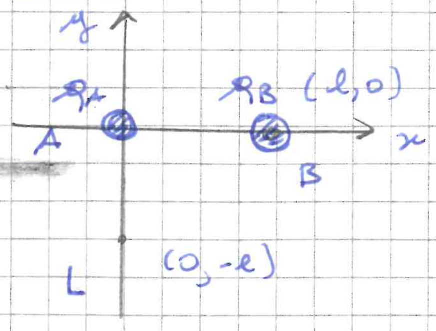
b) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ subito dopo la chiusura di T

c) la corrente i_0 alla stazionarietà

d) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ che comparirebbe ai capi di L se alla stazionarietà venisse nuovamente aperto T



Es #2



Vettore da $A \to L$

$\vec{r}_{AL} = -\ell \vec{j} \qquad r_{AL} = \ell$

Vettore da $B \to L$

$\vec{r}_{BL} = -\ell \vec{i} - \ell \vec{j} \qquad r_{BL} = \ell\sqrt{2}$

a) Potenziale in L

$$V = k_e \frac{q_A}{r_{AL}} + k_e \frac{q_B}{r_{BL}} + V_0 = k_e \frac{Q}{\ell} + k_e \frac{Q/\sqrt{2}}{\ell\sqrt{2}} + V_0 = \frac{3}{2} k_e \frac{Q}{\ell} + V_0$$

$\lim_{r \to \infty} V(r) = 0 \to V_0 = 0 \qquad V = k_e \frac{3Q}{2\ell}$

b) Campo elettrico in L

$$\vec{E} = k_e \frac{q_A}{r_{AL}^2} \frac{\vec{r}_{AL}}{r_{AL}} + k_e \frac{q_B}{r_{BL}^2} \frac{\vec{r}_{BL}}{r_{BL}} = k_e \frac{Q}{\ell^2}(-\vec{j}) + k_e \frac{Q/\sqrt{2}}{2\ell^2}\left(-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= -k_e \frac{Q}{\ell^2}\left[\frac{1}{4}\vec{i} + \frac{5}{4}\vec{j}\right]$$

c) Campo magnetico prodotto dalla corrente nell'origine

$$B = 2k_m \frac{I}{r_{AL}} = 2k_m \frac{I}{\ell}$$

Direzione e verso di $\vec{B}$ dati dalla regola della mano DX

$\vec{B} = 2k_m \frac{I}{\ell} \vec{i}$ (NB: corrente "entra" nel foglio)

d) Forza totale su q_A $\qquad \vec{F} = q_A(\vec{E} + \vec{v}_A \times \vec{B})$

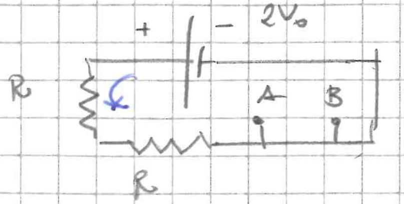
- $\vec{v}_A \times \vec{B} = 0$ perché $\vec{v}_A \,//\, \vec{B}$ $\qquad \Rightarrow \vec{F} = -k_e \frac{Q^2}{\ell^2\sqrt{2}} \vec{i}$
- $\vec{E} = k_e \frac{q_B}{r_{BA}^2} \frac{\vec{r}_{BA}}{r_{BA}} = k_e \frac{Q/\sqrt{2}}{\ell^2}(-\vec{i})$

e) Campo prodotto dalla distribuzione lineare di carica elettrica

$$\vec{E} = 2k_e \frac{\lambda}{r_{AL}} \vec{j} = 2k_e \frac{\lambda}{\ell} \vec{j}$$

ESU 3

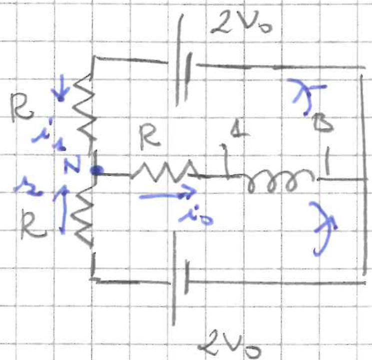
a) prima della chiusura di T $\Rightarrow$ L corto circuito



$2R // 2R \Rightarrow R$

$2V_0 - 2R\, i_0 = 0 \qquad i_0 = \frac{V_0}{R}$

b) subito dopo la chiusura di T $\Rightarrow$ L si comporta come un generatore di corrente che genera una corrente $i_0 = \frac{V_0}{R}$ e di cui capi è presente la d.d.p $V_A - V_B$



- Maglia sup. $2V_0 - i_1 R - i_0 R - (V_A - V_B) = 0$

$2V_0 - i_1 R - V_0 - (V_A - V_B) = 0$

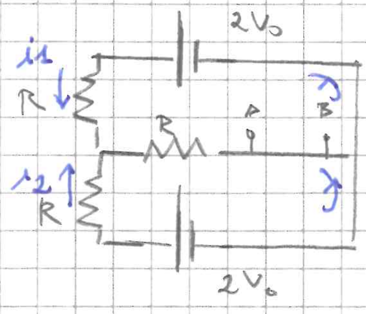
- Nodo "N" $i_1 + i_2 = i_0 \rightarrow i_1 = i_0/2$

poiché $i_1 = i_2$

$\Rightarrow \quad 2V_0 - \frac{i_0}{2} R - V_0 = (V_A - V_B)$

$V_A - V_B = V_0/2$

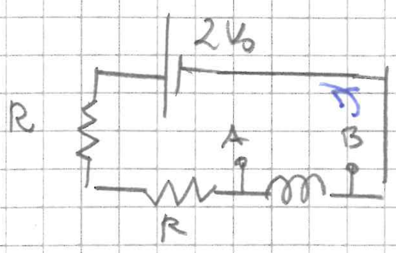
c) stazionarietà $\Rightarrow$ L corto circuito $V_A - V_B = 0$



- Maglia sup $2V_0 - i_1 R - i_0 R = 0$
- Nodo N $i_1 + i_2 = i_0 \rightarrow i_1 = i_0/2$

$\Rightarrow \quad 2V_0 - \frac{i_0}{2} R - i_0 R = 0 \qquad i_0 = \frac{4V_0}{3R}$

d) riapertura di T $\Rightarrow$ L generatore di corrente che eroga $i_0 = 4V_0/3R$ e di cui capi d.d.p $V_A - V_B$



- Maglia sup $2V_0 - i_0 (2R) - (V_A - V_B) = 0$

$V_A - V_B = -\frac{2}{3} V_0$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 22/07/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti P=(1,2), A=(4,2) e B=(1,5). Scrivere i vettori $\vec{r}_{PA}$ dal punto P al punto A, $\vec{r}_{PB}$ dal punto P al punto B ed il vettore $\vec{d} = \vec{r}_{PA} - \vec{r}_{PB}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nel punto $A \equiv (0, \ell)$ $(\ell > 0)$ c'è una carica $q > 0$ che è ferma, nel punto $B \equiv (0, -\ell)$ c'è una carica $-q$ anch'essa ferma mentre nel punto $L \equiv (2\sqrt{2}\ell, 0)$ c'è una carica Q che si muove con velocità $\vec{v} = u(\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j})$. Calcolare:

a) il potenziale generato in L dalle due cariche che si trovano in A e B sapendo che il potenziale all'infinito vale $V = 0$

b) il campo elettrico $\vec{E}$ generato in L dalle due cariche che si trovano in A e B

c) il lavoro che dovrebbe fare il campo elettrico $\vec{E}$ per spostare la carica Q da L all'origine

d) il campo elettrico generato in A dalla carica Q

e) il campo magnetico in A

Esercizio 3
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto ed il condensatore C carico. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare:

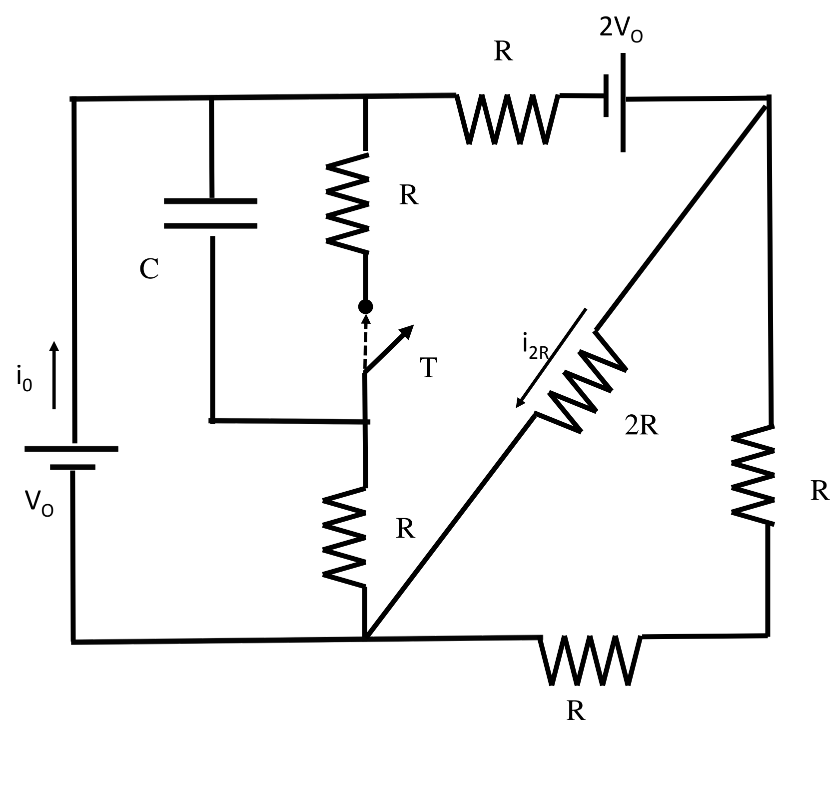
a) la corrente i_0 immediatamente prima di chiudere T

b) la corrente i_{2R} immediatamente prima di chiudere T

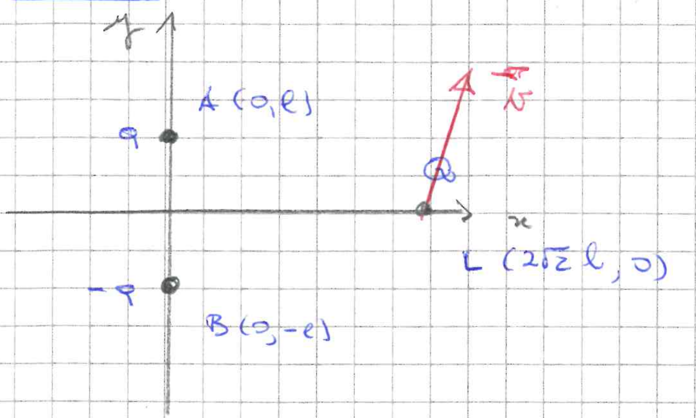
c) la corrente i_0 subito dopo la chiusura di T

d) la corrente i_{2R} subito dopo la chiusura di T

e) la corrente i_0 alla stazionarietà



Es # 2



$\vec{r}_{AL} = 2\sqrt{2}\,\ell\,\vec{\imath} - \ell\,\vec{\jmath} \qquad |\vec{r}_{AL}| = 3\ell$

$\vec{r}_{BL} = 2\sqrt{2}\,\vec{\imath} + \ell\,\vec{\jmath} \qquad |\vec{r}_{BL}| = 3\ell$

a) Potenziale in L

$$V(L) = K_e \frac{q}{r_{AL}} + K_e \frac{(-q)}{r_{BL}} + V_0 = K_e \frac{q}{3\ell} + K_e \frac{(-q)}{3\ell} + V_0$$

Per $r \to \infty$ $V(r) = 0 \implies V_0 = 0$ $\quad V(L) = 0$

b) Campo elettrico in L

$$\vec{E}_A = K_e \frac{q}{r_{AL}^2} \frac{\vec{r}_{AL}}{r_{AL}} = K_e \frac{q}{9\ell^2} \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\,\vec{\imath} - \frac{1}{3}\vec{\jmath} \right)$$

$$\vec{E}_B = K_e \frac{(-q)}{r_{BL}^2} \frac{\vec{r}_{BL}}{r_{BL}} = -K \frac{q}{9\ell^2} \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\,\vec{\imath} + \frac{1}{3}\vec{\jmath} \right)$$

$$\vec{E}_A + \vec{E}_B = K_e \frac{q}{9\ell^2} \left(-\frac{2}{3}\vec{\jmath} \right) = -K_e \frac{2q}{27\ell^2}\vec{\jmath}$$

c) Lavoro fatto da $\vec{E}$ per portare Q da da $(2\sqrt{2}\,\ell, 0)$ a $(0,0)$

$$L = Q\,(V(L) - V(0))$$

$$V(0) = K_e \frac{q}{\ell} + K_e \frac{(-q)}{\ell} = 0 \qquad \implies L = 0$$

d) $$\vec{E}_Q(A) = K_e \frac{Q}{r_{AL}^2} \frac{\vec{r}_{LA}}{r_{AL}} = K_e \frac{Q}{9\ell^2} \left(-\frac{\vec{r}_{AL}}{r_{AL}} \right) = K_e \frac{Q}{9\ell^2} \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{\imath} + \frac{1}{3}\vec{\jmath} \right)$$

$$= K_e \frac{Q}{27\ell^2} \left(-2\sqrt{2}\,\vec{\imath} + \vec{\jmath} \right)$$

e) Il campo magnetico in A è dovuto al moto della carica (Q) che si trova in L.

Ricordando la relazione tra $\vec{E}$ e $\vec{B}$ prodotti da una carica elettrica in moto

$$\vec{B} = \frac{K_\mu}{K_e}\,\vec{v}\times\vec{E} = \frac{K_\mu}{K_e}\left[u\,(\vec{i}+2\sqrt{2}\,\vec{j})\right]\times\left[K_e\frac{Q}{27\ell^2}\,(-2\sqrt{2}\,\vec{i}+\vec{j})\right]$$

$$= K_\mu\frac{Q u}{27\ell^2}\underbrace{(\vec{i}+2\sqrt{2}\,\vec{j})\times(-2\sqrt{2}\,\vec{i}+\vec{j})}_{9\vec{k}} = K_\mu\frac{Q u}{3\ell^2}$$

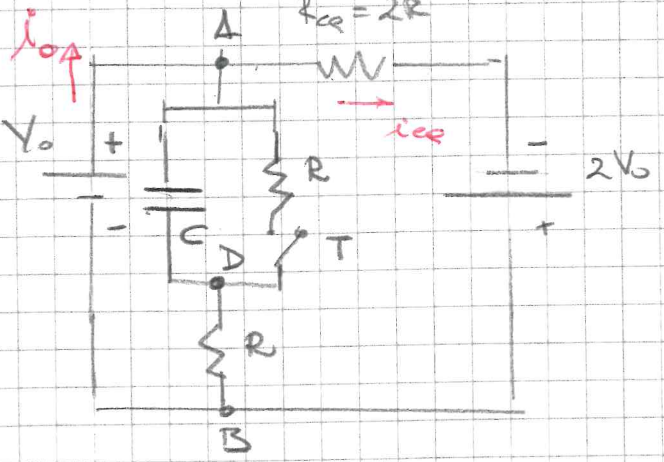
In alternativa, il moto di Q è assimilabile a quello di una carica in moto su una spira circolare di raggio $r_{AL} = 3\ell$ percorsa da una corrente

$$i = \frac{Q}{T} = \frac{Q}{2\pi R}\,v = \frac{Q u}{2\pi\ell} \qquad v = 3u \qquad R = r_{AL} = 3\ell$$

$$|\vec{B}| = 2K_\mu\frac{i\pi}{R} = K_\mu\frac{Q u}{3\ell^2}$$ con verso $+\vec{k}$ (regola mano DX)

Es #3

Circuito equivalente



NB: la corrente i_{2R} richiesta dal problema è $1/2$ della corrente che percorre R_{eq}

$$R_{eq} = [\underbrace{(R+R)//2R}_{2R//2R = R}] + R = 2R$$

a+b) Interruttore T aperto, condizioni stazionarie

- ramo centrale → circuito aperto $\quad i_0 = i_{eq}$
- ddp di capi di C → V_0

$$V_0 - R_{eq} i_{eq} + 2V_0 = 0 \qquad i_{eq} = \frac{3V_0}{2R} \qquad \begin{cases} i_0 = 3V_0/2R & \text{(a)} \\ i_{2R} = 3V_0/4R & \text{(b)} \end{cases}$$

c+d) Subito dopo la chiusura di T

la ddp di capi di C continua ad essere $V_0 \Rightarrow V_{AD} = V_0$

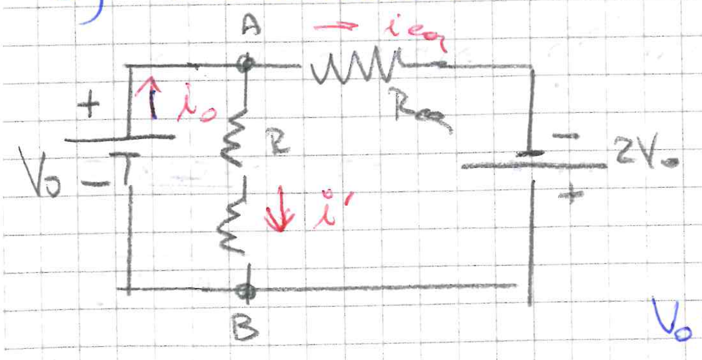
$\Rightarrow V_{DB} = 0$

(in quanto $V_{AB} = V_0$)

Non essendoci corrente che fluisce da A → B attraverso il ramo centrale si ha (maglia esterna)

$$V_0 - i_{eq} R_{eq} + 2V_0 = 0 \qquad i_{eq} = \frac{3V_0}{2R} \qquad \begin{cases} i_0 = 3V_0/2R & \text{(c)} \\ i_q = 3V_0/4R & \text{(d)} \end{cases}$$

e) Alla stazionarietà



$$i_0 = i' + i_{eq} \qquad \text{(e)}$$

$$i' = \frac{V_0}{2R} \qquad \Rightarrow i = \frac{2V_0}{R}$$

$$V_0 - i_{eq} R_{eq} + 2V_0 = 0 \rightarrow i_{eq} = \frac{3V_0}{2R}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 18/09/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiani (x, y) siano dati i punti A=(1,1) e B=(7,9). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ dal punto A al punto B e verificare se i seguenti vettori sono perpendicolari a $\vec{r}_{AB}$: $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ e $\vec{w} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica puntiforme positiva q e nel punto $B \equiv (L, 0)$ $(L > 0)$ c'è una carica puntiforme $Q = -9q$. Calcolare:

a) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$;

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$;

c) Il valore della coordinata $x_0 < 0$ per cui il campo elettrico $\vec{E}$ è nullo;

d) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;

e) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;

f) Il lavoro fatto dal campo elettrico per muovere una carica e dal punto $(L/2, 0)$ al punto $(3L/2, 0)$.

Esercizio 3
Per il circuito illustrato in figura determinare:

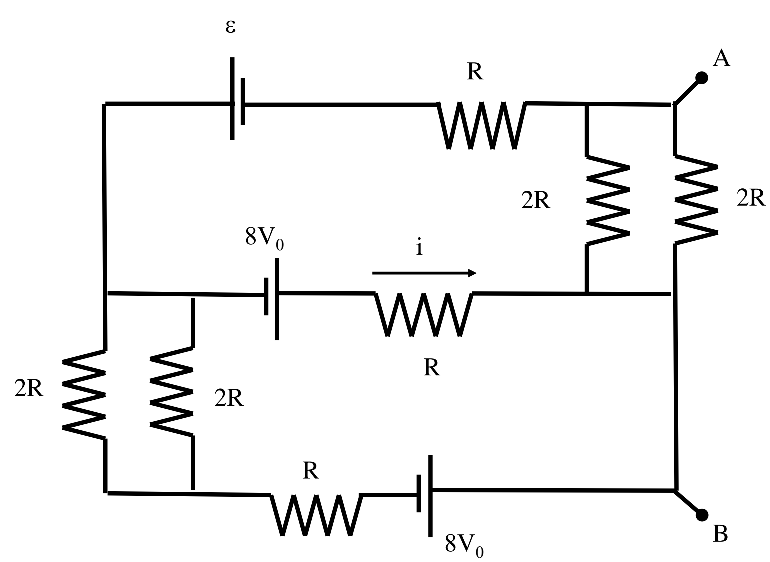
a) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la corrrente i;

b) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la potenza dissipata complessivamente nel circuito;

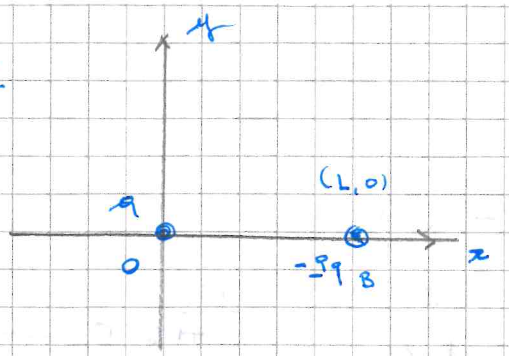
c) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la differenza di potenziale $V_A - V_B$;

d) il valore di ε per il quale la corrente i raddoppia;

e) il valore di ε per il quale $V_A - V_B$=0.



Es #2



$q>0$

a) Sia $P=(x,y)$ con $x>L$, $y=0$

$\vec r_{OP} = (x-0)\,\vec i = x\vec i \qquad r_{OP}=x$

$\vec r_{BP} = (x-L)\,\vec i \qquad r_{BP} = x-L$

$$\vec E = K_e \frac{q}{r_{OP}^2}\frac{\vec r_{OP}}{r_{OP}} + K_e \frac{-9q}{r_{BP}^2}\frac{\vec r_{BP}}{r_{BP}} = K_e q\left(\frac{1}{x^2} - \frac{9}{(x-L)^2}\right)\vec i$$

b) Sia $P'=(x,y)$ con $0<x<L$, $y=0$

$\vec r_{OP'} = (x-0)\,\vec i = x\vec i \qquad r_{OP}=x$

$\vec r_{BP'} = (x-L)\,\vec i \qquad r_{BP} = L-x$

$$\vec E = K_e \frac{q}{r_{OP}^2}\frac{\vec r_{OP}}{r_{OP}} + K_e \frac{-9q}{r_{BP}^2}\frac{\vec r_{BP}}{r_{BP}} = K_e q\left(\frac{1}{x^2} + \frac{9}{(x-L)^2}\right)\vec i$$

c)

$$\vec E = K_e \frac{q}{x_0^2}(-\vec i) + K_e \frac{-9q}{(x_0-L)^2}(-\vec i) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_0^2} = \frac{9}{(x_0-L)^2} \qquad (x_0-L)^2 = 9x_0^2 \rightarrow \begin{cases} x_0 = -L/2 \\ x_0 = L/4 \end{cases}$$

non accettabile perché $x_0<0$

d) $V(x,y) = K_e \dfrac{q}{x} + K_e \dfrac{(-9q)}{x-L} + V_0$

$\lim_{x\to\infty} V(x,y) = V_0 = 0 \Rightarrow V(x,y) = K_e q\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{9}{x-L}\right)$

e) $V(x,y) = K_e \dfrac{q}{x} + K_e \dfrac{(-9q)}{L-x} + V_0$

$\lim_{x\to\infty} V(x,y) = V_0 = 0 \Rightarrow V(x,y) = K_e q\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{9}{L-x}\right)$

f) Siano $H=(L/2,0)$ $\quad K=(\frac{3}{2}L,0)$

Lavoro fatto da $\vec{E}$ $\quad L_{HK}=e(V_H-V_K)$

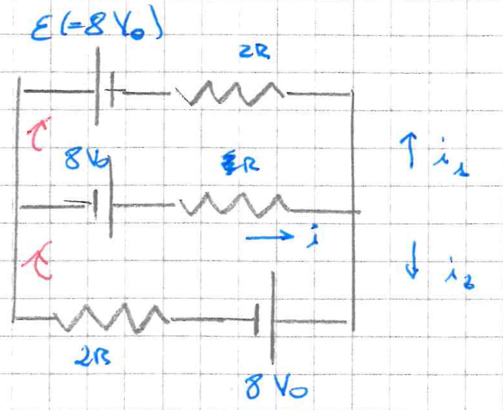
$$V_H = k_e q\left(\frac{1}{x}-\frac{9}{L-x}\right)=k_e q\left(\frac{1}{L/2}-\frac{9}{L/2}\right)$$ NB H: $0<x<L$

$$V_K = k_e q\left(\frac{1}{x}-\frac{9}{x-L}\right)=k_e q\left(\frac{1}{3L/2}-\frac{9}{L/2}\right)$$ K: $x>L$

$$L_{HK}=e\,k_e q\left(\frac{1}{L/2}-\frac{1}{3L/2}\right)=\frac{4}{3}k_e e q\frac{1}{L}$$

Es #3

Il circuito si riconduce a



a) LdK maglie per maglia sup. $-8V_0 + i_1\, 2R + iR - 8V_0 = 0$

LdK maglie per maglia inf $8V_0 - iR - 8V_0 + i_2\, 2R = 0 \Rightarrow i_2 = -\frac{i}{2}$

LdK nodi $i = i_1 + i_2 \Rightarrow i_1 = \frac{3}{2}\, i$

$\Rightarrow -16V_0 + 3iR + iR = 0 \Rightarrow \boxed{i = 4V_0/R}$

b) $i_1 = \frac{3}{2}\, i = 6V_0/R$

$i_2 = -i/2 = -2V_0/R \Rightarrow P = i_1^2 (2R) + i^2 R + i_2^2 (2R) = \boxed{96\, V_0^2/R}$

$i = 4V_0/R$

c) $V_A + i_1 R_{eq} = V_B$ dove $R_{eq} = 2R // 2R = R$

$V_A - V_B = -i_1 R = \boxed{-6V_0}$

d) LdK maglia sup. $-\mathcal{E} + i_1\, 2R + iR - 8V_0 = 0$

LdK maglia inf $8V_0 - iR - 8V_0 + i_2\, 2R = 0 \Rightarrow i_2 = -i/2$

LdK nodi $i = i_1 + i_2 \rightarrow i_1 = 3/2\, i$

Valgono per qualunque $\mathcal{E}$

Se i raddoppia $\Rightarrow$ $i = 8V_0/R$

$\Rightarrow -\mathcal{E} + 3iR + iR - 8V_0 = 0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 24V_0}$

e) $V_A - V_B = 0$ se $i_1 = 0 \Rightarrow i = 0$

$-\mathcal{E} + i_1\, 2R + iR - 8V_0 = 0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = -8V_0}$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 13/12/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiani (x, y) siano dati i punti P=(1,0), A=(-1,1) e B=(-1,-1). Scrivere i vettori $\vec{r}_{PA}$ dal punto P al punto A e $\vec{r}_{PB}$ dal punto P al punto B. Calcolare la lunghezza dei vettori $\vec{r}_{PA}$ e $\vec{r}_{PB}$ ed il prodotto scalare $\vec{r}_{PA} \cdot \vec{r}_{PB}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nel punto A $\equiv (0, L)$ c'è una carica puntiforme ferma $q > 0$ e nel punto B $\equiv (0, -2L)$ una carica puntiforme, anch'essa ferma, pari a $-4q$. Calcolare:

a) il campo elettrico $\vec{E}$ nel punto $(x = 0, y = 0)$

b) il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) in cui $x = 0$ e $y > L$

c) il potenziale elettrostatico V in (x, y) per i punti con $y = 0$ assumendo che il potenziale sia nullo all'infinito

d) il lavoro fatto dal campo elettrico per muovere una carica Q dal punto C $\equiv (0, 4L)$ al punto D $\equiv (0, 2L)$

Esercizio 3
Nel circuito in figura, dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso. Determinare:

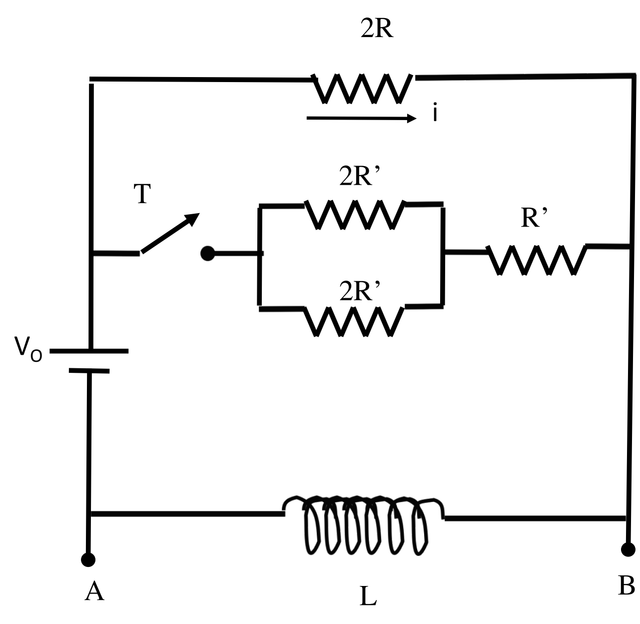
a) la corrente i subito prima della chiusura di T

b) la potenza erogata dalla f.e.m. V_0 subito prima della chiusura di T

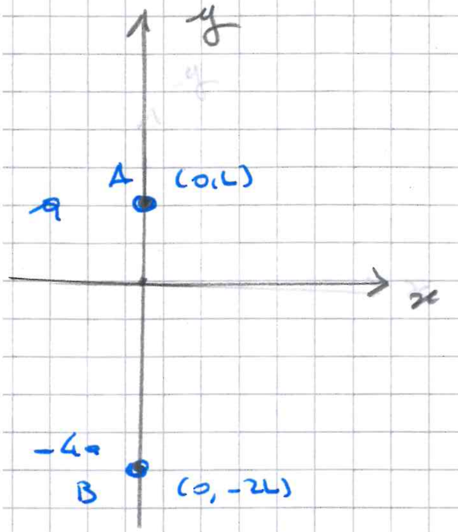
c) il valore di R' per il quale, subito dopo la chiusura di T, la corrente i diventa 2/3 del valore precedente

d) per tale valore di R', la d.d.p. $V_A - V_B$ ai capi dell'induttore L subito dopo la chiusura di T

e) per tale valore di R', la potenza erogata dalla f.e.m. V_0 quando si raggiunge nuovamente la stazionarietà



Es #2



a) Campo elettrico in O (0,0)

$\vec{r}_{AO} = -L\vec{j}$ $\qquad r_{AO} = L$ $\qquad \vec{E}_1 = K_e \frac{q}{r_{AO}^2}\frac{\vec{r}_{AO}}{r_{AO}} = K_e \frac{q}{L^2}(-\vec{j})$

$\vec{r}_{BO} = 2L\vec{j}$ $\qquad r_{BO} = 2L$ $\qquad \vec{E}_2 = K_e \frac{(-4q)}{r_{BO}}\frac{\vec{r}_{BO}}{r_{BO}} = K_e \frac{-4q}{4L^2}(\vec{j})$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -2K_e \frac{q}{L^2}\vec{j}$$

b) Campo elettrico in P (0, y)

$\vec{r}_{AP} = (y-L)\vec{j}$ $\qquad r_{AP} = y-L$ $\qquad \vec{E}_1 = K_e \frac{q}{r_{AP}^2}\frac{\vec{r}_{AP}}{r_{AP}} = K_e \frac{q}{(y-L)^2}\vec{j}$

$\vec{r}_{BP} = (y+2L)\vec{j}$ $\qquad r_{BP} = y+2L$ $\qquad \vec{E}_2 = K_e \frac{q}{r_{BP}^2}\frac{\vec{r}_{BP}}{r_{BP}} = K_e \frac{-4q}{(y+2L)^2}\vec{j}$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K_e q \left(\frac{1}{(y-L)^2} - \frac{4}{(y+2L)^2}\right)\vec{j}$$

c) Potenziale nei punti (x, 0)

$V_1(x,0) = K_e \frac{q}{(x^2+L^2)^{1/2}}$

$V_2(x,0) = K_e \frac{(-4q)}{(x^2+4L^2)^{1/2}}$

$$V(x,0) = K_e q \left\{\frac{1}{(x^2+L^2)^{1/2}} - \frac{4}{(x^2+4L^2)^{1/2}}\right\}$$

(Costante additiva è nulla perché $\lim_{x\to\infty} V(x,y) = 0$)

d) Il lavoro fatto dal campo $\vec{E}$ è pari a

$$L_{CD} = Q\,(V(C) - V(D))$$

$$V(C) = V_C(0,4L) = K_e \frac{q}{3L} + K_e \frac{(-4q)}{6L} = -K_e \frac{q}{3L}$$

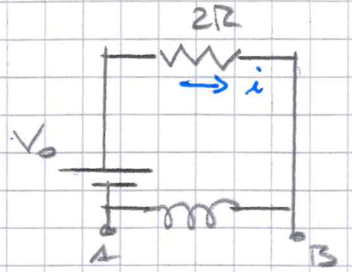
$$V(D) = V_D(0,2L) = K_e \frac{q}{L} + K_e \frac{(-4q)}{4L} = 0$$

$$L_{CD} = -K_e \frac{Qq}{3L}$$

Es #3

- prima della chiusura di T → solo maglia esterna

L = corto circuito

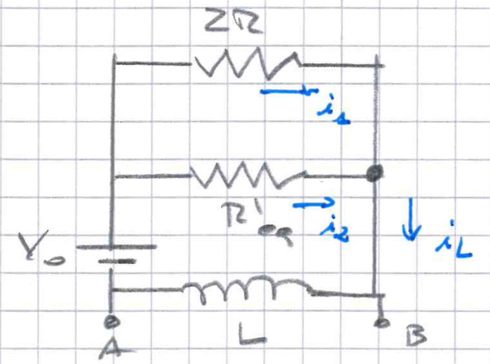


$$i = \frac{V_0}{2R} = i_L$$

NB la corrente che percorre 2R è la stessa che percorre L

$$P = i^2 (2R) = \frac{V_0^2}{2R}$$

- subito dopo la chiusura di T



- $R'_{eq} = \cancel{2}R' + (2R' // 2R') = 2R'$
- la corrente che percorre L non cambia $i_L = \frac{V_0}{2R}$

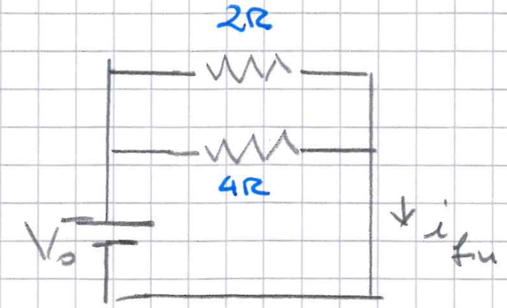
- legge dei nodi $i_1 + i_2 = i_L$ → $i_2 = \frac{1}{3} i$
- dal testo $i_1 = \frac{2}{3} i$

Siccome 2R e R'_{eq} sono in parallelo

$$i_1 = 2 i_2 \Rightarrow 2R = \frac{1}{2} R'_{eq} \Rightarrow R' = 2R$$

Inoltre $V_A + V_0 - 2R\, i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -V_0 + 2R \frac{2}{3} \frac{V_0}{2R} = -\frac{V_0}{3}$

- nuove condizioni asintotiche → L corto circuito



$$R_{eq} = (2R) // (2R') = (2R) // (4R) = \frac{4}{3} R$$

$$i_{fin} = \frac{V_0}{4/3\, R} = \frac{3V_0}{4R}$$

$$P = V_0 \cdot i_{fin} = \frac{3V_0^2}{4R}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 18/06/2018

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(7,0) e B=(2,12). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Verificare se il vettore $\vec{v} = 24\vec{i} + 10\vec{j}$ sia perpendicolare o no al vettore $\vec{r}_{AB}$.

Esercizio 2
Si considerino due cariche puntiformi poste lungo l'asse x di un piano cartesiano (x, y): la prima carica vale $18Q$ e si trova nel punto di coordinate $(-d, 0)$, la seconda carica vale $2Q$ e si trova nel punto di coordinate $(+d, 0)$. Sia inoltre presente una terza carica puntiforme $q_0 = Q$ di massa m anch'essa posta lungo l'asse x.
Determinare:

a) il punto $(p, 0)$ compreso tra le cariche $18Q$ e $2Q$ in cui la forza totale che agisce su q_0 è nulla;

b) il valore dell'energia potenziale di q_0 nel punto $(p, 0)$ assumendo che l'energia potenziale di q_0 all'infinito sia nulla;

c) la velocità minima che dovrebbe avere q_0 nel punto $(p, 0)$ per raggiungere il punto sull'asse x di coordinate $(-p, 0)$.

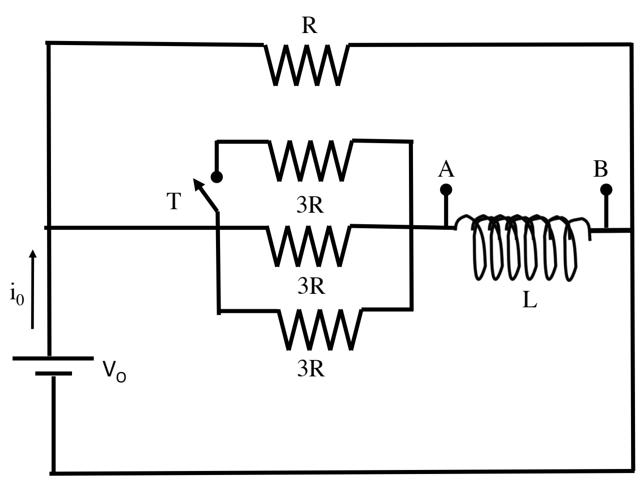
Esercizio 3
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare la corrente i_0 erogata dalla f.e.m. e la differenza di potenziale ai capi dell'induttore $(V_A - V_B)$ nei seguenti istanti:

a) immediatamente prima di chiudere l'interruttore T;

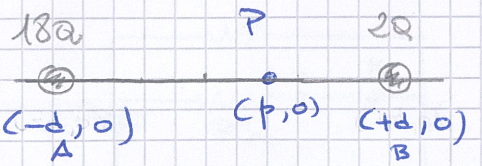
b) subito dopo la chiusura di T;

c) quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

Si assuma: V_0=60 V e R=100 Ω. (Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es # 2



$$\vec{r}_{AP} = (x_P - x_A)\vec{i} = (p+d)\vec{i}$$

$$\vec{r}_{BP} = (x_P - x_B)\vec{i} = (p-d)\vec{i}$$

a) Il campo elettrico in P deve essere nullo

$$\vec{E} = K_e \frac{18Q}{(p+d)^2}\vec{i} + \frac{2Q}{(p-d)^2}(-\vec{i}) = 0$$

$$\frac{18Q}{(p+d)^2} = \frac{2Q}{(p-d)^2} \rightarrow 9(p-d)^2 - (p+d)^2 = 0$$

$$2p^2 - 5pd + 2d^2 = 0$$

$$p = \frac{+5d \pm 3d}{4} \rightarrow p = \frac{2d}{4} = d/2$$

(La soluzione $p = 2d$ è un punto non compreso tra le due cariche)

b) Energia potenziale in $(p,0)$

$$E_{pot} = K_e \frac{18Qq_0}{|\vec{r}_{AP}|} + K_e \frac{2Qq_0}{|\vec{r}_{BP}|} = K_e \frac{18Qq_0}{p+d} + K_e \frac{2Qq_0}{d-p} = K_e \frac{16Q^2}{d}$$

c) Energia potenziale in $(-p,0)$

$$E_{pot} = K_e \frac{18Qq_0}{(-p+d)} + K_e \frac{2Qq_0}{(d+p)} = K_e \frac{112}{3}\frac{Q^2}{d}$$

Applicando la conservazione dell'energia meccanica

$$(E_{pot} + E_{kin})_{x=p} = (E_{pot} + E_{kin})_{x=-p}$$

Condizione minima v

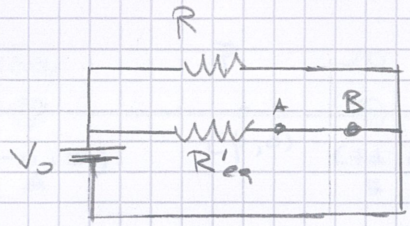
$E_{kin}(x=-p) = 0$

$$K_e \frac{16Q^2}{d} + \frac{1}{2} m v_0^2 = K_e \frac{112}{3}\frac{Q^2}{d}$$

$$v_0 = 8Q\sqrt{\frac{2}{3}\frac{K_e}{md}}$$

Es #3

a) Condizioni stazionarie con T aperto → L corto circuito



$$R'_{eq} = 3R // 3R = \frac{3R}{2}$$

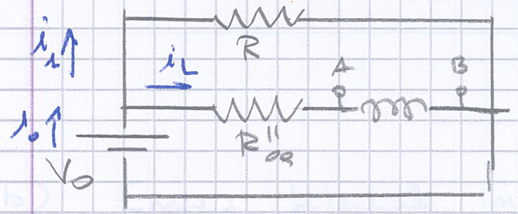
$$R // R'_{eq} = \frac{3}{5} R$$

- $i_0 = \dfrac{V_0}{3/5 R} = \dfrac{5V_0}{3R} = 1\ A$

- L è assimilabile ad un corto circuito $V_A - V_B = 0\ V$

- corrente nell'induttore $i_L = \dfrac{V_0}{R'_{eq}} = \dfrac{V_0}{3/2 R} = \dfrac{2V_0}{3R} = 0.4\ A$

b) Immediatamente dopo la chiusura di T: la corrente che percorre L è la stessa del punto a) $i_L = \dfrac{2V_0}{3R} = 0.4\ A$



$$i_0 = i_1 + i_L$$

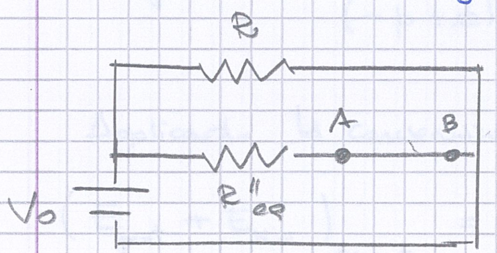
$$R''_{eq} = 3R // 3R // 3R = R$$

- $i_1 = \dfrac{V_0}{R} \rightarrow i_0 = \dfrac{2V_0}{3R} + \dfrac{V_0}{R} = \dfrac{5}{3}\dfrac{V_0}{R} = 1\ A$

- Nel ramo che contiene l'induttore

$$V_0 - i_L R''_{eq} = V_A - V_B \rightarrow V_A - V_B = V_0 - \frac{2V_0}{3R} \cdot R = \frac{V_0}{3} = 20\ V$$

c) Nella nuova configurazione di stazionarietà → L corto circuito



$$R // R''_{eq} = R/2$$

- $i_0 = \dfrac{V_0}{R/2} = \dfrac{2V_0}{R} = 1{,}2\ A$

- $V_A - V_B = 0\ V$ (L si comporta come corto circuito)

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 11/07/2018

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(2,2) e B=(-1,+6). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B ed il versore $\vec{u}$ che ne definisce la direzione.

Esercizio 2
In un sistema di assi cartesiano (x, y, z) è presente un campo magnetico $\vec{B} = B_o\vec{k}$. Si assuma che localmente $B_0 = \beta z$. Si risolvano i quesiti seguenti.

a) Una carica puntiforme q di massa m, inizialmente nel punto $(0, 0, h)$, si muove con velocità iniziale $\vec{v} = -v_0\vec{k}$. Calcolare la forza $\vec{F}$ che agisce sulla carica e determinarne le equazioni del moto.

b) Una carica puntiforme q di massa m, inizialmente nel punto $(0, 0, h)$, si muove con velocità iniziale $\vec{v} = -v_0\vec{i}$. Calcolare la forza $\vec{F}$ che agisce sulla carica e determinarne le equazioni del moto.

c) Una spira circolare di raggio r_0 e resistenza R, parallela al piano (x, y), si muove con velocità $\vec{v} = -v_0\vec{k}$. Determinare la corrente indotta che la percorre ed il campo magnetico totale nel punto $(0, 0, h)$ quando la quota della spira è $z = h$.

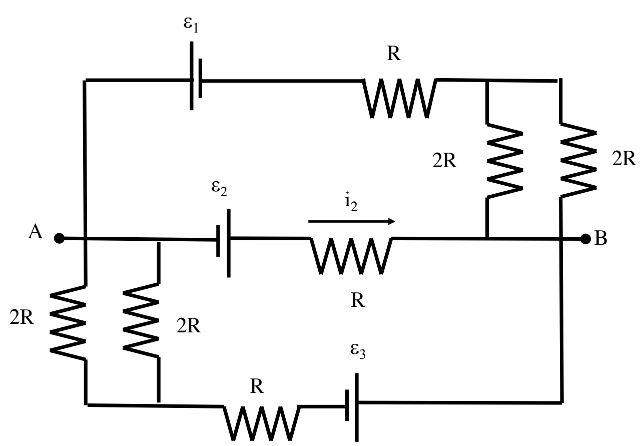
(NB: si assuma $q > 0$, $v_0 > 0$, $\beta > 0$ e $h > 0$).

Esercizio 3
Nel circuito illustrato in figura $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4V_0$. Determinare:

a) la corrrente i_2 e la differenza di potenziale $V_A - V_B$ nel caso in cui anche $\varepsilon_3 = 4V_0$;

b) il valore di ε_3 per cui la corrente i_2=0;

c) il valore di ε_3 per cui $V_A - V_B$=0.



Es #2

a) Forza di Lorentz $\vec{F} = q\, \vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{v} = -v_0 \vec{k}$

$\vec{B} = \beta z\, \vec{k}$

$$\vec{F} = q(-v_0 \vec{k}) \times (\beta h \vec{k}) = 0$$

$\vec{F} = 0 \Rightarrow$ moto rettilineo uniforme lungo l'asse z

$z(t) = h - v_0 t$ (se a $t=0$ $z = h$)

b) Forza di Lorentz

$\vec{v} = -v_0 \vec{i}$

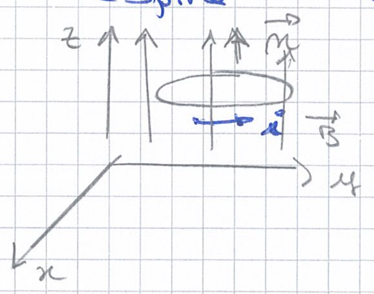
$\vec{B} = \beta z\, \vec{k}$

$$\vec{F} = q(-v_0 \vec{i}) \times (\beta h \vec{k}) = q v_0 \beta h\, \vec{j}$$

$\vec{F} \perp \vec{v}$ e $|\vec{F}| = q v_0 \beta h$ non varia $\Rightarrow$ moto circolare uniforme di raggio $\rho = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{m v_0}{q \beta h}$

Il moto avviene attorno ad un asse parallelo all'asse z e passante per $x = \rho$, $y = 0$

c) Durante il moto varia il flusso di $\vec{B}$ concatenato con la spira $\rightarrow$ f.e.m. indotta



$$\phi_{\vec{B}} = \int_{S_{spira}} \vec{B} \cdot \vec{n}\, dS = \pi r_0^2 \beta z$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi_{\vec{B}}}{dt} = \pi r_0^2 \beta \underbrace{\left(-\frac{dz}{dt}\right)}_{v_0} = \pi r_0^2 \beta v_0$$

- Corrente indotta nella spira $i = \dfrac{\mathcal{E}_i}{R} = \pi r_0^2 \beta v_0 / R$

La corrente indotta nella spira produce un campo magnetico che si oppone alla variazione di $\phi_{\vec{B}}$ (vedi figura)

- Nel punto $(0, 0, h)$ sono presenti due campi magnetici

$\vec{B} = \beta h\, \vec{k}$ campo esterno

$\vec{B}_{in} = 2 k_m \dfrac{i \pi}{r_0} \vec{k}$ campo indotto

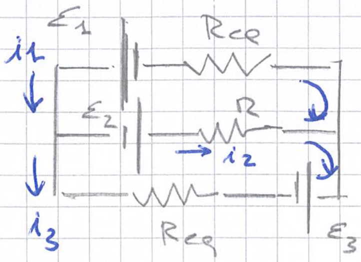
$$\vec{B}_{tot} = \vec{B} + \vec{B}_{in} = \beta h \vec{K} + 2 K_m \frac{\pi}{r_0} i \vec{K} =$$

$$= \left(\beta h + 2 K_m \frac{\pi}{\cancel{r_0}} \pi r_0^{\cancel{2}} \beta v_0 / R \right) \vec{K} =$$

$$= \beta \left(h + 2 K_m \pi^2 r_0 \beta v_0 / R \right) \vec{K}$$

Es #3

a) Circuito equivalente $\qquad R_{eq} = (2R // 2R) + R = 2R$



- LdK dei nodi in A $\qquad i_1 = i_2 + i_3$
- LdK delle maglie (maglia sup) $\qquad -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i_2 R - \mathcal{E}_2 = 0$
- LdK delle maglie (maglia inf) $\qquad +\mathcal{E}_2 - i_2 R - \mathcal{E}_3 + i_3 R_{eq} = 0$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ 2R i_1 + R i_2 = 8V_0 \\ R i_2 = 2R i_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_2 = 2 i_3 \\ i_1 = 3 i_3 \\ \Rightarrow \quad 2R \cdot 3 i_3 + R \cdot 2 \cdot i_3 = 8V_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_3 = V_0/R \\ i_1 = 3V_0/R \\ i_2 = 2V_0/R \end{cases}$$

Nel ramo centrale: $\quad V_A + \mathcal{E}_2 - i_2 R = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -2V_0$

b) Valgono le equazioni precedenti con $i_2 = 0$

$$\begin{cases} i_1 = i_3 \\ -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} - \mathcal{E}_2 = 0 \\ \mathcal{E}_2 - i_2 R - \mathcal{E}_3 + i_3 R_{eq} = 0 \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_1 + 2\mathcal{E}_2 = 12V_0$$

c) $V_A - V_B = 0 \rightarrow +\mathcal{E}_2 - i_2 R = 0 \qquad i_2 = +\mathcal{E}_2/R = +4V_0/R$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i_2 R - \mathcal{E}_2 = 0 \\ \mathcal{E}_2 - i_2 R - \mathcal{E}_3 + i_3 R_{eq} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mathcal{E}_1 + (i_2 + i_3) 2R + i_2 R - \mathcal{E}_2 = 0 \\ \mathcal{E}_2 - i_2 R - \mathcal{E}_3 + i_3 2R = 0 \end{cases} \quad (*)$$

(*) Sottraendo membro a membro $\quad -\mathcal{E}_1 + i_2 2R + i_2 R - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_2 + i_2 R + \mathcal{E}_3 = 0$

$$\mathcal{E}_3 = 4V_0$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 20/09/2018

Esercizio 1
Si considerino i seguenti punti in un piano cartesiano xy: A=(1,0), B=(-3,0), P=(3,-$\sqrt{3}$). Scrivere il vettore $\vec{a}$ che va dal punto P al punto A, il vettore $\vec{b}$ che va dal punto P al punto B e calcolare il prodotto scalare $\vec{b} \cdot \vec{a}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Al tempo $t = 0$ nel punto $(R, 0)$ vi è la particella P_1 con massa m e carica Q mentre nel punto $(-R, 0)$ vi è la particella P_2 con massa $2m$ e carica $2Q$. Le due particelle ruotano nel piano xy attorno all'origine, in senso antiorario e con modulo della velocità angolare ω. Calcolare:

a) il modulo della velocità della particella P_1 (2 punti)

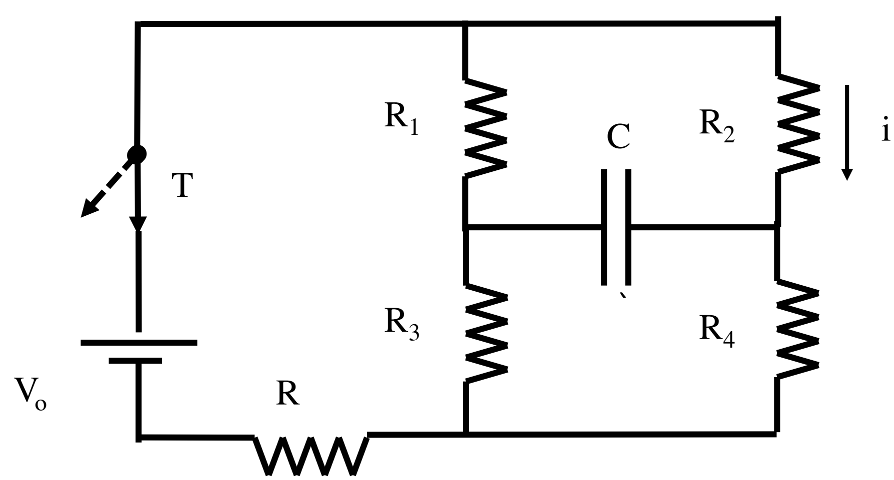
b) il vettore velocità $\vec{v}_2$ della particella P_2 quando essa si trova in $(R, 0)$

c) l'accelerazione centripeta della particella P_1 quando essa si trova in $(0, R)$

d) la forza elettrostatica che agisce sulla particella P_1 dovuta alla particella P_2 nell'istante in cui P_1 ha raggiunto il punto $(0, R)$

e) il modulo del campo magnetico prodotto nel punto (0,0) dal moto delle due particelle

Esercizio 3
Si consideri il circuito in figura in cui i resistori valgono $R_1 = R$, $R_2 = 4R$ e $R_3 = R_4 = 2R$. Dopo essere stato a lungo chiuso, all'istante t=0 s l'interruttore T viene aperto.



Determinare in funzione di R, V_0 e C la corrente i che attraversa il resistore R_2 e la carica presente sulle armature del condensatore C nei seguenti istanti:

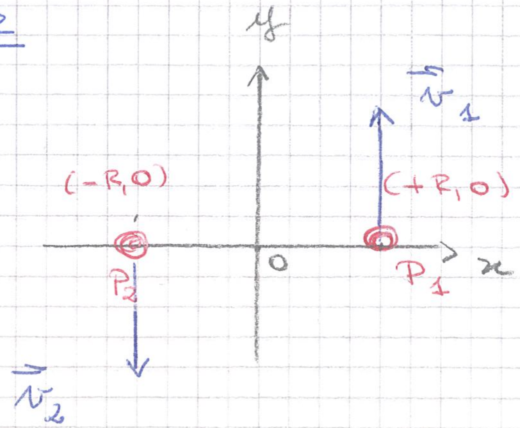
a) subito prima dell'apertura dell'interruttore;

b) subito dopo l'apertura dell'interruttore;

c) quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

Es #2

a)

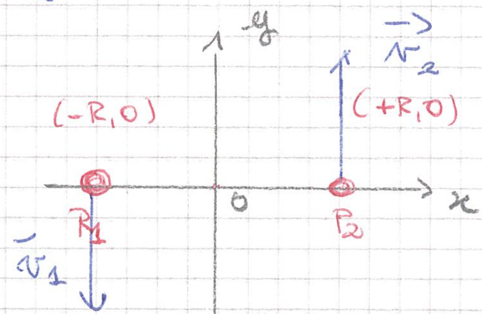


Moto circolare uniforme

$v_1 = \omega R$

Il periodo del moto è $T = 2\pi/\omega$

b)



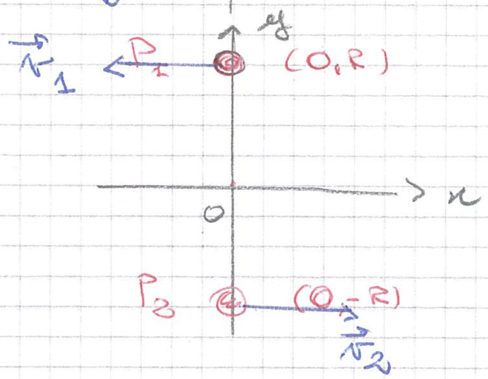
Moto circolare uniforme

$\vec v_2 = \omega R \vec j$

opposte

$\vec v_2 = \omega \vec k \times R \vec i = \omega R \vec j$

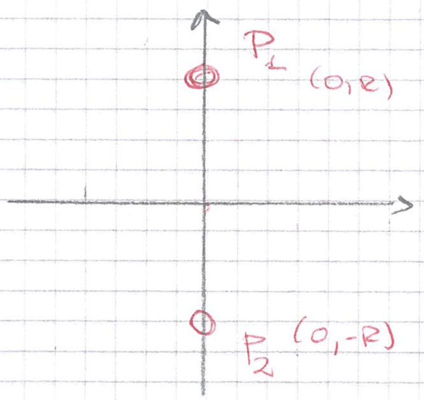
c)



Moto circolare uniforme

$$\vec a_1 = \frac{v_1^2}{R}(-\vec j) = -\omega^2 R \vec j$$

d)



$\vec r_{P_2P_1} = 2R\vec j \qquad |\vec r_{P_2P_1}| = 2R$

$$\vec F = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2_{P_2P_1}} \frac{\vec r_{P_2P_1}}{|\vec r_{P_2P_1}|} = K_e \frac{2Q^2}{4R^2}\vec j = K_e \frac{Q^2}{2R^2}\vec j$$

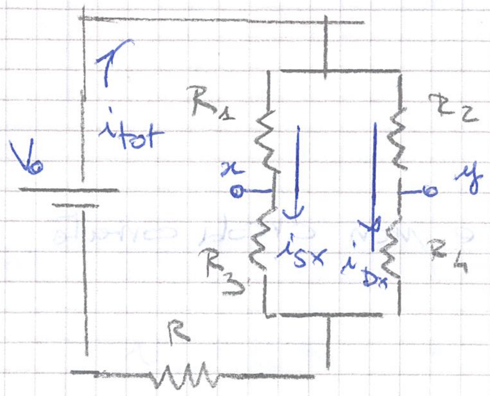
e) Il moto circolare delle cariche si può assimilare a quello di 2 spire circolari percorse da corrente

- moto $P_1 \rightarrow i_1 = \frac{q_1}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi} \Rightarrow B_1 = 2K_m \pi \frac{i_1}{R}$
- moto $P_2 \rightarrow i_2 = \frac{q_2}{T} = \frac{2Q\omega}{2\pi} \Rightarrow B_2 = 2K_m \pi \frac{i_2}{R}$

$$B = |\vec B_1 + \vec B_2| = 2K_m \pi \frac{1}{R}\left(\frac{\omega Q}{2\pi} + \frac{2\omega Q}{2\pi}\right) = 3K_m \frac{\omega Q}{R}$$

Es #3

a) prima dell'apertura dell' interruttore T : C si comporta come circuito aperto



ramo SX: R_1 in serie con R_3 $\quad R_{SX} = 3R$

ramo DX: R_2 in serie con R_4 $\quad R_{DX} = 6R$

$R_{SX} \, // \, R_{DX} \rightarrow R_{eq} = 2R$

Corrente Totale erogata da f.e.m. $\quad i_{tot} = \dfrac{V_0}{(R_{SX} // R_{DX}) + R} = \dfrac{V_0}{3R}$

La corrente totale si ripartisce nei 2 rami:

$$SX: \quad i_{SX} = i_{tot} \frac{1/R_{SX}}{1/R_{SX} + 1/R_{DX}} = i_{tot} \frac{2}{3} = \frac{2V_0}{9R}$$

$$DX: \quad i_{DX} = i_{tot} \cdot \frac{1/R_{DX}}{1/R_{SX} + 1/R_{DX}} = i_{tot} \frac{1}{3} = \boxed{\frac{V_0}{9R} = i}$$

La ddp di capi del condensatore è $V_C = V_x - V_y$

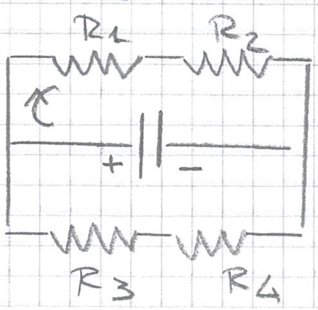
$V_x = V_0 - i_{SX} R_1$

$V_y = V_0 - i_{DX} R_2$

$$\Rightarrow V_C = -i_{SX} R + i_{DX} 4R = \frac{2}{9} V_0$$

$$\boxed{Q = C V_C = \frac{2}{9} C V_0}$$

b) subito dopo l'apertura di T, la ddp di capi di C non varia.
Il condensatore si comporta come f.e.m.
V_0 risulta invece staccato dal resto del circuito $\Rightarrow$ non eroga corrente
L'unica corrente presente nel circuito è quella legata alla scarica di C



È sufficiente considerare la maglia superiore

$$i = \frac{V_C}{R_1+R_2} = \frac{\frac{2}{9}V_0}{5R} = \boxed{\frac{2}{45}\frac{V_0}{R}}$$

$$\boxed{V_C = \frac{2}{9}V_0}$$

c) Alla nuova stazionarietà C è scarico e non circola corrente

$$\boxed{i = 0}$$

$$\boxed{V_C = 0}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 11/12/2018

Esercizio 1
Si considerino i seguenti punti in un piano cartesiano xy: P(1,1), A=(1,4) e B=(-3,1). Scrivere il vettore $\vec{a}$ che va dal punto P al punto A, il vettore $\vec{b}$ che va dal punto P al punto B, il vettore $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ e determinare il modulo di $\vec{d}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nel punto (x_0, y_0), $x_0, y_0 > 0$ vi è la particella P_1 con carica $Q_1 = q$ mentre nel punto $(-x_0, y_0)$ vi è la particella P_2 carica $Q_2 = q$. All'infinito c'è una particella P_3 con carica $Q_3 = Q$.
Calcolare:

a) il lavoro fatto dal campo elettrico generato dalle particelle P_1 e P_2 per portare la particella P_3 dall'infinito al punto $(0, 2y_0)$ (2 punti);

b) la forza agente su P_3 (3 punti);

Successivamente le particelle P_1 e P_2 vengono messe in moto con moto circolare uniforme attorno all'origine. La velocità di P_1 è $\vec{v}_1 = (V, -V\frac{x_0}{y_0})$ e quella di P_2 è $\vec{v}_2 = (V, V\frac{x_0}{y_0})$.
Calcolare:

a) il modulo della velocità angolare della particella P_1 (4 punti);

b) il vettore campo magnetico nell'origine (4 punti);

c) la forza su P_3 dovuta al campo magnetico.

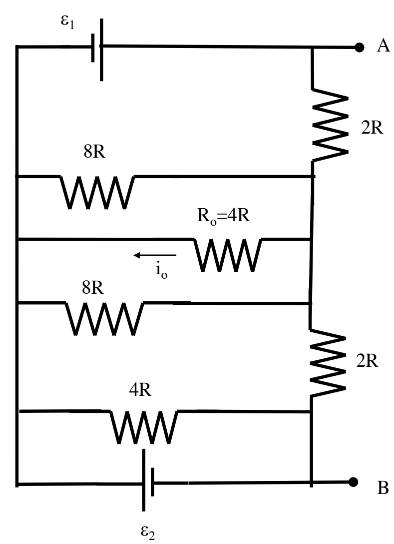
Esercizio 3
Nel circuito in figura le f.e.m. valgono $\varepsilon_1 = 2V_0$ e $\varepsilon_2 = 5V_0$.
Calcolare in funzione di R e V_0:

a) la corrente i_0 che percorre il resistore R_0 (4 punti);

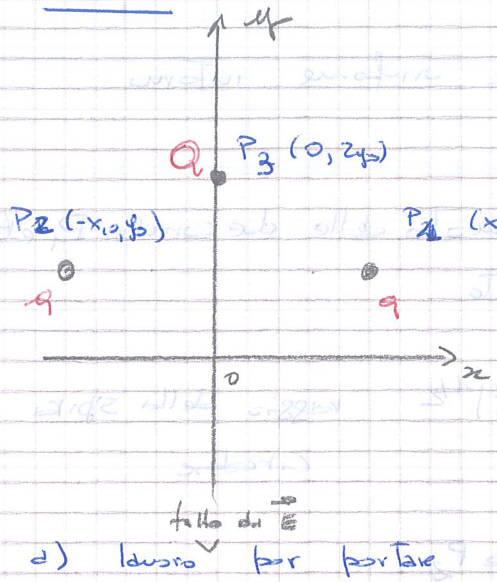
b) la corrente erogata dalla f.e.m. ε_1 (4 punti);

c) la potenza totale dissipata nel circuito (4 punti);

d) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ tra il punto A e il punto B (4 punti).



Es #2



$$\vec{r}_{P2P3} = (0 - (-x_0))\vec{i} + (2y_0 - y_0)\vec{j} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$$

$$\vec{r}_{P1P3} = (0 - x_0)\vec{i} + (2y_0 - y_0)\vec{j} = -x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$$

a) lavoro per portare Q da ∞ a $(0, 2y_0)$

$$L_{AB} = Q\,(V_A - V_B) \qquad A:\ r \to \infty \qquad V_A = 0$$

$$V_B = V_{P1}(B) + V_{P2}(B) = K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}} + K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}} = 2K_e \frac{q}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}$$

$$L = -K_e \frac{2qQ}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}$$

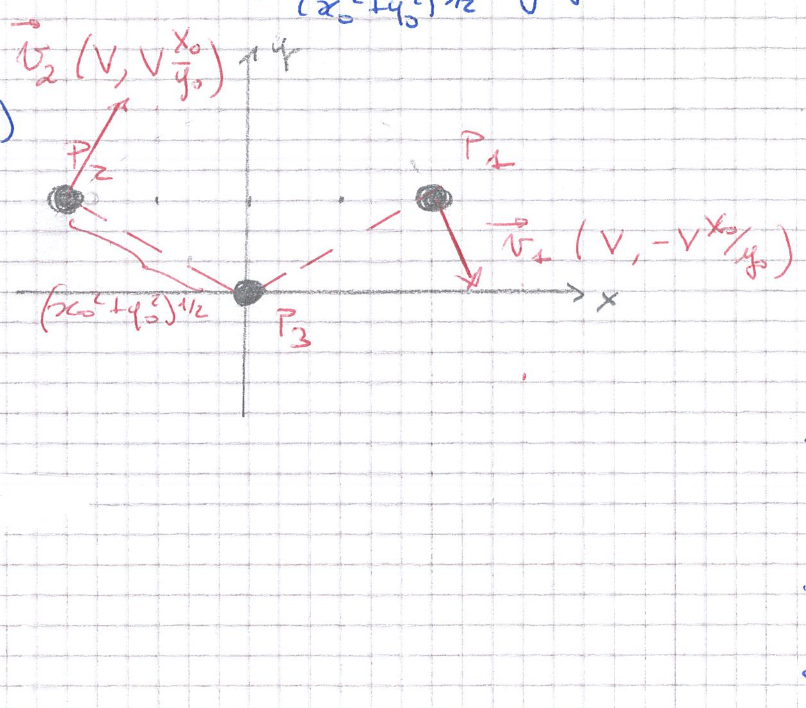
b) Forza agente su P_3: $\vec{F} = Q\,\vec{E}_{tot}(0, 2y_0)$

$$\vec{E}_{P1}(0, 2y_0) = K_e \frac{q}{|\vec{r}_{P1P3}|^2}\frac{\vec{r}_{P1P3}}{|\vec{r}_{P1P3}|} = K_e \frac{q}{(x_0^2+y_0^2)^{3/2}}(-x_0\vec{i} + y_0\vec{j})$$

$$\vec{E}_{P2}(0, 2y_0) = K_e \frac{q}{|\vec{r}_{P2P3}|^2}\frac{\vec{r}_{P2P3}}{|\vec{r}_{P2P3}|} = K_e \frac{q}{(x_0^2+y_0^2)^{3/2}}(x_0\vec{i} + y_0\vec{j})$$

$$\vec{F} = K_e \frac{2qQ}{(x_0^2+y_0^2)^{3/2}}\, y_0\,\vec{j}$$

c)



$$\vec{v}_1^{\,2} = V^2 + V^2\frac{x_0^2}{y_0^2} = \left(\frac{V}{y_0}\right)^2 (x_0^2+y_0^2)$$

$$v_1 = \omega\,(x_0^2+y_0^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \omega = V/y_0$$

Analogamente anche $\vec{v}_2^{\,2} = \left(\frac{V}{y_0}\right)^2(x_0^2+y_0^2)$

$$\Rightarrow \omega = V/y_0$$

P_1, P_2 ruotano entrambe intorno all'origine con velocità angolare $\omega = V/y_0$ (verso orario)

d) P_1 e P_2 si muovono con moto circolare uniforme intorno all'origine

$\vec{B}$ nell'origine si trova assimilando il moto delle due cariche P_1 e P_2 a quello di una spira percorsa da corrente

$$|\vec{B}| = 2 K_m \frac{i \pi}{R} \qquad R = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$$ raggio della spira circolare

$$i = \frac{2q}{T}$$ corrente totale dovuta a P_1 e P_2

T periodo del moto circolare

$\omega T = 2\pi$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{V/y_0} = 2\pi \frac{y_0}{V}$$

$$|\vec{B}| = 2 K_m \frac{1}{(x_0^2+y_0^2)^{1/2}} \left(\frac{\cancel{2}q}{\cancel{2\pi} y_0/V} \right) \cancel{\pi} = 2K_m \frac{qV}{y_0 (x_0^2+y_0^2)^{1/2}}$$

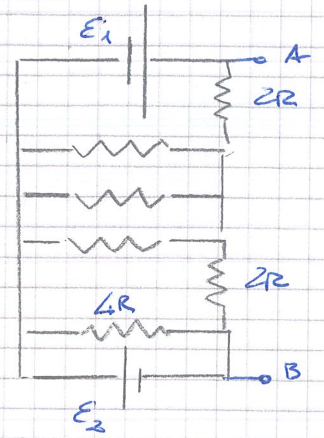
La direzione di $\vec{B}$ si ottiene dalla regola della mano DX

$$\vec{B} = -2K_m \frac{qV}{y_0 (x_0^2+y_0^2)^{1/2}}$$

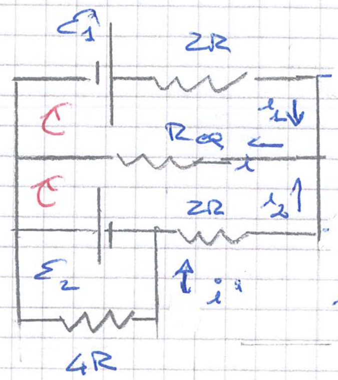
e) Forza agente su P_3 dovuta a $\vec{B}$ (Forza di Lorentz)

$$\vec{F} = Q(\vec{v}_3 \times \vec{B}) = 0$$ in quanto P_3 è fermo $(\vec{v}_3 = 0)$

Es # 3



Si riduce a $\Longrightarrow$



$$i = i_1 + i_2$$

$$i' = \frac{\mathcal{E}_2}{4R} = \frac{5V_0}{4R}$$

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{8R} + \frac{1}{4R} + \frac{1}{8R}\right)^{-1} = 2R \qquad 8R \,//\, 4R \,//\, 8R$$

L. di Kirchhoff maglia sup.

L. di Kirchhoff maglia inf.

L. di Kirchhoff nodi

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 - i_1(2R) - i(2R) = 0 \\ i(2R) + i_2(2R) + \mathcal{E}_2 = 0 \\ i = i_1 + i_2 \end{cases} \Rightarrow \quad i_1 = \frac{3}{2}\frac{V_0}{R} \quad i_2 = -\frac{2V_0}{R} \quad i = -\frac{V_0}{2R}$$

a) Corrente i_0 che percorre il resistore R_0

$$i_0 = i \frac{1/4R}{1/R_{eq}} = i\left(1/2\right) = -V_0/4R$$

b) ~~Potenza~~ Corrente erogata da fem $\mathcal{E}_1$ $\rightarrow$ $i_1 = \frac{3V_0}{2R}$

c) Potenza dissipata nel circuito

$$P_1 = i_1^2(2R) = \frac{18}{4}\frac{V_0^2}{R}$$

$$P_0 = i^2 R_{eq} = \frac{2}{4}\frac{V_0^2}{R}$$

$$P_2 = i_2^2(2R) = 8\frac{V_0^2}{R}$$

$$P_3 = i'^2(4R) = \frac{25}{4}\frac{V_0^2}{R}$$

$$\Rightarrow P_{tot} = P_1 + P_0 + P_2 + P_3 = \frac{77}{4}\frac{V_0^2}{R}$$

$\leftarrow$ Resistore 4R in parallelo con $\mathcal{E}_2$

d) ddp tra A e B

$$V_A - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 7V_0$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 05/02/2019

Esercizio 1
Consideriamo il vettore $\vec{u} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ ed il vettore $\vec{v}$ che va dall'origine (0,0) al punto $P = (2\sqrt{3}, -2)$. Calcolare $\vec{v}^2$ ed il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nell'origine vi è un filo perpendicolare al piano xy, ossia parallelo all'asse z. Questo filo è percorso da una corrente I nel verso positivo dell'asse z.
Nel punto $P_0 = (0, d)$ vi è una carica Q_0 che si muove con velocità $\vec{v} = -u\,\vec{k}$. Nel punto $P_1 = (0, 3d)$ vi è una carica Q_1 ferma.
Calcolare:

a) la forza che Q_1 esercita su Q_0 (3 punti)

b) il potenziale elettrico in $P_2 = (0, 2d)$ dovuto alle due cariche sapendo che il potenziale elettrico all'infinito è nullo (3 punti)

c) il modulo del campo magnetico generato dalla corrente che percorre il filo in P_0 (2 punti)

d) il versore del campo magnetico generato dalla corrente che percorre il filo in P_0 (4 punti)

e) la forza di Lorentz su Q_0 (4 punti)

Esercizio 3
Si consideri il circuito in figura. Il condensatore di capacità C è inizialmente scarico. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso.
Calcolare:

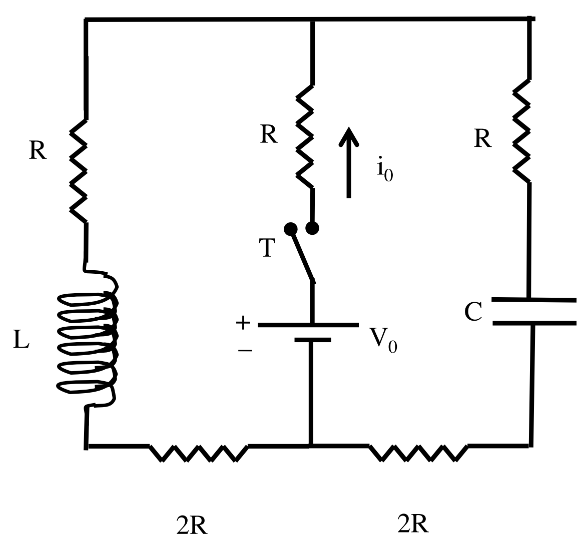
a) la carica presente su C subito dopo la chiusura di T (3 punti)

b) la differenza di potenziale ai capi dell'induttore L subito dopo la chiusura di T (3 punti)

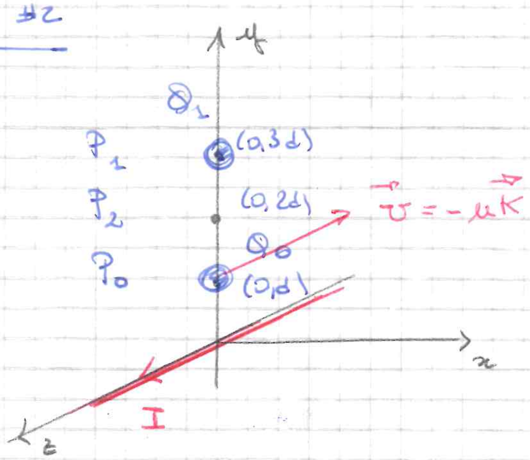
c) la carica presente su C quando si raggiunge la stazionarietà (3 punti)

d) la differenza di potenziale ai capi dell'induttore L quando si raggiunge la stazionarietà (3 punti)

e) la corrente i_0 nel caso in cui T sia chiuso ed i valori di C ed L sono tali che, ad un certo istante, la carica presente sulle armature di C è $CV_0/4$ e, in quello stesso istante, la differenza di potenziale ai capi di L è $V_0/4$ (4 punti)



Es #2



$P_0 = (0, d)$

$P_1 = (0, 3d)$

Vettore da P_1 a P_0 $\quad \vec{r}_{P_1P_0} = (d-3d)\vec{j} = -2d\vec{j}$

$r_{P_1P_0} = 2d$

$\vec{r}_{P_1P_0} / r_{P_1P_0} = -\vec{j}$

a) Forza elettrica esercitata da q_1 su q_0

$$\vec{F} = K_e \frac{q_1 q_0}{r^2_{P_1P_0}} \frac{\vec{r}_{P_1P_0}}{r_{P_1P_0}} = -K_e \frac{q_1 q_0}{4d^2}\vec{j}$$

b) Potenziale elettrico in P_2 : additività dei potenziali

$$V_{Q_0}(P_2) + V_{q_1}(P_2) = K_e \frac{Q_0}{d} + K_e \frac{q_1}{d}$$

c, d) Campo magnetico prodotto dalla corrente in P_0

Usando la relazione di Biot-Savart

$$\vec{B} = 2K_m \frac{I}{d}(-\vec{i}) = -2K_m \frac{I}{d}\vec{i}$$

verso determinato dalla regola della mano destra

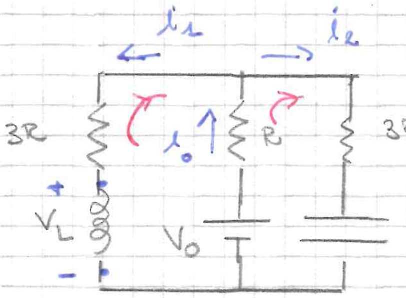
e) Forza prodotta dal campo magnetico su Q_0

$$\vec{F} = Q_0(-u\vec{K}) \times \left(-2K_m \frac{I}{d}\vec{i}\right) =$$

$$= +2Q_0 u K_m \frac{I}{d}\vec{j}$$

Es #3

a+b) Prima della chiusura di T, nel circuito non circola corrente ed il condensatore è scarico.
Subito dopo la chiusura di T
- ramo in cui è presente C: ddp ai capi di C $V_C = 0$
- ramo in cui è presente L: nell'induttore non circola corrente
  ddp ai capi di L $V_L \neq 0$



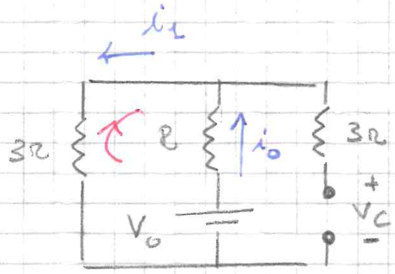
Sx: $V_L + i_0 R - V_0 = 0$

Dx: $V_0 - i_0 R - i_2 (3R) = 0 \longrightarrow \boxed{V_L = \frac{3}{4} V_0 \quad Q_0 = C V_C = 0}$

$i_1 + i_2 = i_2 = i_0$

c+d) Alla stazionarietà: $\boxed{V_L = 0}$

$i_2 = 0 \Rightarrow i_0 = i_1 + i_2 = i_1$



Sx: $i_1 (3R) + i_0 R - V_0 = 0 \rightarrow i_0 = \frac{V_0}{4R}$

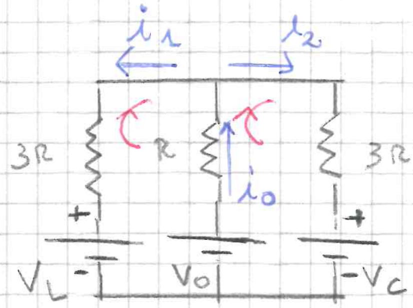
Dx: $V_0 - R i_0 - V_C = 0 \qquad V_C = \frac{3}{4} V_0$

$$\boxed{Q = \frac{3}{4} C V_0}$$

e) Si possono sostituire C e L con dei generatori di tensione il cui valore è

$V_C = V_0/4$

$V_L = V_0/4$



$i_0 = i_1 + i_2$

Sx: $V_L + i_1 (3R) + i_0 R - V_0 = 0$

$-\frac{3}{4} V_0 + i_1 3R + i_0 R = 0$

Dx: $V_0 - i_0 R - i_2 3R - V_C = 0$

$\frac{3}{4} V_0 - i_0 R - i_2 3R = 0$

Risolvendo il sistema $\boxed{i_0 = \frac{3}{10} \frac{V_0}{R}}$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 16/06/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(0,7) e B=(12,2). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate x, y, z Nel piano xy vi è una carica puntiforme $q > 0$ posta in $(-a, 0)$ ed una carica puntiforme q posta in $(a, 0)$. Risolvere i seguenti quesiti.

a) Calcolare il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nel punto $(0, h)$.

b) Per quale valore di h è $\vec{E} = 0$?

c) Calcolare il lavoro necessario per portare la carica q dall'infinito a $(a, 0)$ supponendo che la carica in $(-a, 0)$ sia già presente.

d) Supponiamo che le due cariche ruotino attorno all'asse z nel piano xy con modulo della velocità angolare $\omega > 0$ costante. Calcolare il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto $(a, 0)$.

e) Calcolare il vettore campo magnetico generato dalle cariche in moto nell'origine degli assi.

Esercizio 3
Nel circuito in figura R=10 Ω e $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon$ con ε=10 V.
Determinare:

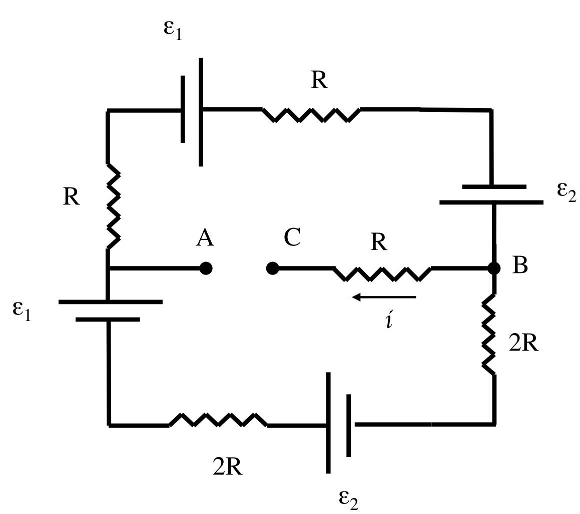
a) la corrente che percorre il circuito;

b) la differenza di potenziale $V_A - V_B$;

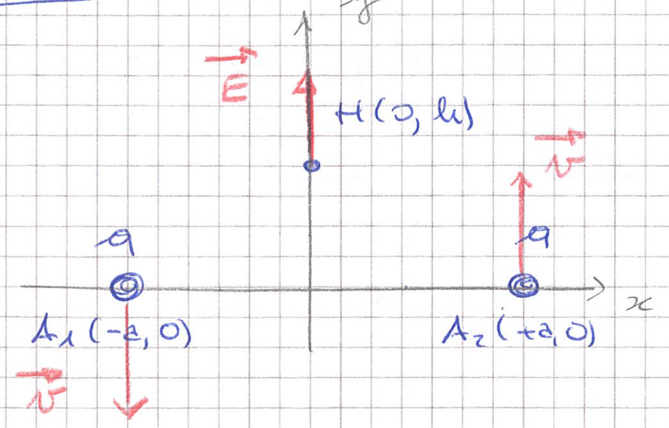
c) il valore della f.e.m. V_0 che deve essere posta tra i punti A e C in modo che $V_A = V_B$ (disegnare la f.e.m. sul circuito in modo che si capisca la polarità);

d) la corrente i che scorre nel resistore posto nel ramo centrale del circuito (vedi figura) qualora tra A e C sia presente la f.e.m. V_0 calcolata nel quesito c).

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



Vettori posizione

A_1: $\vec{r}_{A1} = -a\vec{i}$

A_2: $\vec{r}_{A2} = +a\vec{i}$

H: $\vec{r}_H = h\vec{j}$

a) Campo elettrico in H = (0, h)

Principio di sovrapposizione

- carica in A_1 $\quad \vec{E}_1 = K_e q \dfrac{\vec{r}_H - \vec{r}_{A1}}{|\vec{r}_H - \vec{r}_{A1}|^3} = \dfrac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}}(a\vec{i} + h\vec{j})$
- Carica in A_2 $\quad \vec{E}_2 = K_e q \dfrac{\vec{r}_H - \vec{r}_{A2}}{|\vec{r}_H - \vec{r}_{A2}|^3} = \dfrac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}}(-a\vec{i} + h\vec{j})$

$$\vec{E}(0,h) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}} 2h\vec{j}$$

b) Valori di h per i quali $\vec{E}(0,h) = 0$

- $h = 0$
- $h \to \infty$

c) Lavoro fatto dalla forza elettrica per portare q dall'infinito in A_2

$$L_{\infty \to A_2} = q(V_\infty - V_{A_2}) \quad \Rightarrow \quad L_{\infty \to A2} = -K_e \frac{q^2}{2a}$$

$$V(r) = K_e \frac{q}{r+a} + V_0$$

Lavoro fatto da un agente esterno contro il campo elettrico per portare q da ∞ ad A_2 : $L = +K_e \dfrac{q^2}{2a}$ (l'energia potenziale del sistema aumenta)

d) Velocità delle cariche

- Carica in A_1 $\quad \vec{v}_1 = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A1} = \omega \vec{k} \times (-a\vec{i}) = -\omega a\vec{j}$
- Carica in A_2 $\quad \vec{v}_2 = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A2} = \omega \vec{k} \times (a\vec{i}) = \omega a\vec{j}$

c) Le due cariche in moto circolare sono assimilabili ad una spira circolare percorsa da corrente

$$i = \frac{2q}{T} \qquad \text{dove} \quad \omega T = 2\pi \rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\Rightarrow i = \frac{q\omega}{\pi}$$

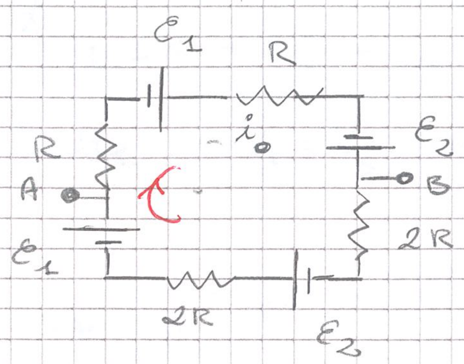
Nell'origine $\vec{B}$ vale

$$|\vec{B}(0,0)| = 2k_m \frac{i\pi}{R} = 2k_m \frac{\pi}{a}\left(\frac{q\omega}{\pi}\right) = 2k_m \frac{q\omega}{a}$$

il verso è dato dalla regola della mano DX, pertanto

$$\vec{B}(0,0) = 2k_m \frac{q\omega}{a} \vec{k}$$

Es #3



a) Applico L di Kirchhoff per le maglie
(la maglia è percorsa da un'unica corrente i_0)

$$\mathcal{E}_1 - i_0 R + \mathcal{E}_1 - i_0 2R + \mathcal{E}_2 - i_0 2R + \mathcal{E}_2 - i_0 R = 0$$

$$2(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 6 i_0 R$$

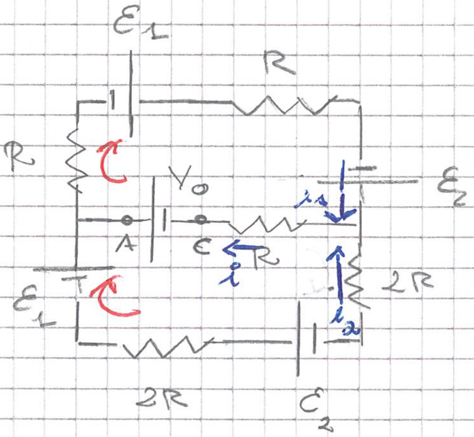
$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{3R} = \frac{3\mathcal{E}}{3R} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 1\,A$$

b) $V_A - i_0 R + \mathcal{E}_1 - i_0 R + \mathcal{E}_2 = V_B$

$$V_A - V_B = 2 i_0 R - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 2\mathcal{E} - 3\mathcal{E} = -\mathcal{E} = -10\,V$$

ovvero $V_A < V_B$

c) Assumiamo che la f.e.m. abbia il terminale positivo connesso ad A e quello negativo connesso a C



LdK nodi (in B) $\quad i_1 + i_2 = i$

Maglia superiore (percorsa senso orario)

$$-iR + V_0 - i_1 2R + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0$$

Maglia inferiore (percorsa senso orario)

$$+ i_2 4R + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - V_0 + iR = 0$$

$$\begin{cases} -(i_1+i_2)R + V_0 - i_1 R + 3\mathcal{E} = 0 \\ i_2 4R + 3\mathcal{E} - V_0 + (i_1+i_2)R = 0 \end{cases}$$

Inoltre $V_A = V_B \rightarrow V_A - V_0 + iR = V_B \Rightarrow i = V_0/R$

$$\rightarrow \begin{cases} -i_1 2R + 3\mathcal{E} = 0 & i_1 = 3\mathcal{E}/2R \\ i_2 4R + 3\mathcal{E} = 0 & i_2 = -3\mathcal{E}/4R \end{cases}$$

$$i = i_1 + i_2 = 3\mathcal{E}/2R - 3\mathcal{E}/4R = 3\mathcal{E}/4R = 0.75 \text{ A}$$

$$V_0 = iR = 7.5 \text{ V}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 24/07/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(2,4), B=(6,1) e C=(6,4). Scrivere i vettori: $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B, $\vec{r}_{AC}$ che va dal punto A al punto C. Calcolare inoltre il prodotto scalare $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC}$.

Esercizio 2
Nel piano xy vi è una carica q_1 in $(0,0)$ ed una seconda carica q_2 in (a,b), con $a,b > 0$, inizialmente ferme. Risolvere i seguenti punti.

a) Calcolare il vettore campo elettrico in $(0,0)$ dovuto alla carica q_2, ossia $\vec{E}_2(0,0)$.

b) Calcolare il potenziale elettrico generato dalla carica q_1 nel punto dove si trova la carica q_2.

c) Quanto vale la carica q_2 se il lavoro fatto contro il campo elettrico per portarla dall'infinito a (a,b), quando la carica in $(0,0)$ è già presente, è $L = k_e \frac{q_1^2}{a}$?

Si consideri ora il caso in cui le cariche si muovono con velocità $\vec{v_1} = V_1\vec{j}$ (carica q_1) $\vec{v_2} = V_2\vec{j}$ (carica q_2).

d) Calcolare il vettore campo magnetico $\vec{B}_2(0,0)$ generato dalla carica q_2 nell'origine.

e) Calcolare la forza dovuta al campo magnetico sulla carica q_1.

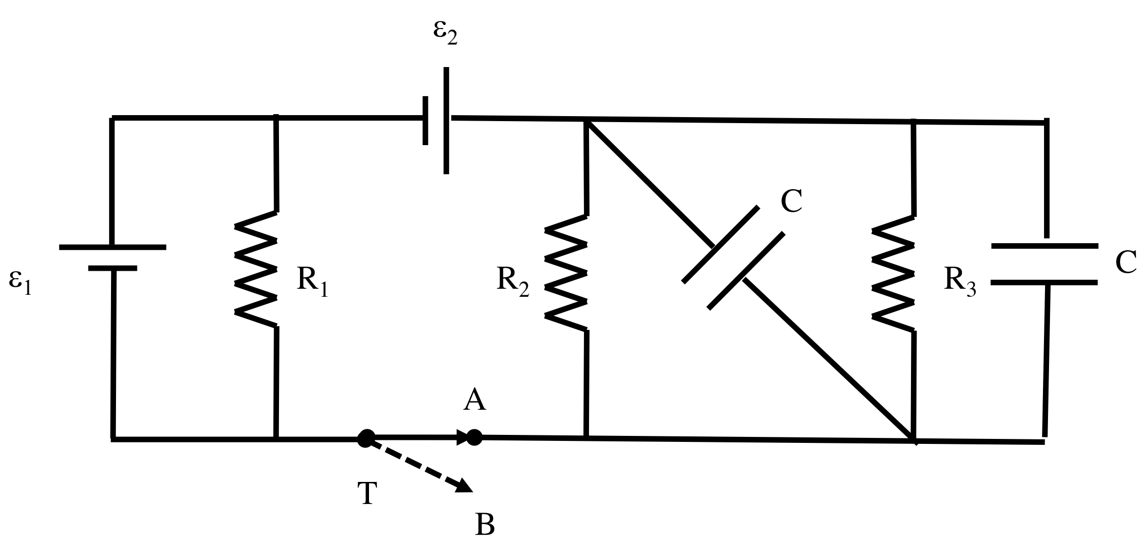
Esercizio 3
Nel circuito in figura tutti i resistori valgono R=10 kΩ, le f.e.m. valgono rispettivamente $\varepsilon_1 = V_0$, $\varepsilon_2 = 2V_0$ con V_0=20 V e le capacità C=10 nF.
Inizialmente l'interruttore T è chiuso in posizione A ed il circuito è in condizioni stazionarie. Successivamente l'interruttore T viene aperto portandolo in posizione B. Determinare la potenza erogata dalla f.e.m. ε_1 e la corrente nel resistore R_3 nei seguenti istanti:

a) immediatamente prima dell'apertura di T;

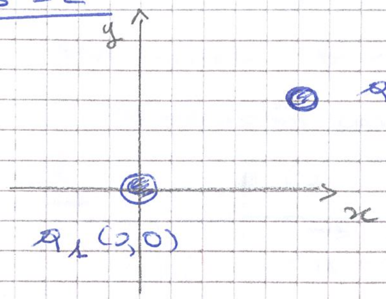
b) subito dopo l'apertura di T;

c) quando si raggiunge la nuova condizione di stazionarietà.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



$$\vec r_{Q_1Q_2} = a\vec\imath + b\vec\jmath = -\vec r_{Q_2Q_1}$$

$$|\vec r_{Q_1Q_2}| = \sqrt{a^2+b^2}$$

a) Campo $\vec E$ prodotto da q_2 in $(0,0)$

$$\vec E_2(0,0) = K_e \frac{q_2}{r^2_{Q_2Q_1}} \frac{\vec r_{Q_2Q_1}}{|\vec r_{Q_2Q_1}|} = K_e \frac{q_2}{(a^2+b^2)}\left(-\frac{a\vec\imath+b\vec\jmath}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) =$$

$$= -K_e\frac{q_2}{(a^2+b^2)^{3/2}}(a\vec\imath+b\vec\jmath)$$

b) potenziale elettrico prodotto da q_1

$$V_{Q_1}(x,y) = K_e \frac{q_1}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}} + V_0 \Rightarrow V_{Q_1}(a,b) = K_e\frac{q_1}{\sqrt{a^2+b^2}}+V_0$$

c) Ricorda:

lavoro fatto da $\vec E$ per portare q da A a B: $L_{AB} = q[V(A)-V(B)]$

lavoro fatto <u>contro</u> $\vec E$ per portare q da B ad A: $L = q[V(A)-V(B)]$

lavoro fatto contro $\vec E$ per portare q_2 dall'infinito ad (a,b)

$$L = q_2\left[K_e \frac{q_1}{\sqrt{a^2+b^2}} + V_0 - V_0\right] = K_e\frac{q_1 q_2}{\sqrt{a^2+b^2}} = K_e\frac{q_1^2}{a}$$

$$\Rightarrow q_2 = q_1\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$

Nota: q_1 e q_2 sono dello stesso segno. Il lavoro fatto <u>contro</u> $\vec E$ è positivo $\Rightarrow$ l'energia potenziale del sistema <u>aumenta</u>

d) Il campo ~~elettr~~ magnetico prodotto da una carica puntiforme è legato al campo elettrico dalla relazione

$$\vec{B} = \frac{K_m}{K_e} \vec{v} \times \vec{E}$$

In questo caso: $\vec{B}_2(0,0) = \frac{K_m}{K_e} V_2 \vec{j} \times \vec{E}_2(0,0) =$

$$= K_m V_2 \vec{j} \times \frac{(-q_2)}{(a^2+b^2)^{3/2}} (a\vec{i} + b\vec{j}) =$$

$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$

$\vec{j} \times \vec{j} = 0$

$$= \frac{K_m V_2 q_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a \vec{k}$$

e) Applicando la forza di Lorentz

$$\vec{F} = q_1 (V_1 \vec{j}) \times \vec{B}_2(0,0) = K_m \frac{q_1 V_1 q_2 V_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a \, \vec{j} \times \vec{k} =$$

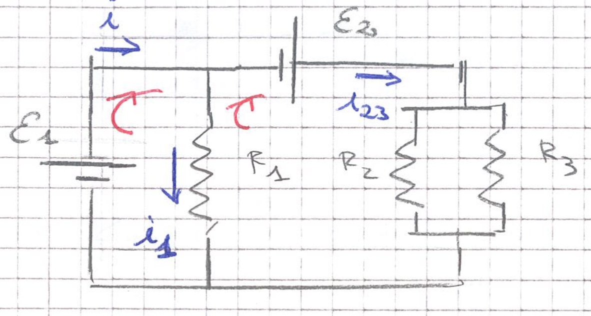
$$= K_m \frac{q_1 V_1 q_2 V_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a \, (+\vec{i}) = K_m \frac{q_1^2 V_1 V_2}{(a^2+b^2)} (+\vec{i})$$

Nota: è una forza attrattiva (analogia con fili paralleli percorsi da correnti equiverse che si attraggono)

Es #3

a) stazionarietà prima dell'apertura di T

• condensatori carichi, non passa corrente



$R_2 // R_3$: $R_{eq} = R/2$

$i = i_1 + i_{23}$

LdK maglia SX $\quad \mathcal{E}_1 - i_1 R_1 = 0$

LdK maglia DX $\quad \mathcal{E}_2 - i_{23} R_{eq} + i_1 R_1 = 0$

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R} = \frac{V_0}{R}$$

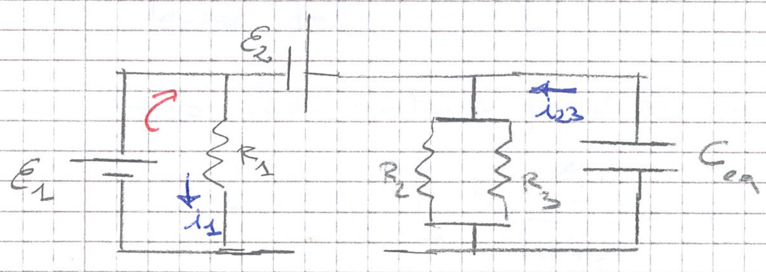
$$i_{23} = \frac{\mathcal{E}_2 + i_1 R_1}{R_{eq}} = \frac{3V_0}{R/2} = \frac{6V_0}{R}$$ → si ripartisce metà tra R_2 e R_3

$$i = \frac{7V_0}{R} \qquad i(R_3) = \frac{3V_0}{R} = 6 \text{ mA}$$

potenza erogata da $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i = \frac{7V_0^2}{R} = 280$ mW

ddp presente ai capi dei condensatori: $V_C = i_{23} \cdot R_{eq} = \frac{6V_0}{R} \frac{R}{2} = 3V_0 = 60$

b) subito dopo l'apertura di T:



• la maglia SX è scollegata dalla maglia DX

• i condensatori carichi cominciano a scaricarsi sulle resistenze in parallelo $R_2 // R_3$

$$i_{23} = \frac{V_C}{R_{eq}} = \frac{3V_0}{R/2} = \frac{6V_0}{R} \rightarrow i(R_3) = \frac{3V_0}{R} = 6 \text{ mA}$$

potenza erogata di $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = V_0 \frac{V_0}{R_1} = \frac{V_0^2}{R} = 40$ mW

c) stazionarietà con T aperto

• maglia SX: continua ad essere percorsa dalla corrente $i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_1} = \frac{V_0}{R}$

potenza erogata da $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = \frac{V_0^2}{R} = 40$ mW

• maglia DX: i condensatori sono scarichi

$$i(R_3) = 0$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 06/09/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano siano dati i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Scrivere i vettori somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Dire se i vettori $\vec{s}$ e $\vec{d}$ sono perpendicolari giustificando la risposta.

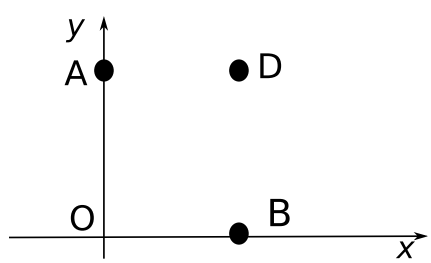
Esercizio 2
Siano date due cariche elettriche puntiformi Q_A=$4q_0$ e Q_B poste rispettivamente nei punti A=(0,3d) e B=(3d,0) di un piano cartesiano. Una terza carica elettrica Q_D=$-q_0$, inizialmente ferma nel punto D=(3d,3d), viene spostata per effetto del campo elettrico dal punto D al punto P=(2d,d). Determinare in funzione dei parametri d e q_0:

a) il valore di Q_B per il quale la forza che agisce su Q_D nel punto P è nulla;

b) la forza che agisce su Q_D quando inizialmente si trova nel punto D;

c) il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare Q_D dal punto dal D punto al punto P;

d) la velocità e l'accelerazione di Q_D quando si trova in P, assumendo che la massa della carica Q_D sia nota e valga m_D.



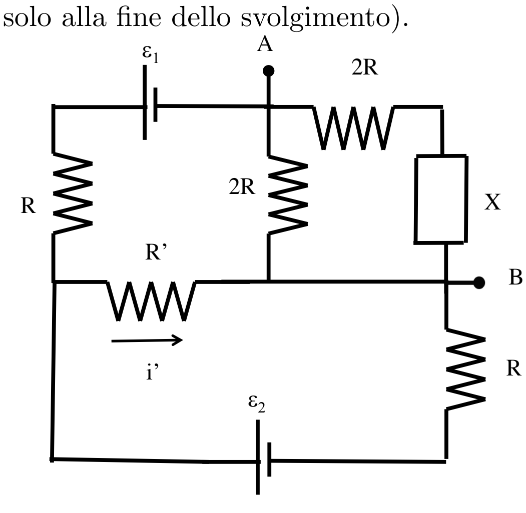
Esercizio 3
Nel circuito in figura R=1 kΩ, $R' = 2R$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = V_0$ con V_0=60 V. Il circuito è in condizioni stazionarie. Determinare la corrente i' che percorre il resistore R' e la differenza di potenziale $V_A - V_B$ nei seguenti casi:

a) X è un condensatore di capacità C=1 nF;

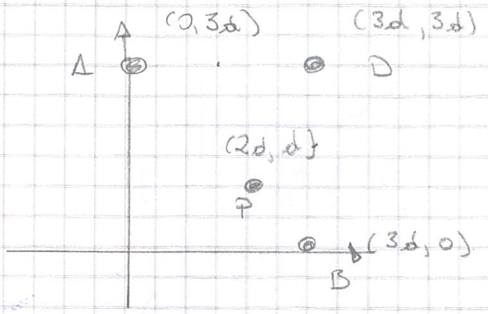
b) X è un induttore di induttanza L=10 mH;

c) X è un resistore di resistenza $2R$.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



$Q_A = 4q_0$

$Q_D = -q_0$

a) Determino i vettori $\vec{r}_{AP}$ e $\vec{r}_{BP}$

$\vec{r}_{AP} = 2d\vec{i} - 2d\vec{j}$ $\quad |\vec{r}_{AP}| = 2d\sqrt{2}$

$\vec{r}_{BP} = -d\vec{i} + d\vec{j}$ $\quad |\vec{r}_{BP}| = d\sqrt{2}$

Campo elettrico prodotto da Q_A in P : $\vec{E}_{QA}(P) = K_e \frac{Q_A}{8d^2} \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{i} - \vec{j})$

Campo elettrico prodotto da Q_B in P $\vec{E}_{QB}(P) = K_e \frac{Q_B}{2d^2} \frac{1}{\sqrt{2}} (-\vec{i} + \vec{j})$

$\vec{E}(P) = \vec{E}_{QA}(P) + \vec{E}_{QB}(P) = 0 \Rightarrow \frac{Q_A}{8d^2} = \frac{Q_B}{2d^2} \rightarrow Q_B = \frac{1}{4} Q_A = q_0$

b) Determino i vettori $\vec{r}_{AD}$ e $\vec{r}_{BD}$

$\vec{r}_{AD} = 3d\vec{i}$ $\quad |\vec{r}_{AD}| = 3d$

$\vec{r}_{BD} = 3d\vec{j}$ $\quad |\vec{r}_{BD}| = 3d$

Campo elettrico prodotto da Q_A in D $\quad \vec{E}_{QA}(D) = K_e \frac{Q_A}{9d^2} \vec{i}$

Campo elettrico prodotto da Q_B in D $\quad \vec{E}_{QB}(D) = K_e \frac{Q_B}{9d^2} \vec{j}$

$\vec{E}(D) = \vec{E}_{QA}(D) + \vec{E}_{QB}(D) = K_e \frac{4q_0}{9d^2}\vec{i} + K_e \frac{q_0}{9d^2}\vec{j}$

$\vec{F} = Q_D \vec{E}(D) = -K_e \frac{q_0^2}{9d^2} (4\vec{i} + \vec{j})$

c) $L = Q_D (V(D) - V(P))$

Additività dei potenziali

$V(B) = K_e \frac{Q_A}{3d} + K_e \frac{Q_B}{3d}$

$V(P) = K_e \frac{Q_A}{2d\sqrt{2}} + K_e \frac{Q_B}{d\sqrt{2}}$

$\Rightarrow L = Q_D K_e \left\{ (Q_A + Q_B) \frac{1}{3d} - (Q_A + 2Q_B) \frac{1}{2d\sqrt{2}} \right\}$

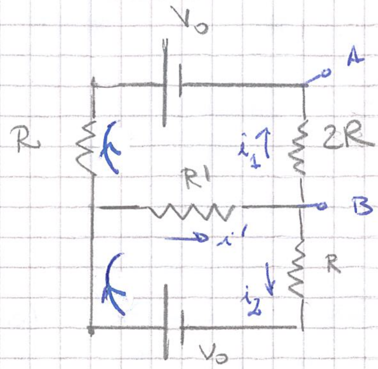
$= -K_e q_0^2 \frac{1}{d} \underbrace{\left[\frac{5}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \right]}_{\simeq -0.45}$ $\quad$ NB: $L > 0$

d) Applicando conservazione energia meccanica

$\frac{1}{2} m v_{Df}^2 - \underbrace{\frac{1}{2} m v_{Di}^2}_{v_i = 0} = Q_D [V(B) - V(P)] = \frac{K_e q_0^2}{d} \left[\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{3} \right] \rightarrow v_f^2 = \frac{2K_e q_0^2}{m_D d} \left[\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{3} \right]$

Es #3

a) $X = C$ → in condizioni stazionarie si comporta come circuito aperto



L.d.Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + 3R i_1 + R' i' = 0$

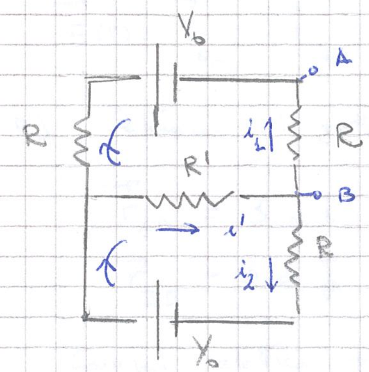
Maglia inf. $\quad V_0 - R i_2 - R' i' = 0$

$$\Rightarrow 3R i_1 - R i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 3 i_1$$
$$i' = 4 i_1$$

$$-V_0 + 3R i_1 + (2R)(4 i_1) = 0 \qquad i_1 = \frac{V_0}{11R} \qquad i' = \frac{4V_0}{11R} = 21.8 \text{ mA}$$

$$V_A + 2R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{2V_0}{11} = -10.9 \text{ V}$$

b) $X = L$ → in condizioni stazionarie si comporta come corto circuito



L.d.Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + i_1 2R + i' 2R = 0$

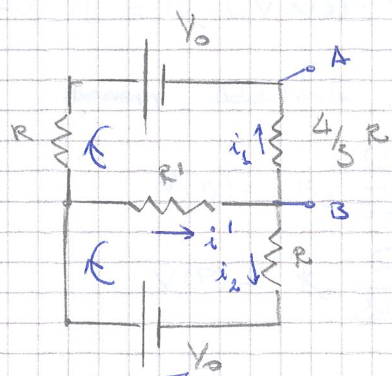
Maglia inf. $\quad +V_0 - i_2 R - i' 2R = 0$

$$\Rightarrow i_1 2R - i_2 R = 0 \Rightarrow i_2 = 2 i_1$$
$$i' = 3 i_1$$

$$-V_0 + 2R i_1 + (2R)(3 i_1) = 0 \qquad i_1 = \frac{V_0}{8R} \qquad i' = \frac{3V_0}{8R} = 22.5 \text{ mA}$$

$$V_A + R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{V_0}{8} = -7.5 \text{ V}$$

c) $X = R$



L.d.Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + \frac{7}{3} R i_1 + R' i' = 0$

Maglia inf. $\quad V_0 - R i_2 - R' i' = 0$

$$\Rightarrow \frac{7}{3} R i_1 - R i_2 = 0 \qquad i_2 = \frac{7}{3} i_1$$
$$i' = \frac{10}{3} i_1$$

$$-V_0 + \frac{7}{3} R i_1 + (2R)\left(\frac{10}{3} i_1\right) = 0 \rightarrow i_1 = \frac{V_0}{9R} \qquad i' = \frac{10}{27}\frac{V_0}{R} = 22.2 \text{ mA}$$

$$V_A + \frac{4}{3} R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{4}{27} V_0 = -8.9 \text{ V}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 19/12/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiani siano dati i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Calcolare il modulo dei tre vettori e dire quali vettori sono tra loro perpendicolari giustificando algebricamente la risposta.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nel punto $(x_0, 3y_0)$ vi è una carica elettrica q, nel punto (x_0, y_0) vi è una carica elettrica q e nel punto $(x_0, -y_0)$ vi è una carica elettrica $-2q$. Tutte le cariche sono puntiformi e $x_0 = y_0 = A$. Calcolare in funzione di A e E_0:

a) la carica q sapendo che il campo elettrico nel punto $(x_0, 0)$ vale $\vec{E} = E_0\vec{j}$;

b) il potenziale elettrico nel punto $(x_0, 0)$ sapendo che il potenziale all'infinito vale V_∞=0;

c) il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nel punto $(0, y_0)$;

d) il lavoro fatto dal campo elettrico per spostare una carica Q dal punto $(x_0, 0)$ al punto $(0, y_0)$.

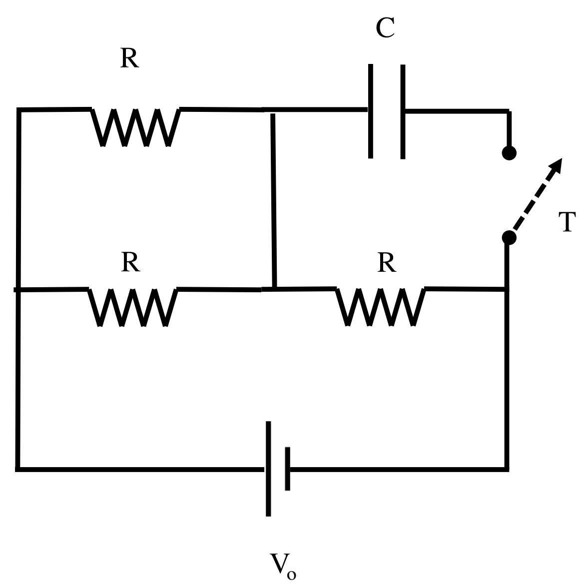
Esercizio 3
Si consideri il circuito mostrato in figura. Tutti i resistori valgono R ed il condensatore ha capacità C. Inizialmente l'interruttore T è aperto ed il condensatore C è scarico. All'istante t=0 s si chiude l'interruttore T. Si calcoli, in funzione di R, C e V_0, la corrente i erogata dalla f.e.m. V_0 nei seguenti istanti:

a) subito prima di chiudere T;

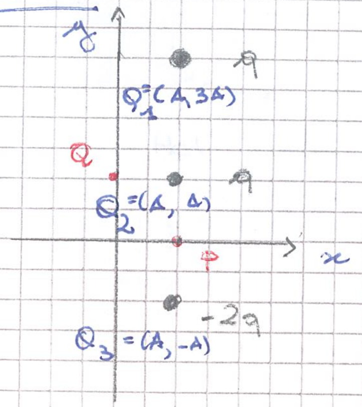
b) subito dopo aver chiuso T;

c) quando il circuito ha raggiunto la stazionarietà.

Si calcoli infine il valore della corrente i all'istante in cui la carica presente sulle armature del condensatore è metà di quella che sarà presente alla stazionarietà.



Es #2



$$\begin{cases} \overrightarrow{Q_1 P} = -3A\vec{\jmath} \\ |\overrightarrow{Q_1 P}| = 3A \end{cases} \qquad \begin{cases} \overrightarrow{Q_1 Q} = -A\vec{\imath} - 2A\vec{\jmath} \\ |\overrightarrow{Q_1 Q}| = A\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{Q_2 P} = -A\vec{\jmath} \\ |\overrightarrow{Q_2 P}| = A \end{cases} \qquad \begin{cases} \overrightarrow{Q_2 Q} = -A\vec{\imath} \\ |\overrightarrow{Q_2 Q}| = A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{Q_3 P} = +A\vec{\jmath} \\ |\overrightarrow{Q_3 P}| = A \end{cases} \qquad \begin{cases} \overrightarrow{Q_3 Q} = -A\vec{\imath} + 2A\vec{\jmath} \\ |\overrightarrow{Q_3 Q}| = A\sqrt{5} \end{cases}$$

a) Il campo elettrico nel punto $P(A,0)$ si calcola mediante il principio di sovrapposizione

$$\vec{E}(A,0) = K_e \frac{q}{9A^2}(-\vec{\jmath}) + K_e \frac{q}{A^2}(-\vec{\jmath}) + K_e \frac{-2q}{A^2}(+\vec{\jmath})$$

$$= -K_e \frac{q}{A^2}\frac{28}{9}\vec{\jmath} = E_0\vec{\jmath} \Rightarrow q = -\frac{9}{28}\frac{A^2 E_0}{K_e}$$

b) Il potenziale nel punto $P(A,0)$ si calcola usando il principio di additività dei potenziali

$$V(A,0) = K_e\frac{q}{3A} + K_e\frac{q}{A} + K_e\frac{-2q}{A} + C_0 = -\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A} + C_0$$

La costante C_0 si determina usando la condizione che

$$\lim_{x,y\to\infty} V(x,y) = 0 \Rightarrow C_0 = 0 \qquad V(A,0) = -\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A}$$

c) Il campo elettrico nel punto $Q(0,A)$ si calcola mediante il principio di sovrapposizione

$$\vec{E}(0,A) = K_e\frac{q}{5A^2}\frac{-\vec{\imath}-2\vec{\jmath}}{\sqrt{5}} + K_e\frac{q}{A^2}(-\vec{\imath}) + K_e\frac{-2q}{5A^2}\frac{-\vec{\imath}+2\vec{\jmath}}{\sqrt{5}} =$$

$$= K_e\frac{q}{A^2}\left\{\frac{1-5\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}\vec{\imath} - \frac{6}{5\sqrt{5}}\vec{\jmath}\right\}$$

$$=$$

d) Il lavoro fatto dal campo elettrico è pari alla variazione dell'energia potenziale

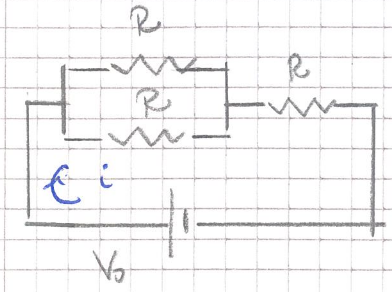
$$L = Q\left[\underbrace{V(A,0)}_{V_i = V(A,0)} - \underbrace{V(0,A)}_{V_f = V(0,A)}\right] = Q\left[-\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A} - K_e\frac{q}{A}\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right] =$$

$$= -K_e\frac{qQ}{A}\frac{25-3\sqrt{5}}{15}$$

Es #3

a) Prima della chiusura di T

Nel ramo in cui si trova C non circola corrente (= circuito aperto)

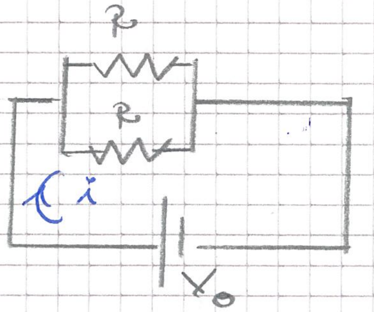


$$R_{eq} = (R//R) \text{ in serie con } R = \frac{3}{2} R$$

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{R}$$

b) Subito dopo la chiusura di T

ddp ai capi di $C = 0^*$ $\Rightarrow$ anche la d.d.p. sulle resistenze in parallelo a C è nulla



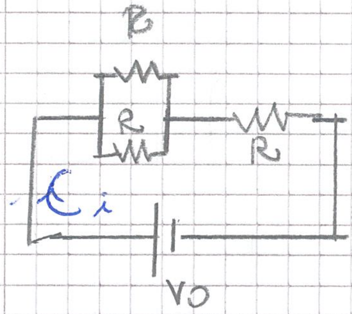
$$R_{eq} = (R//R) = R/2$$

* C è scarico

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2V_0}{R}$$

c) Stazionarietà

C è carico e nel ramo in cui si trova non passa corrente



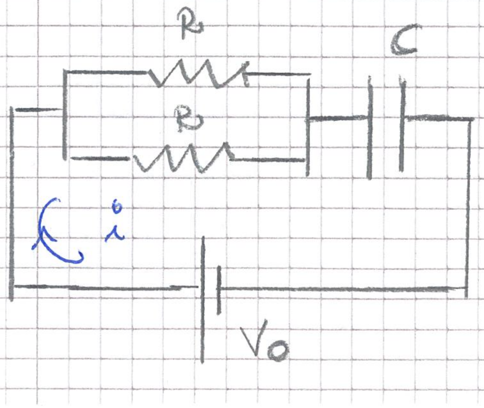
$$R_{eq} = (R//R) \text{ in serie con } R = \frac{3}{2} R$$

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{R}$$

Alla stazionarietà $V_C = iR = \frac{2}{3} V_0$; $Q_C = \left(\frac{2}{3} V_0\right) \cdot C$

d) Quando sul condensatore è presente metà della carica Q_C

la d.d.p. tra le armature di C è $V_{C\,1/2} = \frac{Q_{C,1/2}}{2} = \frac{V_0}{3}$



Applicando L. di Kirchhoff delle maglie

$$V_0 - i R_{eq} - V_{C,1/2} = 0 \Rightarrow V_0 - i \frac{R}{2} - \frac{V_0}{3} = 0$$

$$i = \frac{4}{3} \frac{V_0}{R}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 22/06/2016

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = -5\ \vec{i} + 4\vec{j}$ e $\vec{b} = +4\ \vec{i} - \vec{j}$. Calcolare $2\vec{a} + 5\vec{b}$ ed il modulo di $\vec{b}$. Calcolare anche il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Esercizio 2
Consideriamo un sistema di assi cartesiani (x, y, z). Nel piano xy vi è una carica puntiforme q che ruota in senso antiorario con velocità angolare ω su una circonferenza di raggio R con centro nell'origine del sistema di riferimento. In tutto lo spazio vi è un campo magnetico uniforme che varia linearmente in funzione del tempo: $\vec{B}(t) = a\vec{j} + bt\vec{k}$.
Calcolare:

a) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{j}$;

b) il flusso del campo magnetico ad un generico istante t attraverso la circonferenza descritta dal moto della carica q;

c) il vettore forza dovuto al campo magnetico che agisce sulla carica q quando essa si trova in $\vec{r} = R\vec{j}$;

d) la forza elettromotrice indotta che è presente sulla circonferenza su cui ruota la carica.

Esercizio 3
Nel circuito in figura i resistori valgono rispettivamente R_1=R_2=R=2 $k\Omega$ e R_0=R_3=R_4=$R/2$, e la f.e.m. $\mathcal{E}$= 12 V. Il condensatore ha capacità C=3μF ed è inizialmente scarico. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso.
Calcolare la corrente che percorre R_0, la carica presente su C e la differenza di potenziale ai capi di L:

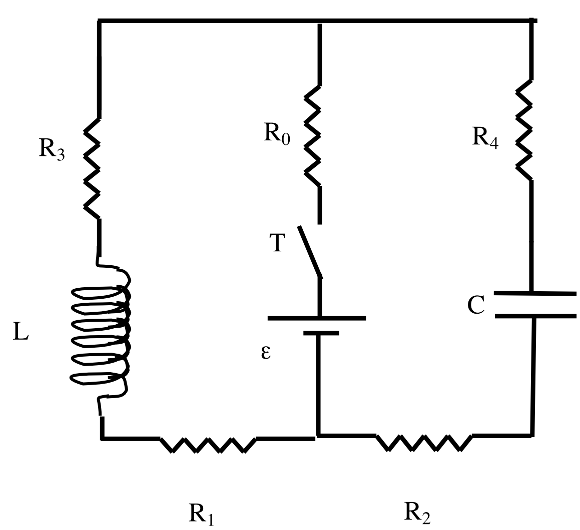
a) subito dopo la chiusura di T;

b) molto tempo dopo la chiusura di T.

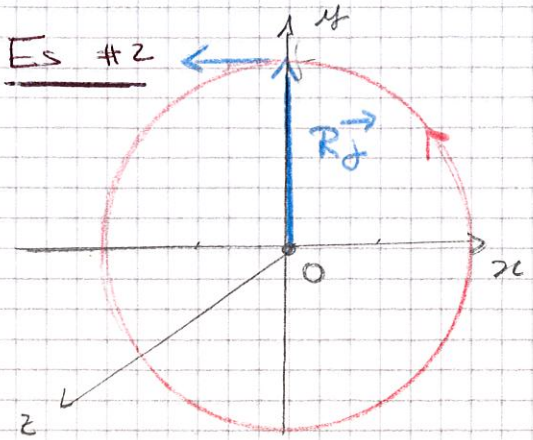
Si determini inoltre

c) quanto vale la corrente che percorre R_0 se i valori di L e C sono tali che, ad un certo istante, la carica presente sulle armature di C è metà del valore finale e, in quello stesso istante, la differenza di potenziale ai capi di L è metà di quella iniziale.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



a) Vettore velocità nel punto $\vec{r} = R\vec{j}$

$$\vec{v} = -\omega R \vec{i}$$

(In alternativa: $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega \vec{k} \times R\vec{j} = -\omega R \vec{i}\ )$$

b) Flusso di $\vec{B}$

Occorre scegliere un versore normale alla superficie della circonferenza.

Scegliendo $\vec{n} = \vec{k}$ (direzione asse z positivo)

$$\phi_{\vec{B}} = \int \vec{B} \cdot \vec{n}\, dS =$$

$$= \int (a\vec{j} + bt\vec{k}) \cdot \vec{k}\, dS =$$

$$= \int bt\, dS = bt\pi R^2$$

c) Forza di Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

con $\begin{cases} \vec{v} = -\omega R \vec{i} \\ \vec{B} = a\vec{j} + bt\vec{k} \end{cases}$

$$\vec{F} = q(-\omega R \vec{i}) \times (a\vec{j} + bt\vec{k}) = -\omega R q (a\vec{k} - bt\vec{j})$$

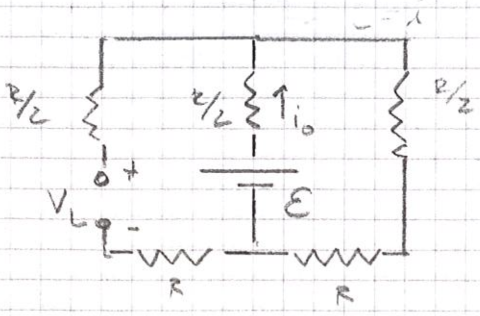
d) Legge di Faraday Lenz

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi_{\vec{B}}}{dt} = -b\pi R^2$$

Es #3

a) Subito dopo la chiusura di T

- ddp ai capi di C $V_C = 0$
  $\to$ C si comporta come corto circuito
- corrente in L $i_L = 0$
  $\to$ L si comporta come circuito aperto



L di Kirchhoff maglia DX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i(R_4 + R_2) = 0 \qquad i = i_0 \qquad R_0 = R_4 = R/2 \qquad R_2 = R$$

$$\mathcal{E} - i_0 (R_0 + R_4 + R_2) = 0$$

$$\mathcal{E} - i_0 2R = 0 \longrightarrow i_0 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{12\,V}{4\,k\Omega} = 3\,mA$$

$$V_C = 0 \to Q = C \cdot V_C = 0\,C$$

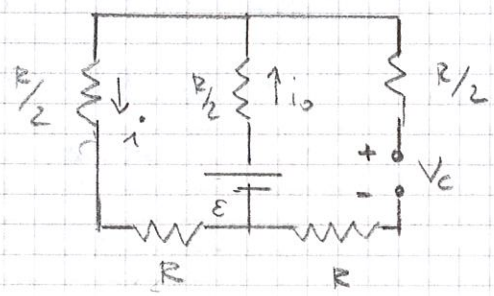
L di Kirchhoff maglia SX

$$V_L + i_0 R_0 - \mathcal{E} = 0$$

$$V_L = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}\frac{R}{2} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \qquad V_L = \frac{3}{4}\mathcal{E} = 9\,V$$

b) Molto tempo dopo la chiusura di T (stazionarietà)

- C si comporta come circuito aperto
- L si comporta come corto circuito $\to V_L = 0$



L di Kirchhoff maglia SX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i(R_3 + R_1) = 0 \qquad i = i_0 \qquad R_0 = R_3 = R/2 \qquad R_1 = R$$

$$\mathcal{E} - i_0 (R_0 + R_3 + R_1) = 0$$

$$\mathcal{E} - i_0 2R = 0 \longrightarrow i_0 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{12\,V}{4\,k\Omega} = 3\,mA$$

$$V_L = 0\,V$$

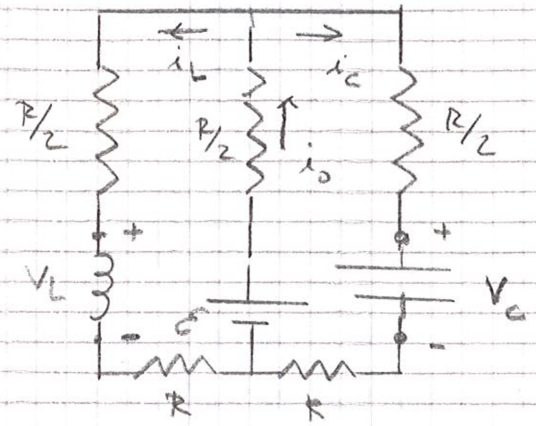
L di Kirchhoff maglia DX

$$\mathcal{E} - i_0 R_0 - V_C = 0$$

$$V_C = \mathcal{E} - i_0 R/2 = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}\frac{R}{2} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \qquad V_C = \frac{3}{4}\mathcal{E} = 9\,V \to Q = C \cdot V_C = 18\,\mu C$$

c) Nell' istante descritto al punto c

- ai capi di C è presente una ddp $V_C = \frac{3}{8}\mathcal{E}$
- ai capi di L è presente una ddp $V_L = \frac{3}{8}\mathcal{E}$



Maglia SX

$i_3 R_1 + V_L + i_3 R_3 + i_0 R_0 - \mathcal{E} = 0$

$i_3 (R_1 + R_3) + i_0 R_0 - \mathcal{E} + \frac{3}{8}\mathcal{E} = 0$

$\frac{3}{2} R i_3 + \frac{R}{2} i_0 - \frac{5}{8}\mathcal{E} = 0$

Maglia DX

$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i_4 R_4 - V_C - i_4 R_2 = 0$

$\mathcal{E} - i_0 R_0 - i_4 (R_2 + R_4) - \frac{3}{8}\mathcal{E} = 0$

$\frac{5}{8}\mathcal{E} - i_0 \frac{R}{2} - i_4 \frac{3}{2} R = 0$

L di Kirchhoff dei nodi

$i_0 = i_3 + i_4$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} R i_3 + \frac{R}{2} i_0 - \frac{5}{8}\mathcal{E} = 0 \\ \frac{5}{8}\mathcal{E} - i_0 \frac{R}{2} - \frac{3}{2} R i_4 = 0 \\ i_0 = i_3 + i_4 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 3 i_3 + i_0 - \frac{5}{4}\frac{\mathcal{E}}{R} = 0 \\ \frac{5}{4}\frac{\mathcal{E}}{R} - i_0 - 3 i_4 = 0 \\ i_3 = i_0 - i_4 \end{cases}$$

Le cui soluzioni sono

$i_0 = \mathcal{E}/_{2R} = \frac{12V}{4k\Omega} = 3\ mA$

$i_3 = +\mathcal{E}/_{4R} = +\frac{12V}{8k\Omega} = +1.5\ mA$

$i_4 = +\mathcal{E}/_{4R} = \frac{12V}{8k\Omega} = 1.5\ mA$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 20/07/2016

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = 3\vec{i} - 14\vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$. Calcolare il vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, il modulo di $\vec{s}$ ed il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano xy vi è una carica puntiforme q di massa m che ruota in senso antiorario con velocità angolare ω su una circonferenza di raggio R con centro in $(R, 0, 0)$. Risolvere i seguenti punti.

a) Calcolare il vettore velocità della carica q quando essa si trova nell'origine.

b) Calcolare il vettore accelerazione della carica q quando essa si trova nell'origine.

c) Calcolare il vettore campo elettrico generato dalla carica q nel centro della circonferenza quando essa si trova nell'origine.

d) Calcolare il potenziale elettrico all'infinito se il potenziale elettrico nel centro della circonferenza è nullo.

e) Calcolare il vettore campo magnetico necessario per far muovere la particella carica lungo l'orbita circolare con velocità angolare costante.

Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura R=1 kΩ, R'=$R/2$, ε_1=6 V e $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$. Il circuito è in condizioni stazionarie. Si calcoli la corrente i' nel resistore R' e la differenza di potenziale $V_B - V_A$ nei seguenti casi:

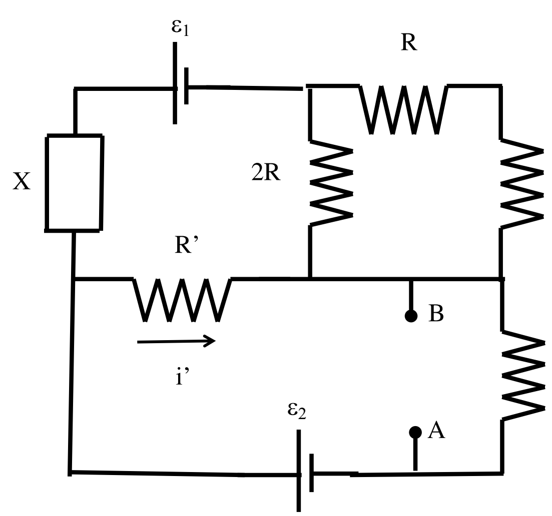
a) X è un induttore di induttanza L=100 mH;

b) X è un condensatore di capacità C=100 nF.

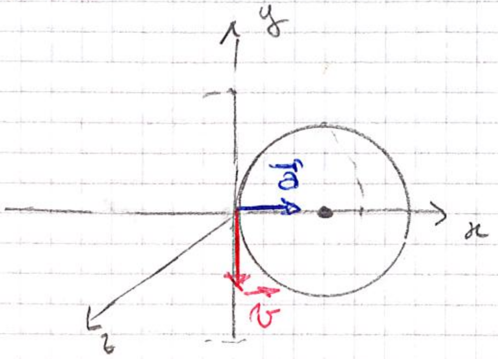
Si determini inoltre

c) il valore di $V_B - V_A$ quando X è una f.e.m. tale per cui i'=0.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



a) Come si vede dalla figura la velocità della carica è $\vec{v} = -\omega R \vec{j}$

In alternativa si poteva usare la definizione del vettore velocità angolare $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = (\omega \vec{k}) \times (-R\vec{i}) = -\omega R \vec{j}$$

b) Siccome il moto è circolare <u>uniforme</u> (ω è costante) l'unica componente dell'accelerazione è quella centripeta

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{i} = \omega^2 R \vec{i}$$

c) Campo $\vec{E}$ prodotto da q

$$\vec{E} = K_e q \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2} \frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}$$

$$\vec{r}_0 = 0\vec{i} + 0\vec{j}$$
$$\vec{r} = R\vec{i} + 0\vec{j}$$
$$\vec{r}-\vec{r}_0 = R\vec{i}$$

$$= K_e \frac{q}{R^2}\vec{i}$$

d) Potenziale nel centro della circonferenza

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} + V_0$$

$r = R \quad V(R) = K_e \frac{q}{R} + V_0 = 0 \quad \rightarrow V_0 = -K_e \frac{q}{R}$

Potenziale all'infinito

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} - K_e \frac{q}{R}$$

$$V_\infty = \lim_{r\to\infty} V(r) = -K_e \frac{q}{R}$$

e) Campo magnetico per far muovere le particelle di moto circolare uniforme → Deve essere perpendicolare al piano x,y

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \underbrace{m a_c}_{\text{Forza centripeta}} = \underbrace{q v B}_{\text{Forza di Lorentz}} \rightarrow m\omega^2 R = q\,\omega R B$$

$$\rightarrow B = \frac{m\omega}{q}$$

(moto di ciclotrone)

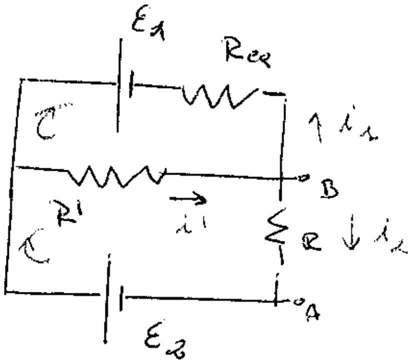
Per quanto riguarda il verso $q\vec{v}\times\vec{B}$ deve esser diretto lungo $+\vec{i}$ (come acc centripeta)

$$q(-\omega R\vec{j}) \times B\vec{K} = -q\omega R B\,\vec{i} \rightarrow \begin{cases} q>0 & B<0 \\ q<0 & B>0 \end{cases}$$

$$\vec{B} = -\frac{m\omega}{q}\vec{K}$$

Es #3

a) $X = L$ stazionarietà $\Rightarrow$ corto circuito



R_{eq} : (R in serie con R) in parallelo con 2R

$$R_{eq} = \left(1/2R + 1/(R+R)\right)^{-1} = R$$

LdK maglia sup. $\quad -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i'R' = 0$

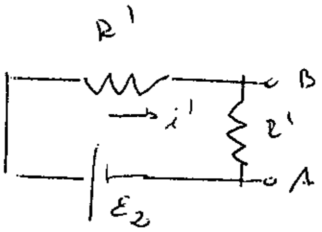
LdK maglia inf. $\quad +\mathcal{E}_2 - i'R' - i_2 R = 0 \Rightarrow \begin{cases} -\mathcal{E}_1 + i_1 R + i' R/2 = 0 \\ 2\mathcal{E}_1 - i' R/2 - i_2 R = 0 \\ i_1 = i' - i_2 \end{cases}$

LdK nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Risolvendo il sistema $\begin{cases} i' = 3\mathcal{E}_1/2R = 9 \text{ mA} \\ i_2 = 5\mathcal{E}_1/4R = 7.5 \text{ mA} \end{cases}$

$$V_B - i_2 R = V_A \qquad V_B - V_A = i_2 R = \frac{5\mathcal{E}_1}{4} = 7.5 \text{ V}$$

b) $X = C$ stazionarietà $\Rightarrow$ circuito aperto



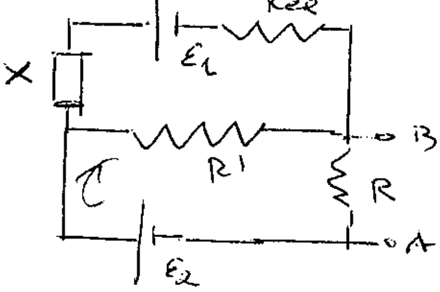
Contando solo la maglia inf.

$$\mathcal{E}_2 - i'(R'+R) = 0$$

$$i' = 2\mathcal{E}_1/(R'+R) = \frac{2\mathcal{E}_1}{\frac{3}{2}R} = \frac{4}{3}\frac{\mathcal{E}_1}{R} = 8 \text{ mA}$$

$$V_B - V_A = i'R = \frac{4\mathcal{E}_1}{3} = 8 \text{ V}$$

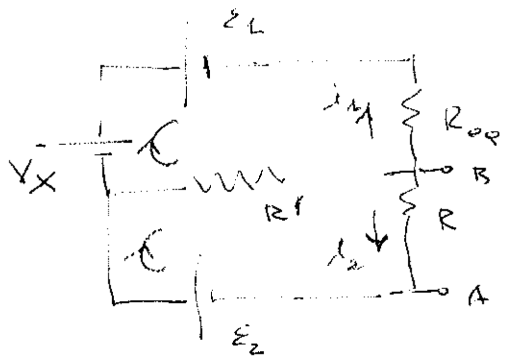
c) Se in R' non circola corrente $\rightarrow$ X è una f.e.m.
Per trovare $V_B - V_A$ non è necessario determinare il valore di questa fem (*) ma è sufficiente considerare la maglia inf



LdK $\quad \mathcal{E}_2 - i'R' - (V_B - V_A) = 0$

$$V_B - V_A = \mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$$

(*) Nel caso si voglia determinare il valore della f.e.m V_x



$$\begin{cases} \text{maglia } \cancel{\text{esterna}} \text{ sup.} & V_x - \mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} = 0 \\ \text{maglia inf.} & \mathcal{E}_2 - i_2 R = 0 \\ & i_1 + i_2 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema $i_2 = 2\mathcal{E}_1 / R \Rightarrow V_x = \mathcal{E}_1 - i_1 R_{eq} = 3\mathcal{E}$

$V_B - V_A = i_2 R = 2\mathcal{E}_1 = 12\ V$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 08/09/2016

Esercizio 1
Si considerino i seguenti punti in piano cartesiano (x, y): P=(0,0), A=(1,3), B=(2,1). Determinare il vettore $\vec{a}$ che va dal punto P al punto A, il vettore $\vec{b}$ che va dal punto P al punto B e la lunghezza del vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano (x, y) vi è una carica elettrica puntiforme q di massa m che ruota in senso orario su una circonferenza di raggio R con velocità uniforme. Quando essa si trova nell'origine la sua velocità è $\vec{v} = -\frac{1}{2}u\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}u\vec{j}$, dove u è un parametro noto. Calcolare:

a) il vettore accelerazione della carica q quando essa si trova nell'origine;

b) il modulo della velocità angolare della carica q quando essa si trova nell'origine;

c) il numero di passaggi al secondo della carica q per l'origine;

d) la corrente associata al moto della carica q;

e) il vettore campo magnetico generato dalla carica q nel centro della circonferenza;

f) il vettore campo magnetico necessario per far muovere la carica q lungo l'orbita circolare;

g) il potenziale elettrico all'infinito prodotto dalla carica q, quando essa si trova nell'origine, se il potenziale elettrico nel centro della circonferenza è nullo.

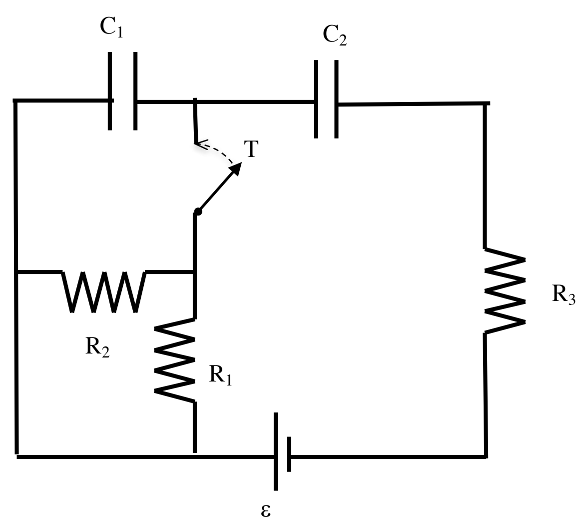
Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura R_1=R_2=R, R_3=$2R$, C_1=C_2=C e ε=V_0. Inizialmente il circuito è in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. Al tempo t_0 si chiude l'interruttore T. Calcolare la carica presente su C_1, la carica presente su C_2 e la corrente in R_1:

a) subito prima di chiudere T;

b) subito dopo avere chiuso T;

c) quando viene raggiunta nuovamente la stazionarietà.

(R=500 Ω, C=10 nF, e V_0=6 V. Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



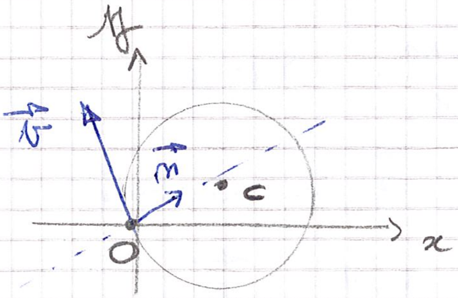
Es #2

$$\vec{v} = -\frac{u}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}u\vec{j}$$

Direzione di $\vec{v}$ $\qquad \vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$

Direzione $\perp$ a $\vec{v}$ (su cui si trova il centro della circonferenza)

$$\vec{m} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$



Coordinate del centro della circonferenza

$$C: \; x_c = R\,\sqrt{3}/2 \qquad y_c = R/2$$

a) vettore accelerazione (NB accelerazione = accelerazione centripeta)

$$|\vec{a}_c| = v^2/R \qquad v^2 = u^2/4 + 3/4\,u^2 = u^2$$

$$\vec{a}_c = |\vec{a}_c|\,\vec{m} = \frac{u^2}{R}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

b) velocità angolare

$$|\vec{v}| = \omega R \rightarrow \omega = \frac{|\vec{v}|}{R} = \frac{u}{R}$$

c) passaggi al secondo per il punto O (0,0) => frequenza di rivoluzione

$$2\pi f = \omega \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{2\pi R}$$

d) corrente associata al moto

$$i = qf = \frac{qu}{2\pi R}$$

e) campo magnetico prodotto da q

moto di q assimilabile a corrente che percorre una spira circolare

$$|\vec{B}| = 2k_m\frac{i\pi R^2}{R^3} = \cancel{2}k_m\frac{qu}{\cancel{2}\cancel{\pi}R}\,\frac{\cancel{\pi}}{R} = k_m\frac{qu}{R^2}$$

Direzione di $\vec{B}$: regola mano DX

$$\vec{B} = k_m\frac{qu}{R}(-\vec{k}) \qquad (\vec{k} \text{ versore asse } z)$$

f) Campo magnetico necessario per fare muovere q lungo la circonferenza

$$\underbrace{q\vec{v}\times\vec{B}}_{\vec{F}\ \text{Lorentz}} = \underbrace{m\frac{v^2}{R}\vec{n}}_{\vec{F}\ \text{centripeta}} \rightarrow \vec{B} \text{ diretto lungo asse } z$$

Passando ai moduli

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{mu}{qR}$$

Direzione di $\vec{B}$ $\Rightarrow$ regola mano Dx

$$\vec{B} = \frac{mu}{qR}\vec{k}$$

g) $V(x,y) = K_e \dfrac{q}{(x^2+y^2)^{1/2}} + C$ potenziale in un punto generico di coordinate (x,y)

Per determinare la costante additiva C, si usa la condizione che

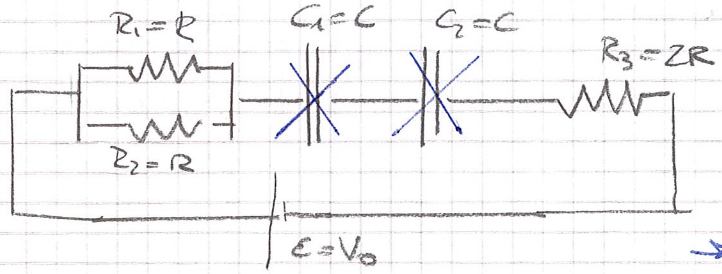
$$V(x_e,y_e) = 0 \rightarrow K_e\frac{q}{R} + C = 0$$

$$C = -K_e\frac{q}{R}$$

$$\lim_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} V(x,y) = C = -K_e\frac{q}{R}$$

Es #3

a) Circuito prima della chiusura di T



C_1 e C_2 si comportano come circuiti aperti (capacità in serie)

$\rightarrow \ i_1 = i(R_1) = 0$

$$C_{eq} = \left(1/C_1 + 1/C_2\right)^{-1} = C/2$$

La ddp sulle armature di C_{eq} è pari a V_0

$$Q_{eq} = C_{eq} V_0 = CV_0/2$$

Per definizione di condensatori in serie, questa stessa carica è presente sia su C_1 sia su C_2

$$Q_1 = CV_0/2 = 30\,mC \qquad V_{C1} = V_0/2$$

$$Q_2 = CV_0/2 = 30\,mC \qquad V_{C2} = V_0/2$$

b) Subito dopo la chiusura di T

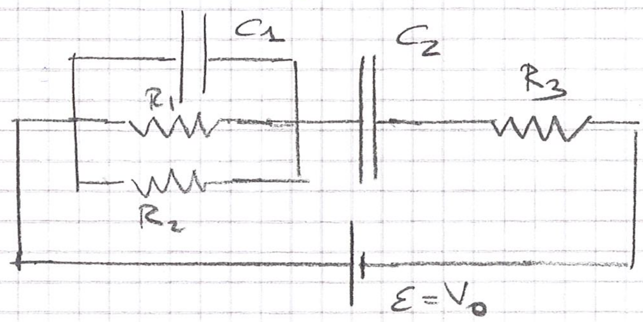
$\Rightarrow$ ddp e carica presente sulle armature restano invariate

$$Q_1 = CV_0/2 = 30\,mC$$

$$Q_2 = CV_0/2 = 30\,mC$$

I condensatori entrano in conduzione

Nota: C_1, R_1, R_2 sono in parallelo tra loro $\Rightarrow$



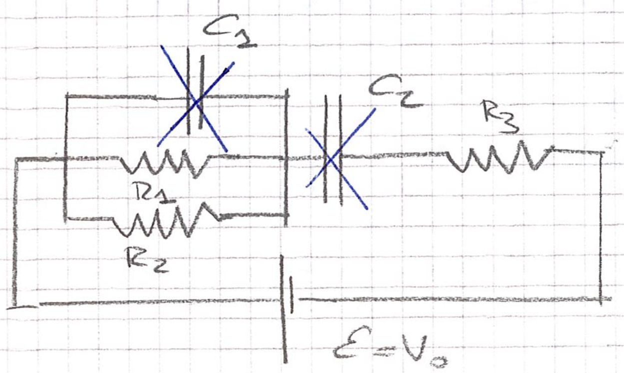
la d.d.p. ai capi di R_1 è pari alla ddp ai capi di C_1

$$i_1 R_1 = V_{C1} = V_0/2$$

$$i_1 = \frac{V_{C1}}{R_1} = \frac{V_0}{2R} = 6\ mA$$

c) molto tempo dopo la chiusura di T, C_1 e C_2 si comportano come circuiti aperti

$$i_1 = i(R_1) = 0$$



La ddp di capi di R_1 è la stessa ddp presente di capi di C_1

$$V_{C1} = i_1 R_1 = 0 \rightarrow Q_1 = C_1 V_{C1} = 0$$

Per trovare V_{C2} si può usare la Kirchhoff per le maglie

$$\mathcal{E} - i_1 R_1 - V_{C2} - i_3 R_3 = 0$$

Siccome $i_1 = i_3 = 0 \rightarrow V_{C2} = \mathcal{E} = V_0 \rightarrow Q_2 = C_2 V_{C2} = C V_0 = 60$ mC

Ricapitolando

	a)	b)	c)
i_1	0	$V_0/2R$	0
Q_1	$CV_0/2$	$CV_0/2$	0
Q_2	$CV_0/2$	$CV_0/2$	CV_0

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 27/09/2016

Esercizio 1
Consideriamo il vettore $\vec{u} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ ed il vettore $\vec{v}$ che va dal punto $P = (2, -2\sqrt{3})$ all'origine $O = (0,0)$. Calcolare $\vec{u}^2$ ed il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate xyz. Nel piano xy vi è una carica q che ruota in senso orario su una circonferenza di raggio R con modulo della velocità costante. Quando essa si trova nell'origine degli assi O la sua accelerazione è $\vec{a} = b\vec{i} + \sqrt{3}b\vec{j}$.
Calcolare:

a) il modulo dell'accelerazione e dire quali dimensioni ha la costante b;

b) il modulo della velocità angolare quando la carica q si trova nell'origine O;

c) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nell'origine O;

d) il numero di passaggi al secondo della carica per l'origine O;

e) il vettore campo magnetico generato dalla carica ad un'altezza $z = h$ sull'asse passante per il centro della circonferenza percorsa da q;

f) il potenziale elettrico all'infinito se il potenziale elettrico nel punto sulla circonferenza diametralmente opposto all'origine O è nullo.

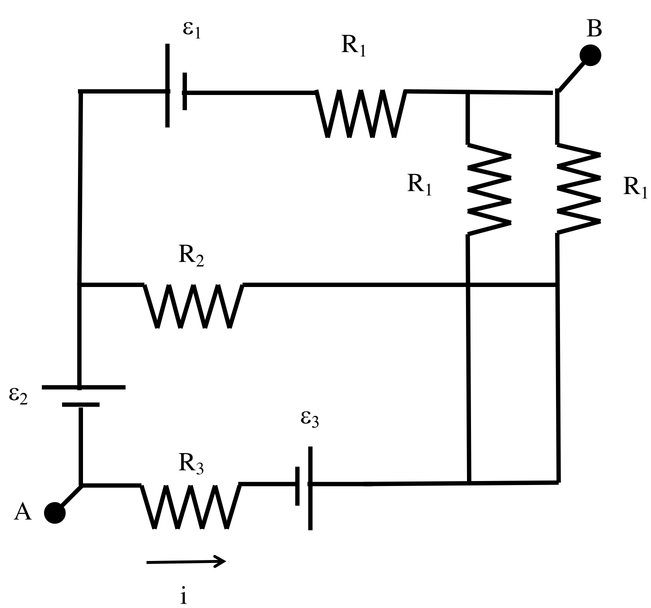
Esercizio 3
Nel circuito mostrato in figura le resistenze valgono R_1=R, R_2=$R/2$, R_3=$3R$ e le f.e.m. ε_1=ε_2=V_0 e ε_3=2 V_0.
Calcolare:

a) la corrente i nel resistore R_3 specificando se il verso è concorde a quello indicato in figura;

b) la differenza di potenziale $V_B - V_A$;

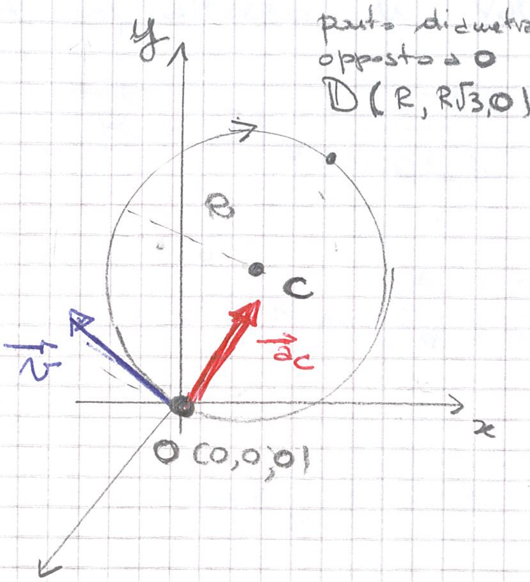
c) la potenza erogata dalla f.e.m. ε_1.

(R=1 Ω, e V_0=27 V. Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2

a)



Moto circolare uniforme

$\vec{a} = \vec{a}_c$ acc. centripeta

$$\vec{u}_N = \frac{\vec{a}_c}{|\vec{a}_c|}$$

$$|\vec{a}_c| = |\vec{a}| = \sqrt{b^2 + 3b^2} = 2b$$

$$\Rightarrow \vec{u}_N = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

Dimensionalmente $[a_c] = L/T^2$

$$[b] = [a_c] = L/T^2$$

b) $a_c = \omega^2 R$ $\qquad \omega = \sqrt{a_c/R} = \sqrt{2b/R}$ Velocità angolare

c) Vettore velocità

$$|\vec{v}| = \omega R = \sqrt{2bR}$$

$\vec{v}$ è perpendicolare a $\vec{u}_N$ ($\Rightarrow$ tangente alla circonferenza)

Versore tangente alla circonferenza in O:

$$\vec{u}_T = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

$$\vec{v} = |\vec{v}|\,\vec{u}_T = \sqrt{2bR}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

d) Numero di passaggi al secondo per l'origine O = frequenza

$$2\pi f = \omega \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{2b/R}$$

e) La carica in moto sulla circonferenza equivale ad una spira circolare di raggio R percorsa dalla corrente

$$i = q f = \frac{q}{2\pi}\sqrt{2b/R}$$

Il campo magnetico prodotto sull'asse delle spira ad un'altezza h vale

$$\vec{B} = 2K_m \frac{i\pi R^2}{(R^2+h^2)^{3/2}} \underbrace{(-\vec{k})}_{\text{regola mano DX}} =$$

$$= \cancel{2} K_m \underbrace{\frac{q}{\cancel{2}\pi}\sqrt{\frac{2b}{R}}}_{i} \frac{\cancel{\pi} R^2}{(R^2+h^2)^{3/2}} (-\vec{k}) =$$

$$= -K_m \, q \sqrt{2b} \left(\frac{R}{R^2+h^2}\right)^{3/2} \vec{k}$$

f) Potenziale prodotto da carica puntiforme

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} + V_0$$

Per determinare V_0 sfruttiamo la condizione

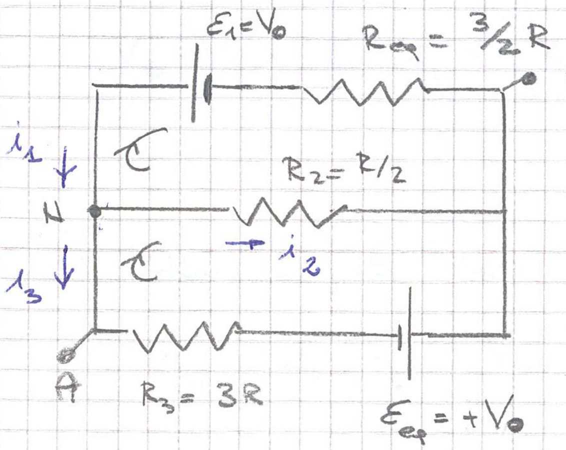
$$V(r=2R) = 0 \rightarrow V_0 = -K_e \frac{q}{2R}$$

$$V(r) = K_e \frac{q}{r} - K_e \frac{q}{2R}$$

$$\lim_{r \to \infty} V(r) = -K_e \frac{q}{2R}$$

Es #3

a) Il circuito si può semplificare nel modo seguente



R_{eq} : resistenza equivalente alle 3 resistenze R_1 (R_1 in serie con $R_1 // R_1$)

$$R_{eq} = R + \left(1/R + 1/R\right)^{-1} = 3/2\, R$$

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 = V_0$$

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 & \text{L. di Kirchhoff nodo N} \\ -\mathcal{E}_1 + i_1 R_{eq} + i_2 R_2 = 0 & \text{L. di Kirchhoff maglia superiore} \\ -\mathcal{E}_{eq} + i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0 & \text{L. di Kirchhoff maglia inferiore} \end{cases}$$

Verso percorrenza ORARIO

$$\begin{cases} -V_0 + (i_2 + i_3)\, 3/2\, R + i_2\, R/2 = 0 \\ -V_0 + i_3\, 3R - i_2\, R/2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2R\, i_2 + 3/2\, R\, i_3 = V_0 \\ R/2\, i_2 - 3R\, i_3 = -V_0 \quad \times 4 \end{cases}$$

← sottraggo membro a membro

$$27/2\, R\, i_3 = 5 V_0 \rightarrow i_3 = \frac{10}{27}\frac{V_0}{R} = \frac{10 \cdot 27\,V}{27 \cdot 1\,\Omega} = 10\ A$$

$$i = i_3 = \frac{10}{27}\frac{V_0}{R} = 10\ A$$

concorde al verso di i nel testo del problema

$$i_2 = \frac{2}{9}\frac{V_0}{R} = 6\ A$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{16}{27}\frac{V_0}{R} = 16\ A$$

b) D.D.P. Tra B e A $\Rightarrow$ legge di Kirchhoff sulla maglia esterna

$$V_A + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 + i_1 R_1 = V_B$$

$$V_B - V_A = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 + i_1 R_1 = V_0 - V_0 + \underbrace{\frac{16}{27}\frac{V_0}{R}}_{i_1 = \frac{16}{27}\frac{V_0}{R}} \underbrace{R}_{R_1} = \frac{16}{27} V_0 = 16\ V$$

c) Potenza erogata dalla fem $\mathcal{E}_1$

$$W_1 = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = V_0 \frac{16}{27}\frac{V_0}{R} = \frac{16}{27}\frac{V_0^2}{R} = 432\ W$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2015 - 2016
Esame di Fisica - 02/02/2017

Esercizio 1
Siamo dati i vettori $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$. Calcolare il vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, il vettore differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ed il prodotto scalare $\vec{s} \cdot \vec{d}$.

Esercizio 2
Consideriamo un sistema di assi cartesiani (x, y, z). Nel piano xz vi è una carica puntiforme q che ruota con velocità angolare costante ω su una circonferenza di raggio R con centro nel punto di coordinate $(R, 0, R)$. In tutto lo spazio vi è un campo magnetico uniforme $\vec{B}(t) = at^2\vec{j} + bt\vec{k}$.
Calcolare:

a) il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{k}$;

b) il flusso del campo magnetico attraverso il cerchio sulla cui circonferenza ruota la carica;

c) la forza (vettore) dovuta al campo magnetico che agisce sulla carica q quando essa si trova nel punto individuato dal vettore $\vec{r} = R\vec{i}$;

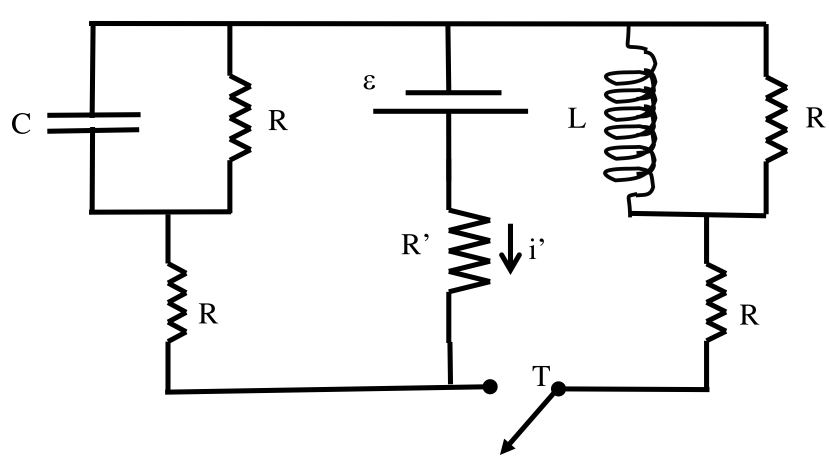
d) la forza elettromotrice indotta presente sulla circonferenza su cui ruota la carica.

Esercizio 3
Si consideri il circuito mostrato in figura. Siano ε=48 V, C=150 μF, R=2 kΩ, $R' = 2R$, e L=100 mH. Dopo essere stato a lungo aperto, l'interruttore T viene chiuso. Calcolare la corrente i' che percorre il resistore R', la carica presente sulle armature del condensatore C e la d.d.p. ai capi dell'induttore L nei seguenti istanti:

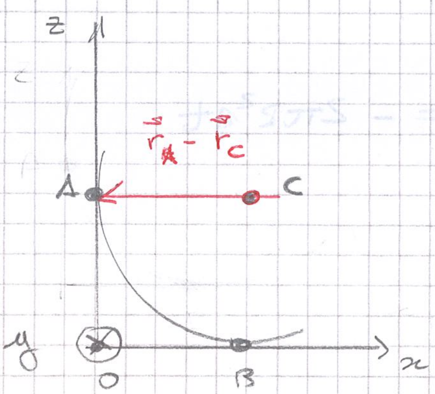
a) immediatamente prima della chiusura dell'interruttore T;

b) subito dopo la chiusura dell'interruttore T;

c) quando si raggiunge la nuova condizione di stazionarietà.



Es #2



SR xyz : terna destrorsa → asse y entrante nel foglio

a) Carica nel punto A

$$\vec{v}_A = \omega R \vec{k}$$

$$\begin{cases} \omega < 0 & \text{Anti-orario} \quad (\Rightarrow \vec{v}_A \text{ verso alto}) \\ \omega > 0 & \text{Orario} \quad (\Rightarrow \vec{v}_A \text{ verso basso}) \end{cases}$$

Alternativamente: $\vec{v}_A = \vec{\omega} \times (\vec{r}_A - \vec{r}_C) = \vec{\omega} \times (-R\vec{i})$

$$= \omega \vec{j} \times (-R\vec{i}) = \omega R \vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

b) Flusso di $\vec{B}$ attraverso la circonferenza

Occorre definire un versore che dia l'orientazione della superficie

Scelta: $\vec{n} = \vec{j}$

$$\Phi_{\vec{B}} = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = \int (at^2 \vec{j} + bt\vec{k}) \cdot \vec{j} \, dS$$

$$= at^2 \int dS = at^2 \pi R^2$$

c) Forza sulla carica quando si trova in B → forza di Lorentz

$$\vec{v}_B = -\omega R \vec{i}$$

(Alternativamente $\vec{v}_B = \vec{\omega} \times (\vec{r}_B - \vec{r}_C) = \vec{\omega} \times (-R\vec{k}) =$

$$= \omega \vec{j} \times (-R\vec{k}) = -\omega R \vec{i}$$

$$\vec{F}_{Lorentz} = q \vec{v}_B \times \vec{B} = q(-\omega R \vec{i}) \times (at^2 \vec{j} + bt\vec{k})$$

$$= q(-\omega R) [at^2 \vec{i} \times \vec{j} + bt \vec{i} \times \vec{k}] =$$

$$= q\omega R \{-at^2 \vec{k} + bt\vec{j}\}$$

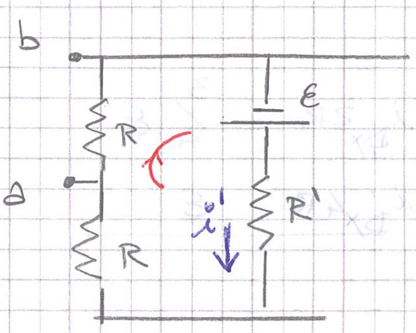
d) f.e.m. indotta $\rightarrow$ Faraday - Lenz

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt} = - \frac{d}{dt} \left\{ a t^2 \pi R^2 \right| = - 2\pi R^2 a t$$

Es #3

a) Interruttore T aperto / stazionarietà

- condensatore C ⟹ circuito aperto
- non circola corrente nella maglia DX



L. di Kirchoff delle tensioni applicata alla maglia SX

$$\mathcal{E} - i'R' - i'(2R) = 0 \rightarrow i' = \frac{\mathcal{E}}{R'+2R} = \frac{\mathcal{E}}{4R} = 6 \text{ mA}$$

Carica sul condensatore

$$Q = C(V_a - V_b) = C\, i'R = C\frac{\mathcal{E}}{4R}R = \frac{C\mathcal{E}}{4} = 1.8\times10^{-3}\ \text{C}$$

Nella maglia DX non circola corrente

$i_L = 0$ A

$V_L = 0$ V

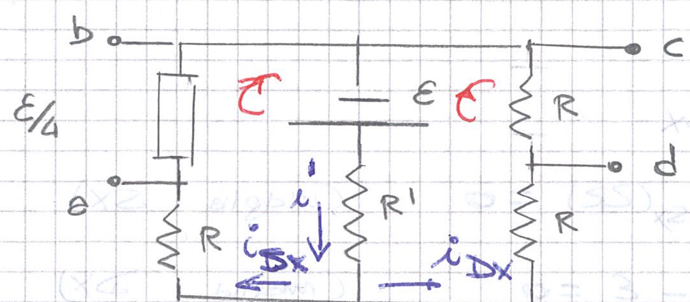
b) Interruttore T subito dopo la chiusura

- la ddp ai capi del condensatore è la stessa del quesito a)

$V_a - V_b = \mathcal{E}/4$ (non passa corrente)

- la corrente nell'induttore è la stessa del quesito a

$i_L = 0$ (ma la ddp ai suoi capi non è nulla!)



NB: ~~nella~~ maglia di DX è percorsa da una corrente $i_{DX} \neq 0$ che passa solo nel resistore in parallelo a L

LdK dei nodi $\quad i' = i_{SX} + i_{DX}$

LdK maglie:
$$\begin{cases} \mathcal{E} - i'R'' - i_{SX}R - \mathcal{E}/4 = 0 & \text{(maglia SX)} \\ i_{DX}(2R) + i'R' - \mathcal{E} = 0 & \text{(maglia DX)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (i_{SX}+i_{DX})R' + i_{S}R = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ (i_{SX}+i_{DX})R' + i_{DX}2R = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{SX}3R + i_{DX}2R = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ i_{SX}2R + i_{DX}4R = \mathcal{E} \end{cases}$$

$R' = 2R$

Risolvendo il sistema: $\begin{cases} i_{SX} = \mathcal{E}/8R \\ i_{DX} = \frac{3}{16}\mathcal{E}/R \end{cases} \Rightarrow i' = \frac{5}{16}\frac{\mathcal{E}}{R} = 7.5 \times 10^{-3}\,A$

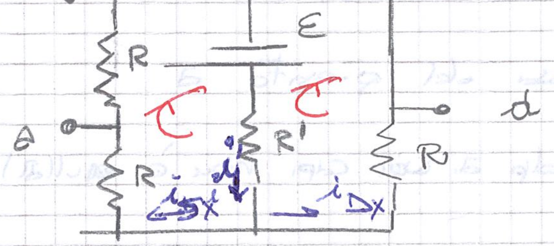
- Carica sul condensatore

$$Q = C(V_a - V_b) = C\frac{\mathcal{E}}{4} = 1.8 \times 10^{-3}\,C$$

- ddp ai capi dell'induttore

$$V_d - V_c = i_{DX}R = \frac{3}{16}\mathcal{E} = 9\,V$$

c) Interruttore T chiuso / stazionarietà
- condensatore C ⇒ circuito aperto
- induttore L ⇒ corto circuito in parallelo ad una resistore



LdK dei nodi $\quad i' = i_{SX} + i_{DX}$

LdK delle maglie
$$\begin{cases} \mathcal{E} - i'R' - i_{SX}(2R) = 0 & \text{(maglia SX)} \\ R\,i_{DX} + i'R' - \mathcal{E} = 0 & \text{(maglia DX)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (i_{sx}+i_{Dx})R' + i_{sx}2R = \mathcal{E} \\ i_{Dx}R + (i_{sx}+i_{Dx})R' = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{sx}4R + i_{Dx}2R = \mathcal{E} \\ i_{sx}2R + i_{Dx}3R = \mathcal{E} \end{cases}$$

$R' = 2R$

Risolvendo il sistema: $\begin{cases} i_{sx} = \mathcal{E}/8R \\ i_{Dx} = \mathcal{E}/4R \end{cases} \Rightarrow i' = 3\mathcal{E}/8R = 3 \times 10^{-3}\ A$

- Carica sul condensatore

$$Q = C\underbrace{(V_a - V_b)}_{V_a - V_b = i_s R} = C\ \mathcal{E}/8 = 0.9 \times 10^{-3}\ C$$

- ddp ai capi dell'induttore

$$V_a - V_c = 0\ V$$