Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 16/06/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(0,7) e B=(12,2). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo.

Esercizio 2
Consideriamo lo spazio tridimensionale di coordinate x, y, z Nel piano xy vi è una carica puntiforme $q > 0$ posta in $(-a, 0)$ ed una carica puntiforme q posta in $(a, 0)$. Risolvere i seguenti quesiti.

a) Calcolare il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nel punto $(0, h)$.

b) Per quale valore di h è $\vec{E} = 0$?

c) Calcolare il lavoro necessario per portare la carica q dall'infinito a $(a, 0)$ supponendo che la carica in $(-a, 0)$ sia già presente.

d) Supponiamo che le due cariche ruotino attorno all'asse z nel piano xy con modulo della velocità angolare $\omega > 0$ costante. Calcolare il vettore velocità della carica q quando essa si trova nel punto $(a, 0)$.

e) Calcolare il vettore campo magnetico generato dalle cariche in moto nell'origine degli assi.

Esercizio 3
Nel circuito in figura R=10 Ω e $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon$ con ε=10 V.
Determinare:

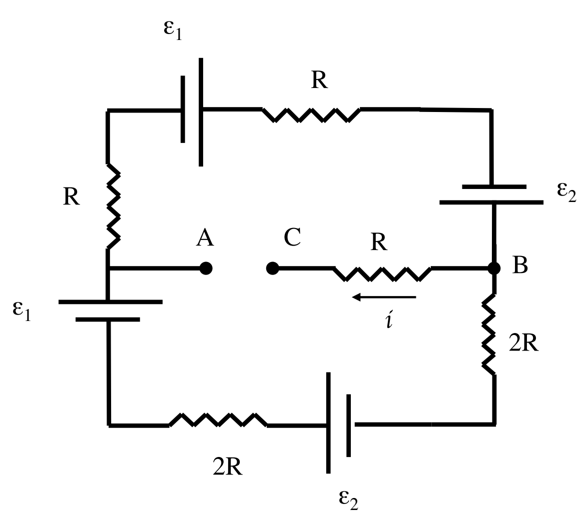
a) la corrente che percorre il circuito;

b) la differenza di potenziale $V_A - V_B$;

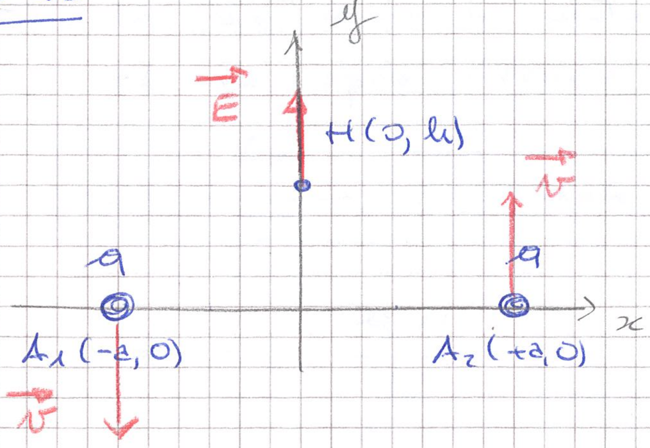
c) il valore della f.e.m. V_0 che deve essere posta tra i punti A e C in modo che $V_A = V_B$ (disegnare la f.e.m. sul circuito in modo che si capisca la polarità);

d) la corrente i che scorre nel resistore posto nel ramo centrale del circuito (vedi figura) qualora tra A e C sia presente la f.e.m. V_0 calcolata nel quesito c).

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



Vettori posizione

$A_1: \vec{r}_{A1} = -a\vec{i}$

$A_2: \vec{r}_{A2} = +a\vec{i}$

$H: \vec{r}_H = h\vec{j}$

a) Campo elettrico in $H = (0,h)$

Principio di sovrapposizione

- carica in A_1 $\quad \vec{E}_1 = K_e q \dfrac{\vec{r}_H - \vec{r}_{A1}}{|\vec{r}_H - \vec{r}_{A1}|^3} = \dfrac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}}(a\vec{i} + h\vec{j})$
- carica in A_2 $\quad \vec{E}_2 = K_e q \dfrac{\vec{r}_H - \vec{r}_{A2}}{|\vec{r}_H - \vec{r}_{A2}|^3} = \dfrac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}}(-a\vec{i} + h\vec{j})$

$$\vec{E}(0,h) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{K_e q}{(h^2+a^2)^{3/2}} 2h\vec{j}$$

b) Valori di h per i quali $\vec{E}(0,h) = 0$

- $h = 0$
- $h \to \infty$

c) Lavoro fatto dalla forza elettrica per portare q dall'infinito in A_2

$L_{\infty \to A_2} = q(V_\infty - V_{A_2})$

$V(r) = K_e \dfrac{q}{r+a} + V_0$

$\Rightarrow L_{\infty \to A2} = -K_e \dfrac{q^2}{2a}$

Lavoro fatto da un agente esterno contro il campo elettrico per portare q da ∞ ad A_2 : $L = +K_e \dfrac{q^2}{2a}$ (l'energia potenziale del sistema aumenta)

d) Velocità delle cariche

- Carica in A_1 $\quad \vec{v}_1 = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A1} = \omega\vec{k} \times (-a\vec{i}) = -\omega a\vec{j}$
- Carica in A_2 $\quad \vec{v}_2 = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A2} = \omega\vec{k} \times (a\vec{i}) = \omega a\vec{j}$

c) Le due cariche in moto circolare sono assimilabili ad una spira circolare percorsa da corrente

$$i = \frac{2q}{T} \qquad \text{dove} \quad \omega T = 2\pi \rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\Rightarrow i = \frac{q\omega}{\pi}$$

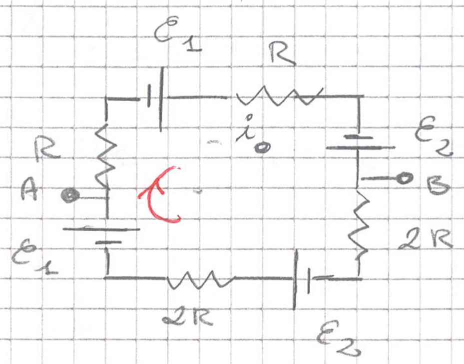
Nell'origine $\vec{B}$ vale

$$|\vec{B}(0,0)| = 2K_m \frac{i\pi}{R} = 2K_m \frac{\pi}{a}\left(\frac{q\omega}{\pi}\right) = 2K_m \frac{q\omega}{a}$$

il verso è dato dalla regola della mano DX, pertanto

$$\vec{B}(0,0) = 2K_m \frac{q\omega}{a} \vec{K}$$

Es #3



a) Applico L. di Kirchhoff per le maglie
(la maglia è percorsa da un'unica corrente i_0)

$$\mathcal{E}_1 - i_0 R + \mathcal{E}_1 - i_0 2R + \mathcal{E}_2 - i_0 2R + \mathcal{E}_2 - i_0 R = 0$$

$$2(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 6 i_0 R$$

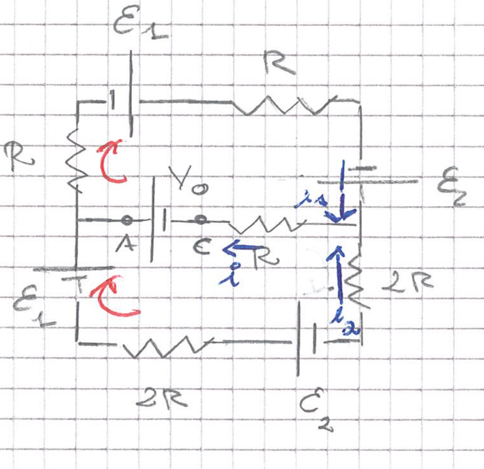
$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{3R} = \frac{3\mathcal{E}}{3R} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 1\,A$$

b) $V_A - i_0 R + \mathcal{E}_1 - i_0 R + \mathcal{E}_2 = V_B$

$$V_A - V_B = 2 i_0 R - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 2\mathcal{E} - 3\mathcal{E} = -\mathcal{E} = -10\,V$$

ovvero $V_A < V_B$

c) Assumiamo che la f.e.m. abbia il terminale positivo connesso ad A e quello negativo connesso a C



LdK nodi (in B) $i_1 + i_2 = i$

Maglia superiore (percorsa senso orario)

$$-iR + V_0 - i_1 2R + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0$$

Maglia inferiore (percorsa senso orario)

$$+i_2 4R + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - V_0 + iR = 0$$

$$\begin{cases} -(i_1+i_2)R + V_0 - i_1 2R + 3\mathcal{E} = 0 \\ i_2 4R + 3\mathcal{E} - V_0 + (i_1+i_2)R = 0 \end{cases}$$

Inoltre $V_A = V_B \rightarrow V_A - V_0 + iR = V_B \Rightarrow i = V_0/R$

$$\rightarrow \begin{cases} -i_1 2R + 3\mathcal{E} = 0 & i_1 = 3\mathcal{E}/2R \\ i_2 4R + 3\mathcal{E} = 0 & i_2 = -3\mathcal{E}/4R \end{cases}$$

$$i = i_1 + i_2 = 3\mathcal{E}/2R - 3\mathcal{E}/4R = 3\mathcal{E}/4R = 0.75\ A$$

$$V_0 = iR = 7.5\ V$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 24/07/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(2,4), B=(6,1) e C=(6,4). Scrivere i vettori: $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B, $\vec{r}_{AC}$ che va dal punto A al punto C. Calcolare inoltre il prodotto scalare $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC}$.

Esercizio 2
Nel piano xy vi è una carica q_1 in $(0,0)$ ed una seconda carica q_2 in (a,b), con $a,b > 0$, inizialmente ferme. Risolvere i seguenti punti.

a) Calcolare il vettore campo elettrico in $(0,0)$ dovuto alla carica q_2, ossia $\vec{E}_2(0,0)$.

b) Calcolare il potenziale elettrico generato dalla carica q_1 nel punto dove si trova la carica q_2.

c) Quanto vale la carica q_2 se il lavoro fatto contro il campo elettrico per portarla dall'infinito a (a,b), quando la carica in $(0,0)$ è già presente, è $L = k_e \frac{q_1^2}{a}$?

Si consideri ora il caso in cui le cariche si muovono con velocità $\vec{v_1} = V_1\vec{j}$ (carica q_1) $\vec{v_2} = V_2\vec{j}$ (carica q_2).

d) Calcolare il vettore campo magnetico $\vec{B_2}(0,0)$ generato dalla carica q_2 nell'origine.

e) Calcolare la forza dovuta al campo magnetico sulla carica q_1.

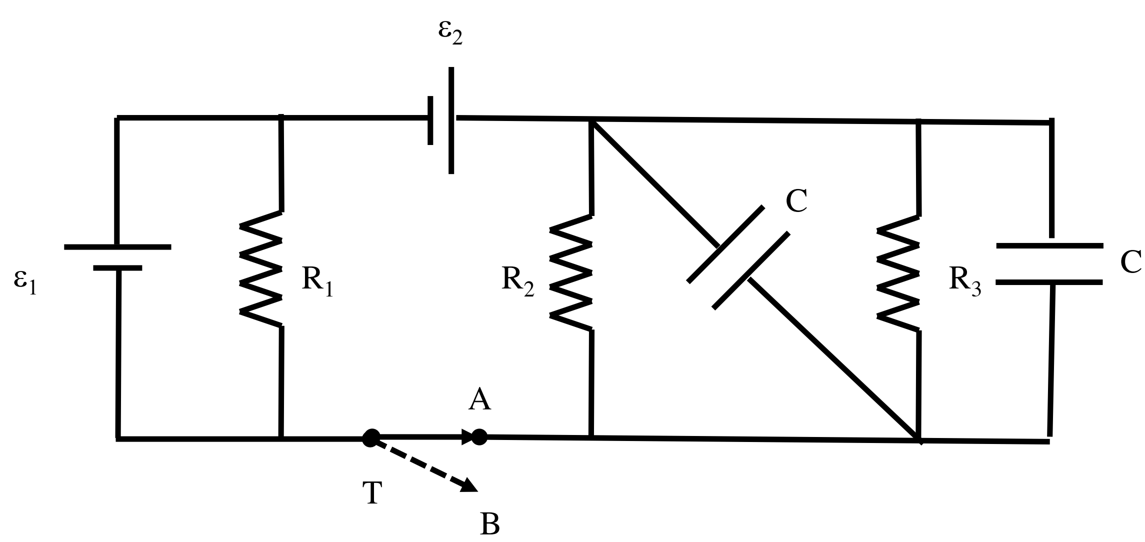
Esercizio 3
Nel circuito in figura tutti i resistori valgono R=10 kΩ, le f.e.m. valgono rispettivamente $\varepsilon_1 = V_0$, $\varepsilon_2 = 2V_0$ con V_0=20 V e le capacità C=10 nF.
Inizialmente l'interruttore T è chiuso in posizione A ed il circuito è in condizioni stazionarie. Successivamente l'interruttore T viene aperto portandolo in posizione B. Determinare la potenza erogata dalla f.e.m. ε_1 e la corrente nel resistore R_3 nei seguenti istanti:

a) immediatamente prima dell'apertura di T;

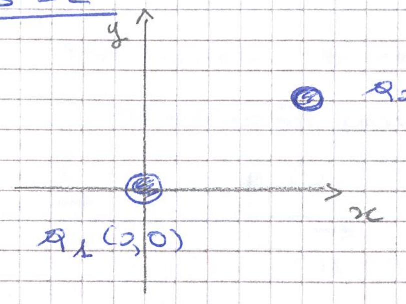
b) subito dopo l'apertura di T;

c) quando si raggiunge la nuova condizione di stazionarietà.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



$$\vec{r}_{Q_1Q_2} = a\vec{i} + b\vec{j} = -\vec{r}_{Q_2Q_1}$$

$$|\vec{r}_{Q_1Q_2}| = \sqrt{a^2+b^2}$$

a) Campo $\vec{E}$ prodotto da q_2 in $(0,0)$

$$\vec{E}_2(0,0) = K_e \frac{q_2}{\vec{r}^{\,2}_{Q_2Q_1}} \frac{\vec{r}_{Q_2Q_1}}{|\vec{r}_{Q_2Q_1}|} = K_e \frac{q_2}{(a^2+b^2)} \left(-\frac{a\vec{i}+b\vec{j}}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) =$$

$$= -K_e \frac{q_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} (a\vec{i}+b\vec{j})$$

b) potenziale elettrico prodotto da q_1

$$V_{Q_1}(x,y) = K_e \frac{q_1}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}} + V_0 \Rightarrow V_{Q_1}(a,b) = K_e \frac{q_1}{\sqrt{a^2+b^2}} + V_0$$

c) Ricorda:

lavoro fatto da $\vec{E}$ per portare q da A a B: $L_{AB} = q[V(A)-V(B)]$

lavoro fatto contro $\vec{E}$ per portare q da B ad A: $L = q[V(A)-V(B)]$

lavoro fatto contro $\vec{E}$ per portare q_2 dall'infinito ad (a,b)

$$L = q_2\left[K_e \frac{q_1}{\sqrt{a^2+b^2}} + V_0 - V_0\right] = K_e \frac{q_1 q_2}{\sqrt{a^2+b^2}} = K_e \frac{q_1^2}{a}$$

$$\Rightarrow \quad q_2 = q_1 \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$

Nota: Q_1 e Q_2 sono dello stesso segno. Il lavoro fatto contro $\vec{E}$ è positivo $\Rightarrow$ l'energia potenziale del sistema aumenta

d) Il campo ~~elettr~~ magnetico prodotto da una carica puntiforme è legato al campo elettrico dalla relazione

$$\vec{B} = \frac{K_m}{K_e} \vec{v} \times \vec{E}$$

In questo caso: $\vec{B}_2(0,0) = \frac{K_m}{K_e} V_2 \vec{j} \times \vec{E}_2(0,0) =$

$$= K_m V_2 \vec{j} \times \frac{(-q_2)}{(a^2+b^2)^{3/2}} (a\vec{i} + b\vec{j}) =$$

$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$

$\vec{j} \times \vec{j} = 0$

$$= \frac{K_m V_2 q_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a\vec{k}$$

e) Applicando la forza di Lorentz

$$\vec{F} = q_1 (V_1 \vec{j}) \times \vec{B}_2(0,0) = K_m \frac{q_1 V_1 q_2 V_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a\, \vec{j} \times \vec{k} =$$

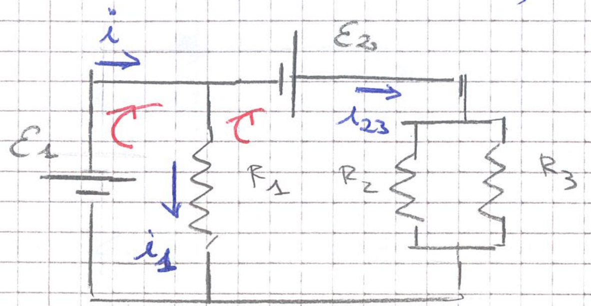
$$= K_m \frac{q_1 V_1 q_2 V_2}{(a^2+b^2)^{3/2}} a\, (+\vec{i}) = K_m \frac{q_1^2 V_1 V_2}{(a^2+b^2)} (+\vec{i})$$

Nota: è una forza attrattiva (analogia con fili paralleli percorsi da correnti equiverse che si attraggono)

Es #3

a) stazionarietà prima dell'apertura di T

- condensatori carichi, non passa corrente



$R_2 // R_3$: $R_{eq} = R/2$

$i = i_1 + i_{23}$

LdK maglia SX $\quad \mathcal{E}_1 - i_1 R_1 = 0$

LdK maglia DX $\quad \mathcal{E}_2 - i_{23} R_{eq} + i_1 R_1 = 0$

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R} = \frac{V_0}{R}$$

$$i_{23} = \frac{\mathcal{E}_2 + i_1 R_1}{R_{eq}} = \frac{3V_0}{R/2} = \frac{6V_0}{R}$$ → si ripartisce metà tra R_2 e R_3

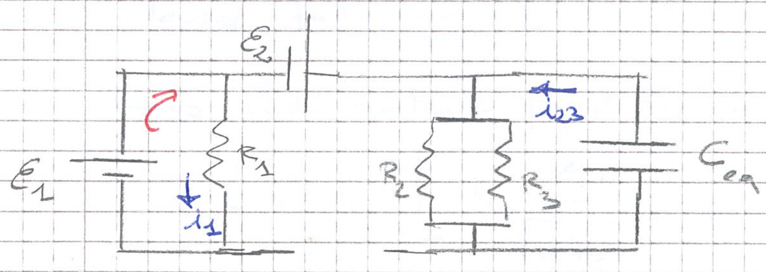
$$i = \frac{7V_0}{R} \qquad i(R_3) = \frac{3V_0}{R} = 6 \text{ mA}$$

potenza erogata da $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i = \frac{7V_0^2}{R} = 280$ mW

ddp presente ai capi dei condensatori: $V_C = i_{23} \cdot R_{eq} = \frac{6V_0}{R}\frac{R}{2} = 3V_0 = 60$

b) subito dopo l'apertura di T:

- la maglia SX è scollegata dalla maglia DX
- i condensatori carichi cominciano a scaricarsi sulle resistenze in parallelo $R_2 // R_3$



$$i_{23} = \frac{V_C}{R_{eq}} = \frac{3V_0}{R/2} = \frac{6V_0}{R} \rightarrow i(R_3) = \frac{3V_0}{R} = 6 \text{ mA}$$

potenza erogata di $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = V_0 \frac{V_0}{R_1} = \frac{V_0^2}{R} = 40$ mW

c) stazionarietà con T aperto

- maglia SX: continua ad essere percorsa dalla corrente $i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_1} = \frac{V_0}{R}$

  potenza erogata da $\mathcal{E}_1$: $P(\mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 = \frac{V_0^2}{R} = 40$ mW

- maglia DX: i condensatori sono scarichi

$$i(R_3) = 0$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 06/09/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano siano dati i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Scrivere i vettori somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Dire se i vettori $\vec{s}$ e $\vec{d}$ sono perpendicolari giustificando la risposta.

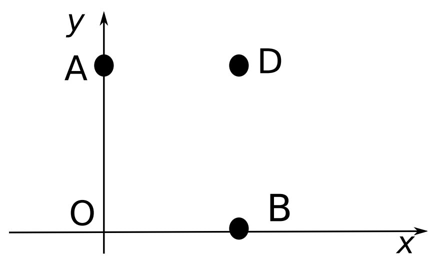
Esercizio 2
Siano date due cariche elettriche puntiformi Q_A=4q_0 e Q_B poste rispettivamente nei punti A=(0,3d) e B=(3d,0) di un piano cartesiano. Una terza carica elettrica Q_D=$-q_0$, inizialmente ferma nel punto D=(3d,3d), viene spostata per effetto del campo elettrico dal punto D al punto P=(2d,d). Determinare in funzione dei parametri d e q_0:

a) il valore di Q_B per il quale la forza che agisce su Q_D nel punto P è nulla;

b) la forza che agisce su Q_D quando inizialmente si trova nel punto D;

c) il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare Q_D dal punto dal D punto al punto P;

d) la velocità e l'accelerazione di Q_D quando si trova in P, assumendo che la massa della carica Q_D sia nota e valga m_D.



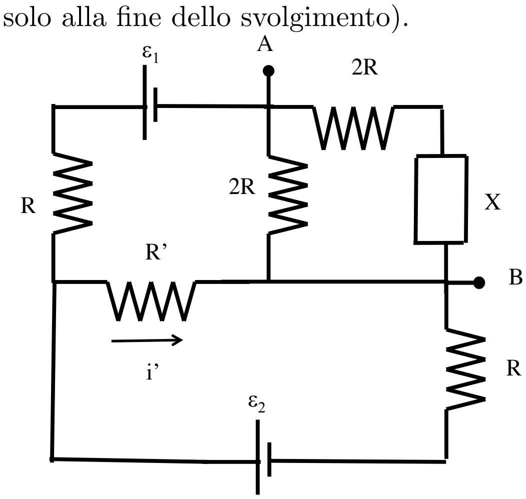
Esercizio 3
Nel circuito in figura R=1 kΩ, $R' = 2R$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = V_0$ con V_0=60 V. Il circuito è in condizioni stazionarie. Determinare la corrente i' che percorre il resistore R' e la differenza di potenziale $V_A - V_B$ nei seguenti casi:

a) X è un condensatore di capacità C=1 nF;

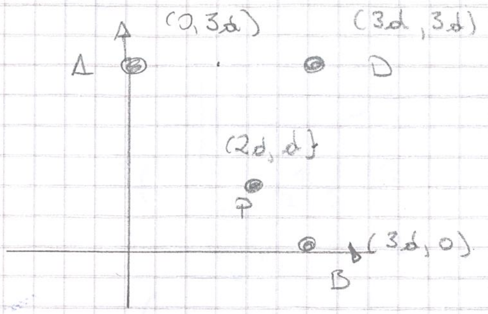
b) X è un induttore di induttanza L=10 mH;

c) X è un resistore di resistenza 2R.

(Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Es #2



$Q_A = 4q_0$

$Q_D = -q_0$

a) Determino i vettori $\vec{r}_{AP}$ e $\vec{r}_{BP}$

$\vec{r}_{AP} = 2d\vec{i} - 2d\vec{j}$ $\qquad |\vec{r}_{AP}| = 2d\sqrt{2}$

$\vec{r}_{BP} = -d\vec{i} + d\vec{j}$ $\qquad |\vec{r}_{BP}| = d\sqrt{2}$

Campo elettrico prodotto da Q_A in P : $\vec{E}_{QA}(P) = K_e \dfrac{Q_A}{8d^2}\dfrac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i}-\vec{j})$

Campo elettrico prodotto da Q_B in P $\vec{E}_{QB}(P) = K_e \dfrac{Q_B}{2d^2}\dfrac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{i}+\vec{j})$

$\vec{E}(P) = \vec{E}_{QA}(P) + \vec{E}_{QB}(P) = 0 \Rightarrow \dfrac{Q_A}{8d^2} = \dfrac{Q_B}{2d^2} \rightarrow Q_B = \dfrac{1}{4}Q_A = q_0$

b) Determino i vettori $\vec{r}_{AD}$ e $\vec{r}_{BD}$

$\vec{r}_{AD} = 3d\vec{i}$ $\qquad |\vec{r}_{AD}| = 3d$

$\vec{r}_{BD} = 3d\vec{j}$ $\qquad |\vec{r}_{BD}| = 3d$

Campo elettrico prodotto da Q_A in D $\quad \vec{E}_{QA}(D) = K_e \dfrac{Q_A}{9d^2}\vec{i}$

Campo elettrico prodotto da Q_B in D $\quad \vec{E}_{QB}(D) = K_e \dfrac{Q_B}{9d^2}\vec{j}$

$\vec{E}(D) = \vec{E}_{QA}(D) + \vec{E}_{QB}(D) = K_e \dfrac{4q_0}{9d^2}\vec{i} + K_e \dfrac{q_0}{9d^2}\vec{j}$

$$\vec{F} = Q_D\vec{E}(D) = -K_e\frac{q_0^2}{9d^2}(4\vec{i}+\vec{j})$$

c) $L = Q_D(V(D) - V(P))$

~~Sovrapp~~ Additività dei potenziali

$V(B) = K_e \dfrac{Q_A}{3d} + K_e \dfrac{Q_B}{3d}$

$V(P) = K_e \dfrac{Q_A}{2d\sqrt{2}} + K_e \dfrac{Q_B}{d\sqrt{2}}$

$\Rightarrow L = Q_D K_e \left\{ (Q_A+Q_B)\dfrac{1}{3d} - (Q_A+2Q_B)\dfrac{1}{2d\sqrt{2}} \right\}$

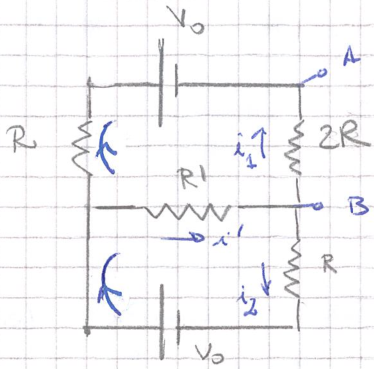
$= -K_e q_0^2 \dfrac{1}{d}\underbrace{\left[\dfrac{5}{3} - \dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right]}_{\simeq -0.45}$ $\qquad$ NB: $L > 0$

d) Applicando conservazione energia meccanica

$$\frac{1}{2}m v_{Df}^2 - \underbrace{\frac{1}{2}m v_{Di}^2}_{v_i = 0} = Q_D[V(B) - V(P)] = \frac{K_e q_0^2}{d}\left[\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{3}\right] \rightarrow v_f^2 = \frac{2K_e q_0^2}{m_D d}\left[\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{3}\right]$$

Es #3

a) $X = C$ → in condizioni stazionarie si comporta come circuito aperto



L. di Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + 3R i_1 + R' i' = 0$

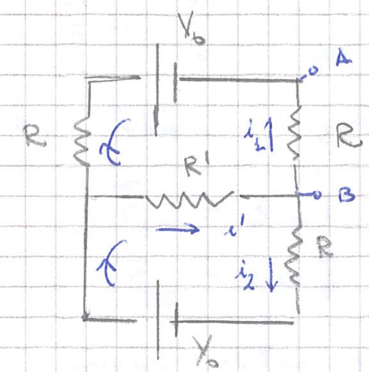
Maglia inf. $\quad V_0 - R i_2 - R' i' = 0$

$$\Rightarrow 3R i_1 - R i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 3 i_1$$
$$i' = 4 i_1$$

$$-V_0 + 3R i_1 + (2R)(4 i_1) = 0 \qquad i_1 = \frac{V_0}{11R} \qquad i' = \frac{4V_0}{11R} = 21.8 \text{ mA}$$

$$V_A + 2R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{2V_0}{11} = -10.9 \text{ V}$$

b) $X = L$ → in condizioni stazionarie si comporta come corto circuito



L. di Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + i_1 2R + i' 2R = 0$

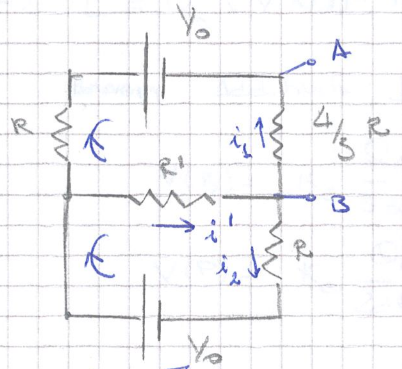
Maglia inf. $\quad +V_0 - i_2 R - i' 2R = 0$

$$\Rightarrow i_1 2R - i_2 R = 0 \Rightarrow i_2 = 2 i_1$$
$$i' = 3 i_1$$

$$-V_0 + 2R i_1 + (2R)(3 i_1) = 0 \qquad i_1 = \frac{V_0}{8R} \qquad i' = \frac{3V_0}{8R} = 22.5 \text{ mA}$$

$$V_A + R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{V_0}{8} = -7.5\text{V}$$

c) $X = R$



L. di Kirchhoff nodi $\quad i' = i_1 + i_2$

Maglia sup. $\quad -V_0 + \frac{7}{3} R i_1 + R' i' = 0$

Maglia inf. $\quad V_0 - R i_2 - R' i' = 0$

$$\Rightarrow \tfrac{7}{3} R i_1 - R i_2 = 0 \qquad i_2 = \tfrac{7}{3} i_1$$
$$i' = \tfrac{10}{3} i_1$$

$$-V_0 + \frac{7}{3} R i_1 + (2R)\left(\frac{10}{3} i_1\right) = 0 \rightarrow i_1 = \frac{V_0}{9R} \qquad i' = \frac{10}{27}\frac{V_0}{R} = 22.2 \text{ mA}$$

$$V_A + \frac{4}{3} R i_1 = V_B \rightarrow V_A - V_B = -\frac{4}{27} V_0 = -8.9 \text{ V}$$

Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2016 - 2017
Esame di Fisica - 19/12/2017

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiani siano dati i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Calcolare il modulo dei tre vettori e dire quali vettori sono tra loro perpendicolari giustificando algebricamente la risposta.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nel punto $(x_0, 3y_0)$ vi è una carica elettrica q, nel punto (x_0, y_0) vi è una carica elettrica q e nel punto $(x_0, -y_0)$ vi è una carica elettrica $-2q$. Tutte le cariche sono puntiformi e $x_0 = y_0 = A$. Calcolare in funzione di A e E_0:

a) la carica q sapendo che il campo elettrico nel punto $(x_0, 0)$ vale $\vec{E} = E_0\vec{j}$;

b) il potenziale elettrico nel punto $(x_0, 0)$ sapendo che il potenziale all'infinito vale V_∞=0;

c) il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nel punto $(0, y_0)$;

d) il lavoro fatto dal campo elettrico per spostare una carica Q dal punto $(x_0, 0)$ al punto $(0, y_0)$.

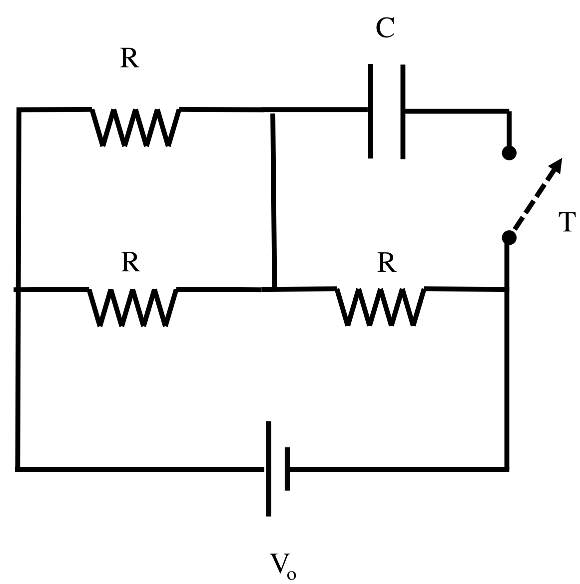
Esercizio 3
Si consideri il circuito mostrato in figura. Tutti i resistori valgono R ed il condensatore ha capacità C. Inizialmente l'interruttore T è aperto ed il condensatore C è scarico. All'istante t=0 s si chiude l'interruttore T. Si calcoli, in funzione di R, C e V_0, la corrente i erogata dalla f.e.m. V_0 nei seguenti istanti:

a) subito prima di chiudere T;

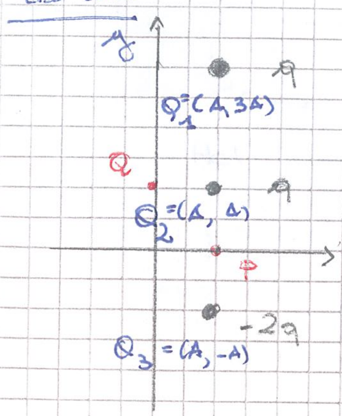
b) subito dopo aver chiuso T;

c) quando il circuito ha raggiunto la stazionarietà.

Si calcoli infine il valore della corrente i all'istante in cui la carica presente sulle armature del condensatore è metà di quella che sarà presente alla stazionarietà.



Es #2



$$\begin{cases} \vec{Q_1P} = -3A\vec{j} \\ |\vec{Q_1P}| = 3A \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{Q_1Q} = -A\vec{i} - 2A\vec{j} \\ |\vec{Q_1Q}| = A\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{Q_2P} = -A\vec{j} \\ |\vec{Q_2P}| = A \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{Q_2Q} = -A\vec{i} \\ |\vec{Q_2Q}| = A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{Q_3P} = +A\vec{j} \\ |\vec{Q_3P}| = A \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{Q_3Q} = -A\vec{i} + 2A\vec{j} \\ |\vec{Q_3Q}| = A\sqrt{5} \end{cases}$$

a) Il campo elettrico nel punto $P(A,0)$ si calcola mediante il principio di sovrapposizione

$$\vec{E}(A,0) = K_e \frac{q}{9A^2}(-\vec{j}) + K_e \frac{q}{A^2}(-\vec{j}) + K_e \frac{-2q}{A^2}(+\vec{j})$$

$$= -K_e \frac{q}{A^2}\frac{28}{9}\vec{j} = E_0\vec{j} \Rightarrow q = -\frac{9}{28}\frac{A^2E_0}{K_e}$$

b) Il potenziale nel punto $P(A,0)$ si calcola usando il principio di additività dei potenziali

$$V(A,0) = K_e\frac{q}{3A} + K_e\frac{q}{A} + K_e\frac{-2q}{A} + C_0 = -\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A} + C_0$$

La costante C_0 si determina usando la condizione che

$$\lim_{x,y\to\infty} V(x,y) = 0 \Rightarrow C_0 = 0 \qquad V(A,0) = -\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A}$$

c) Il campo elettrico nel punto $Q(0,A)$ si calcola mediante il principio di sovrapposizione

$$\vec{E}(0,A) = K_e\frac{q}{5A^2}\frac{-\vec{i}-2\vec{j}}{\sqrt{5}} + K_e\frac{q}{A^2}(-\vec{i}) + K_e\frac{-2q}{5A^2}\frac{-\vec{i}+2\vec{j}}{\sqrt{5}} =$$

$$= K_e\frac{q}{A^2}\left\{\frac{1-5\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}\vec{i} - \frac{6}{5\sqrt{5}}\vec{j}\right\}$$

$=$

d) Il lavoro fatto dal campo elettrico è pari alla variazione dell'energia potenziale

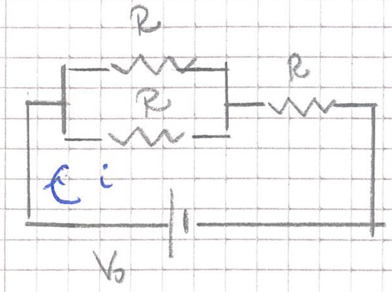
$$L = Q\left[\underbrace{V(A,0)}_{V_i=V(A,0)} - \underbrace{V(0,A)}_{V_f=V(0,A)}\right] = Q\left[-\frac{2}{3}K_e\frac{q}{A} - K_e\frac{q}{A}\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right] =$$

$$= -K_e\frac{qQ}{A}\frac{25-3\sqrt{5}}{15}$$

Es #3

a) Prima della chiusura di T

Nel ramo in cui si trova C non circola corrente (= circuito aperto)

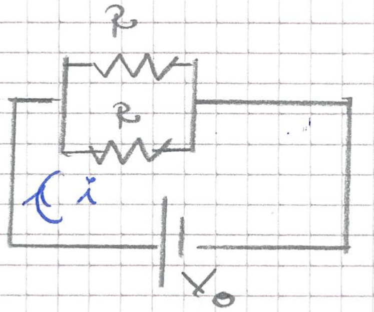


$$R_{eq} = (R // R) \text{ in serie con } R = \frac{3}{2} R$$

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{R}$$

b) Subito dopo la chiusura di T

ddp ai capi di $C = 0^*$ ⇒ anche la d.d.p. sulle resistenze in parallelo a C è nulla



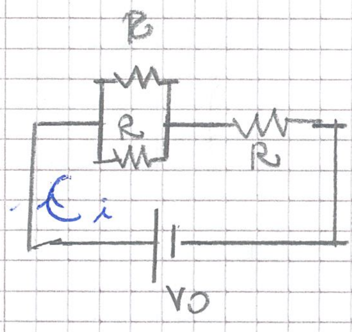
$$R_{eq} = (R // R) = R/2$$

* C è scarico

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2 V_0}{R}$$

c) Stazionarietà

C è carico e nel ramo in cui si trova non passa corrente



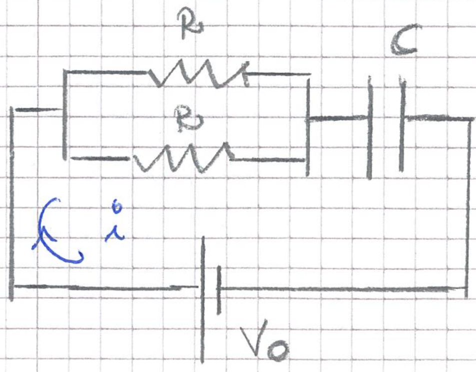
$$R_{eq} = (R // R) \text{ in serie con } R = \frac{3}{2} R$$

$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{R}$$

Alla stazionarietà $V_C = i R = \frac{2}{3} V_0$; $Q_C = \left(\frac{2}{3} V_0\right) \cdot C$

d) Quando sul condensatore è presente metà della carica Q_C

la d.d.p. tra le armature di C è $V_{C\,1/2} = \frac{Q_{C,1/2}}{2} = \frac{V_0}{3}$



Applicando la L. di Kirchhoff delle maglie

$$V_0 - i R_{eq} - V_{C,1/2} = 0 \Rightarrow V_0 - i \frac{R}{2} - \frac{V_0}{3} = 0$$

$$i = \frac{4}{3} \frac{V_0}{R}$$