

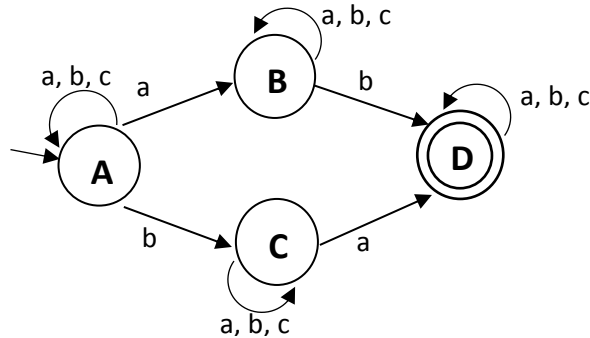
Linguaggi Formali e Traduttori

- automi finiti e espressioni regolari -

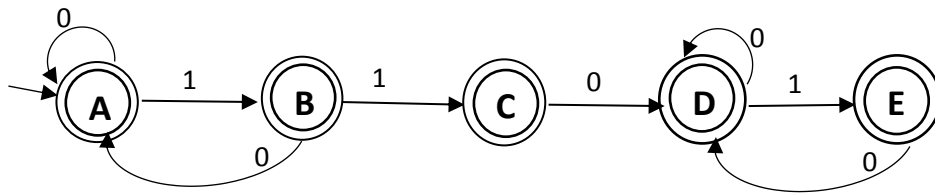
alcuni esercizi risolti

1. Definire degli automi finiti che riconoscano i seguenti linguaggi:

a. Insieme delle stringhe sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ che contengano almeno una a e almeno una b

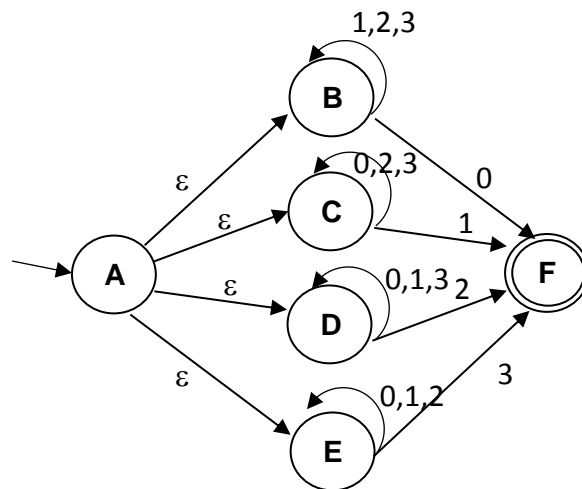


b. Insieme delle stringhe di 0 e 1 con al massimo una coppia di 1 consecutivi.

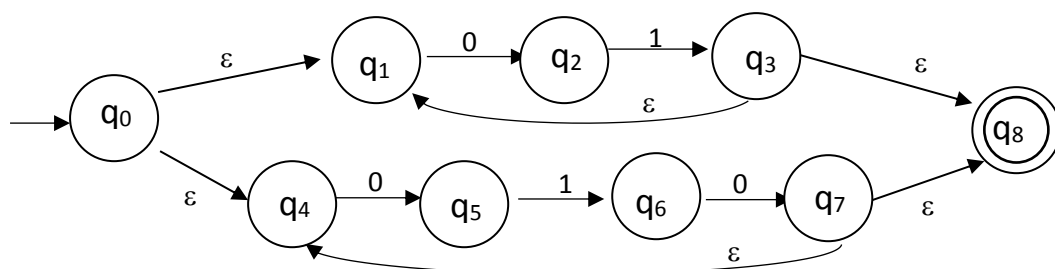


2. Definire automi a stati finiti non deterministici che accettino i seguenti linguaggi. Si sfrutti il più possibile il non determinismo.

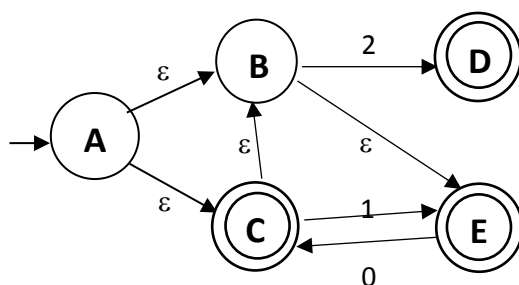
a) Insieme di tutte le stringhe sull'alfabeto $\{0, 1, 2, 3\}$ tali che la cifra finale non sia comparsa in precedenza.



3. Progettare un ε -NFA che riconosca l'insieme delle stringhe formate da 01 ripetuto una o più volte oppure da 010 ripetuto una o più volte, sfruttando le ε -transizioni per renderlo semplice.



4. Costruire un automa deterministico equivalente al seguente automa non deterministico:

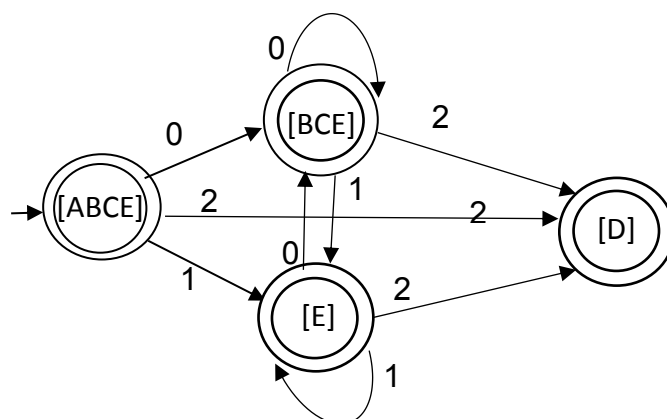


$ECLOSE(A) = \{A, B, C, E\}$ $ECLOSE(D) = \{D\}$

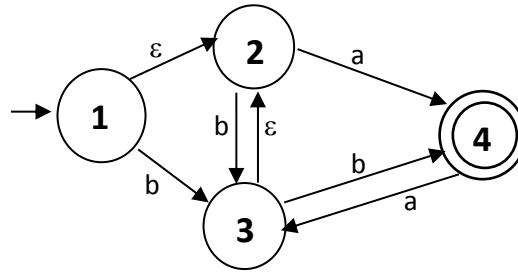
$ECLOSE(B) = \{B, E\}$ $ECLOSE(E) = \{E\}$

$ECLOSE(C) = \{B, C, E\}$

| | 0 | 1 | 2 |
|------------------------------|-------------|-------|-------|
| $\rightarrow * [A, B, C, E]$ | $[B, C, E]$ | $[E]$ | $[D]$ |
| $* [B, C, E]$ | $[B, C, E]$ | $[E]$ | $[D]$ |
| $* [E]$ | $[B, C, E]$ | $[E]$ | $[D]$ |
| $* [D]$ | / | / | / |



5. Calcolare, seguendo la definizione passo per passo, la $\hat{\delta}(q_0, bba)$ per l'automa M dell'esercizio precedente.



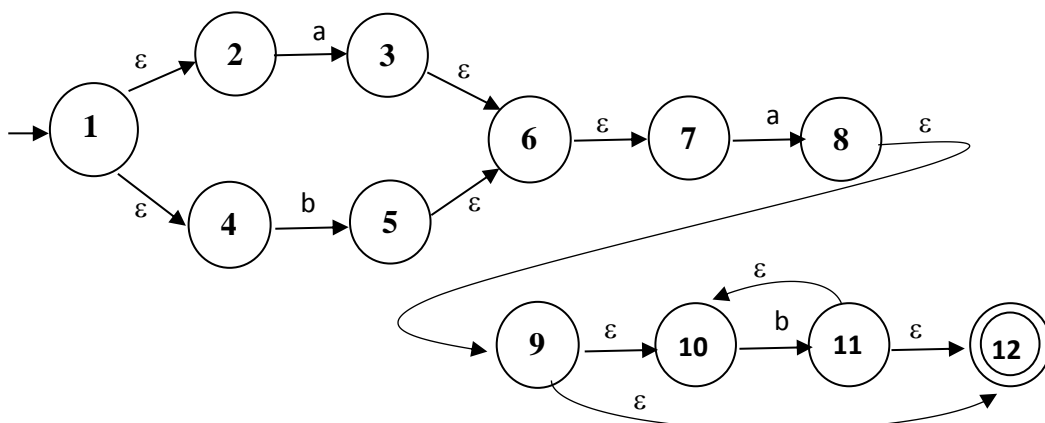
$$\begin{aligned}
 \hat{\delta}(q_0, bba) &= \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(1, bb), a)) = \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(1, b), b)), a)) = \\
 &= \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(1, \epsilon), b)), b)), a)) = \\
 &= \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\{1, 2\}, b)), b)), a)) = \\
 &= \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(3), b)), a)) = \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\{2, 3\}, b)), a)) = \\
 &= \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\text{ECLOSE}(\{3, 4\}), a)) = \text{ECLOSE}(\hat{\delta}(\{2, 3, 4\}), a) = \text{ECLOSE}(\{3, 4\}) = \{2, 3, 4\}
 \end{aligned}$$

6. Scrivere delle espressioni regolari che denotino i seguenti linguaggi:
 a) Insieme delle stringhe sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ che contengano almeno una a e almeno una b .

$$(a+b+c)^* a (a+b+c)^* b (a+b+c)^* + (a+b+c)^* b (a+b+c)^* a (a+b+c)^*$$

7. Per la seguente espressione regolare, costruire un NFA che accetti il linguaggio da essa denotato.
 $(a + b)ab^*$

Costruire un automa deterministico equivalente.



$$\text{ECLOSE}(1) = \{1, 2, 4\}$$

$$\text{ECLOSE}(6) = \{6, 7\}$$

$$\text{ECLOSE}(2) = \{2\}$$

$$\text{ECLOSE}(7) = \{7\}$$

$$\text{ECLOSE}(3) = \{3, 6, 7\}$$

$$\text{ECLOSE}(8) = \{8, 9, 10, 12\}$$

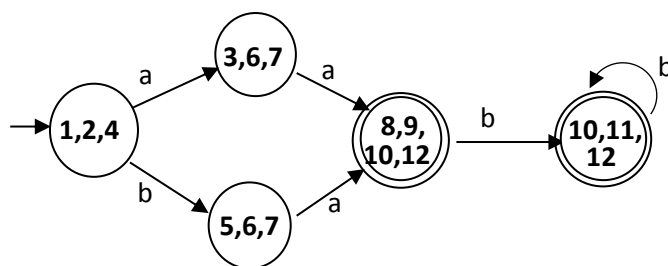
$$\text{ECLOSE}(4) = \{4\}$$

$$\text{ECLOSE}(9) = \{9, 10, 12\}$$

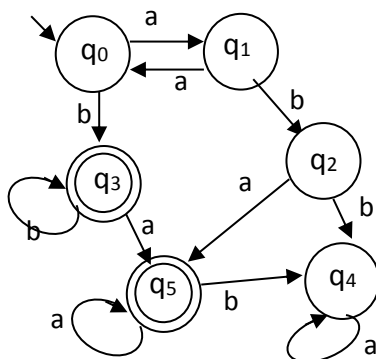
$$\text{ECLOSE}(5) = \{5, 6, 7\}$$

$$\text{ECLOSE}(10) = \{10\}$$

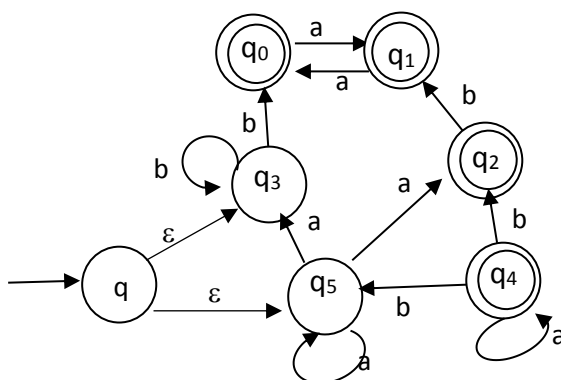
$$\text{ECLOSE}(11) = \{10, 11, 12\}$$



8. Dato il seguente automa:



Costruire un automa finito che riconosca il linguaggio inverso.



9. Data la seguente espressione regolare:

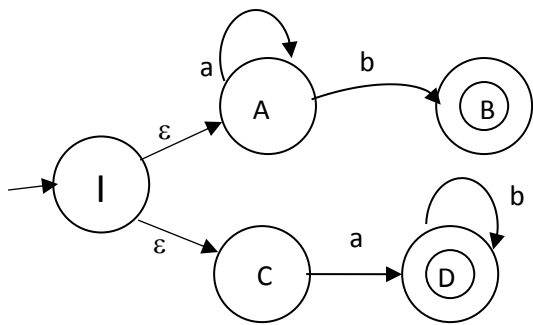
$$(aa)^*aba^+ + (ab)^*b^+a^*$$

trovare un'espressione regolare che denoti il linguaggio inverso.

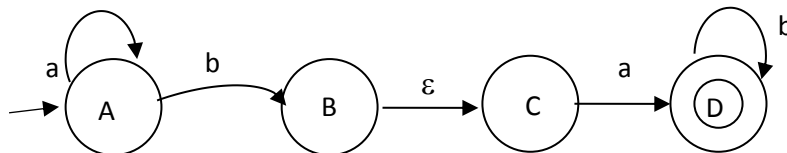
$$a^*b^+(ba)^* + a^+ba(aa)^*$$

10. Costruire degli automi che riconoscano i linguaggi unione, concatenazione, inversione, intersezione e differenza dei linguaggi riconosciuti dai due automi seguenti:

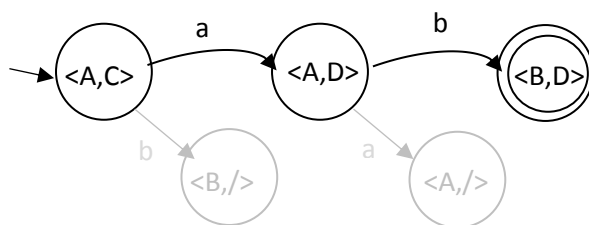




Linguaggio unione

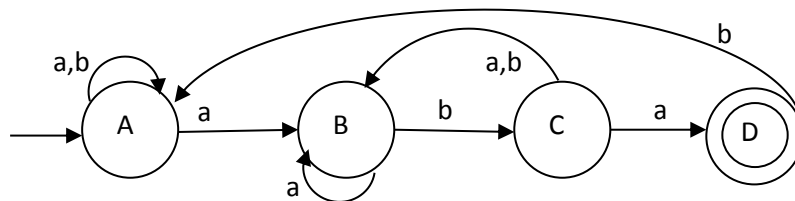


Linguaggio concatenazione



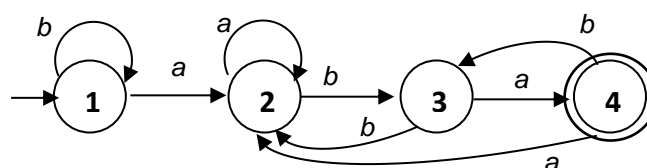
Linguaggio intersezione

12. Costruire l'automa minimo equivalente al seguente automa:



Automa deterministico:

| | | a | b |
|----------|---------|----------|----------|
| 1 | [A] | [A,B] | [A] |
| 2 | [A,B] | [A,B] | [A,C] |
| 3 | [A,C] | [A,B,D] | [A,B] |
| 4 | [A,B,D] | [A,B] | [A,C] |



$$\Pi_0 = \{1, 2, 3\}, \{4\}$$

$$\Pi_1 = \{1, 2\}, \{3\}, \{4\}$$

$$\Pi_2 = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$$

L'automa è minimo