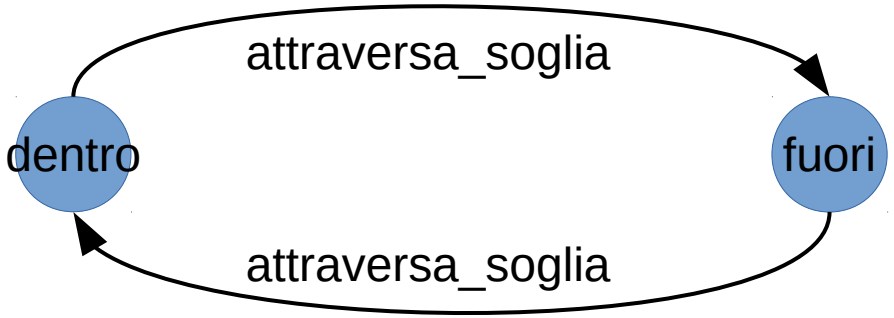
Risoluzione automatica di problemi

In questa parte si affronta la problematica di come definire il concetto di problema e di soluzione, di distinguere tra soluzione e soluzione ottima. Sono studiati tre approcci alla risoluzione di problemi: ricerca nello spazio degli stati, ricerca in spazi con avversario (giochi ad informazione completa) , risoluzione di problemi mediante soddisfacimento di vincoli

Quali problemi?

Stati e azioni

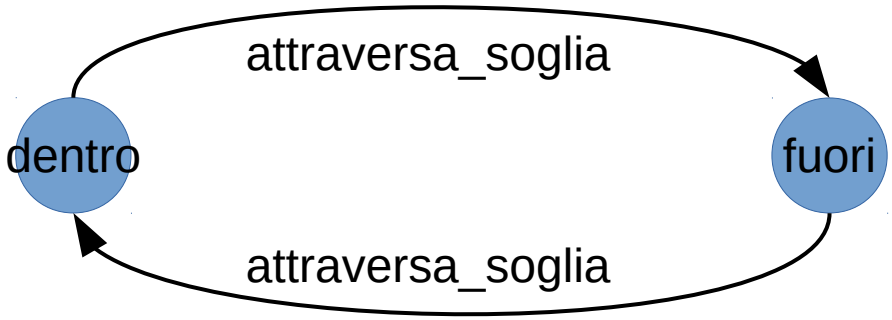
- La realtà che definisce un problema può essere astratta in un insieme di stati
- La realtà transisce da uno stato ad un altro tramite l'esecuzione di azioni (o operazioni)
- Esempio:
  stato $\in$ {dentro, fuori}, azione $\in$ {attraversa_soglia}



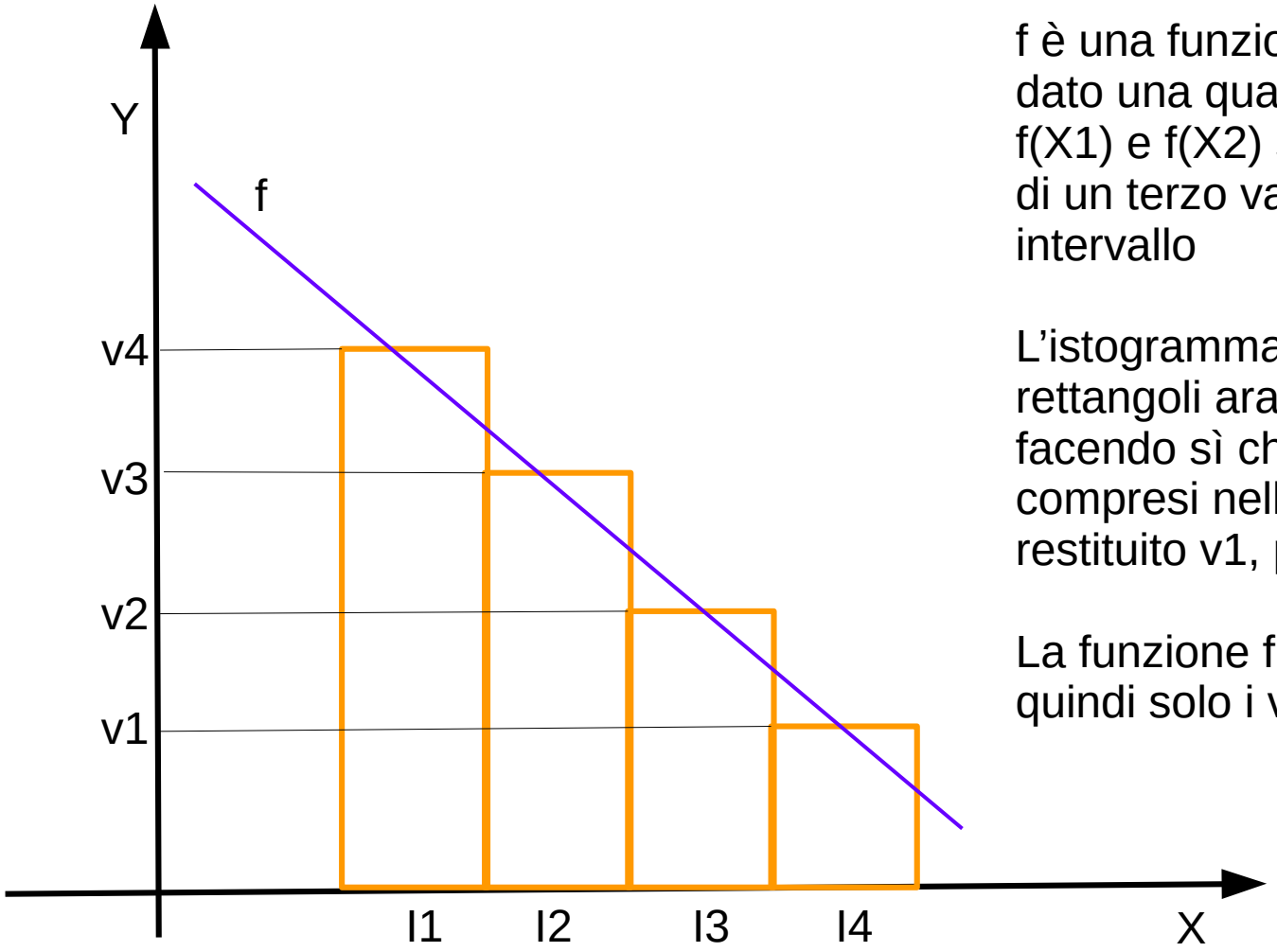
Grafo di transizione di stato

Stati e azioni

- stato $\in$ {dentro, fuori}, azione $\in$ {attraversa_soglia}
- Caratteristiche:
  - Stati discreti (o dentro o fuori anche se nel mondo fisico esiste una transizione graduale attraverso la soglia)
  - Effetto deterministico delle azioni
  - Dominio statico (non cambia durante l' esecuzione delle azioni)



Valori discreti e valori continui



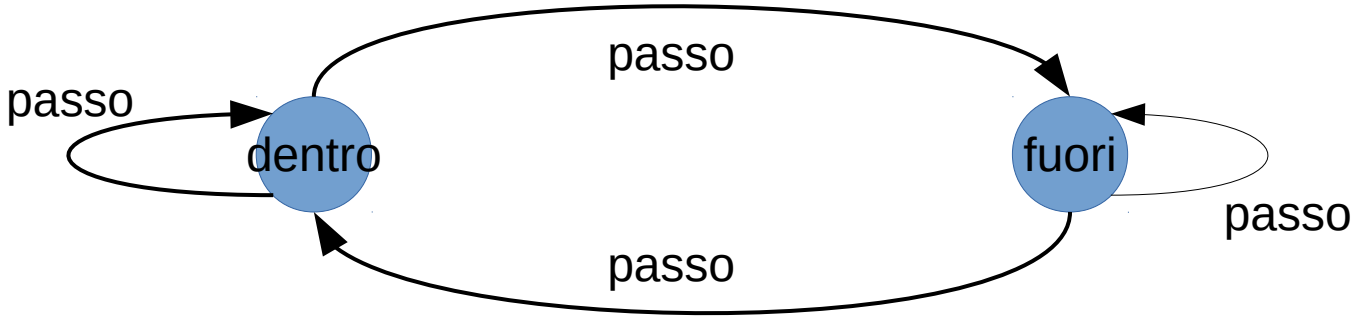
f è una funzione a valori continui: dato una qualsiasi coppia di valori di f(X1) e f(X2) si può supporre l'esistenza di un terzo valore compreso in questo intervallo

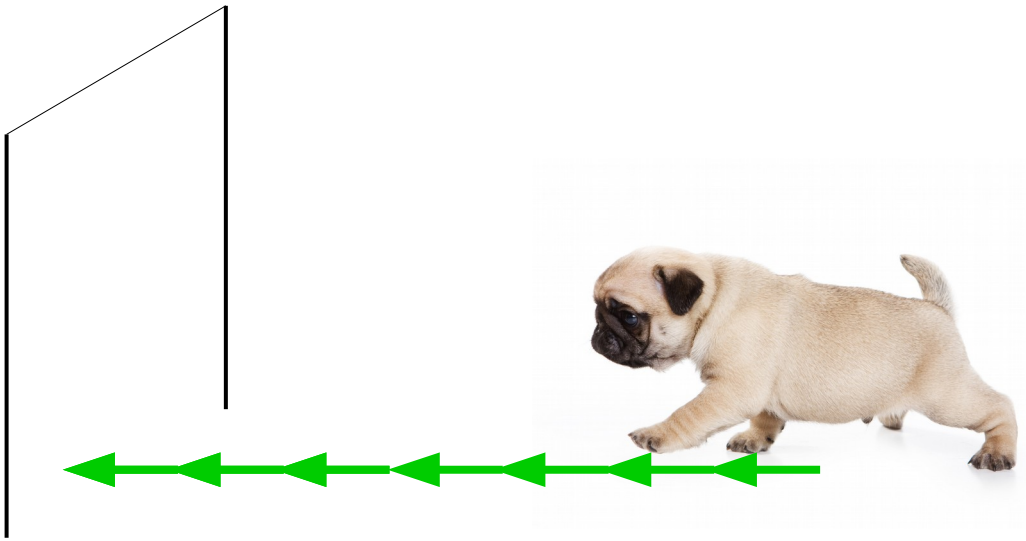
L'istogramma rappresentato tramite i rettangoli arancioni discretizza f facendo sì che per tutti i valori di X compresi nell'intervallo I1 venga venga restituito v1, per quelli di I2, v2, ecc.

La funzione f discretizzata assume quindi solo i valori v1, v2, v3 e v4

Esempio non deterministico

- stato $\in$ {dentro, fuori}, azione $\in$ {passo}

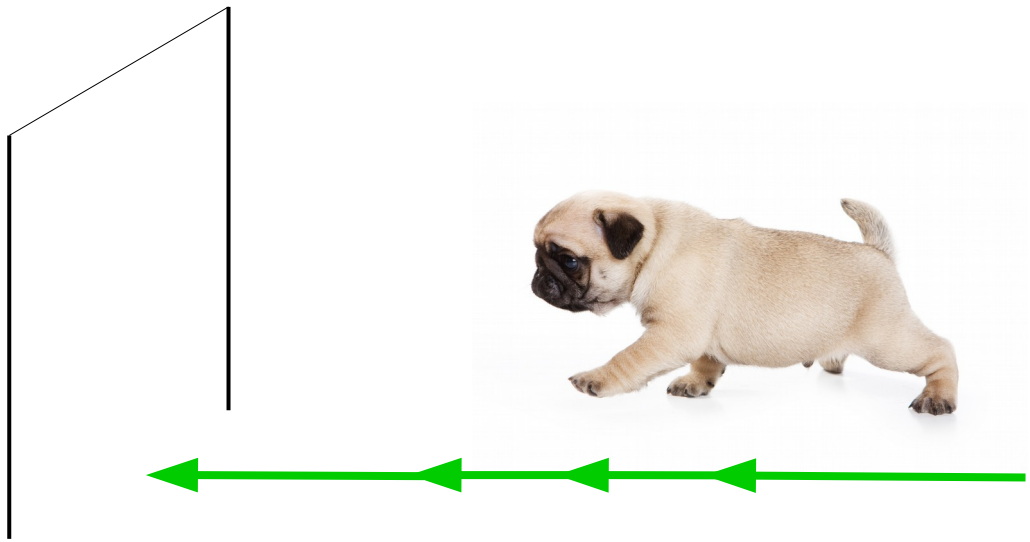




Passo dopo passo uscirà dalla stanza, quindi nello stato "dentro" l'azione "passo" può avere due effetti diversi, a seconda della posizione (non rappresentata) nella stanza

Esempio azione a valori continui

- azione $\in$ {passo(spinta)}



A seconda della spinta impressa
i passi avranno una lunghezza minore
o maggiore in un intervallo continuo

Obiettivi e ricerca

- Obiettivo: risultato verso il quale gli sforzi sono diretti

  La risoluzione automatica di problemi è centrata su questa nozione

- Un obiettivo è una condizione data in termini di:

  1) situazione

  2) prestazione (es. raggiungere un luogo – situazione – in un certo tempo – prestazione -)

- Insieme degli stati obiettivo: tutti gli stati in cui vale la condizione che lo definisce

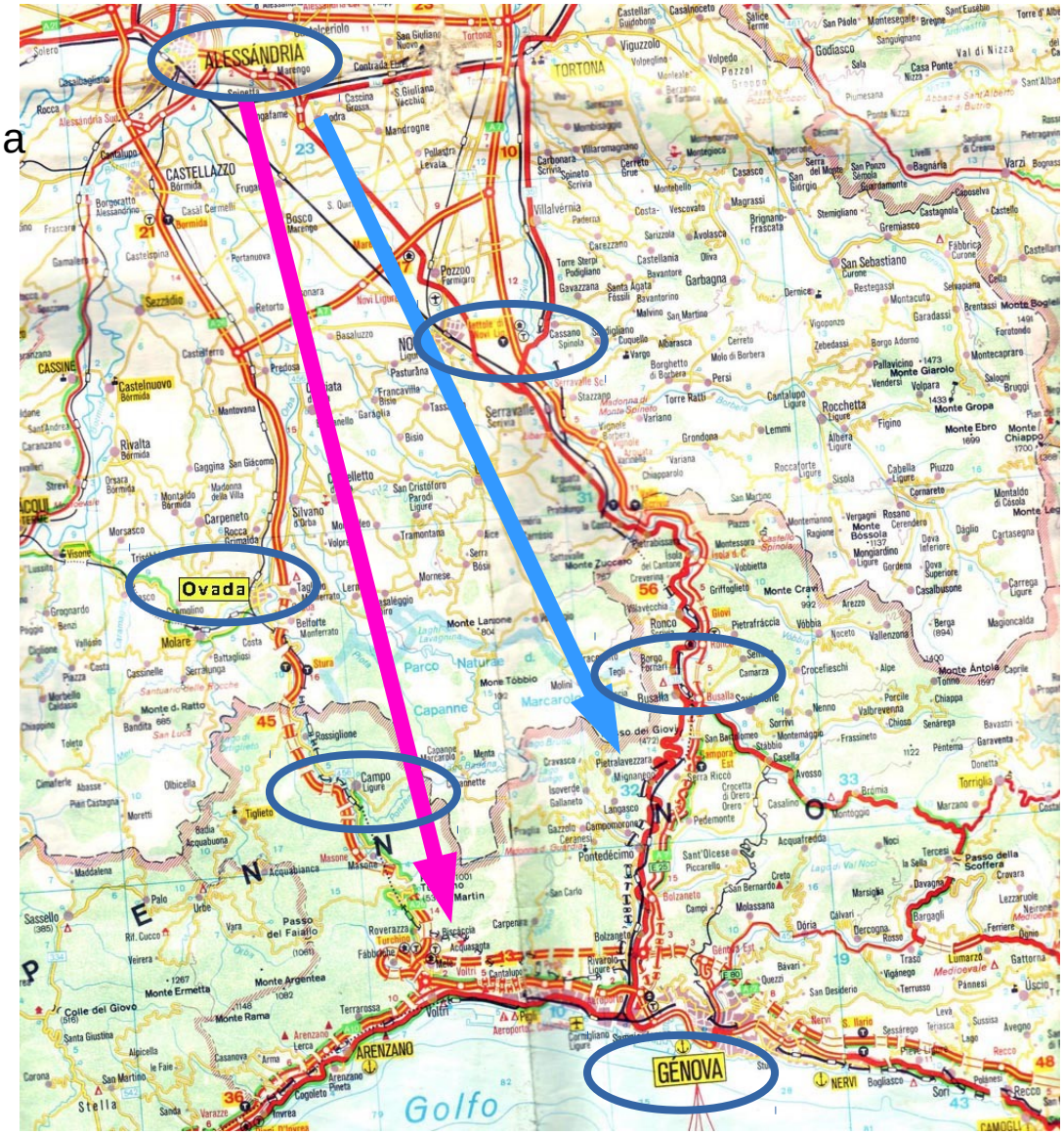
  Spesso sono detti stati goal o stati target

Obiettivi e ricerca

- Obiettivo: risultato verso il quale gli sforzi sono diretti
- L'algoritmo di ricerca determina una soluzione che, a partire da uno stato iniziale, permette di raggiungere un dato stato obiettivo
- Usa:
  1) una descrizione del problema
  2) un metodo di ricerca attraverso lo spazio degli stati
- Una soluzione è un percorso nello spazio degli stati

Esempio: percorso

Stato = luogo
Stato iniziale: Alessandria
Obiettivo: Genova
Transizione: passaggio da una città ad un'altra direttamente collegata
Effetti deterministici
Stati discreti

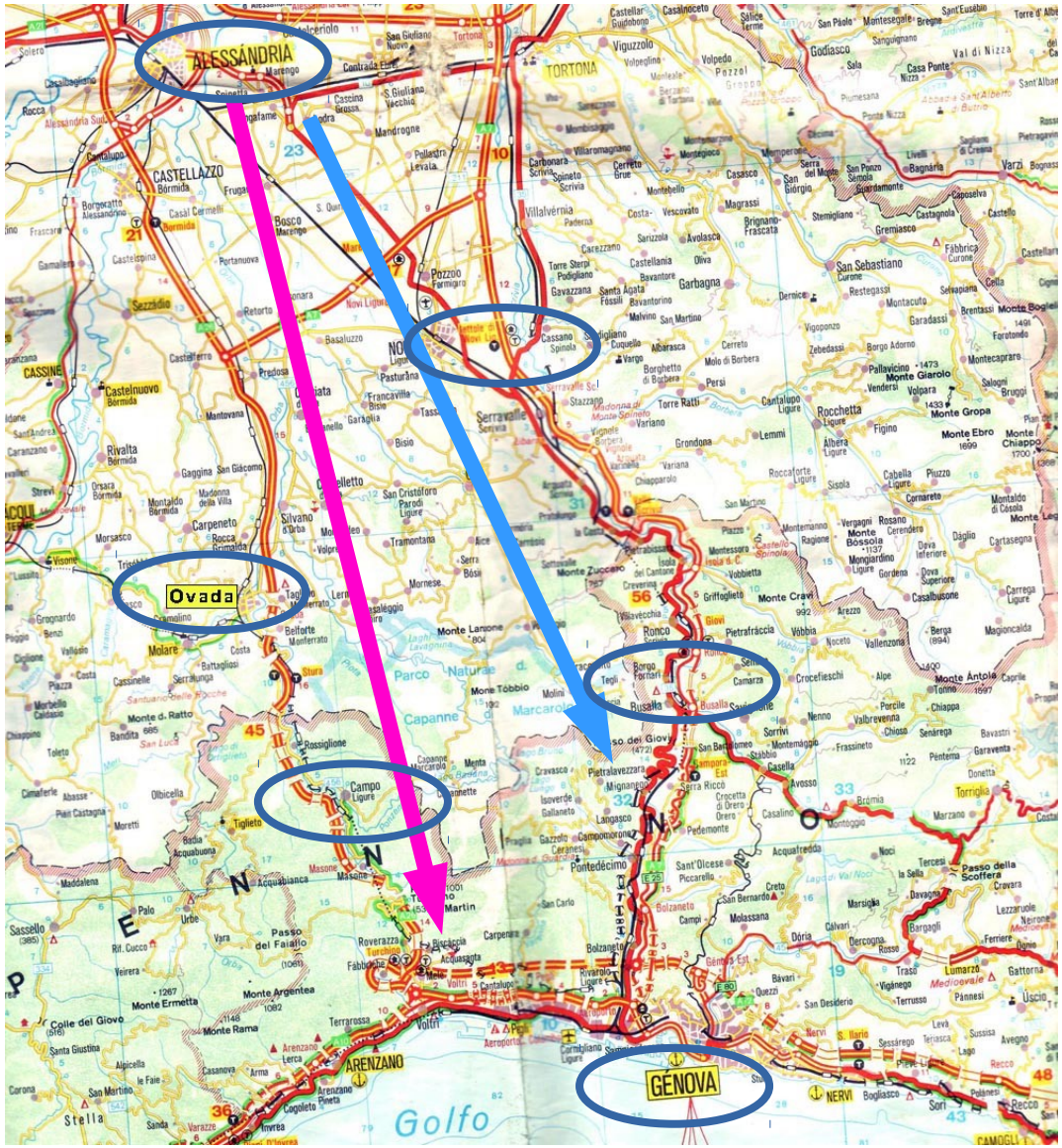


Esempio: percorso

Avendo:
Una descrizione degli stati e una descrizione delle azioni e dei loro effetti

Diventa possibile:
effettuare la ricerca di una soluzione intesa come sequenza di passi per raggiungere l'obiettivo

Occorre un criterio di scelta



Definizione formale del problema

- Un problema di ricerca può essere definito come una tupla di 4 elementi:
  1. Stato iniziale
  2. Funzione successore
  3. Test obiettivo
  4. Funzione di costo del cammino
- L'insieme degli stati possibili è spesso implicito (generativo) ma tali stati possono essere enumerati

Definizione formale del problema

- Un problema può essere definito formalmente come una tupla di 4 elementi:
  1. *Stato iniziale*
     cattura la situazione a partire dalla quale quale viene computata la soluzione
  2. *Funzione successore*
     dato uno stato e un' azione legale in esso, calcola lo stato a cui si transisce eseguendo quell' azione in quello stato
  3. *Test obiettivo*
     determina se lo stato a cui è applicato è lo stato goal: può verificare una proprietà o verificare l' appartenenza dello stato all' insieme degli stati target
  4. *Funzione di costo del cammino*
     dato un percorso possibile, gli assegna un costo numerico

Definizione formale del problema: esempio

- Problema di navigazione:
  1. *Stato iniziale*
     stato che cattura la situazione iniziale, esempio: `in(Alessandria)`
  2. *Funzione successore*
     esempio: lo stato successore dello stato `in(Alessandria)`, eseguendo l'azione `go(Ovada)`, è `in(Ovada)`. La transizione è possibile perché questa città è raggiungibile dalla prima
  3. *Test obiettivo*
     verifica se uno stato è quello obiettivo, esempio se la destinazione è Genova, controllerà se lo stato corrisponde a `in(Genova)`
  4. *Funzione di costo del cammino*
     potrebbe essere semplicemente il numero di kilometri percorsi, o una misura più complessa, che per esempio combina i Km percorsi con i pedaggi pagati

Astrazione di stati e azioni

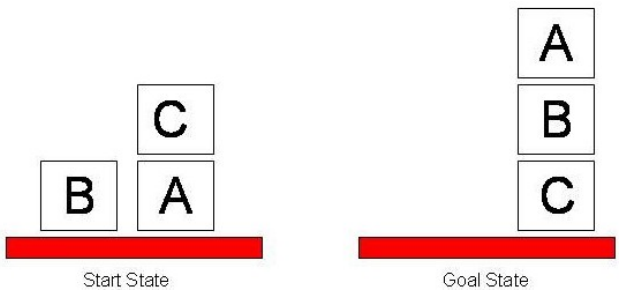
- Stati: occorre rappresentare solo l’ informazione rilevante alla soluzione del problema
- Azioni: occorre rappresentare solo gli aspetti (es. gli effetti) relativi alla soluzione del problema

Astrazione di stati e azioni

- Stati: occorre rappresentare solo l’ informazione rilevante alla soluzione del problema
  - Esempio:
    - posizione sì,
    - panorama no
- Azioni: occorre rappresentare solo gli aspetti (es. gli effetti) funzionali alla soluzione del problema
  - Esempio:
    - posizione raggiunta sì,
    - inquinamento prodotto no

Toy problem – Real-world problem

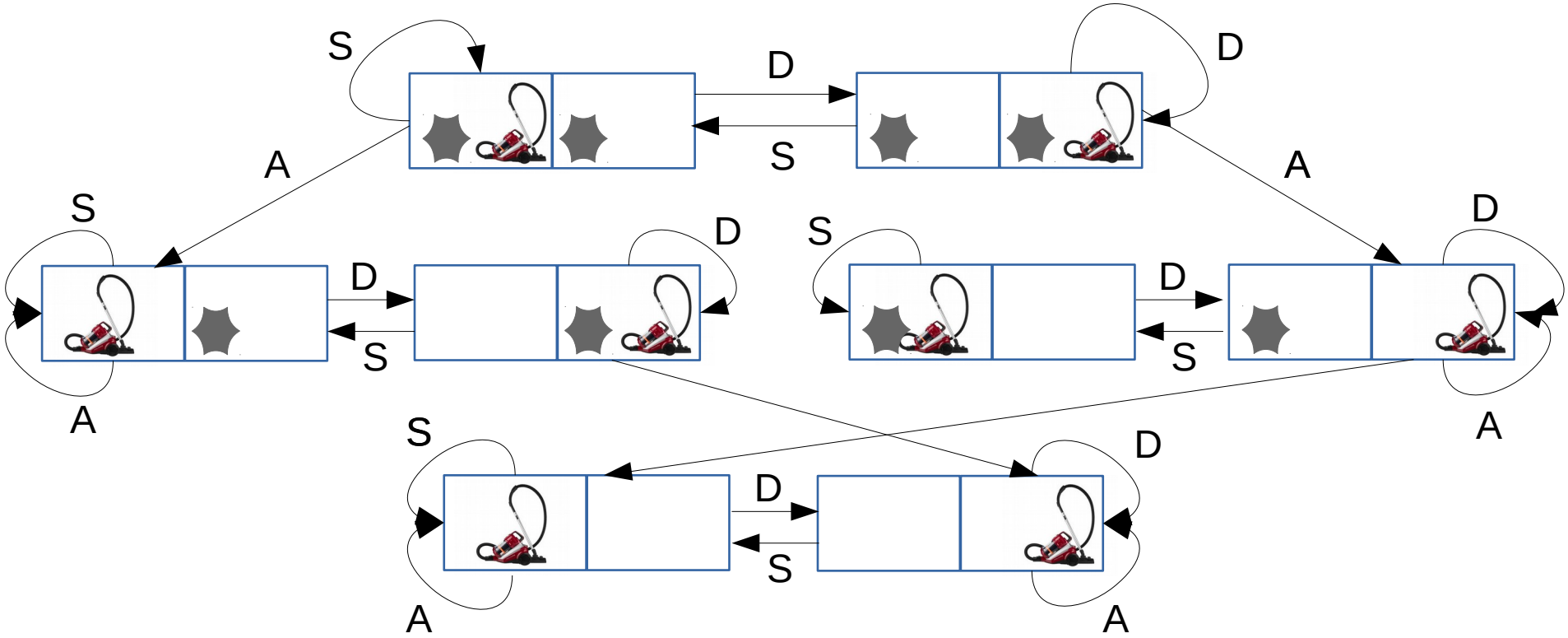
- Toy problem: è un problema artificiale avente lo scopo di illustrare o mettere alla prova dei metodi di risoluzione. Ha una formulazione precisa e univoca. Utile per confrontare metodi diversi



- Real-world problem: problemi concreti, effettivi. Spesso non hanno una formulazione unica. Es. configurazioni VLSI, itineriario, navigazione robotica

Toy problem: mondo dell'aspirapolvere

Due stanze, ciascuna delle quali può essere sporca o pulita
Un aspirapolvere che si trova in una delle due stanze
S=sinistra, D=destra, A=aspira



Stati possibili e transizioni

Problema dell'aspirapolvere

- **Caratteristiche di ogni stanza:**
  sporca o pulita, con o senza aspirapolvere, quindi una stanza può essere in 4 possibili configurazioni <pulita, vuota>, <pulita, aspirapolvere>, <sporca, vuota>, <sporca, aspirapolvere>. Si dice che la stanza può avere 4 possibili valori
- Tutte le azioni sono applicabili a tutti gli stati
- **Obiettivo: pulire entrambe le stanze**
- *Stato iniziale*
  è quello in cui si trova l' aspirapolvere. Qualsiasi stato può essere lo stato iniziale
- *Funzione successore*
  restituisce lo stato prodotto dall' applicazione dell' azione scelta allo stato corrente
- *Test obiettivo*
  verifica se entrambe le stanze sono pulite
- *Funzione di costo del cammino*
  ogni azione costa 1, il costo del cammino è dato dal numero di azioni che lo costituiscono

Gioco dell'8

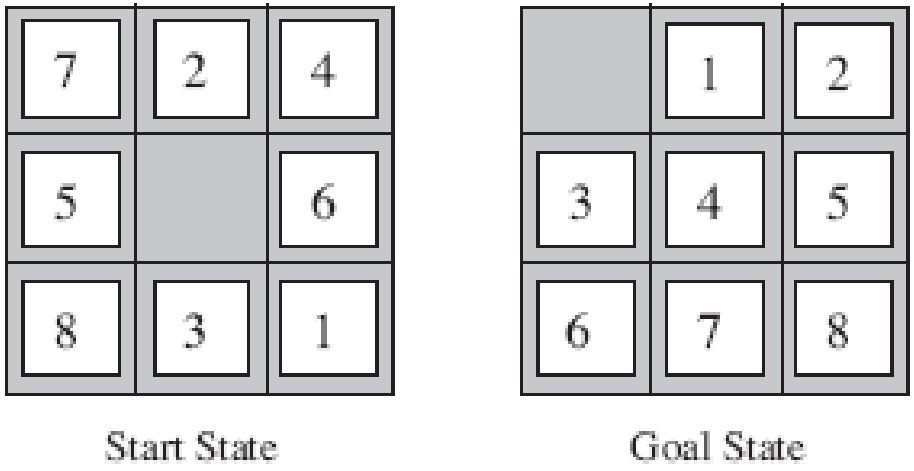


Figure 3.4 **FILES: figures/8puzzle.eps (Tue Nov 3 16:22:11 2009).** A typical instance of the 8-puzzle.

Stato: posizione di ciascun numero e dello spazio vuoto. Vi sono 181.440 stati possibili, cioè 9! / 2

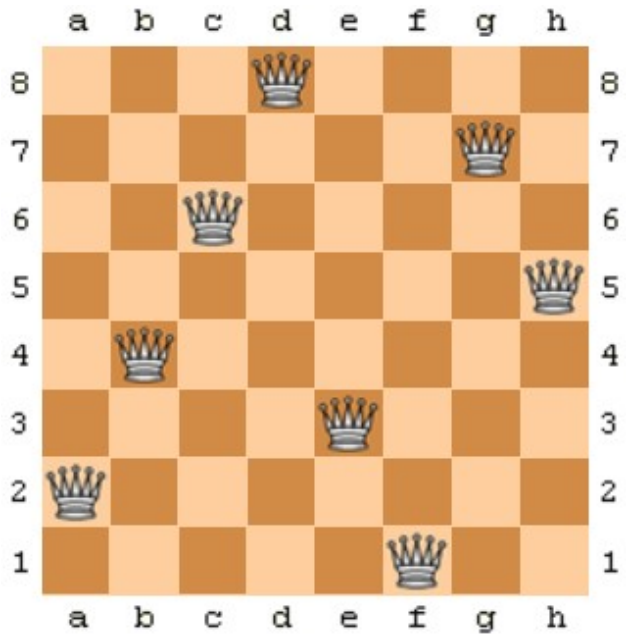
Stato iniziale: qualsiasi stato può esser lo stato iniziale

Funzione successore: quella che si ottiene spostando un numero adiacente allo spazio vuoto nello spazio vuoto

Test obiettivo: verifica che la posizione dei numeri corrisponda a quella a destra

Costo del cammino: ogni passo costa 1, il costo di un cammino è il numero di passi che lo costituiscono

Problema delle 8 regine



Posizionare 8 regine su una scacchiera 8x8 in modo tale che nessuna possa attaccarne nessu'altra

Nessuna regina deve occupare una riga, colonna o diagonale occupata da un'altra regina

Stati ?
Stato iniziale?
Funzione successore?
Test obiettivo?
Costo?

Cercate una soluzione su internet e trascrivetene la formulazione in modo da rispondere alle precedenti domande

Metodi di ricerca non informati (blind search)

Questi metodi si appoggiano per lo più a una struttura ad albero detta ALBERO DI RICERCA (in alcuni casi si utilizzano GRAFI di ricerca). I nodi dell'albero corrispondono a stati del problema. Gli archi a transizioni di stato causate dall'applicazione di azioni o operatori. La soluzione cercata viene ottenuta espandendo via via i nodi dell'albero secondo una politica che caratterizza il metodo di ricerca.

Albero/grafo di ricerca

- Un albero di ricerca è una struttura dati usata per trovare una soluzione a problema di ricerca
- Ogni nodo corrisponde a uno stato
- I nodi figli sono costruiti tramite la funzione successore
- Ogni nodo ha un riferimento al nodo padre (per ricostruire le soluzioni)
- L'albero è costruito a partire dal nodo corrispondente allo stato iniziale
- L'albero diventa un grafo quando lo stesso nodo (NB: non lo stesso stato) può essere raggiunto tramite più percorsi
- Un percorso che porta dal nodo iniziale a un nodo obiettivo è una soluzione

In modo più formale

- Un grafo di ricerca $G = (\{n_i\}, \{e_{ij}\})$ è costituito da un insieme di nodi n_i e di archi e_{ij}
- Il fatto che $e_{pq} \in \{e_{ij}\}$ significa che esiste un arco dal nodo n_p al nodo n_q , quindi n_q è uno dei successori di n_p
- L'arco e_{ij} ha costo c_{ij}
- L'esistenza di e_{ij} non implica l'esistenza di e_{ji} ma se questo esiste in generale il costo $c_{ji} \neq c_{ij}$
- NB: un nodo contiene ma non si limita ad essere informazione su uno stato del problema

Peter E. Hart, Nils J. Nilsson, and Bertram Raphael. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. IEEE Trans. on Systems Science and Cybernetics, SSC-4(2), 1968

Stati e nodi

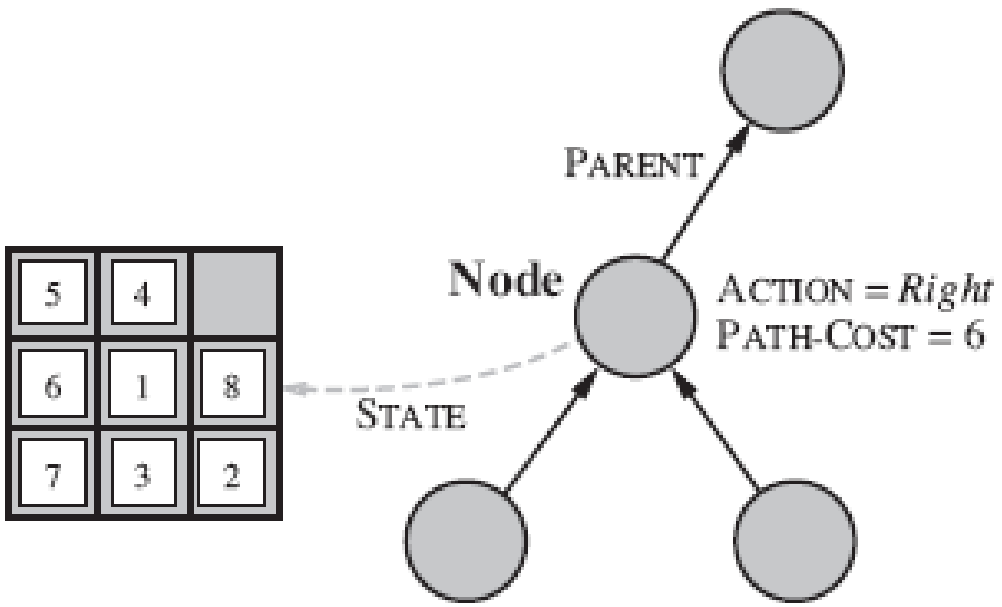


Figure 3.10 **FILES: figures/state-vs-node.eps (Tue Nov 3 13:50:06 2009).** Nodes are the data structures from which the search tree is constructed. Each has a parent, a state, and various bookkeeping fields. Arrows point from child to parent.

Un nodo è una struttura dati che mantiene molte informazioni: (1) lo stato del problema a cui si riferisce; (2) informazioni di struttura (genitore, figli); (3) informazioni di contabilità. Si noti la direzione degli archi: da figlio a genitore.

Metodi di ricerca non informati (blind search)

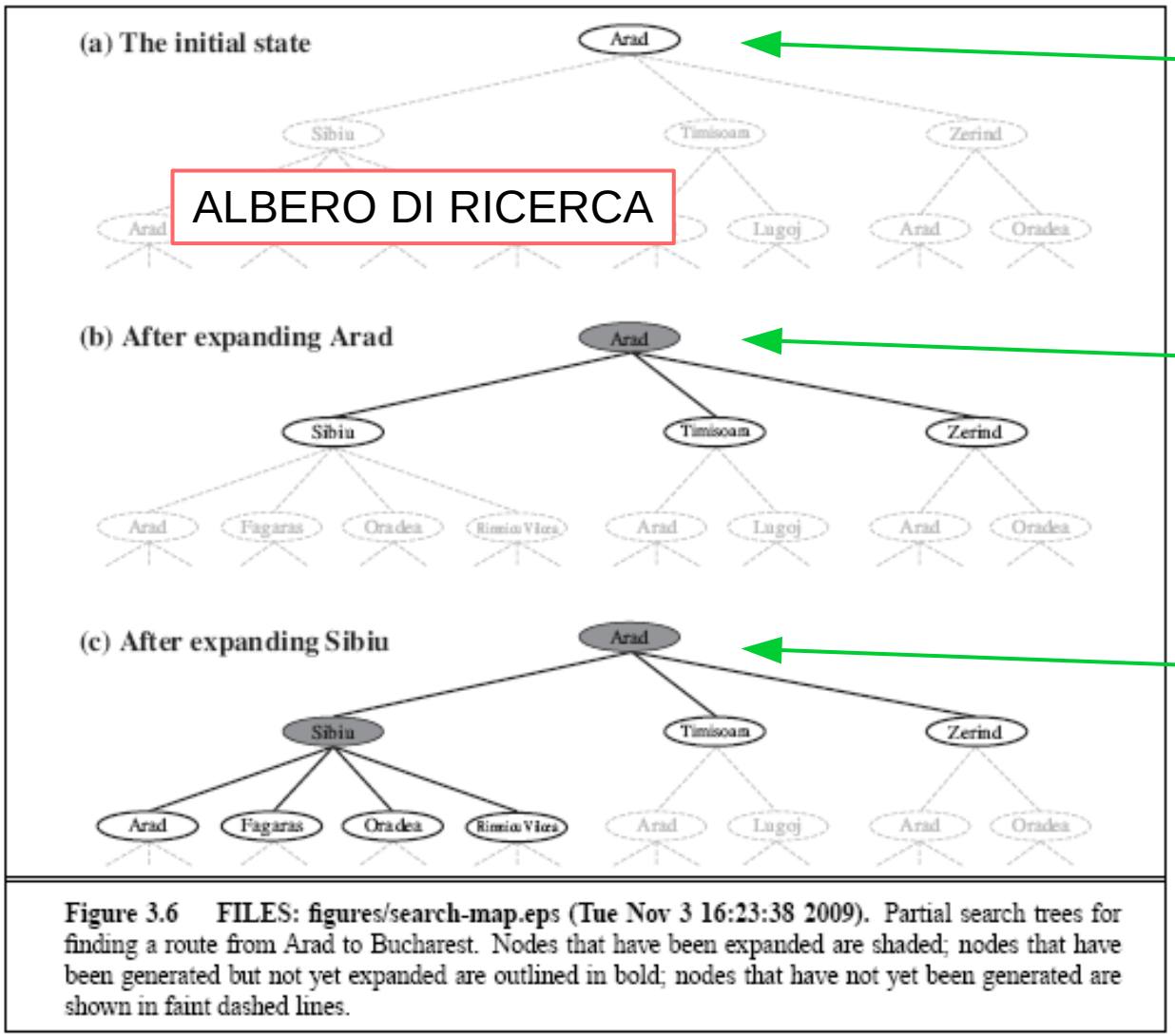


Figure 3.6 **FILES: figures/search-map.eps (Tue Nov 3 16:23:38 2009).** Partial search trees for finding a route from Arad to Bucharest. Nodes that have been expanded are shaded; nodes that have been generated but not yet expanded are outlined in bold; nodes that have not yet been generated are shown in faint dashed lines.

Dato uno stato è possibile identificare le operazioni applicabili

Di conseguenza è possibile identificare i possibili stati successori

E quindi scegliere quali alternative esplorare

NB: le possibili soluzioni sono più di quelle esplorate effettivamente

Metodi di ricerca non informati (blind search)

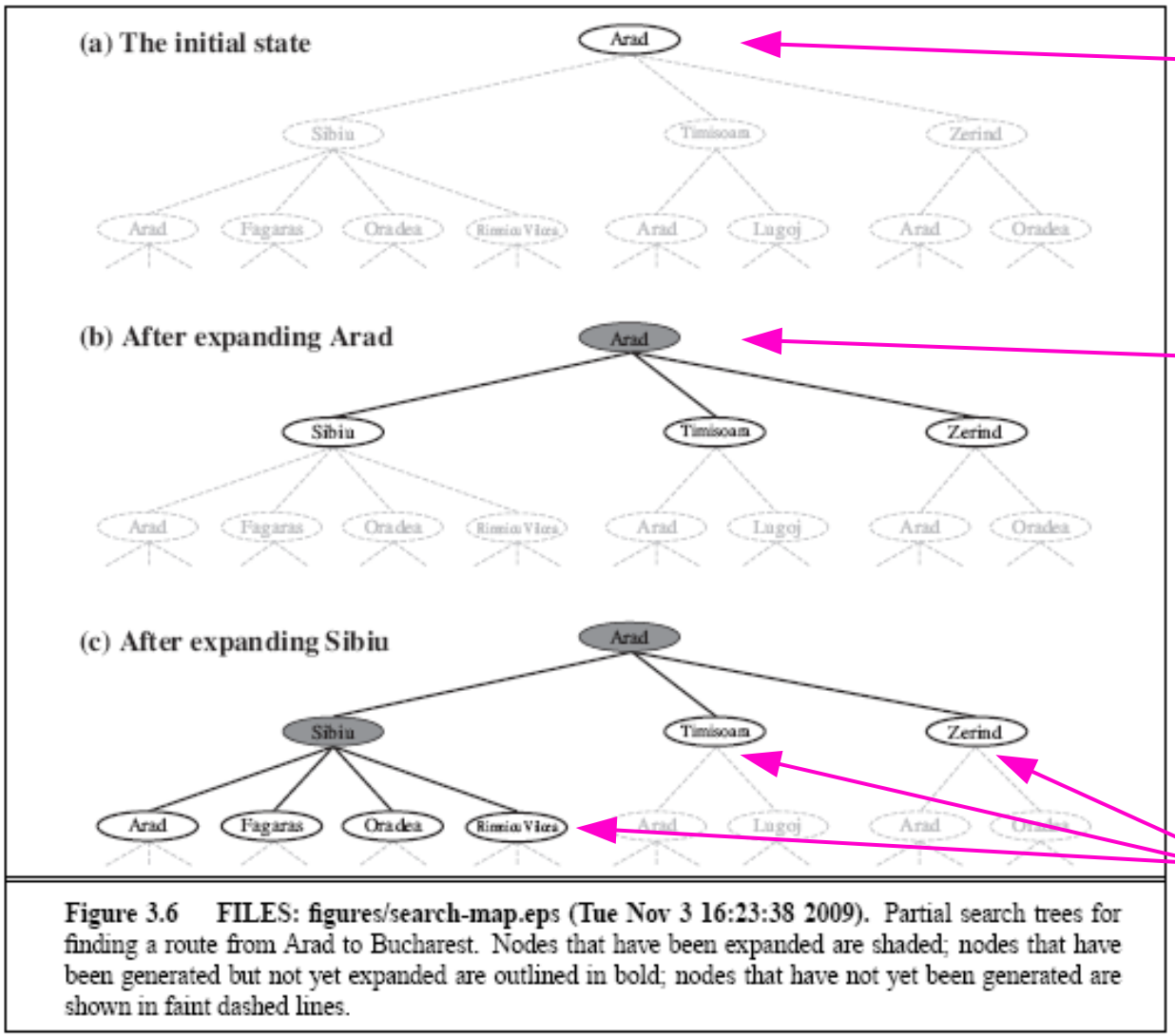


Figure 3.6 **FILES: figures/search-map.eps (Tue Nov 3 16:23:38 2009).** Partial search trees for finding a route from Arad to Bucharest. Nodes that have been expanded are shaded; nodes that have been generated but not yet expanded are outlined in bold; nodes that have not yet been generated are shown in faint dashed lines.

Nodo creato ma non espanso

Nodo espanso

Nodi della frontiera