1 الف)

$$A \cup B = Max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \left\{\frac{0.5}{A10}, \frac{0.7}{B52}, \frac{0.2}{B117}, \frac{0.8}{C5}, \frac{0.1}{C130}, \frac{0.6}{F4}, \frac{1.0}{F14}, \frac{1.0}{F15}, \frac{0.1}{F16}, \frac{0.1}{F111}\right\}$$

$$A \cap B = Min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \left\{\frac{0.3}{A10}, \frac{0.6}{B52}, \frac{0.3}{F14}, \frac{0.8}{F15}\right\}$$

$$\bar{A} = 1 - \mu_A(x) = \left\{\frac{0.5}{A10}, \frac{0.4}{B52}, \frac{0.8}{B117}, \frac{1.0}{C5}, \frac{1.0}{C130}, \frac{0.4}{F4}, \frac{0.7}{F14}, \frac{0.9}{F16}, \frac{1.0}{F111}, \frac{1.0}{KC130}\right\}$$

$$\bar{B} = 1 - \mu_B(x) = \left\{\frac{0.7}{A10}, \frac{0.3}{B52}, \frac{1.0}{B117}, \frac{0.2}{C5}, \frac{0.9}{C130}, \frac{1.0}{F4}, \frac{0.2}{F15}, \frac{1.0}{F16}, \frac{0.9}{F111}, \frac{1.0}{KC130}\right\}$$

ب)

$Core_A = \{F15\}$, $Core_B = \{F14\}$

$Cross\text{-}over\ point_A = \{A10\}$, $Cross\text{-}over\ point_B = \emptyset$

$Support_A = \{A10, B52, B117, F4, F14, F15, F16\}$

$Support_B = \{A10, B52, C5, C130, F14, F15, F111\}$

$boundary_A = \{A10, B52, B117, F4, F14, F16\}$

$boundary_B = \{A10, B52, C5, C130, F15, F111\}$

$height_A = height_B = 1.0$

پ)

$A_{\alpha=0.3} = \{A10, B52, F4, F14, F15\}$

$B_{\alpha=0.75} = \{C5, F14, F15\}$

2

max-min $\rightarrow \mu_{R\circ S}(x_i, z_j) = \max\left\{\min\{\mu_R(x_i, y_1), \mu_S(y_1, z_j)\}, \min\{\mu_R(x_i, y_2), \mu_S(y_2, z_j)\}\right\}$

$$\Rightarrow T = R\circ S = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} z_1 & z_2 & z_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix} \end{array}$$

max-Product $\rightarrow \mu_{R\circ S}(x_i, z_j) = \max\left\{\mu_R(x_i, y_1) \times \mu_S(y_1, z_j), \mu_R(x_i, y_2) \times \mu_S(y_2, z_j)\right\}$

$$\Rightarrow T = R\circ S = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} z_1 & z_2 & z_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.35 \\ 0.24 & 0.35 & 0.28 \end{bmatrix} \end{array}$$

۳) الف)

$$\text{تصویر} = \frac{0.3}{b,t,i} + \frac{0.4}{a,s,i} + \frac{0.9}{b,s,i} + \frac{0.6}{b,s,j} + \frac{0.3}{a,t,j} + \frac{0.7}{c,s,i}$$

ب)

$$\text{تصویر} = \frac{\overset{0.9}{\max(0.9,0.6,0.3)}}{b,y} + \frac{0.4}{a,x} + \frac{0.3}{a,y} + \frac{0.7}{c,y}$$

ج)

$$\text{تصویر} = \frac{\overset{0.9}{\max(0.9,0.7,0.4,0.3)}}{i} + \frac{\overset{0.6}{\max(0.6,0.1)}}{j}$$

د)

$$\text{گسترش استوانه‌ای} = \frac{0.3}{b,t,x,i} + \frac{0.3}{b,t,y,i} + \frac{0.4}{a,s,x,i} + \frac{0.4}{a,s,y,i} + \frac{0.9}{b,s,x,i} + \frac{0.9}{b,s,y,i}$$

$$+ \frac{0.6}{b,s,x,j} + \frac{0.6}{b,s,y,j} + \frac{0.3}{a,t,x,j} + \frac{0.3}{a,t,y,j} + \frac{0.7}{c,s,x,i} + \frac{0.7}{c,s,y,i}$$

ه)

$$\text{گسترش استوانه‌ای} = \frac{0.9}{b,s,y,i} + \frac{0.9}{b,t,y,i} + \frac{0.3}{b,s,y,j} + \frac{0.3}{b,t,y,j} + \frac{0.4}{a,s,x,i} + \frac{0.4}{a,t,x,i}$$

$$+ \frac{0.4}{a,s,x,j} + \frac{0.4}{a,t,x,j} + \frac{0.3}{a,s,y,i} + \frac{0.3}{a,t,y,i} + \frac{0.3}{a,s,y,j} + \frac{0.3}{a,t,y,j}$$

$$+ \frac{0.7}{c,s,y,i} + \frac{0.7}{c,t,y,i} + \frac{0.7}{c,s,y,j} + \frac{0.7}{c,t,y,j}$$

4

$$A = A_1 \times A_2 = \left\{ \frac{0.2}{1,4}, \frac{0.2}{1,5}, \frac{0.2}{1,6}, \frac{0.4}{2,4}, \frac{0.4}{2,5}, \frac{0.4}{2,6}, \frac{0.3}{3,4}, \frac{0.3}{3,5}, \frac{0.3}{3,6} \right\}$$

	11	12	13	17	18	19	27	28	29
1,4	1 0.2	0	0	0	0	0	0	0	0
1,5	0	1 0.2	0	0	0	0	0	0	0
1,6	0	0	1 0.2	0	0	0	0	0	0
2,4	0	0	0	1 0.4	0	0	0	0	0
2,5	0	0	0	0	1 0.4	0	0	0	0
2,6	0	0	0	0	0	1 0.4	0	0	0
3,4	0	0	0	0	0	0	1 0.3	0	0
3,5	0	0	0	0	0	0	0	1 0.3	0
3,6	0	0	0	0	0	0	0	~~1~~	1 0.3
	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3

$$\Rightarrow B = \left\{ \frac{0.2}{11}, \frac{0.2}{12}, \frac{0.2}{13}, \frac{0.4}{17}, \frac{0.4}{18}, \frac{0.4}{19}, \frac{0.3}{27}, \frac{0.3}{28}, \frac{0.3}{29} \right\}$$

۵) الف) خیر، زیرا در فازی ما مقدار تعلق داریم که بین صفر و یک است درحالی که در منطق فقط ۰ و ۱ داریم و با جدول درستی به این نتیجه می‌رسیم که آنها باهم برابرند. در فازی ممکن است عبارات داده شده باهم برابر باشند ولی الزامی وجود ندارد.

ب)

Diene-Rescher:

$$\mu_Q(x,y) = \max\{1-\mu(x), 1-\mu(y)\}$$

$$\Rightarrow \mu_Q(x,y) = \left\{ \frac{1.0}{1,1}, \frac{1.0}{1,2}, \frac{1.0}{1,3}, \frac{1.0}{2,1}, \frac{0.8}{2,2}, \frac{0.8}{2,3}, \frac{1.0}{3,1}, \frac{0.4}{3,2}, \frac{0.4}{3,3}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.4}{4,2}, \frac{0}{4,3} \right\}$$

Godel:

$$\mu_Q(x,y) = \begin{cases} 1 & , \mu(x) \leq \mu(y) \\ \mu(y) & , \text{ow} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_Q(x,y) = \left\{ \frac{1.0}{1,1}, \frac{1.0}{1,2}, \frac{1.0}{1,3}, \frac{1.0}{2,1}, \frac{1.0}{2,2}, \frac{0}{2,3}, \frac{1.0}{3,1}, \frac{0.4}{3,2}, \frac{0}{3,3}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.4}{4,2}, \frac{0}{4,3} \right\}$$

madani min:

$$\mu_Q(x,y) = \min\{\mu(x), \mu(y)\}$$

$$\Rightarrow \mu_Q(x,y) = \left\{ \frac{0}{1,1}, \frac{0}{1,2}, \frac{0}{1,3}, \frac{0.2}{2,1}, \frac{0.2}{2,2}, \frac{0}{2,3}, \frac{0.6}{3,1}, \frac{0.4}{3,2}, \frac{0}{3,3}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.4}{4,2}, \frac{0}{4,3} \right\}$$

madani product:

$$\mu_Q(x,y) = \mu(x).\mu(y)$$

$$\Rightarrow \mu_Q(x,y) = \left\{ \frac{0}{1,1}, \frac{0}{1,2}, \frac{0}{1,3}, \frac{0.2}{2,1}, \frac{0.08}{2,2}, \frac{0}{2,3}, \frac{0.6}{3,1}, \frac{0.24}{3,2}, \frac{0}{3,3}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.4}{4,2}, \frac{0}{4,3} \right\}$$

Zadeh:

$$\mu_Q(x,y) = \max\{\min\{\mu(x),\mu(y)\}, 1-\mu(x)\}$$

$$\Rightarrow \mu_Q(x,y) = \left\{ \frac{1.0}{1,1}, \frac{1.0}{1,2}, \frac{1.0}{1,3}, \frac{0.8}{2,1}, \frac{0.8}{2,2}, \frac{0.8}{2,3}, \frac{0.6}{3,1}, \frac{0.4}{3,2}, \frac{0.4}{3,3}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.4}{4,2}, \frac{0}{4,3} \right\}$$

6 در ابتدای مسئله که اعداد ورودی را که فرم فازی ندارند و صریح هستند را، به مجموعه های فازی تبدیل می کنیم. به این عمل فازی سازی می گویند

در انتهای کار که خروجی بدست آمده که فازی است را به یک عدد و یا مجموعه جواب صریح تبدیل می کنیم که به این عمل غیرفازی سازی می گویند.

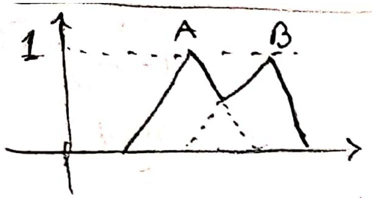
روش های غیرفازی سازی:

1. center of area: در این روش مرکز ناحیه فازی جواب و مقدار صریح آن را برمی گرداند
2. mean of maximum: " " " برخلاف روش قبل نقطه ثقل ناحیه فازی را برمی گردانیم
3. max membership principle: در این روش مقداری را که عضو مجموعه جواب است و به ازای آن بیشترین مقدار را دارد برمی گردانیم
4. first of maxima: " " " اگر جواب آخر ارتفاع چند مجموعه باشد آنگاه روش 3 را برای آخرین مجموعه اجرا کرده و مقدار آن را برمی گرداند.

$$x = \left\{ \frac{0.5}{8}, \frac{0.9}{4}, \frac{0.1}{6}, \frac{0.3}{1} \right\}, \quad A = \{8, 4, 6, 1\}$$

$$\text{output} = \{ A \mid \mu_x(A) \geq 0.4 \} \Rightarrow \text{output} = \left\{ \frac{0.5}{8}, \frac{0.9}{4} \right\} \xrightarrow[\text{غیرفازی سازی}]{\text{روش سوم}} \text{output} = 4$$

7) الف) نادرست. مثال نقض:



ب) نادرست. فقط در صورتی این گزاره درست است که رابطه میان ورودی و خروجی، جداپذیر باشد

ج) نادرست. این رابطه زمانی درست است که R جداپذیر باشد.

د) درست. زیرا این رابطه مینیمم را حساب می‌کند و جداپذیر است

ه) درست. زیرا منطق فازی می‌تواند حتی با ورودی‌های مبهم، خروجی واحتمالی را محاسبه کند و می‌توان از آن برای پیش‌بینی نیز استفاده کرد.