Задачи для подготовки к экзамену
по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Найти для матриц $A=\begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ произведения AB и BA, если они существуют.
2. Указать основные свойства операций транспонирования и умножения матриц. Найти для матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ произведения $AA, A^T A, AA^T$, если они существуют.
3. Указать основные свойства операций транспонирования и умножения матриц. Найти определитель матрицы $A^T A,$ если $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$
4. Указать основные свойства обратной матрицы. Найти определитель матрицы $A^{-1},$ если $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -6 \\ 10 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}.$
5. Что называется минором и алгебраическим дополнением элемента определителя? Найти алгебраические дополнения к элементам первой строки матрицы $A^T(2A-3B),$ если $A=\begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix},$ $B=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$
6. Сформулировать определение, необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Найти $A^{-1},$ если $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$
7. *С*формулировать определение, необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Найти $A^{-1},$ если $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$
8. Какие системы линейных алгебраических уравнений можно решать методом Крамера? матричным методом? Решить систему: $\begin{cases} 2x+5y=-1, \\ x+2y+z=3, \\ 4x+4y+z=7. \end{cases}$

9. Сформулировать определение, необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Решить систему матричным методом:
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$
10. Сформулировать теорему Кронекера-Капелли. Решить систему методом Гаусса
$$\begin{cases} 8x + y + 5z = 13, \\ 4x - y + 3z = 5, \\ 2x + y + z = 4. \end{cases}$$
11. Решить систему $\begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 4y + 2z = -1, \\ x - 4y = -5. \end{cases}$
12. Решить систему $\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_4 = 0, \\ 4x_1 + 12x_2 - 5x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$
13. Что называется рангом матрицы? Найти ранг матрицы $(3A - 2B)B^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 8 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.
14. Что называется рангом матрицы? Определить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.
15. Что называется рангом матрицы? Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 6 & -1 & -5 & 0 & 5 \\ 2 & 7 & -2 & -4 & 9 & 4 \\ 3 & 8 & -3 & -3 & 8 & 3 \\ 4 & 9 & -4 & -2 & 7 & 2 \\ 5 & 0 & -5 & -1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.
16. Найти $\operatorname{rang}(A^T A)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.
17. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 0; 1\}$, и $\vec{b} = \{-1; 2; 2\}$. Найти координаты вектора $\vec{c}$, сонаправленного с вектором $3\vec{a} - 2\vec{b}$ и имеющего длину 7.
18. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти координаты вектора $\vec{c}$, направленного противоположно вектору $\vec{a} \times \vec{b}$ и имеющего длину 7.

19. Найти координаты единичного вектора, направленного противоположно вектору $\overrightarrow{AB}$, если $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;5)$.
20. Определить модули суммы и разности векторов $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{k}$ и $\vec{b}=6\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.
21. Сформулировать определение скалярного произведения. Найти скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$ и угол между векторами $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$ и $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
22. Сформулировать определение и основные свойства скалярного произведения. Найти угол между векторами $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{k}$ и $\vec{b}=6\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.
23. Сформулировать определение и основные свойства скалярного произведения. Даны точки: $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$, $D(1;4;7)$. Найти скалярные произведения $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$, $(3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CD})\cdot\overrightarrow{CD}$.
24. Найти угол ABC, если $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$.
25. Найти угол между диагоналями AC и BD четырехугольника с вершинами $A(1;3;5)$, $B(-2;4;1)$, $C(2;7;-12)$, $D(5;6;-8)$.
26. Сформулировать определение проекции вектора на ось. Вычислить $\text{пр}_{\vec{a}}\left(2\vec{b}-\vec{c}\right)$, если $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$; $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$; $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$.
27. Сформулировать определение проекции вектора на ось. Вычислить $\text{пр}_{\vec{c}}\left(\vec{b}-3\vec{a}\right)$, если $\vec{a}=\{3;-2;1\}$, $\vec{b}=\{2;1;2\}$, $\vec{c}=\{3;-6;-2\}$.
28. Найти проекцию вектора $3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CD}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$, если $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$, $D(1;4;7)$.
29. Перечислить основные свойства скалярного произведения. Найти скалярные произведения $\vec{a}\cdot\vec{b}$ и $\left(3\vec{a}-2\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi=\dfrac{5\pi}{6}$, $\left|\vec{a}\right|=4, \left|\vec{b}\right|=\sqrt{3}$.
30. Найти скалярные произведения $\vec{a}\cdot\vec{b}$ и $\left(\vec{a}+5\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$, $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3}, \left|\vec{b}\right|=2$.
31. Сформулировать основные свойства скалярного произведения. Найти угол между векторами $\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$, если $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3}$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $(\widehat{\vec{a};\vec{b}})=\dfrac{\pi}{6}$.
32. В чем заключаются условия коллинеарности и ортогональности векторов? Какой угол образуют единичные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если векторы $\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}$, $\vec{q}=5\vec{a}-2\vec{b}$ взаимно перпендикулярны?
33. Сформулировать определение и свойства скалярного произведения. Вычислить работу, которую производит равнодействующая сил $\vec{F_1}=\{4;1;3\}$, $\vec{F_2}=\{3;-1;2\}$, $\vec{F_3}=3\vec{i}-2\vec{j}-5\vec{k}$ при прямолинейном перемещении из точки $A(2;-3;5)$ в точку $B(1;4;7)$.

34. Перечислить свойства векторного произведения. Найти векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$; $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$. Чему равны векторные произведения $\vec{b}\times\vec{a}$, $(3\vec{a}+\vec{b})\times\vec{b}$?
35. Найти векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$, если $\vec{a}=\{3;-2;1\}$; $\vec{b}=\{2;1;2\}$. Чему равны векторные произведения $\vec{b}\times\vec{a}$, $(2\vec{a}-5\vec{b})\times\vec{b}$?
36. В чем заключается основное свойство направляющих косинусов вектора? Найти направляющие косинусы векторного произведения векторов $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$ и $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
37. Найти направляющие косинусы векторного произведения векторов $\vec{a}=\{3;-2;1\}$ и $\vec{b}=\{2;1;2\}$.
38. Найти направляющие косинусы вектора $3\vec{a}+\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$, $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
39. Сформулировать определение векторного произведения. Даны точки: $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$, $D(1;4;7)$. Найти векторные произведения $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{CD}$, $(3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CD})\times\overrightarrow{CD}$.
40. *С*формулировать определение векторного произведения. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}-2\vec{b}$ и $\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$; $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
41. *П*еречислить основные свойства и геометрические приложения векторного произведения. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $(\widehat{\vec{a};\vec{b}})=\dfrac{2\pi}{3}$.
42. Перечислить основные свойства векторного произведения. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$, $(\widehat{\vec{a};\vec{b}})=\dfrac{\pi}{6}$.
43. Указать геометрические приложения скалярного и векторного произведений векторов. Найти площадь треугольника ABC и внешний угол при вершине B, если $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$.
44. Найти площадь треугольника ABC и внутренний угол при вершине B, если $A(3;-1;2)$, $B(1;2;0)$, $C(1;3;-1)$.
45. Сформулировать определение векторного произведения. Найти площадь треугольника ABC, если $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$.
46. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}$ и $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
47. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=\{3;-2;1\}$ и $\vec{b}=\{2;1;2\}$.

48. Сформулировать определение смешанного произведения векторов. Найти смешанные произведения $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ и $\vec{a}\vec{c}\vec{b},$ если $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k};$ $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k};$ $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}.$
49. Сформулировать определение и основные свойства смешанного произведения векторов. Найти смешанные произведения $\vec{a}\vec{b}\vec{c},$ $\vec{b}\vec{c}\vec{a},$ $\vec{b}\vec{a}\vec{c},$ $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k};$ $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k};$ $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}.$
50. Указать геометрические приложения векторного и смешанного произведения векторов. Вычислить объем пирамиды $SABC$ и длину высоты SH, если $A(1;-1;2),$ $B(5;-6;2),$ $C(1;3;-1),$ $S(2;1;0).$
51. Сформулировать определение и свойства смешанного произведения векторов. Вычислить объем пирамиды с вершинами $A(2;-4;-4),$ $B(3;-7;5),$ $C(1;3;-1),$ $D(2;1;0).$
52. Сформулировать условия коллинеарности и ортогональности двух векторов, условие компланарности трех векторов. Компланарны ли векторы $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k};$ $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k};$ $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$?
53. Что называется правой тройкой векторов? Определить ориентацию тройки векторов $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{k};$ $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k};$ $\vec{c}=2\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}.$
54. Какие векторы называются компланарными? В чем заключается условие компланарности трех векторов? Определить значения параметров α и β так, чтобы векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ были ортогональны, а векторы $\vec{a},$ $\vec{b},$ $\vec{c}$ компланарны, если $\vec{a}=\alpha\vec{i}+3\vec{k};$ $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+\beta\vec{k};$ $\vec{c}=2\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}.$
55. Какие векторы называются компланарными? В чем заключается условие компланарности трех векторов? Проверить, образуют ли векторы $\overrightarrow{a_1}=\{3;-2;1\},$ $\overrightarrow{a_2}=\{2;1;2\},$ $\overrightarrow{a_3}=\{3;-1;-2\}$ базис.
56. Даны векторы $\vec{a}=\{3;-2;1\},$ $\vec{b}=\{-1;1;-2\},$ $\vec{c}=\{2;1;-3\}.$ Найти координаты вектора $\vec{d}=\{11;-6;5\}$ в базисе $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}.$
57. Что называется общим уравнением прямой на плоскости? Каноническим уравнением прямой на плоскости? Найти расстояние от точки $A(2;-1)$ до прямой, проходящей через точки $B(2;-3)$ и $C(2;6).$
58. Записать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости. Найти уравнения высоты CH, медианы CM и угол между ними, если даны вершины треугольника $A(2;-4),$ $B(2;1),$ $C(-3;2).$
59. Записать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости. Найти уравнения стороны AC и высоты BH, если даны вершины треугольника $A(1;-4),$ $B(2;3),$ $C(-2;0).$
60. Записать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости. Найти уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1;3)$

параллельно и перпендикулярно прямой, соединяющей точки $B(2;-3)$ и $C(-2;0)$.

61. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-4)$ перпендикулярно прямой $5x+2y=10;$ найти расстояние от точки A до прямой $5x+2y=10.$
62. Найти точку пересечения прямых $5x+2y=10$ и $3x-4y-6=0$, а также острый угол между прямыми.
63. Найти расстояние между параллельными прямыми $6x-8y+5=0$ и $3x-4y+5=0$.
64. Даны вершины треугольника: $A(2;-4)$, $B(2;1)$, $C(-3;2)$. Пусть BH – высота треугольника. Написать уравнение прямой BH и найти длину высоты BH.
65. Даны координаты двух вершин треугольника $A(2;-4)$, $B(2;1)$ и точки $D(-3;2)$ пересечения его высот. Найти координаты третьей вершины треугольника.
66. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $B(-3;2)$ перпендикулярно прямой $5x+2y=10$, и найти координаты точки, симметричной точке $B(-3;2)$ относительно прямой $5x+2y=10$.
67. Сформулировать определение эллипса. Составить каноническое уравнение и построить эллипс, фокусы которого лежат на оси Ox симметрично относительно начала координат, малая полуось $b=15$, эксцентриситет $\varepsilon=0{,}8$.
68. Составить каноническое уравнение и построить эллипс, фокусы которого лежат на оси Ox симметрично относительно начала координат, малая полуось $b=2$, а точка $M(-2;\sqrt{3})$ принадлежит эллипсу.
69. Сформулировать определение гиперболы. Составить каноническое уравнение и построить гиперболу, фокусы которой лежат на оси Ox симметрично относительно начала координат, если уравнения ее асимптот $y=\pm\frac{12}{5}x$, а мнимая ось $2b=12$.
70. Сформулировать определение гиперболы. Составить каноническое уравнение и построить гиперболу, фокусы которой лежат на оси Ox симметрично относительно начала координат, если мнимая ось $2b=18$, а точка $M(-2\sqrt{10};-3)$ принадлежит гиперболе.
71. *С*формулировать определение гиперболы. Составить каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси Ox симметрично относительно начала координат, если известны: расстояние между фокусами $2c=30$ и уравнения асимптот $y=\pm\frac{4}{3}x.$
72. Сформулировать определение параболы. Найти ось симметрии и координаты вершины параболы $4x^2+12x+8y+3=0$. Сделать рисунок.

73. Сформулировать определение параболы. Найти ось симметрии и координаты вершины параболы $4x+12y-8y^2+11=0$. Сделать рисунок.
74. Записать канонические уравнения кривых 2-го порядка. Найти точки пересечения линий $x=8y-y^2$ и $3x+11y=6$. Сделать рисунок.
75. Сформулировать определение эллипса. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка, сделать рисунок: $9x^2+36x+y^2-6y=0$.
76. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка, сделать рисунок: $3x^2-12x-8y^2-16y=0$.
77. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка, сделать рисунок: $3x^2+24x-16y^2+96y=0$.
78. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка, сделать рисунок: $25x^2-81y^2+450x-810y=2025$.
79. Что называется общим уравнением плоскости? Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-4;-4)$, $B(3;-1;5)$, $C(0;2;9)$, и указать вектор нормали к этой плоскости.
80. Что называется общим уравнением плоскости? Проверить, лежат ли точки $A(2;-4;-4)$, $B(3;-7;5)$, $C(0;2;-22)$, $D(3;0;-9)$ в одной плоскости.
81. Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-4;1)$, $B(3;2;5)$, $C(0;2;3)$, и канонические уравнения прямой, проходящей через точку $D(3;0;-9)$ перпендикулярно этой плоскости.
82. Записать канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(2;-4;1)$ и $B(3;2;5)$, и уравнение плоскости, проходящей через точку $C(0;2;3)$ перпендикулярно этой прямой.
83. Найти расстояние между параллельными плоскостями $6x-2y+3z+5=0$ и $18x-6y+9z+5=0$.
84. Что называется каноническими уравнениями прямой в пространстве? общими уравнениями прямой в пространстве? Найти угол между прямыми $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-6}{3}$ и $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z-2}{-4}$.
85. Что называется каноническими уравнениями прямой в пространстве? общими уравнениями прямой в пространстве? Найти угол между прямыми $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{6}=\dfrac{z-6}{-6}$ и $\dfrac{x}{7}=\dfrac{y+2}{0}=z-3$.
86. Что называется параметрическими уравнениями прямой в пространстве? общими уравнениями прямой в пространстве? Найти угол между прямыми $\begin{cases} x=5-4t, \\ y=3, \\ z=3t \end{cases}$ и $\begin{cases} x=6+7t, \\ y=3-t, \\ z=2. \end{cases}$

87. Сформулировать условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Найти острый угол между плоскостями $12x+5y=0$ и $3x+6y-2z-1=0$.
88. Найти острый угол между плоскостями $3x+2y-6z=0$ и $3x+6y-6z-13=0$.
89. Что называется каноническими уравнениями прямой в пространстве? Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;0;-9)$ перпендикулярно плоскости, содержащей точки $A(2;-4;-4)$, $B(3;-7;5)$, $C(0;2;7)$.
90. *Ч*то называется каноническими и параметрическими уравнениями прямой в пространстве? Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;0;-9)$ перпендикулярно плоскости $3x+6y-2z-1=0$.
91. В чем заключаются условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей? Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;-4;-4)$ параллельно плоскости $3x+6y-2z-7=0$.
92. *В* чем заключаются условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости? Записать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;-4;-4)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-6}{3}$.
93. В чем заключаются условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости? Записать уравнения прямой, проходящей через точки $A(2;-4;-4)$ и $B(3;-1;5)$, а также уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно этой прямой.
94. *Н*айти точку пересечения прямой $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-6}{3}$ и плоскости $3x+6y-2z-42=0$.
95. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $B(0;-3;2)$ перпендикулярно плоскости $5x+2y-z=10$, и найти точку пересечения этой прямой с плоскостью.
96. *З*аписать уравнение прямой, проходящей через точку $B(0;-3;2)$ перпендикулярно плоскости $5x+2y-z+38=0$, и найти координаты точки, симметричной точке $B(0;-3;2)$ относительно прямой плоскости $5x+2y-z+38=0$.
97. Что называется координатами элемента линейного пространства в данном базисе? В линейном пространстве многочленов степени не выше 3 найти координаты многочлена $\overline{y}=-2x+4x^2-x^3$ в базисе $\overline{e_1}=-2, \overline{e_2}=2x^3+x-2$, $\overline{e_3}=3+x-x^2$, $\overline{e_4}=x+2x^2+x^3$.
98. Что называется координатами элемента линейного пространства в данном базисе? В линейном пространстве квадратных матриц 2-го порядка найти

координаты матрицы $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -20 & 15 \end{pmatrix}$ в базисе $\overline{A_1}=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \overline{A_2}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\overline{A_3}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \overline{A_4}=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

99. Что называется линейной комбинацией элементов линейного пространства? Можно ли представить многочлен $\overline{y}=4+6x+6x^2+x^3$ в виде линейной комбинации многочленов $\overline{e_1}=1+x+x^2+x^3, \overline{e_2}=x+x^2+x^3$, $\overline{e_3}=1+x+x^2$?

100. Что называется линейной комбинацией элементов линейного пространства? Можно ли представить в виде линейной комбинации векторов $\overline{x_1}=(1;1;1;1)$, $\overline{x_2}=(1;2;2;1)$, $\overline{x_3}=(0;0;1;0)$, $\overline{x_4}=(0;2;0;0)$ вектор $\overline{y}=(1;2;3;4)\in\mathbb{R}^4$?

101. В каком случае элементы линейного пространства называются линейно зависимыми? Проверить, являются ли линейно зависимыми векторы $\overline{x_1}=(4;0;6;2), \overline{x_2}=(2;0;3;1), \overline{x_3}=(3;2;3;7)$, $\overline{x_4}=(3;-2;6;-4)$ в $\mathbb{R}^4$.

102. В каком случае элементы линейного пространства называются линейно зависимыми? В линейном пространстве квадратных матриц 2-го порядка проверить, являются ли матрицы $\overline{A_1}=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \overline{A_2}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\overline{A_3}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \overline{A_4}=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ линейно зависимыми.

103. *В* линейном пространстве многочленов степени не выше 3 проверить, являются ли линейно зависимыми многочлены $\overline{e_1}=-2, \overline{e_2}=2x^3+x-2$, $\overline{e_3}=3+x-x^2$, $\overline{e_4}=x+2x^2+x^3$.

104. Что называется линейной оболочкой заданных элементов линейного пространства? Даны векторы $\overline{x_1}=(1;2;3), \overline{x_2}=(3;2;1), \overline{x_3}=(2;2;2)$, $\overline{x_4}=(2;3;4)$ в $\mathbb{R}^3$. Проверить, является ли вектор $\overline{x_4}$ элементом линейной оболочки $L(\overline{x_1},\overline{x_2},\overline{x_3})$.

105. Что называется линейной оболочкой заданных элементов линейного пространства? Даны векторы $\overline{x_1}=(4;0;6;2), \overline{x_2}=(2;0;3;1), \overline{x_3}=(3;2;3;7)$, $\overline{x_4}=(3;-2;6;-4)$ в $\mathbb{R}^4$. Проверить, является ли вектор $\overline{x_4}$ элементом линейной оболочки $L(\overline{x_1},\overline{x_2},\overline{x_3})$.

106. Найти матрицу перехода от базиса $\{\overline{e_1};\overline{e_2};\overline{e_3}\}$ к базису $\{\overline{a};\overline{b};\overline{c}\}$ и матрицу перехода от базиса $\{\overline{a};\overline{b};\overline{c}\}$ к базису $\{\overline{e_1};\overline{e_2};\overline{e_3}\}$, если $\overline{a}=2\overline{e_1}+2\overline{e_3}$; $\overline{b}=3\overline{e_3}-\overline{e_2}$; $\overline{c}=3\overline{e_1}+\overline{e_3}$.

107. *Н*айти матрицу перехода от базиса $\{\overline{e_1}; \overline{e_2}; \overline{e_3}\}$ к базису $\{\overline{a}; \overline{b}; \overline{c}\}$ и матрицу перехода от базиса $\{\overline{a}; \overline{b}; \overline{c}\}$ к базису $\{\overline{e_1}; \overline{e_2}; \overline{e_3}\}$, если $\overline{a} = \overline{e_1} + \overline{e_2} + \overline{e_3}$; $\overline{b} = 2\overline{e_1} + 3\overline{e_3}$; $\overline{c} = 3\overline{e_2} - 2\overline{e_1}$.

108. Что называется произведением двух линейных операторов? Найти матрицу линейного оператора $f \circ g$, если матрицы линейных операторов f и g известны: $A_f = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_g = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

109. Что называется произведением двух линейных операторов? Найти матрицу линейного оператора $f \circ f$, если матрица линейного оператора f известна: $A_f = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

110. Что называется линейным оператором? Найти матрицу оператора f^{-1}, обратного линейному оператору f с матрицей $A_f = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

111. Что называется собственным вектором и собственным значением линейного оператора? Какие из векторов $\overline{x_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\overline{x_2} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overline{x_3} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$, $\overline{x_4} = \begin{pmatrix} -10 \\ 8 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами линейного оператора с матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$?

112. *Ч*то называется собственным вектором и собственным значением линейного оператора? Какие из векторов $\overline{x_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\overline{x_2} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overline{x_3} = \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$, $\overline{x_4} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами линейного оператора с матрицей $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$?

113. Что называется собственным вектором и собственным значением матрицы? Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

114. Что называется собственным вектором и собственным значением матрицы? Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$.

115. Найти собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

116. Что называется собственным вектором и собственным значением матрицы?

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

117. Что называется собственным вектором и собственным значением оператора? Найти собственные значения и собственные векторы оператора f, имеющего в некотором базисе матрицу $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.

118. Что называется квадратичной формой? Что называется каноническим видом квадратичной формы? Записать канонический вид квадратичной формы $3x^2+6y^2+3z^2-4xy-8xz-4yz$.

119. Что называется квадратичной формой? положительно определенной квадратичной формой? отрицательно определенной квадратичной формой? Установить с помощью критерия Сильвестра, является ли данная квадратичная форма знакоопределенной: $2x^2+9y^2+19z^2+8xy+4xz$.

120. Что называется квадратичной формой? положительно определенной квадратичной формой? отрицательно определенной квадратичной формой? Установить с помощью критерия Сильвестра, является ли данная квадратичная форма знакоопределенной: $4xy-4yz-2x^2-3y^2-6z^2$.