

Тема 1. Кинематика материальной точки и твердого тела

1. Определите скорость v и полное ускорение a точки в момент времени $t = 2$ с, если она движется по окружности радиусом $R = 1$ м согласно уравнению $s = At + Bt^3$, где $A = 8$ м/с; $B = -1$ м/с³; s – криволинейная, т. е. дуговая координата, отсчитанная вдоль дуги окружности от некоторой точки на траектории, принятой за начальную.

2. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 10$ м; $B_1 = 1$ м/с; $C_1 = 2$ м/с²; $A_2 = 3$ м; $B_2 = 2$ м/с; $C_2 = 1$ м/с². В какой момент времени τ скорости этих точек будут одинаковы? Найдите ускорения a_1 и a_2 этих точек.

3. Точка движется по окружности радиусом $R = 9$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение a_n точки равно 4 м/с², вектор полного ускорения \vec{a} образует в этот момент с вектором нормального ускорения \vec{a}_n угол $\alpha = 60^\circ$. Найдите скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

4. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с³. Определите среднюю путевую скорость $\langle v_{cp} \rangle$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

5. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3$ м/с; $B = 0,06$ м/с³. Найдите скорость v и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости $\langle v_{cp} \rangle$ и ускорения $\langle a_{cp} \rangle$ за первые 3 с движения?

6. Диск радиусом $R = 0,2$ м вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад; $B = -1$ рад/с; $C = 0,1$ рад/с³. Определите тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на ободе диска для момента времени $t_1 = 10$ с.

7. Скорость точки, движущейся по окружности радиусом 4 м, изменяется по закону $v = At + Bt^2$, где $A = 1$ м/с²; $B = 3$ м/с³. Найдите тангенциальное и полное ускорения точки в момент времени $t_1 = 1$ с.

8. Найдите линейную скорость и нормальное ускорение точек поверхности Земли в ее суточном вращении на широте Минска ($\varphi = 54^\circ$). Радиус Земли принять равным 6400 км.

9. Свободно падающее тело в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты падает тело, и каково время t_1 его падения?

10. Найдите угловое ускорение ε колеса, если известно, что через время $t_1 = 2$ с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором ее линейной скорости.

11. Студент проехал половину пути на велосипеде со скоростью $v_1 = 16$ км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 12$ км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью $v_3 = 5$ км/ч. Определите среднюю скорость студента на всем пути.

12. Двигаясь с постоянным ускорением в одном направлении, тело за два последовательных промежутка времени величиной по $t = 2$ с каждый проходит отрезки пути $s_1 = 16$ м и $s_2 = 8$ м. Найдите скорость тела в начале первого отрезка?

13. Самолет летит на высоте $h = 180$ м со скоростью $v_1 = 180$ км/ч. С самолета надо сбросить пакет на катер, который движется со скоростью $v_2 = 21,3$ км/ч навстречу самолету. На каком расстоянии от катера нужно сбросить пакет?

14. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время $t = 2$ мин оно изменило частоту вращения от $n_1 = 240$ об/мин до $n_2 = 60$ об/мин. Определите угловое ускорение колеса и число полных оборотов.

15. Три четверти пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, оставшуюся часть пути – со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Какова средняя скорость автомобиля?

16. Тело движется из состояния покоя равноускоренно и в течение пятой секунды от начала движения прошло путь $s = 27$ м. С каким ускорением двигалось тело?

17. В мишень с расстояния $l = 50$ м сделали два выстрела в горизонтальном направлении при одинаковой наводке винтовки. Скорость первой пули $v_1 = 320$ м/с, второй – $v_2 = 350$ м/с. Определите расстояние между пробоинами.
18. Трамвай начал двигаться равноускоренно по закругленному участку пути и, пройдя расстояние $s = 250$ м, развил скорость $v = 36$ км/ч. Найдите тангенциальное, нормальное и полное ускорения трамвая через время $t = 40$ с после начала движения. Радиус закругления $R = 200$ м.
19. Расстояние между двумя светофорами машина прошла на первом участке, равном 0,1 всей его длины, равноускоренно и набрала скорость $v = 20$ м/с. Затем она шла равномерно с этой скоростью и на последнем участке, равном по длине первому, тормозила с постоянным ускорением. Какова средняя скорость автомашины?
20. Свободно падающее тело последние $h = 196$ м прошло за время $t = 4$ с. С какой высоты и сколько времени падало тело?
21. С башни высотой $h = 30$ м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите уравнение траектории тела и скорость тела в момент падения на Землю.
22. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 50$ об/с после выключения тока, сделав $N = 628$ оборотов, остановился. Определите угловое ускорение якоря.
23. Расстояние между двумя станциями, равное $S = 36$ км, поезд прошел со средней скоростью $v_{\text{ср}} = 54$ км/ч. На разгон он тратил время $t_1 = 2$ мин, на снижение скорости – $t_3 = 1$ мин, а остальное время поезд двигался с постоянной скоростью. Определите наибольшую скорость v_{max} .
24. Тело движется из состояния покоя равноускоренно. Во сколько раз путь, пройденный за вторую секунду, больше пути, пройденного за первую секунду?
25. Диск радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе диска, от времени задается уравнением $v = At + Bt^2$, где $A = 0,3$ м/с², $B = 0,1$ м/с³. Определите угол α , который образует вектор полного ускорения с радиусом диска через время $t_2 = 2$ с от начала движения.
26. Из пункта А в пункт В пароход идет по течению реки $t_1 = 5$ сут, а обратно – $t_2 = 7$ сут. Как долго будет плыть плот от пункта А до пункта В?
27. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через время $t = 5$ с после начала движения достиг скорости $v = 36$ км/ч. Какой путь прошел автомобиль за третью секунду движения?
28. Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите радиус кривизны R траектории тела через время $t = 2$ с после начала движения.
29. С какой высоты падало тело без начальной скорости, если путь, пройденный за последнюю секунду, в $n = 7$ раз больше пути, пройденного за первую секунду.
30. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с². Определите радиус колеса, если через время $t = 1$ с после начала движения полное ускорение колеса составляло $a = 7,5$ м/с².
31. Точка движется по окружности радиусом $R = 30$ см с постоянным угловым ускорением ε . Определить тангенциальное ускорение a_t точки, если известно, что за время $t = 4$ с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n = 2,7$ м/с².
32. Материальная точка движется по окружности постоянной угловой скоростью $\omega = \pi/6$ рад/с. Во сколько раз путь ΔS , пройденный точкой за время $t = 4$ с, будет больше модуля ее перемещения Δr ?

Тема 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

1. С высоты $h = 2$ м на стальную плиту свободно падает шарик массой $m = 200$ г и подпрыгивает на высоту $h_1 = 0,5$ м. Определите изменение Δp импульса шарика при ударе, а также среднюю силу, полученную стенкой при ударе, если длительность удара $\Delta t = 0,01$ с.

2. Определите импульс $\Delta \vec{p}$, полученный стенкой при ударе о нее шарика массой $m = 300$ г, а также среднюю силу удара, если шарик двигался со скоростью $v_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости стенки. Удар о стенку считать упругим. Длительность удара $\Delta t = 0,02$ с.

3. Через блок, укрепленный на конце стола, перекинута нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы, один из которых ($m_1 = 400$ г) движется по поверхности стола, а другой ($m_2 = 600$ г) – вдоль вертикали вниз. Коэффициент трения f груза о стол равен 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определите: 1) ускорение a ; 2) силу натяжения T нити.

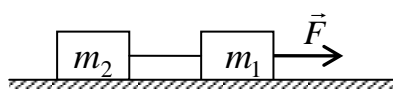


Рис. 1

4. Два груза ($m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,7$ кг), связанные невесомой и нерастяжимой нитью, лежат на шероховатой горизонтальной поверхности (рис. 1). К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила $F = 6$ Н. Коэффициент трения грузов о поверхность $f = 0,1$. Определите: 1) ускорение a грузов; 2) силу натяжения T нити.

5. Наклонная плоскость, образующая угол $\varphi = 25^\circ$ с горизонтом, имеет длину $l = 2$ м. Тело соскользнуло с этой плоскости за $t_1 = 2$ с. Определите коэффициент трения f тела о плоскость.

6. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Зависимость пройденного телом пути от времени описывают уравнением $s = ct^2$, где $c = 1,73$ м/с². Определите коэффициент трения f тела о плоскость.



Рис. 2

7. Под действием некоторой силы \vec{F} материальная точка массой $m = 2$ кг движется прямолинейно согласно уравнению $x = 2 + 5t + t^2 - 0,2t^3$. Найдите значение этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени t_3 сила равна нулю?

8. Два тела массами $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 6$ кг связаны нитью, поддерживающей натяжение $T = 16$ Н (рис. 2). К телам приложены силы $F_1 = 2kt$ и $F_2 = kt$ (коэффициент $k = 0,1$ Н/с; t – время). Определите, в какой момент времени нить порвется. Трением пренебречь.

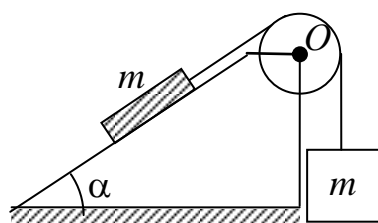


Рис. 3

9. В установке угол α наклона плоскости с горизонтом равен 30° , массы тел одинаковы и равны $m = 1$ кг (рис. 3). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая трением в оси блока, определите силу давления на ось, если коэффициент трения f между наклонной плоскостью и движущимся по ней телом равен 0,1.

10. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинута нить, к концам которой привязаны грузы $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 3$ кг. Каково будет показание T весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

11. Найдите удлинение стальной пружины длиной $l = 50$ см, к концу которой прикреплен шарик массой $m = 100$ г, если он при вращении делает $n = 60$ об/мин. Жесткость пружины $k = 10$ кН/м.

12. Груз массой $m = 100$ кг перемещают равноускоренно по горизонтальной поверхности, прилагая силу $F = 200$ Н, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. С каким ускорением движется тело, если коэффициент трения равен $f = 0,1$? Начальная скорость равна нулю.

13. На дне шахтной клетки лежит груз массой $m = 100$ кг. Каков будет вес этого груза, если клеть: а) поднимается с ускорением $a = 0,3$ м/с² вертикально вверх; б) движется равномерно; в) опускается с ускорением $a = 0,4$ м/с²; г) свободно падает?

14. Ящик массой $m = 20$ кг тянут с силой $F = 120$ Н по горизонтальной поверхности. Если эта сила приложена под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, то ящик движется равномерно. С каким ускорением будет двигаться ящик, если ту же силу приложить под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонту?

15. С горы высотой $h = 2$ м и основанием $b = 5$ м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтально путь $s = 35$ м от основания горы. Найдите коэффициент трения, считая его постоянным на всем пути.

16. На длинной нити, перекинутой через блок, подвешены на одном уровне одинаковые грузы.

От одного из грузов отделяется часть, масса которой равна $1/5$ массы груза, и через время $t = 1$ с падает на землю. Через какое время после этого достигнет земли другой груз?

17. Автомобиль массой $m = 1$ т едет по выпуклому мосту, радиус кривизны которого $R = 250$ м, со скоростью $v = 72$ км/ч. С какой силой F давит автомобиль на мост в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с вертикалью?

18. Вес некоторого тела на полюсе Земли на $\Delta P = 313,6$ мН больше, чем его вес на экваторе. Чему равна масса этого тела? Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси $\omega = 79$ мкрад/с, радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

19. На какой высоте над поверхностью Земли ускорение свободного падения в 16 раз меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

20. Брусок массой $m = 2,8$ кг перемещают вверх вдоль вертикальной стены с помощью силы, равной $F = 70$ Н и направленной под углом α к вертикали. Найдите ускорение бруска, если известно, что $\sin \alpha = 0,6$, а коэффициент трения между стеной и бруском $\mu = 0,4$.

21. Через блок перекинута нить, к одному концу которой прикреплен груз массой $m_1 = 30$ г. Другой конец нити соединен с невесомой пружиной, к концу которой прикреплен груз массой $m_2 = 50$ г. При движении грузов длина пружины равна $l = 17,5$ см. Какова длина пружины в нерастянутом состоянии, если под действием силы в $F = 1$ Н пружина удлиняется на $\Delta l = 0,2$ м?

22. Радиус некоторой планеты в 10 раз больше, чем радиус Земли, а средняя плотность вещества планеты в 2 раза меньше средней плотности Земли. Во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности планеты больше, чем на поверхности Земли?

23. Деревянный брусок массой $m_1 = 400$ г лежит на столе. К нему привязана нить, перекинута через неподвижный блок, укрепленный на конце стола. К свободному концу нити подвешен груз массой $m_2 = 100$ г, вследствие чего брусок приходит в движение и проходит из состояния покоя путь $s = 8$ см за время $t = 2$ с. Найдите коэффициент трения.

24. Лыжник спускается с горы высотой $h = 12$ м и длиной $l = 36$ м, а затем движется по горизонтальному пути до полной остановки. Определите длину горизонтального пути, если коэффициент трения $f = 0,05$.

25. Какой угол с вертикалью образует нить конического маятника (тело, подвешено на нити, которая при движении описывает коническую поверхность) длиной $l = 1,2$ м, если его период обращения $T = 2$ с?

26. С какой минимальной скоростью должен ехать мотоциклист по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $R = 10$ м, чтобы все время оставаться в одной горизонтальной плоскости? Коэффициент трения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен $f = 0,25$.

27. Расстояние между центрами Земли и Луны равно 60 земным радиусам. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли. На каком расстоянии от поверхности Земли находится точка, в которой тело притягивается Землей и Луной с одинаковой силой?

28. Гирька массой $m = 100$ г, привязанная к резиновому шнуру, вращается с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с по окружности в горизонтальной плоскости так, что шнур составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с вертикалью. Найдите длину нерастянутого шнура, если его жесткость $k = 40$ Н/м.

29. Для равномерного подъема груза массой $m = 100$ кг по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ надо прилагать силу $F = 600$ Н. С каким ускорением будет двигаться груз вниз, если его отпустить?

30. Груз массой 20 кг перемещается вверх по наклонной плоскости с углом наклона 30° и коэффициентом трения 0.05 под действием силы 500 Н, направленной горизонтально. За сколько времени тело из состояния покоя пройдет путь 2 м и какую скорость приобретет в конце этого пути?

31. Небольшой шарик массой 250 г, прикрепленный к концу нити, равномерно вращают в вертикальной плоскости. На сколько сила натяжения нити в нижней точке траектории больше, чем в верхней?

32. Два бруска, связанные нитью, поднимают вверх вдоль наклонной плоскости, прикладывая к верхнему бруску массой 2 кг силу 30 Н, параллельную плоскости. Коэффициенты трения между брусками и плоскостью одинаковы. Найдите силу натяжения нити, если масса нижнего бруска 4 кг.

Тема 3. Импульс, работа, мощность, энергия

1. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $v_1 = 200$ м/с. Определите скорость v_2 большого осколка.
2. В подвешенный на нити длиной $l = 1,8$ м деревянный шар массой $m_1 = 8$ кг попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2 = 4$ г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3^\circ$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.
3. На подножку вагонетки массой m_0 , которая движется прямолинейно со скоростью v_0 , прыгает человек массой m в направлении, перпендикулярном ходу вагонетки. Определите скорость вагонетки вместе с человеком.
4. Шар массой $m = 1$ кг, катящийся без скольжения по сильно шероховатой поверхности, ударяется о стену и отскакивает от нее. Скорость центра шара до удара $v_1 = 10$ м/с, после удара $-v_2 = 8$ м/с. Найдите количество теплоты, выделившееся при ударе.
5. Снаряд массой $m_1 = 29$ кг, летевший горизонтально, попадает в платформу с песком массой $m_2 = 10\,000$ кг и застревает в песке. С какой скоростью летел снаряд, если платформа начала двигаться со скоростью $v_2 = 1$ м/с?
6. При горизонтальном полете со скоростью $v_0 = 250$ м/с снаряд массой $m = 8$ кг разорвался на две части. Большая часть массой $m_1 = 6$ кг получила скорость $v_1 = 400$ м/с в направлении полета снаряда. Определите абсолютное значение и направление скорости \vec{v}_2 меньшей части снаряда.
7. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Считая удар прямым центральным, а шары однородными абсолютно упругими, найдите проекции их скоростей после удара на ось x , направленную вдоль вектора \vec{v}_1 .
8. Вагон массой $m = 30$ т движется на упор (стенку) со скоростью $v_0 = 0,2$ м/с. При полном торможении вагона (в момент его остановки) буферные пружины вагона сжимаются на $\Delta l = 12$ см. Определите максимальную силу F_{\max} сжатия пружин.
9. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $v_1 = 1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 3$ кг. Определите скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Шары считать однородными, абсолютно упругими, удар – прямым центральным.
10. Стальная пуля массой $m = 10$ г, имеющая скорость v_0 , пробивает подвешенный на тонкой нити свинцовый шар массой $M = 0,1$ кг, в результате чего скорость пули уменьшается вдвое. Какая часть начальной кинетической энергии пули пошла на нагревание?
11. Тележка движется с постоянной скоростью. Человек, скорость которого в 2 раза больше, догоняет тележку, вскакивает на нее и остается на ней, в результате чего скорость тележки увеличивается на 20%. Во сколько раз масса тележки больше массы человека?
12. Определите мощность подъемника, который равномерно поднимает вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ груз, импульс которого $p = 3 \cdot 10^3$ кг·м/с. Коэффициент трения равен $\mu = 0,2$.
13. С башни высотой $h = 30$ м горизонтально брошен камень. Найдите потенциальную энергию камня через время $t = 2$ с после начала движения. Масса камня $m = 0,2$ кг. На поверхности земли потенциальная энергия равна нулю.
14. Тело массой $m_1 = 0,5$ кг падает с некоторой высоты на плиту массой $m_2 = 1$ кг, укрепленную на пружине жесткостью $k = 4$ кН/м. Определите, на какую длину сожмется пружина, если в момент удара скорость груза $v = 5$ м/с. Удар считать неупругим.
15. В воде с глубины $h = 5$ м поднимают равномерно до поверхности камень объемом $V = 0,6$ м³. Плотность камня $\rho = 2500$ кг/м³. Найдите работу по подъему камня. Плотность воды $\rho_v = 10^3$ кг/м³.
16. В результате взрыва ракета разлетается на три части. Два куса летят под прямым углом друг к другу. Кусок массой $m_1 = 1$ кг – со скоростью $v_1 = 12$ м/с, кусок массой $m_2 = 2$ кг – со скоростью $v_2 = 8$ м/с. Третий кусок отлетает со скоростью $v_3 = 40$ м/с. Какова его масса?

17. Две пружины одинаковой длины, имеющие жесткости k_1 и k_2 , соединены между собой одним концом последовательно. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружины на x см?
18. Если акробат стоит неподвижно на сетке, то она прогибается на $\Delta l = 5$ см. На сколько прогнется эта сетка, если акробат прыгнет на нее с высоты $h = 10$ м?
19. Неупругие шары массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями соответственно $v_1 = 1$ и $v_2 = 2$ м/с. Найдите изменение кинетической энергии системы при ударе.
20. Тело массой $m = 1$ кг свободно падает с высоты $h = 20$ м на вертикально стоящую пружину. При ударе пружина сжимается на $\Delta l = 0,1$ м. Определите жесткость пружины.
21. Шар массой $m = 4$ кг, имевший скорость $v_1 = 5$ м/с, сталкивается с покоящимся шаром такой же массы. После абсолютно неупругого столкновения шары двигаются с одинаковыми скоростями. Сколько теплоты выделилось при столкновении?
22. Груз массой $m_1 = 2$ кг соскальзывает без трения с наклонной доски на неподвижную платформу массой $m_2 = 18$ кг. С какой скоростью начнет двигаться платформа, когда груз упадет на нее? Угол наклона доски к горизонту $\alpha = 60^\circ$, высота начального положения груза над уровнем платформы $h = 1,8$ м.
23. Человек массой $m_1 = 60$ кг, стоя на коньках, горизонтально бросает перед собой груз массой $m_2 = 2$ кг со скоростью $v = 3$ м/с, а сам откатывается назад. Через сколько секунд после броска человек остановится, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,01$?
24. Падающим с высоты $h = 1,2$ м грузом забивают сваю, которая от удара уходит в землю на $\Delta x = 2$ см. Определите среднюю силу удара и его продолжительность, если масса груза $m = 500$ кг, а масса сваи значительно меньше массы груза.
25. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно $l = 1$ м. Найдите скорость пули, если стержень с шаром от удара пули отклонится на угол $\alpha = 10^\circ$ от вертикали.
26. Летевший снаряд разорвался на два осколка с равными массами. Скорости осколков равны $v_1 = 300$ м/с и $v_2 = 400$ м/с, угол между векторами скоростей равен $\alpha = 90^\circ$. Найдите скорость снаряда до разрыва.
27. Мяч, летевший со скоростью $v_1 = 15$ м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположное направление со скоростью $v_2 = 20$ м/с. Чему равно изменение импульса мяча, если изменение его кинетической энергии при этом составляет $\Delta K = 8,75$ Дж?
28. Вагон массой $m_1 = 50$ т движется со скоростью $v = 12$ км/ч и встречает стоящую на пути платформу массой $m_2 = 30$ т. Вычислите расстояние, пройденное платформой и вагоном после сцепления, если коэффициент трения равен $\mu = 0,05$.
29. Санки с седоком общей массой $m = 100$ кг съезжают с горы высотой $h = 8$ м и длиной $l = 100$ м. Какова средняя сила сопротивления движению санок, если в конце горы они достигли скорости $v = 10$ м/с, а начальная скорость равна нулю.
30. Груз массой $m = 5$ кг падает с высоты $h = 5$ м и проникает в грунт на $\Delta x = 5$ см. Определите среднюю силу сопротивления грунта.
31. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
32. Налетев на пружинный буфер, вагон массой $m = 16$ т, двигавшийся со скоростью $v = 0,6$ м/с, остановился, сжав пружину на $\Delta l = 8$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

Тема 4. Динамика поступательного и вращательного движений твердого тела.

1. На обод маховика диаметром $d = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определите осевой момент инерции I_x маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t_1 = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega_1 = 9$ рад/с.
2. Нить с привязанными к ее концам грузами массой $m_1 = 50$ г и $m_2 = 60$ г перекинута через блок диаметром $d = 4$ см. Определите осевой момент инерции блока, если он вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 1,5$ рад/с².
3. Стержень массой $m = 0,3$ кг и длиной $l = 40$ см вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $B = 0,2$ рад/с³. Определите вращающий момент M , действующий на стержень в момент времени $t_1 = 2$ с.
4. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 120$ кг вращается с частотой $n_1 = 6$ об/мин. Человек массой $m_2 = 80$ кг стоит на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Платформу принять за однородный диск, а человека считать материальной точкой.
5. Определите момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n_0 = 12$ с⁻¹, чтобы он при равнозамедленном торможении остановился в течение времени $\Delta t = 8$ с. Диаметр блока $d = 30$ см. Массу блока $m = 6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.
6. Блок, имеющий форму диска массой $m = 0,4$ кг, вращается под действием сил натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,7$ кг. Определите силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны блока.
7. К ободу однородного сплошного диска массой $m = 10$ кг, насаженного на ось, приложена касательная сила $F = 30$ Н. Определите радиус R диска, если через время $t_1 = 4$ с после начала действия силы угловая скорость ω_1 стала равной 240 рад/с.
8. К ободу однородного сплошного диска радиусом $R = 0,5$ м приложена постоянная касательная сила $F = 100$ Н. При вращении диска на него действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 2$ Н·м. Определите массу m диска, если известно, что его угловое ускорение ε постоянно и равно $\varepsilon = 16$ рад/с².
9. На барабан радиусом $R = 0,5$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 10$ кг. Найдите осевой момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,04$ м/с².
10. Вертикально расположенный стержень массой $m = 2$ кг и длиной $l = 1$ м может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину перпендикулярно стержню. В конец стержня попадает пуля массой $m_2 = 10$ г, летящая перпендикулярно оси и стержню со скоростью $v = 500$ м/с. Определите угловую скорость, с которой начнет вращаться стержень, если пуля застрянет в нем.
11. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого $I = 1,5$ кг·м², вращаясь при торможении равнозамедленно за промежуток времени $t = 1$ мин уменьшил частоту своего вращения с $n_1 = 240$ об/мин до $n_2 = 120$ об/мин. Определите угловое ускорение маховика, момент силы торможения и работу торможения.
12. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 50$ см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 6,4$ кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a = 2$ м/с². Определите момент инерции вала.
13. Человек массой $m_1 = 60$ кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой $m_2 = 120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1 = 10$ об/мин, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определите, с какой частотой будет вращаться платформа.
14. К ободу однородного сплошного диска массой $m = 10$ кг, насаженного на ось, приложена постоянная касательная сила $F = 30$ Н. Определите кинетическую энергию через время $t = 4$ с после начала действия силы.
15. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого $I = 0,15$ кг·м², намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 0,5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом составляла $h = 2,3$ м. Определите время спуска груза до пола.
16. Вентилятор вращается с частотой $n = 600$ об/мин. После выключения он начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N = 50$ оборотов, остановился. Работа сил торможения равна $A = 31,4$ Дж. Определите момент сил торможения и момент инерции вентилятора.

17. Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой $m = 0,2$ кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массой $m_1 = 0,35$ кг и $m_2 = 0,55$ кг. Пренебрегая трением в оси блока, определите ускорение грузов.

18. К ободу однородного сплошного диска радиусом $R = 50$ см приложена постоянная касательная сила $F = 100$ Н. При вращении диска на него действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 2$ Н·м. Определите массу диска, если известно, что его угловое ускорение постоянно и равно $\varepsilon = 16$ рад/с².

19. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2$ м приложена касательная сила $F = 98,1$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 4,9$ Н·м. Найти массу m диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 100$ рад/с³.

20. Шар массой $m = 1$ кг, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку $v = 10$ см/с, после удара $u = 8$ см/с. Найти количество теплоты Q , выделившееся при ударе шара о стенку.

21. Однородный диск радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 5$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости ω вращения диска от времени t дается уравнением ($\omega = A + Bt$, где $B = 8$ рад/с²). Найти касательную силу F , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

22. Маховик, момент инерции которого $I = 63,6$ кг·м², вращается с угловой скоростью $\omega = 31,4$ рад/с. Найти момент сил торможения M , под действием которого маховик останавливается через время $t = 20$ с. Маховик считать однородным диском.

23. К ободу колеса радиусом $R = 0,6$ м и массой $m = 50$ кг приложена касательная сила $F = 98,1$ Н. Найти угловое ускорение ε колеса. Через какое время t после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения $n = 100$ об/с? Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь.

24. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин⁻¹. Определите массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

25. Две гири с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $m = 1$ кг. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

26. На барабан массой $m_0 = 9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Найти ускорение a груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

27. Колесо радиусом $R = 30$ см и массой $m = 3$ кг скатывается без трения по наклонной плоскости длиной $l = 5$ м и углом наклона $\alpha = 25^\circ$. Определите момент инерции колеса, если его скорость в конце движения составляла $v = 4,6$ м/с.

28. Человек находится на платформе и держит в руках стержень длиной 2,4 м и массой 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения платформы. Платформа с человеком вращается с частотой 1 с⁻¹. С какой частотой будет вращаться платформа с человеком, если он повернёт стержень в горизонтальное положение. Суммарный момент инерции человека и платформы 6 кг·м².

29. Горизонтально расположенный деревянный стержень массой $m_1 = 0,8$ кг и длиной $l = 1,8$ м может вращаться вокруг перпендикулярной к нему вертикальной оси, проходящей через его середину. В конец стержня попадает и застревает в нем пуля массой $m_2 = 3$ г, летящая перпендикулярно к оси и к стержню со скоростью $v_2 = 50$ м/с. Определите угловую скорость ω , с которой начинает вращаться стержень.

30. Блок массой $m = 1$ кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол $f = 0,1$. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

31. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин⁻¹. Определите массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

32. Колесо радиусом $R = 30$ см и массой $m = 3$ кг скатывается без трения по наклонной плоскости длиной $l = 5$ м и углом наклона $\alpha = 25^\circ$. Определите момент инерции колеса, если его скорость в конце движения составляла $v = 4,6$ м/с.

Тема 5. Термодинамические процессы. Внутренняя энергия идеального газа

1. Вычислите удельные теплоемкости c_v и c_p смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода соответственно равны 80% и 20%. Газы считать идеальными.
2. Определите суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул идеального газа, находящегося в сосуде вместимостью $V = 3$ л под давлением $p = 540$ кПа.
3. Для одного моля ($\nu = 1$ моль) некоторого двухатомного газа внутренняя энергия $U = 6,02$ кДж/моль. Определите среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.
4. Определите молярную массу M двухатомного идеального газа и его удельные теплоемкости, если известно, что разность удельных теплоемкостей этого газа равна $c_p - c_v = 260$ Дж/(кг·К).
5. Определите показатель адиабаты идеального газа, который при температуре $T = 350$ К и давлении $p = 0,4$ МПа занимает объем $V = 300$ л, а его теплоемкость $C_v = 857$ Дж/К.
6. Определите молярные теплоемкости идеального газа, если его удельные теплоемкости $c_v = 10,4$ кДж/(кг·К) и $c_p = 14,6$ кДж/(кг·К).
7. Трехатомный идеальный газ под давлением $p = 240$ кПа и температуре $t = 20^\circ\text{C}$ занимает объем $V = 10$ л. Определите теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.
8. Углекислый газ массой $m = 88$ г занимает при температуре $T = 290$ К объем $V = 1000$ см³. Рассчитайте его внутреннюю энергию, если газ идеальный.
9. Определите показатель адиабаты (C_p/C_v) для смеси газов, содержащей гелий массой $m_1 = 8$ г и водород массой $m_2 = 2$ г. Газы считать идеальными.
10. Чему равна степень диссоциации молекул азота, если известно, что отношение $C_p/C_v = 1,47$? Газ считать идеальным.
11. Определите количество теплоты Q , которое надо сообщить кислороду объемом $V = 50$ л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на $\Delta p = 0,5$ МПа. Газ считать идеальным.
12. Азот массой $m = 280$ г занимает объем $V_1 = 100$ л и находится под давлением $p_1 = 100$ кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2 = 500$ л, а затем его давление возросло до $p_3 = 300$ кПа при неизменном объеме. Найдите изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A и теплоту Q , переданную газу. Постройте график процесса. Газ считать идеальным.
13. При изотермическом расширении азота при температуре $T = 280$ К его объем увеличился в 2 раза. Масса азота $m = 0,2$ кг. Определите: 1) совершенную при расширении работу A ; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q , полученное газом. Газ считать идеальным.
14. Кислород массой $m = 200$ г занимает объем $V_1 = 100$ л и находится под давлением $p_1 = 200$ кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2 = 300$ л, а затем его давление возросло до $p_3 = 500$ кПа при неизменном объеме. Найдите изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A и теплоту Q , переданную газу. Постройте график процесса. Газ считать идеальным.
15. При изобарном нагревании некоторого идеального газа ($\nu = 2$ моль) на $\Delta T = 90$ К ему было сообщено количество теплоты $Q = 5,25$ кДж. Определите: 1) работу, совершенную газом; 2) изменение внутренней энергии; 3) величину $\gamma = C_p/C_v$.
16. Азот массой $m = 280$ г расширяется в результате изобарного процесса при давлении $p = 1$ МПа. Определите: 1) работу расширения; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота $Q = 5$ кДж, а начальная температура азота $T_1 = 290$ К. Газ считать идеальным.
17. Идеальный газ занимал объем $0,01$ м³ и находился под давлением 100 кПа при температуре 300 К. Затем газ был нагрет без изменения объема до температуры 320 К, а после этого нагрет при постоянном давлении до 350 К. Найдите работу, совершенную газом при переходе из начального в конечное состояние.

18. Азот массой $m = 0,1$ кг был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 200$ К до температуры $T_2 = 400$ К. Определите работу A , совершенную газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота. Газ считать идеальным.
19. Определите работу A , которую совершит двухатомный идеальный газ, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q = 21$ кДж. Найдите также изменение ΔU внутренней энергии этого газа.
20. Кислород объемом $V = 1$ л находится под давлением $p = 1$ МПа. Определите, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы: 1) увеличить его объем вдвое в результате изобарного процесса; 2) увеличить его давление вдвое в результате изохорного процесса. Газ считать идеальным.
21. Некоторый газ массой $m = 5$ г расширяется изотермически от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Работа расширения $A = 1$ кДж. Считая газ идеальным, определите среднюю квадратичную скорость молекул газа.
22. Кислород в количестве $\nu = 1$ моля (идеальный газ), занимавший при $T_1 = 400$ К объем $V_1 = 1$ л, расширяется изотермически до $V_2 = 2V_1$. Определите работу при расширении, количество сообщенной теплоты и изменение внутренней энергии.
23. Азот массой $m = 14$ г сжимают изотермически при температуре $T = 300$ К от давления $p_1 = 100$ кПа до давления $p_2 = 500$ кПа. Определите: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сжатия; 3) количество выделившейся теплоты. Газ считать идеальным.
24. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества $\nu = 0,4$ моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты $Q = 800$ Дж? Температура водорода $T = 300$ К. Газ считать идеальным.
25. Определите работу A , которую совершит трехатомный идеальный газ, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q = 21$ кДж. Найдите также изменение ΔU внутренней энергии этого газа.
26. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа $A = 2$ кДж. Определите количество подводимой теплоты, если процесс протекал: 1) изотермически; 2) изобарно.
27. При адиабатном расширении кислорода ($\nu = 2$ моля), находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в 3 раза. Определите: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу расширения газа. Газ считать идеальным.
28. Азот массой $m = 1$ кг занимает при температуре $T_1 = 300$ К объем $V_1 = 0,5$ м³. В результате адиабатного сжатия давление газа увеличилось в 3 раза. Определите: 1) конечный объем газа; 2) конечную температуру; 3) изменение внутренней энергии газа. Газ считать идеальным.
29. Кислород, занимающий при давлении $p_1 = 0,5$ МПа объем $V_1 = 5$ л расширяется так, что объем увеличивается в 3 раза. Определите конечное значение давления и работу, совершенную газом, если процесс протекал адиабатически. Газ считать идеальным.
30. Азот, находившийся при температуре $T_1 = 400$ К, подвергли адиабатному расширению. В результате расширения объем увеличился в 5 раз, а внутренняя энергия уменьшилась на 4 кДж. Определите массу азота. Газ считать идеальным.
31. Давление газа 30 кПа, его плотность 1 кг/м³. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул газа?
32. В баллоне находится газ массой 2 кг при температуре 27° С и давлении $2 \cdot 10^5$ Па. Когда часть газа была выпущена, а оставшаяся часть нагрета до 627° С, то давление возросло до $3 \cdot 10^5$ Па. Какова будет плотность оставшейся части газа, если объем баллона 1 м³?