

A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of overlapping blue, red, and yellow squares with a black crosshair.

# 数学规划模型

---



# 内 容

---

## 奶制品的生产与销售

# 1 奶制品的生产与销售

## 企业生产计划

## 空间层次

工厂级：根据外部需求和内部设备、人力、原料等条件，以最大利润为目标制订产品生产计划；

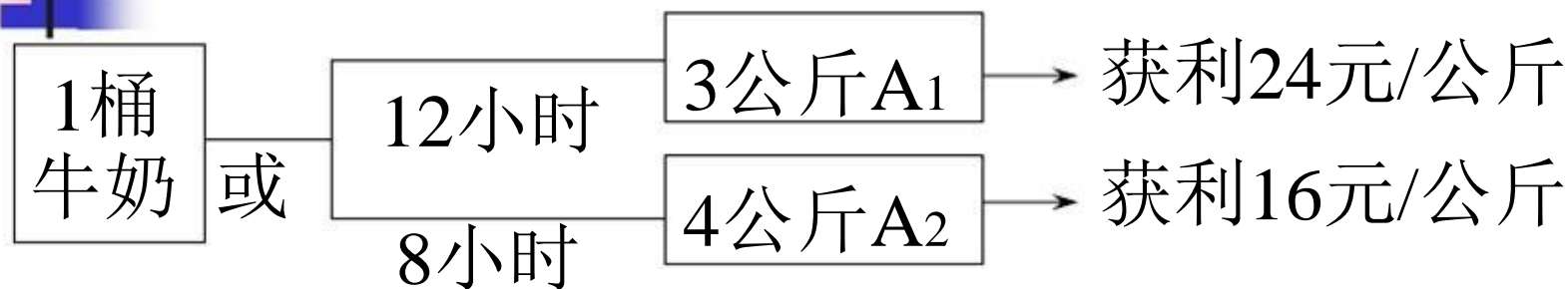
车间级：根据生产计划、工艺流程、资源约束及费用参数等，以最小成本为目标制订生产批量计划。

## 时间层次

若短时间内外部需求和内部资源等不随时间变化，可制订单阶段生产计划，否则应制订多阶段生产计划。

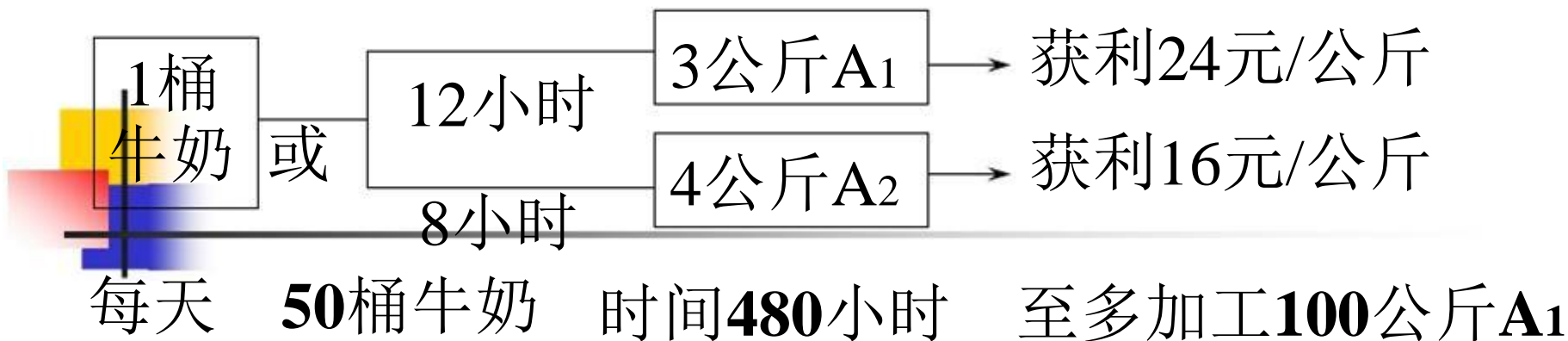
## 本节课题

## 例1 加工奶制品的生产计划



每天：**50桶牛奶**    时间**480小时**    至多加工**100公斤A<sub>1</sub>**  
制订生产计划，使每天获利最大

- (1) **35元**可买到**1桶牛奶**，买吗？若买，每天最多买多少？
- (2) 可聘用临时工人，付出的工资最多是每小时几元？
- (3) **A<sub>1</sub>**的获利增加到 **30元/公斤**，应否改变生产计划？



决策变量

$x_1$ 桶牛奶生产A<sub>1</sub>     $x_2$ 桶牛奶生产A<sub>2</sub>

目标函数

获利  $24 \times 3x_1$     获利  $16 \times 4x_2$

每天获利  $Max \ z = 72x_1 + 64x_2$

约束条件

原料供应  
劳动时间  
加工能力  
非负约束

$$x_1 + x_2 \leq 50$$

$$12x_1 + 8x_2 \leq 480$$

$$3x_1 \leq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

线性  
规划  
模型  
(LP)

# 模型分析与假设

比例性

$x_i$ 对目标函数的“贡献”与 $x_i$ 取值成正比

$x_i$ 对约束条件的“贡献”与 $x_i$ 取值成正比

可加性

$x_i$ 对目标函数的“贡献”与 $x_j$ 取值无关

$x_i$ 对约束条件的“贡献”与 $x_j$ 取值无关

连续性

$x_i$ 取值连续

## 线性规划模型

$A_1, A_2$ 每公斤的获利是与各自产量无关的常数

每桶牛奶加工出 $A_1, A_2$ 的数量和时间是与各自产量无关的常数

$A_1, A_2$ 每公斤的获利是与相互产量无关的常数

每桶牛奶加工出 $A_1, A_2$ 的数量和时间是与相互产量无关的常数

加工 $A_1, A_2$ 的牛奶桶数是实数

## 模型求解

## 图解法

约束条件

$$x_1 + x_2 \leq 50$$

$$l_1 : x_1 + x_2 = 50$$

$$12x_1 + 8x_2 \leq 480$$

$$l_2 : 12x_1 + 8x_2 = 480$$

$$3x_1 \leq 100$$

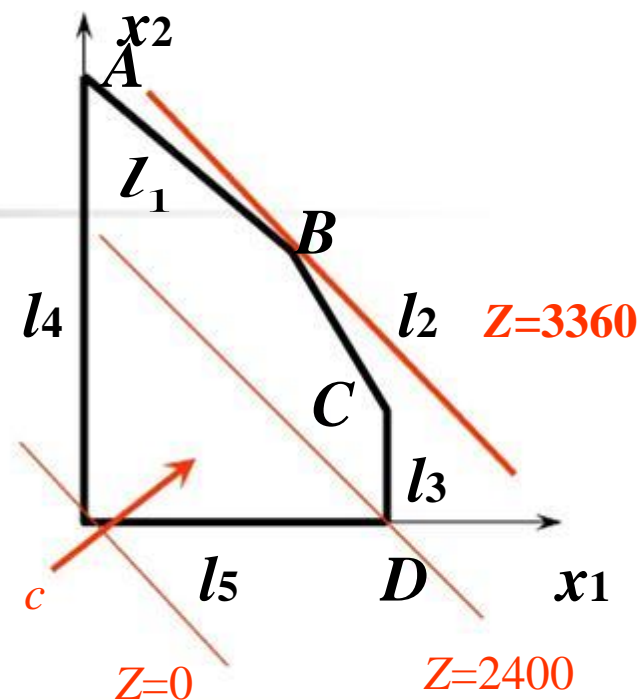
$$l_3 : 3x_1 = 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$l_4 : x_1 = 0, l_5 : x_2 = 0$$

目标函数

$$\text{Max } z = 72x_1 + 64x_2$$



在  $B(20,30)$  点得到最优解

目标函数和约束条件是线性函数  
可行域为直线段围成的凸多边形  
目标函数的等值线为直线

最优解一定在凸多边形 convex polygon 的某个顶点

## 模型求解

**max** 72x1+64x2

**st**

**2)** x1+x2<50

**3)** 12x1+8x2<480

**4)** 3x1<100

**end**

**DO RANGE**

**(SENSITIVITY)**

**ANALYSIS?** **No**

## 软件实现

**LINGO**

**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

**1)** **3360.000**

<b>VARIABLE</b>	<b>VALUE</b>	<b>REDUCED COST</b>
-----------------	--------------	---------------------

<b>X1</b>	<b>20.000000</b>	<b>0.000000</b>
-----------	------------------	-----------------

<b>X2</b>	<b>30.000000</b>	<b>0.000000</b>
-----------	------------------	-----------------

<b>ROW</b>	<b>SLACK OR SURPLUS</b>	<b>DUAL PRICES</b>
------------	-------------------------	--------------------

<b>2)</b>	<b>0.000000</b>	<b>48.000000</b>
-----------	-----------------	------------------

<b>3)</b>	<b>0.000000</b>	<b>2.000000</b>
-----------	-----------------	-----------------

<b>4)</b>	<b>40.000000</b>	<b>0.000000</b>
-----------	------------------	-----------------

**NO. ITERATIONS=** **2**

**20桶牛奶生产A1, 30桶生产A2, 利润3360元。**



# 结果解释

**max 72x1+64x2**

**s.t.**

**2) x1+x2<50**

**3) 12x1+8x2<480**

**4) 3x1<100**

**end**

三  
种  
资  
源

原料无剩余

时间无剩余

加工能力剩余**40**

## OBJECTIVE FUNCTION VALUE

**1) 3360.000**

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
<b>X1</b>	<b>20.000000</b>	<b>0.000000</b>
<b>X2</b>	<b>30.000000</b>	<b>0.000000</b>

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
<b>2)</b>	<b>0.000000</b>	<b>48.000000</b>
<b>3)</b>	<b>0.000000</b>	<b>2.000000</b>
<b>4)</b>	<b>40.000000</b>	<b>0.000000</b>

**NO. ITERATIONS= 2**

“资源” 剩余为零的约束为紧约束（有效约束）

## OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3360.000

## 结果解释

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	20.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

最优解下“资源”增加1单位时“效益”的增量

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
-----	------------------	-------------

## 影子价格

2)	0.000000	48.000000
3)	0.000000	2.000000
4)	40.000000	0.000000

原料增加1单位, 利润增长48

时间增加1单位, 利润增长2

加工能力增长不影响利润

NO. ITERATIONS= 2

- 35元可买到1桶牛奶, 要买吗?  $35 < 48$ , 应该买!
- 聘用临时工人付出的工资最多每小时几元? 2元!

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS? **Yes**

最优解不变时目标函数系数允许变化范围

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

**OBJ COEFFICIENT RANGES**

(约束条件不变)

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
----------	--------------	--------------------	--------------------

X1	72.000000	24.000000	8.000000
----	-----------	-----------	----------

x<sub>1</sub>系数范围(64,96)

X2	64.000000	8.000000	16.000000
----	-----------	----------	-----------

x<sub>2</sub>系数范围(48,72)

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
-----	-------------	--------------------	--------------------

2	50.000000	10.000000	6.666667
---	-----------	-----------	----------

3	480.000000	53.333332	80.000000
---	------------	-----------	-----------

4	100.000000	INFINITY	40.000000
---	------------	----------	-----------

x<sub>1</sub>系数由24 × 3=72  
增加为30 × 3=90,  
在允许范围内

• A<sub>1</sub>获利增加到 30元/千克, 应否改变生产计划

不变!

**结果解释**      影子价格有意义时约束右端的允许变化范围

**RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:**

**(目标函数不变)**

**OBJ COEFFICIENT RANGES**

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	72.000000	24.000000	8.000000
X2	64.000000	8.000000	16.000000

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	50.000000	10.000000	6.666667
3	480.000000	53.333332	80.000000
4	100.000000	INFINITY	40.000000

原料最多增加**10**

时间最多增加**53**

• **35元可买到1桶牛奶，每天最多买多少？**

**最多买10桶！**



# Discussions

---