

中英文教材 English-Chinese

College Physics Experiment

大 学 物 理 实 验

内容简介

本书是针对外国留学生在华学习大学物理实验课程的基础教材，为适合留学生中文班和英文班的不同要求，分别用中文和英文两种语言编写。全书分为物理实验基本知识、物理基础实验、综合性实验、设计性实验和拓展实验等五部分。在总体设计上，力求贯彻以学生为本的理念，注重基础性、实践性、探索性、开放性的有机统一，根据留学生的学习特点对实验内容进行了调整。在突出基本技能训练的同时，增加了综合性、设计性实验等内容，并且注意兼顾理工科各专业的教学应用。

本书可作为 60 学时左右外国留学生普通高等院校理工科各专业大学物理实验教材，也可供教师备课或学生学习之参考。

前言

大学物理实验教材 (College Physics Experiment) 是面向外国留学生学习物理实验课程而编写的。本教材自 2005 年开始进行编写, 经过十年的努力和不断完善, 内容和水平不断提高, 本书也是北京航空航天大学物理实验教学的教师们、助教研究生和广大留学生长期教学实践的产物。

随着来华留学生规模不断扩大, 积极保证教学质量、严格规范管理背景下, 开展双语实验教学已成为趋势, 这也是国内各大学留学生教育面临的重大课题之一。北航每年接收来自几十个国家和地区的数百名本科留学生。他们的文化背景不同, 中文水平也有很大差异, 为做好留学生实验教学工作, 迫切地需要为他们提供具有针对性的教学方案, 包括专门开设针对留学生的物理实验课程、编写实验教材等。

实验类课程是理工科的基础, 实践类物理课程也是留学生们所遇到的首门实验类课程。以前的留学生实验课是与国内学生同堂上课, 由于语言和知识结构的不同, 留学生们很难在短时间内适应现有的实验课教学方式。近年来我校的教学实践也表明: 留学生对国内的实践类课程教学模式十分不适应, 对实验类课程的学习兴趣下降, 实验课程成绩很不理想, 迫切需要一本针对性强的物理实验教材, 同时国内学生也有物理实验课程英语教学的需求。

本书编写的指导思想是以学生为本, 有利于学生打好基础 and 进行综合性、设计性实验的学习与实践, 有利于强化实验课的基础知识, 基本技能和基本方法的训练, 有利于调动学生的学习积极性。本书分为以下五部分:

1. 物理实验基本知识: 包括测量与不确定度、有效数字及其运算法则、实验数据处理的基本方法等三部分。根据新的教学基本要求进行了认真的精选与改造, 使之在内容安排、各部分衔接和数据处理讲解等方面, 具有自己的特色。

2. 基础物理实验: 包括杨氏模量、热功当量、示波器使用、电位差计、牛顿环和迈克尔逊干涉仪等基础实验, 这些选题既反映了题目的新颖性、有明确的应用背景, 也突出了基础训练的价值。

3. 综合性实验: 包括晶体的电光效应、声源定位、微波布拉格衍射、全息照相、分光仪、密立根油滴实验等, 融入了一批体现实验内容现代化的新实验, 其中也包括了北航物理实验室自行研制或开发的创新实验, 例如声源定位等实验。

4. 设计性实验: 在对学生进行比较严格、规范的设计性实验的训练和考核以前, 在各基本实验里增加了一批内容上有联系、设计相对简单或以定性半定量估算为主的选做实验。例如在迈克尔逊干涉仪实验中安排的波长差测量等。这种设计性实验, 不仅便于对初学者进行独立工作能力的初步训练, 培养常规学习难以获得的实验素质 (物理规律的灵活运用, 物理现象的发现、观察和分析, 物理量的量级估计等), 有利于优秀实验人才的涌现和培养。

5. 拓展性实验: "拓展性"物理实验从学生的认知结构出发, 为拓展学生视野而设计的实验。以前沿实验理论和方法作为切入点, 对现有实验从实验条件、实验对象、实验目的要求等方面进行拓展, 从而提高学生分析问题和解决问题的能力。

对一些物理思想好但训练环节少、操作“简单”的综合性实验我们在内容上作了充实, 如全息实验等。对推导比较复杂、学生感到困难的内容或原理, 我们从大学物理的层面做了新的阐述或推演, 例如晶体的电光效应等。考虑到拓展性实验的特点, 我们增补了实验及应用背景介绍, 扩充了思考及课堂讨论题, 以促进师生间的讨论和研究。提供了拓展空间, 有助于进一步深入研究。本书分别用中文和英文两种语言编写。

本教材是集体劳动的产物。经过十多年的教学实践和探索, 教材在内容和文字方面进行了多次改进。大学物理实验教材中的一些基本内容和素材也继承了以往教材的成果, 感谢北

航物理实验室的司徒活、王垠府、许其英、张士欣、邬铭新、梁家惠等前辈们的工作，这本教材里凝结了他们辛勤的付出。参加实验和教材编写的有李英姿、王慕冰、苗明川、郑明、李华、李朝荣、唐芳、陈彦、梁厚蕴、黄江等老师。本书还参考了许多兄弟院校和国外教材的论述。在实验改造，特别是新实验的开发中，许多实验管理人员和学生也付出了创造性的劳动。本书出版前，由李英姿、王慕冰、苗明川和郑明等分别对全部内容做了补充、修改和完善，对一些章节进行了重写，在此基础上由李英姿、苗明川完成统稿。

感谢 River.Liao 先生、UCSD (University of California, San Diego) 的 Zigea Lu 女士、北航国际学院的 S. Attiq Ur Rehman 先生在英文翻译和校对方面给予的大力帮助。感谢张蕾、谢军、王秭程等博士们和单冠乔、马欣瑶、周兰青等硕士们为本书所做的工作。

尽管我们做了很大的努力，但受学识和水平所限，书中缺陷甚至错误在所难免，敬请读者和专家批评指正。

编者

2015 年 3 月

中 文 篇

目 录

绪论	1
第一部分 物理实验基本知识	5
第一课 测量与不确定度.....	5
第二课 有效数字及其运算法则.....	10
第三课 实验数据处理的基本方法.....	14
第二部分 基础实验	22
实验一 拉伸法测金属丝的杨氏模量.....	22
实验二 测量焦耳热功当量.....	27
实验三 示波器原理与应用.....	31
实验四 电位差计测电池电动势.....	40
实验五 牛顿环干涉实验.....	44
实验六 迈克尔逊干涉仪的调整和使用(1).....	49
第三部分 综合实验	54
实验七 晶体的电光效应.....	54
实验八 声源定位.....	60
实验九 微波和布拉格衍射实验.....	65
实验十 全息照相和全息干涉法的应用.....	72
实验十一 分光仪的调整和使用（三棱镜顶角测量）	81
第四部分 设计性实验	88
4.1 设计性实验基本要点.....	88
4.2 迈克尔逊干涉仪的应用 (2).....	89

绪 论

物理学是研究物质运动的普遍性质和基本规律的科学，物理学本质上是一门关于实验的科学。物理实验在物理学中占有极其重要的地位。

古希腊哲人亚里士多德（Aristotle, Αριστοτέλης 公元前 384—322 年）认为研究事物本质和原因从思辨开始。在他看来科学是以思辨为基础的，而不是实践和创造。关于物体下落过程，他有如下著名的论断：当物体从高空下落时，其下落的快慢同物体的重量成正比，物体越重，下落的速度越快；物体越轻，下落的速度就越慢。这一理论为人们所接受长达 1800 年之久。这是典型的以思辨为基础得出的结论，在此基础上有如下的推论：一个重量为 10 磅的物体下落时要比重量为 1 磅的物体快 10 倍。

伽利略（Galileo, Galilei 公元 1564—1642 年）发现这一理论在逻辑上是自相矛盾的。伽利略进行了如下假设：如果有一大一小两块石头从高处下落，大石头以某一速度下降，小石头会以慢一些的速度下降。问题是：如果将这两块石头捆在一起，那这块重量等于两块石头重量之和的新石头，将会以何种速度下降呢？按照亚里士多德的逻辑，势必得出截然相反的两个结论。

结论 1：因为在大石头上加了以较慢速度下降的小石头，新石头的下降速度将以小于大石头的下降速度，新石头下降的速度将比原来大石头下降速度慢。

结论 2：由于把两块石头捆在一起，其重量将大于原来的大石头，新石头的下降速度应大于原来大石头的下降速度，新石头下降的速度将比原来大石头下降速度快。

这两个互相矛盾的结论显然不能同时成立，可见亚里士多德的论断是不符合逻辑的。伽利略进一步假定，物体下降速度与它的重量无关。如果两个物体受到的空气阻力相同，或者将空气阻力略去不计，则两个重量不同的物体将以同样的速度下落，同时到达地面。为了证明这一观点，25 岁的伽利略，同他的辩论对手在比萨斜塔上进行了如下实验：将一个重 100 磅和一个重 1 磅的铁球同时抛下。在众目睽睽之下，两个铁球出人意料地差不多是同时落地。事实证明，重量不同的物体，从同一高度坠落，由于重力加速度相同，它们将同时着地，从而推翻了亚里士多德的错误论断。这就是被伽利略所证明的，现已为人们普遍接受的自由落体定律。这就是“比萨斜塔实验”——历史上著名的物理实验，此实验也成为物理学是以实验为基础的科学的最好例证。

一、大学物理实验课的任务

物理实验是高等学校理工科学生进行科学实验基本训练的一门基础课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端。通过物理实验课程将使学生系统而熟练地掌握科学实验的理论、方法和技能。通过物理实验，还将使学生了解科学实验的主要过程和基本方法，为今后的科学实验活动打下很好的基础。同时物理实验的思想方法、数学方法以及

分析问题和解决问题的方法也将对学生的智力发展和今后的科研工作有很大帮助。

物理实验课程的具体任务是：

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。
2. 培养与提高学生的科学实验能力。其中包括：
 - (1) 能够自行阅读实验教材和资料，作好实验前的准备。
 - (2) 能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器。
 - (3) 能够正确记录和处理数据，绘制表格、曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告。
3. 培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，认真严肃的工作态度，主动研究的探索精神和遵守纪律、爱护公物的优良品德。在实验中要求学生注意掌握所采用的实验方法和基本测量方法；注意培养良好的实验习惯；仔细观察和分析实验中的现象。要严格进行基础训练，培养动手能力。

二、物理实验课程的主要环节

物理实验课是学生在教师指导下独立进行实验的一种实践活动，主要有以下三个环节：

1. 课前预习

预习是做实验的准备工作。首先要认真阅读实验教材及相关资料，明确本次实验所要达到的目的，清楚实验的内容，以此为出发点，了解实验所依据的理论和采用的方法；掌握控制物理过程的关键和必须满足的实验条件；了解实验所要进行的内容和实施的步骤，仪器的选择、安排和调整；以及实验中可能出现的问题等等。在此基础上写出实验预习报告。预习是实验过程的开始，预习的好坏是能否主动、顺利地进行实验的关键。

2. 实验操作

在实验课上，一般先由教师对实验作重点讲解、介绍仪器和实验中的注意事项。在实验过程中，要按预习安排进行实验，了解所规定的实验步骤的道理；掌握正确的调整操作方法；注意观察现象，分析其产生的原因；正确完整地填写表格、记录数据，特别要注意有效数字和数据单位。最后由指导教师在数据记录单上签字。实验中要多观察、多动手、多分析、多判断、不要有侥幸心理，不要机械地操作，不要盲目的进行实验。实验操作是物理实验的核心，是学生主动研究、积极探索的重要环节。

3. 实验报告

实验报告是对实验过程的全面总结，是实验交流的文字材料。主要包括实验数据的处理，误差分析；正确地表示出测量结果，并对结果做出合乎实际的讨论和说明；记录并分析实验中发生的现象；回答思考题等。报告要求：文字清楚，条理通顺，图表正确，数据完备，结果明确。这是对学生的基本要求，也是学生应具备的基本能力。

实验报告的内容：实验报告分为实验预习报告和课后实验报告两部分。

A. 预习报告内容

- (1) **实验名称**表示做什么实验，是实验的选题，也是实验的题目。
- (2) **实验目的**说明为什么做这个实验，简述实验预期目标。
- (3) **实验原理**阐明实验的理论依据，写出待测量计算公式的简要推导过程，画出有关的示图（原理图或装置图）。
- (4) **实验仪器**列出主要仪器的名称、型号、规格、精度等。
- (5) **实验步骤**对整个实验过程进行简述，总结主要实验步骤，写明注意事项。
- (6) **数据表格**设计出实验表格和列表。

预习报告在上课前提交给教师审阅，经教师认可后方可进行实验。

B. 课后实验报告

- (1) **测量数据记录**把实验中记录的数据填入预习报告的表格中，包括正确有效数字和测量量的单位（在报告中要附上教师签字的原始记录）。
- (2) **数据处理和不确定度表示**对实验结果进行计算或作图表示，并对测量结果进行评定，计算不确定度，写出主要的计算步骤、结果以及正确的单位。
- (3) **实验分析与讨论**按要求完成思考题。对实验进行分析与讨论，对实验提出建议，简述实验的心得体会。

课后实验报告是在预习报告的基础上完成的，两者为一份报告。将数据、作图、计算结果、不确定度、思考题、分析和讨论等写在预习报告之后，就构成了一份完整的实验报告。

4. 物理实验课的成绩评定

为了更好地促进大学物理实验教学，提高实验课教学质量，根据物理实验课的实际教学情况，制定本课程成绩评定标准。第一学期：误差理论和数据处理方法随堂测试（10 分），基本实验（60 分），期末考试（笔试 30 分）。第二学期：综合实验（60 分），实验操作考试（40 分）。

5. 物理实验学生守则

为保证物理实验教学的顺利进行，培养同学们实事求是的科学态度，树立同学们善于思考、勤于动手的良好学风，进行物理实验需要遵循以下规则：

- a. 按时上课，迟到超过 20 分钟，将不能做本次实验。
- b. 实验前要写预习报告，无预习报告者不能进行实验。
- c. 上次实验报告应在下次实验前交给老师。
- d. 爱护实验仪器，注意安全。
- e. 实验完成后，任课教师审核数据签字，并将实验仪器整理好，关闭电源、整理桌面、座椅归位后，安静地离开实验室。
- f. 因故不能准时到课的学生，须在课前向老师请假。不交报告者，不能参加考试。

三、大学物理实验课的重要性

任何自然科学都是以实验为基础的，物理学科更是如此。物理学的许多理论是在一定的实验事实基础上总结概括出来的。也有一些理论是先提出一些假说，经过实验的验证，成为公认的理论，如果被证明是错了的，就需要对假设进行修正或推翻。诺贝尔物理奖获得者密立根（Robert Millikan, 1868—1953）对物理学中理论和实验的关系有过如下精辟的阐述：科学是用理论和实验这两只脚前进的，有时候这只脚先迈出一大步，有时候是另一只脚先迈出一大步，但是前进要靠两只脚来完成；先建立理论然后做实验，或者是先在实验中得出了新的现象、关系，然后再迈出理论这一步，并推进实验前进，如此不断交替进行。著名实验物理学家丁肇中博士（Samuel Chao Chung Ting, 1936—）关于实验有如下精彩论述：自然科学理论离不开实验的基础，特别是物理学是从实验中产生出来的。

中国古代著名思想家荀子（Hsun Tzu, 公元前 313—238 年）：不闻不若闻之，闻之不若见之，见之不若知之，知之不若行之，学至于行之而止矣。行之，明也。

I hear and I forget; I see and I remember; I do and I understand.

希望同学们记住大师们和荀子的名言，以锲而不舍，金石可镂的精神，做好物理实验并深入理解其理论内涵，为今后专业课程的学习打下良好基础。

第一部分 物理实验基本知识

第一课 测量与不确定度

测量是物理实验中重要的基础部分。

测量的定义：就是用计量仪器对被测物理量进行量度，量度所得的数值就是测量值。

按照获得测量结果方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量。

(1) **直接测量：**直接从计量仪器上得到的待测量大小，例如，用米尺测量长度、用天平测量质量、用秒表测量时间和用电流表测量电流等都是直接测量。

(2) **间接测量：**待测量是由若干个直接测量量经过一定的函数关系运算后获得的，如测量长方形的面积时，先测量其边 a 和 b ，再由公式计算出面积 $S=a \cdot b$ ，这里的 a 、 b 是直接测量量， S 就是间接测量量。

1.1 真值与误差

真值：任何一个物理量都有其客观大小，这个客观量称之为真值 (A)，真值是某一物理量在一定条件下具有的客观的、不随测量方法的变化而变化的真实数值。最理想的测量就是能够测得真值。但是，对任何物体进行测量时，由于所使用的仪器系统本身的原因、测量方法的不同，以及测量过程中人为的随机性，都会造成测量结果与真值之间的不一致，即存在误差。作为测量结果，不仅要提供被测物体的量值大小和单位，还应该对量值本身的可靠程度做出表述，这种表述称之为误差。

误差：测量值与真值之差。记为

$$\Delta N = N - A \quad (1.1-1)$$

式中， N 是测量结果， A 是被测量的真值， ΔN 为测量误差，又称绝对误差。

误差是测量结果与客观真值之差，误差既有大小又有方向（正负）。

相对误差：绝对误差 (ΔN) 与真值 (A) 之比称为相对误差。相对误差记为

$$E = \Delta N / A \times 100\% \quad (1.1-2)$$

误差按其特征和表现形式分为三类：系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

例：用天平称量物体的质量。由于制造、调整以及其它原因，天平横梁臂长不会绝对相等，因此测量结果与真值会产生偏离。如果天平左臂比右臂短，当待测物体放在左盘时，称衡的结果将偏小，反之则偏大。我们称上述误差为系统误差，其定义如下：

在一定实验条件下，误差具有固定的大小和符号，或按一定规律变化的那一部分误差，

称为系统误差。

产生系统误差的原因是多方面的，主要是仪器误差、理论误差、条件误差、个人误差等。

仪器误差：由仪器本身的原因造成的误差。如天平的左右臂不等长。

理论误差：由于测量所依据的理论公式本身的近似性，或实验条件未满足理论公式所要求的条件，或测量方法本身的因素造成的误差。如伏安法测电阻时，电表内阻的影响。

由于系统误差本身的特点，仅靠多次测量不能消除它。测量条件确定后，误差也随之确定；重复测量时，误差的绝对值和符号均保持不变。

2. 随机误差

例如，用停表测单摆的周期。由于多种原因，测量结果呈现出某种随机起伏的特点，如表 1.1-1 所示。

表 1.1-1 单摆周期测量记录

测量次数 i	1	2	3	4	5	6
$50T_i/s$	109.70	110.022	109.83	110.12	109.93	109.78
T_i/s	2.1940	2.2004	2.1966	2.2024	2.1986	2.1956

上述误差称之为随机误差，其定义如下：

在实际测量条件下，多次测量同一量时，以不可预知的方式变化的那一部分误差称为随机误差。

随机误差的特点是其出现的随机性。在相同条件下，每次测量结果的误差其绝对值和符号以不可预定的方式变化，显示出没有确定的规律性；但就总体而言，服从统计规律。随机误差的这种特点使我们能够在确定条件下，通过多次重复测量来发现它。

随机误差大都服从所谓的正态分布，这类误差又叫做偶然误差，是由众多的、不可能由测量条件控制的微小因素共同影响所造成的。

3. 粗大误差

除系统误差和随机误差之外，还有一种误差，这是由于测量系统偶然偏离所规定的测量条件、方法或在记录、计算数据时出现失误而产生的误差，称之为粗大误差，简称粗差，实际上是一种测量错误，对这种数据应当予以剔除。

1.2 精密度、正确度、精确度

人们常用“精度”来笼统地描述测量结果的误差大小。但作为科学术语，应采用精密度、正确度、准确度。具体定义如下：

精密度——表示测量结果中随机误差的大小程度。

正确度——表示测量结果中系统误差的大小程度。

准确度——表示测量结果与被测量真值之间的一致程度，其反映了测量结果中系统误差与偶然误差的综合。

作为一种形象的说明，参见图 1.1-1。



图 1.1-1 精密度、正确度和准确度

1.3 不确定度

前面已经指出，误差是测量值与真值之差。真值是客观存在的，但在一般情况下不可能准确知道，因而误差通常也无法知道。为了对它进行定量的估计，我们引入一个新的概念——不确定度。测量不确定度用标准差表示，用符号 u 表示。一个完整的测量结果表达应包括该测量 x 的最佳估计值 \bar{x} 和该测量值的不确定度 u 。

则结果表示为 $x = \bar{x} \pm u$ (1.1-3)

式 (1.1-3) 表示真值可能出现在 $(\bar{x} - u, \bar{x} + u)$ 的范围内， u 值越小，测量值越接近真值。不确定度是表示被测量真值在某个量值范围内的一个估计值，表示了由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。测量结果的不确定度包含几个分量，按其数值评定方法，这些分量可归为两类：A 类不确定度和 B 类不确定度。

1. A 类不确定度 u_a

A 类不确定度是指可以用统计方法计算和评定的不确定度，在物理实验教学中，我们约定 A 类不确定度为平均值的标准差，即

$$u_a = s(\bar{x}) \quad (1.1-4)$$

如果多次测量值分别为 x_1, x_2, \dots, x_k ，则把算术平均值

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k} = \frac{\sum x_i}{k} \quad (1.1-5)$$

作为真值的最佳估计。

把平均值的标准偏差

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{k(k-1)}} \quad (1.1-6)$$

作为平均值 \bar{x} 的标准误差的估计值。

按照误差理论的高斯分布，平均值的标准误差 $s(\bar{x})$ 是一个描述测量结果的离散程度的统计参量。多次测量为 \bar{x} ，则在 $[\bar{x} - s(\bar{x}), \bar{x} + s(\bar{x})]$ 的区间内包含真值的可能性为 68.3%。

A 类不确定度包括所有可随机化处理的误差，这既包括上面介绍的随机误差，也包括那些可作随机化处理的系统误差。其余的误差均按 B 类不确定度处理。

2. B 类不确定度 u_b

用其它方法计算的不确定度分量。不可以采用统计方法评定与计算的不确定度分量统称

为 B 类分量。在物理实验教学中，我们约定 B 类不确定度为可由误差限 Δ 得到，即

$$u_b = \frac{\Delta_b}{\sqrt{3}} \quad (1.1-7)$$

其中 Δ 的获得可根据计量部门、制造厂或其它资料提供的检定结论或误差限、仪器说明书上给出的允许误差限或示值误差、仪器的准确度等级以及仪器的分度值等。此类误差可视为均匀分布， $\Delta/\sqrt{3}$ 为均匀分布的标准差。

3. 不确定度的合成

测量结果的不确定度是 A 类不确定度与 B 类不确定度的合成，下面是不确定度合成的计算公式。

$$u = \sqrt{\sum_i u_{ai}^2 + \sum_j u_{bj}^2} = \sqrt{\sum_i s_i^2 + \sum_j u_{bj}^2} \quad (1.1-8)$$

4. 测量结果的表述

测量结果的最终表达形式为

$$y = \bar{y} \pm u_c(\bar{y}) \quad (\text{单位}) \quad (1.1-9)$$

相对不确定度为

$$E_r = u_c(\bar{y})/\bar{y} \times 100\% \quad (1.1-10)$$

练习题

1. 说明以下误差来源产生的是什么误差：系统误差，随机误差和粗差？

- ①测出单摆周期以推算重力加速度，因计算公式的近似而造成的误差；
- ②用停表测量单摆周期时，由于对单摆平衡位置判断忽前忽后造成的误差；
- ③因楼板的突然振动，造成望远镜中标尺的读数变化了约 1cm；
- ④由公式 $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$ 测量圆柱体积，在不同位置处测得直径 d 的数据因加工缺陷而离散。

2. 圆管体积 $V = \frac{\pi}{4} L (D_1^2 - D^2)$ ，管长 $L \approx 10\text{cm}$ ，外径 $D_1 \approx 3\text{cm}$ ，内径 $D \approx 2\text{cm}$ ，问哪一个量测量误差对结果影响最大？（提示：比较不确定度传播系数）。

3. 实验测得一组扭摆 50 个周期的数据，如果认为人眼的位置判断和启停响应能力不会超过扭摆周期的 1/4，表 1.1-2 数据中是否有粗差存在？如果用统计判别的方法呢？

表 1.1-2 习题 3 表

i	1	2	3	4	5
$50T_i$	1'10.36"	1'09.93"	1'10.12"	1'10.02"	1'09.90"

4. 测量结果表述成 $x \pm u(x)$ 对此有三种看法：①真值是 x ；② x 的误差是 $u(x)$ ；③真值落在 $x-u(x)$ 到 $x+u(x)$ 之间。这些看法正确吗？为什么？

5. 有人说测量次数越多，平均值的标准偏差就越小，因此只要测量次数足够多，不确定度就可以在实际上减小到 0，这样就可以得到真值。这种看法是否正确？

6. 推导表 1.1-3 中函数的不确定度和相对不确定度的表达式。

表 1.1-3 习题 6 表

函数表达式 N	$u(N)$	$u(N)/N$
$N=x \cdot y$		
$N=x^m y^n / z^l$		
$N=x^{l/k}$		
$N=\ln x$		
$N=\sin x$		

第二课 有效数字及其运算法则

在测量过程中，记录数据应取几位；在进行计算后，运算结果应保留几位；在数据结果表达上，数据如何表示；这些都涉及有效数字的内容，是实验中数据处理的基本问题，是实验结果表示的重要环节。

2.1 有效数字的基本概念

由若干位可靠数字与一位存疑数字所构成的测量数据是一个近似值，这个数据整体称为测量结果的有效数字，该数字的位数即为有效数字位数。

例如：用直尺测量长度，从尺上直接读出测量结果 26.35cm，8.23cm 等。其中，26.3 和 8.2（mm 及以上位）是直接读出的，称为可靠数字，最末一位的 0.05 和 0.03（(1/10)mm 位）则是从尺上最小刻度之间估计出来的，叫做存疑数字（欠准数字），而(1/10)mm 位以下的部分数据用该规格尺子所不可能读出的。由可靠数字和存疑数字合起来就构成了测量的有效数字。26.35mm 是 4 位有效数字，8.23cm 是 3 位有效数字。

为了便于表示，有效数字常写作第一位非零整数乘以 10 的方幂形式表示，称为有效数字的科学表示法。例如：中国国土面积为 960 万平方公里，有三位有效数字，不能写成 9600000km²，而应该写成 $9.60 \times 10^6 \text{km}^2$ 。

再例如： $(0.000635 \pm 0.000002) \text{m}$ ，应写成 $(6.35 \pm 0.02) \times 10^{-4} \text{m}$ 。

进行单位换算时，有效数字的位数不应发生改变。例如：6.060m、606.0cm、6060mm，都是 4 位有效数字。单位换算时，一般采用科学计数法表示，即

$$6.060 \text{m} = 6.060 \times 10^2 \text{cm} = 6.060 \times 10^3 \text{mm}$$

测量结果第一位（最高位）非零数字前的 0，不属于有效数字，而非零数字后的 0 都是有效数字。因为前者只反映了测量单位的换算关系，与有效数字无关。例如，0.0125m 是 3 位有效数字，而不是 5 位有效数字，它与 1.25cm 实际上没有区别。

非零数字后的 0 则反映了测量量的大小和准确度，再例如：1.090cm 比 1.09cm 测量的准确度更高，因为前者表示测量精确到(1/1000)cm，而后者只精确到(1/100)cm。

2.2 有效数字的取舍和不确定度的有效数字

在有效数字的运算过程中，数据和中间结果可根据需要适当多保留几位有效数字。

原始测量数据、最后计算结果的有效数字的确定以及不确定度位数的取舍方法均采用最简单的四舍五入法。例如：3.7854 取四位有效数字是 3.785，取三位有效数字是 3.79，取两位有效数字是 3.8。

在大学物理实验中，测量结果的合成不确定度一般只取 1 位有效数字，若这位有效数字为 1 时，可取至两位有效数字。例如： $u_c=0.173 \text{cm}$ ，可保留为 0.17cm。若 $u_c=0.452 \text{cm}$ ，则

应保留为 0.5cm。

测量结果中，测量值的最末一位要与不确定度的末位对齐。

2.3 有效数字的运算法则

物理实验数据处理过程中，对间接测量往往需要通过一系列的数学运算才能得到最终的测量结果，这就必然要涉及有效数字的运算问题，为了避免因为运算而增加或减少有效数字的位数，需按以下有效数字规则进行运算。

1. 准确数字与准确数字之间进行运算，其结果仍为准确数字；欠准数字与准确数字的运算结果为欠准数字；欠准数字与欠准数字的运算结果为欠准数字；运算中进位数字为准确数字。

2. 用“4 舍 5 入”的方法取舍尾数，最后保留一位欠准数字。

3. 乘除法运算时，以参加运算各量中有效数字最少的为准，运算结果原则上与有效数字最少的相同，当运算结果中第一位数字是 1，2，3 时，可多取一位。

4. 运算过程中，应多取一位欠准数字。

2.3.1 加减法

例如 $N=A+B+C-D$ ，合成不确定度 $u(N)=\sqrt{u^2(A)+u^2(B)+u^2(C)+u^2(D)}$ 主要取决于 A 、 B 、 C 、 D 中绝对不确定度的最大者。设 $A=5472.\underline{3}$ ， $B=0.753\underline{6}$ ， $C=1214$ ， $D=7.2\underline{6}$ ，有效数字最后一位位数最高者是 C ， C 的个位数已是可疑位。因此， N 的有效数字取至个位数（与 C 相同）即可。为了避免因中间运算造成“误差”，上例中的 A 、 B 、 D 均应保留到小数点后面一位（或暂不做截断，取原始数据计算），算出结果后再与 C 取齐，即

$$N = 5472.\underline{3} + 0.\underline{8} + 1214 + 7.\underline{3} = 6694.\underline{4} = 6694$$

$$\begin{array}{r} 5472.\underline{3} \\ 0.\underline{8} \\ 1214 \\ + 7.\underline{3} \\ \hline 6694.\underline{4} \end{array}$$

有效数字加减法运算法则：在加减运算过程中，运算结果的有效数字应与参加运算的各数中小数点后位数最高的相同。即：以最后一位有效数字的位数最高的数据为准，计算结果的有效数字与其相同。

2.3.2 乘除法

例如: 2432×0.341

$$\begin{array}{r} 2432 \\ \times 0.341 \\ \hline 2432 \\ 9728 \\ 7296 \\ \hline 829.312 \end{array} = 829 \text{ (只保留 1 位欠准数字)}$$

结果为: 2432 (4 位有效数字) $\times 0.341$ (3 位有效数字) $= 829$ (3 位有效数字)

又例如 $N = \frac{ABC}{D}$, 合成相对不确定度 $\frac{u(N)}{N} = \sqrt{\left[\frac{u(A)}{A}\right]^2 + \left[\frac{u(B)}{B}\right]^2 + \left[\frac{u(C)}{C}\right]^2 + \left[\frac{u(D)}{D}\right]^2}$ 主

要决定于 A 、 B 、 C 、 D 中相对不确定度的最大者。对乘除法运算, 以有效数字最少的数据

为准。对本例 $N = \frac{ABC}{D}$, 若 $A=80.5$, $B=0.0014$, $C=3.08326$, $D=764.9$, 则

$$N = \frac{80.5 \times 0.0014 \times 3.08326}{764.9} = 0.00045, \text{ 应取 2 位有效数字 (与有效数字最少的 } B \text{ 相同)}。$$

有效数字乘除法运算法则: 在乘除法运算过程中, 运算结果的有效数字以参加运算中有效数字位数最少的为准, 且与其相同, 而与小数点的位置无关。在运算结果第一位是 1, 2, 3 时, 结果可多取一位。

2.3.3 混合四则运算

按前述原则进行运算, 并获得最后结果。例如:

$$N = \frac{A}{B-C} + D = \frac{7.032}{5.709-5.702} + 31.54 = 1 \times 10^3$$

2.3.4 其它函数运算

一般的处理原则: 用微分公式求最小不确定度, 再确定有效数字的位数, 测量值最后一位有效数字位上取 1 个单位作为测量值的不确定度。

[例] $\sqrt[20]{3.25}=?$ (20 是准确数字)

[解] 以 x 代表 3.25, 将 $\sqrt[20]{3.25}$ 写成函数形式 $y=x^{1/20}$, 有

$$y = x^{1/20} = 3.25^{1/20} = 1.0607039, \text{ 取 } \Delta x = 0.01 \text{ 得}$$
$$\Delta y = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot y = \frac{1}{20} \times \frac{0.01}{3.25} \times 3.25^{1/20} = 0.0001632$$

说明 Δy 的可疑数字发生在小数点后第4位,故 $y = 1.0607$,为5位有效数字。

练习题

1.指出下列各题中的错误,并加以改正。

① $t = 1.010\text{s}$ 为三位有效数字; $D = 0.126\text{mm}$ 为三位有效数字。

② $d = (10.321 \pm 0.02)\text{cm}$

③ $x = 12\text{km} + 103.276\text{mm}$

④ $\ln 3.18 = 1.1559$

2.有效数字计算题:

① $42.1 + 3.276 =$

② $22.4 - 2.765 =$

③ $1.323 \times 1.3 =$

④ $1.483 \div 1.23 =$

3. 用电子毫秒计测量时间 t 共11次,结果是0.135, 0.136, 0.138, 0.133, 0.130, 0.129, 0.133, 0.132, 0.134, 0.129, 0.136 (s)。要求给出 $\bar{t} \pm u(\bar{t})$ 及 $\frac{u(\bar{t})}{\bar{t}}$ 。

4. 按照有效数字的定义及运算规则,改正以下错误:

① $L = (28000 \pm 8000)\text{mm}$

② $L = (35.0 \pm 0.010)\text{cm}$

③ $28\text{cm} = 280\text{mm}$

④ $2500 = 2.5 \times 10^3$

⑤ $0.0221 \times 0.0221 = 0.00048841$

⑥ $\frac{400 \times 1500}{12.60 - 11.6} = 600000$

⑦ $a = 0.0025\text{cm}$, $b = 0.12\text{cm}$ 则 $a \times b = 3 \times 10^{-4}\text{cm}^2$, $a + b = 0.1225\text{cm}$

5. 计算 $A = 4B/(C^2D)$, 其中 $B = (127.321 \pm 0.002)\text{g}$, $C = (7.546 \pm 0.005)\text{cm}$, $D = (6.14 \pm 0.01)\text{cm}$, 计算 A 的算术平均值和不确定度, 并给出其表达式。

第三课 实验数据处理的基本方法

实验操作、数据处理、误差分析及评定构成物理实验的整体，而数据处理是其中的重要环节，对实验的成败、表达结果精度的高低起着至关重要的作用。下面介绍几种最基本的实验数据处理方法：列表法、图示法、一元线性回归法和逐差法。

3.1 列表法

列表法是把数据按一定规律列成表格的方法，也是记录和处理实验数据时最常用的方法。列表法的优点是对应关系清楚、简捷，结构紧凑，便于比较、分析和查找，易于及时发现问题，找出实验中数据之间的相互关系和变化规律。

3.1.1 列表法注意事项

- 数据表格首先要写明表格的名称，必要时应注明环境参数和仪器误差限。
- 数据表格设计要简单明了，有利于数据记录、运算和检查。表格中涉及到的各物理量的名称、符号和单位等，均要标注清楚。
- 表格中的数据要正确反映测量结果的有效数字。数据的原始记录应直接记录读数，不要作任何计算。原始数据的记录须真实可靠，不得随意修改数据。
- 为便于揭示或说明物理量之间的联系，可根据需要增加数据处理中重要的中间计算结果。

3.1.2 列表法应用举例

表 3.1-1 杨氏模量加载后标尺的读数 r 长度单位：cm

i	1	2	3	4	5	6	7	8
m/kg	0	0.36	0.72	1.08	1.33	1.80	2.16	2.52
增砝码 r_+	23.33	22.77	22.13	21.53	20.92	20.27	19.73	19.13
减砝码 r_-	23.37	22.81	22.19	21.55	20.96	20.33	19.73	19.13
$r = \frac{r_+ + r_-}{2}$	23.35	22.79	22.165	21.53	20.93	20.305	19.735	19.13
$C_i = r_{i+3} - r_i$	2.51	2.385	2.33	2.31				

3.2 作图法

作图法是用图形描述各物理量间关系的一种方法,使数据可视化。作图法是表述、处理、分析实验数据的常用手段之一。通过作图可以形象、直观地显示出物理量的变化规律;获得全面的测量信息,可以对实验数据进行初步检验、快速分析、比较、计算等;可以推理未测量点的情况;还可以直观地获取极值、直线的斜率、截距、弧形的曲率等。

作图法的基本规则

a. 根据各物理量的变化规律,选用相应类别的坐标纸,如毫米直角坐标纸、双对数坐标纸、单对数坐标纸和极坐标纸等。坐标轴通常以横轴表示自变量,纵轴表示因变量。选好坐标轴后标明有关物理量的名称(或符号)、单位和坐标分度值。

b. 坐标纸的大小以及坐标轴的比例应根据有效数字和测量结果的需要来确定。作图不能损失实验数据的有效数字,并且要包括全部实验点。至少应保证坐标纸的最小分格(通常为1mm)以下的估计位与实验数据中最后一位数字对应。

c. 尽量使图形对称,曲线充满图纸,全图比较美观。坐标起点不一定通过原点,分度比例要选择得当,一般取1, 2, 5, 10...较好,以便于换算和描点。

d. 实验数据点以+、×、□、⊙、△等符号标出,不同曲线用不同的符号。一般不用细圆点“·”标示实验点(容易与图纸本身的缺陷如尘埃、斑点相混淆或被拟合曲线所掩盖)。用直尺或曲线板把数据点连成直线或光滑曲线。作曲线时应反映出实验的总趋势,不必强求曲线通过数据点,但应使实验点匀称地分布于曲线两侧。

光滑处理的原则不适用于绘制校准曲线。例如电表校准,数据点间应以直线连接(如图3.2-1所示)。这是因为考虑到被校表的测量误差主要来自可定系统误差,因此校准以后的数据准确度有所提高,两个点之间的测量值一般可用内插法处理。

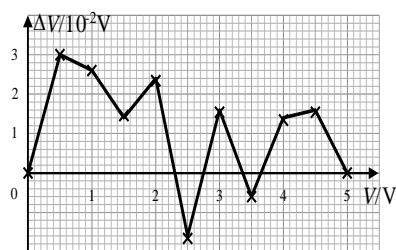


图 3.2-1 电压表校正曲线

e. 绘制完曲线,应在图的右上方或空白处写出曲线名称,并对相关特征量进行必要的说明,使曲线尽可能全面反映实验的真实情况。

作图法又分为图示法和图解法。

(1) 图示法:通过作图,判断各量之间的相互关系。

(2) 图解法:在图上求未知量,如直线的斜率、截距,曲线围成的面积和圆的半径等。

例如，求直线图形的斜率和截距。当图线是直线时，图示法经常用于求直线的经验公式。取点的原则是：从拟合的直线上取点（为利用直线的平均效果，不取原数据点）；两点相隔要远一些（否则影响准确度）；所取点的坐标应在图上注明（如图 3.2-1 所示）。这时只要求出截距 a 和斜率 b ，就可以得到直线方程：

$$y=a+bx$$

具体做法是在直线两端部各取一点 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) ，则

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} \quad (3.2-1)$$

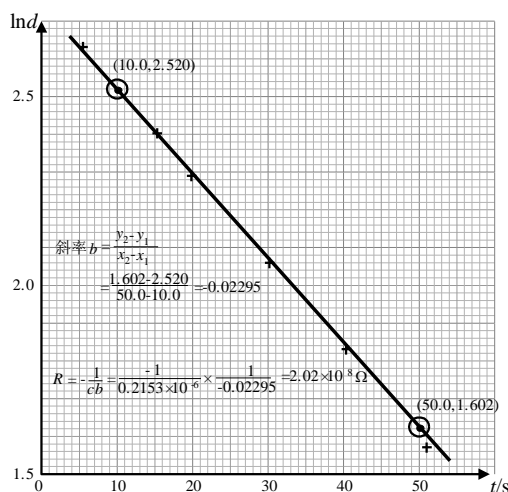


图 3.2-2 $\ln d-t$ 关系曲线

3.3 最小二乘法（一元线性回归）

通过作图法可以获得直线的斜率和截距，但这是一种较为粗略的处理方法。相比而言，最小二乘法是一种更严格、精确度更高的数据处理方法。最小二乘法是一种数学优化技术，通过最小化误差的平方和来确定数据的最佳函数匹配。利用最小二乘法可以简便地求得未知的数据，并使得这些求得的数据与实际数据之间误差的平方和为最小，最小二乘法常用于曲线拟合。

对于等精密度测量，若存在一条最佳的拟合曲线，则各测量值与这条曲线上对应点之差（残差）的平方和应取极小值。

3.3.1 最小二乘法原理

最小二乘法是将一组符合 $y=a+bx$ 关系的测量数据，用计算的方法求出最佳的 a 、 b 值。

求回归直线，设直线方程的表达式为

$$y = a + bx$$

实验测量数据为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ ，其中 x_1, x_2, \dots, x_k 的测量误差可以忽略不计，测量值 y_i 与直线上点 $a + bx_i$ 的偏差为 d_i 。若 d_i 的平方和取极小，即测量值 y_i 和回归值 $a + bx_i$ 之差的平方和取极小，由此求出 a 和 b 值的方法叫做最小二乘法。

$$\sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 = \min \quad (3.3-1)$$

选择 a 、 b 使式(3.3-1)取极小值的必要条件是偏导数为零：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3-2)$$

即有

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^k 2[y_i - (a + bx_i)](-1) &= 0 \\ \sum_{i=1}^k 2[y_i - (a + bx_i)](-x_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3-3)$$

整理后得

$$\left. \begin{aligned} ak + b \sum_{i=1}^k x_i &= \sum_{i=1}^k y_i \\ a \sum_{i=1}^k x_i + b \sum_{i=1}^k x_i^2 &= \sum_{i=1}^k x_i y_i \end{aligned} \right\} \quad (3.3-4)$$

由式(3.3-4)解得：

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{\sum x_i \sum y_i - k \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - k \sum x_i^2} = \frac{\bar{x} \bar{y} - \overline{xy}}{\bar{x}^2 - \overline{x^2}} \\ a &= \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i x_i^2}{(\sum x_i)^2 - k \sum x_i^2} = \bar{y} - b \bar{x} \end{aligned} \right\} \quad (3.3-5)$$

a 、 b 称为回归系数。式(3.3-5)中 $\bar{x} = \frac{1}{k} \sum x_i$ ， $\bar{y} = \frac{1}{k} \sum y_i$ ， $\overline{x^2} = \frac{1}{k} \sum x_i^2$ ， $\overline{xy} = \frac{1}{k} \sum x_i y_i$ 。

3.3.2 相关系数 r

任何一组测量值 $\{x_i, y_i\}$ 都可以通过式(3.3-5)得到“回归”系数 a 、 b ，但 x_i 和 y_i 是否满足线性关系，要通过计算相关系数 r 进行讨论：

$$r = \frac{\sum \left[\left(x_i - \frac{1}{k} \sum x_i \right) \left(y_i - \frac{1}{k} \sum y_i \right) \right]}{\sqrt{\sum \left(x_i - \frac{1}{k} \sum x_i \right)^2 \cdot \sum \left(y_i - \frac{1}{k} \sum y_i \right)^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} \quad (3.3-6)$$

r 是一个绝对值 ≤ 1 的数。若 x 、 y 有严格的线性关系（直线 $y = a + bx$ 通过全部的实验点 x_i 、 y_i ， $i=1, 2, \dots$ ），则 $|r|=1$ ；若 x_i 、 y_i 之间线性相关强烈，则 $|r| \approx 1$ 。若 $r=0$ ，说明 x 、 y 线性无关，不能用此方法拟合曲线。

3.4 逐差法

物理实验中，若测量数据的自变量是等间隔变化时，常采用逐差法进行数据处理。逐差法的基本方法是将实验测得的等间隔变化的数据分成两组，然后将对应项逐项相减，再求所有逐差量的平均值。逐差法是一种常用的数据处理方法。与作图法相比，逐差法没有人为拟合的随意性；与最小二乘法相比，计算方法简单，结果相近，逐差法在物理实验中经常使用。

3.4.1 一次线性数据的逐差法处理

设自变量和因变量之间存在线性关系 $y = a + bx$ ，测得一组相关实验数据为： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ 。设 k 是偶数 $k=2n$ ，将数据分成两组，用分号“;”隔开：

$$x_1, x_2, \dots, x_n; x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{2n}$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n; y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{2n}$$

用后一组的测量值和前一组测量值对应相减（隔 n 项逐差），并利用公式 $y=a+bx$ 得到

$$\left. \begin{array}{ccc} x_{n+1} - x_1, & y_{n+1} - y_1, & b_1 = (y_{n+1} - y_1)/(x_{n+1} - x_1) \\ x_{n+2} - x_2, & y_{n+2} - y_2, & b_2 = (y_{n+2} - y_2)/(x_{n+2} - x_2) \\ \Lambda \quad \Lambda & & \Lambda \quad \Lambda \\ x_{2n} - x_n, & y_{2n} - y_n, & b_n = (y_{2n} - y_n)/(x_{2n} - x_n) \end{array} \right\} \quad (3.4-1)$$

对 b_i 取平均值

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_{n+i} - y_i}{x_{n+i} - x_i} \quad (3.4-2)$$

逐差法自变量通常为等间隔分布，即

$$x_{n+i} - x_i = \Delta_n x$$

$$\bar{b} = \frac{1}{n \Delta_n x} \sum_{i=1}^n (y_{n+i} - y_i) \quad (3.4-3)$$

求得 \bar{b} 后可由 $\sum y_i = \sum a + b \sum x_i$ 求出

$$\bar{a} = \frac{1}{k} \left(\sum y_i - \bar{b} \sum x_i \right) \quad (3.4-4)$$

注：若不采用分组逐差，而直接进行计算，结果如下：

$$\overline{\Delta y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_{i+1} - y_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

由此可见，所有中间数据都逐对抵消，只有首尾的两个数在起作用。其他采集的数据没有得到充分有效的利用，且这样处理数据的误差较大，失去了多次测量的意义。

3.4.2 应用举例——测钢丝的弹性模量

1. 数据记录

钢丝长度 $L=39.7\text{cm}$ ，平面镜到标尺的距离 $H=103.5\text{cm}$ ，光杠杆前后足间距 $b=8.50\text{cm}$

表 3.4-1 钢丝直径 D 千分尺零点 $x_0=-0.003\text{ (mm)}$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x/mm	0.800	0.797	0.798	0.800	0.797	0.798	0.800	0.797	0.796	0.798
D/mm	0.803	0.800	0.801	0.803	0.800	0.801	0.803	0.800	0.799	0.801

表 3.4-2 加外力后标尺的读数 r 长度单位: cm

i	1	2	3	4	5	6	7	8
m/kg	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0
r_+/cm	3.10	3.29	3.49	3.68	3.89	4.08	4.27	4.47
r_-/cm	3.02	3.22	3.43	3.62	3.82	4.02	4.21	4.42
$r=(r_++r_-)/2/\text{cm}$	3.060	3.255	3.460	3.65	3.855	4.050	4.240	4.445

i	9	10	11	12	13	14	15	16
m/kg	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0	25.0
r_+/cm	4.68	4.85	5.04	5.30	5.45	5.65	5.85	6.02
r_-/cm	4.62	4.82	5.02	5.22	5.42	5.62	5.82	6.02
$r=(r_++r_-)/2/\text{cm}$	4.650	4.835	5.030	5.26	5.435	5.635	5.835	6.020

2. 用逐差法计算弹性模量

表 3.4-3 逐差法求标尺读数改变量 C 单位: cm

i	1	2	3	4	5	6	7	8	平均
C/cm	1.590	1.580	1.570	1.610	1.580	1.585	1.595	1.575	1.5856

$$E = \frac{16mgLH}{\pi D^2 b C} = \frac{16 \times 8 \times 9.8012 \times 0.397 \times 1.035}{3.1416 \times 0.0008011^2 \times 0.0850 \times 0.015856} = 1.897 \times 10^{11} (\text{Pa})$$

($m=1.0\text{ kg}$ 视为准确值, 北京地区 $g=9.8012\text{ m/s}^2$)

3. 不确定度的计算

L 、 H 、 b 只测一次, 不确定度只有 B 类分量, 根据测量过程的实际情况, 如尺弯曲、不水平, 数值读不准等, 估计出它们的误差限为 $\Delta L=0.3\text{cm}$, $\Delta H=0.5\text{cm}$, $\Delta b=0.02\text{cm}$ 。

$$u(L) = u_b(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = \frac{0.3}{\sqrt{3}} = 0.173(\text{cm})$$

$$u(H) = u_b(H) = \frac{\Delta H}{\sqrt{3}} = \frac{0.5}{\sqrt{3}} = 0.289(\text{cm})$$

$$u(b) = u_b(b) = \frac{\Delta b}{\sqrt{3}} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.0115(\text{cm})$$

D 的不确定度: $\frac{dE}{E} = \frac{dL}{L} + \frac{dH}{H} - 2\frac{dD}{D} - \frac{db}{b} - \frac{dC}{C}$

$$u_b(D) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.00289(\text{mm})$$

$$u(D) = \sqrt{u_a^2(D) + u_b^2(D)} = \sqrt{0.00046^2 + 0.00289^2} = 0.00293(\text{mm})$$

C 的不确定度: $u_a(C) = \sqrt{\frac{\sum(C_i - \bar{C})^2}{8(8-1)}} = 0.0045(\text{cm})$

$$u_b(C) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 0.0289(\text{cm})$$

$$u(C) = \sqrt{u_a^2(C) + u_b^2(C)} = \sqrt{0.0045^2 + 0.0289^2} = 0.0292(\text{cm})$$

计算 E 的不确定度, 由 E 的计算公式, 两边取对数得

$$\ln E = \ln L + \ln H - 2\ln D - \ln b - \ln C + \ln 32 + \ln m + \ln g - \ln \pi$$

等式两边同时求导:

$$\frac{dE}{E} = \frac{dL}{L} + \frac{dH}{H} - 2\frac{dD}{D} - \frac{db}{b} - \frac{dC}{C}$$

将上式中的 d 改为 u , 并取方和根:

$$\begin{aligned} \frac{u(E)}{E} &= \sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2 + \left[\frac{u(H)}{H}\right]^2 + 4\left[\frac{u(D)}{D}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 + \left[\frac{u(C)}{C}\right]^2} \\ &= \sqrt{\left[\frac{0.173}{39.7}\right]^2 + \left[\frac{0.289}{103.5}\right]^2 + 4\left[\frac{0.00293}{0.8011}\right]^2 + \left[\frac{0.0115}{8.50}\right]^2 + \left[\frac{0.0292}{1.5856}\right]^2} \\ &= 0.020 = 2.0\% \end{aligned}$$

$$u(E) = E \left[\frac{u(E)}{E} \right] = 1.897 \times 10^{11} \times 0.020 = 0.04 \times 10^{11} (\text{Pa})$$

4. 测量结果

$$E \pm u(E) = (1.90 \pm 0.04) \times 10^{11} \text{ Pa} = (0.190 \pm 0.004) \text{ TPa}$$

练习题

1. 弹簧自然长度 $l_0=10.00\text{cm}$ ，以后依次增加砝码 10g ，测得长度依次为 $10.81, 11.60, 12.43, 13.22, 14.01, 14.83, 15.62 (\text{cm})$ 。试按列表法要求将原始数据列表并验证虎克定律： $F=-kx$ 。

2. 用最小二乘原理证明：在一组测量值 N_1, N_2, \dots, N_k 中，真值的最佳估计值是它的算术平均值 $\bar{N} = \sum N_i / k$ 。

3. 铜棒长度随温度变化的关系为 $l=l_0(1+\alpha t)$ ，用一元线性回归方法由表 3.5-1 中的数据求线膨胀系数 α 。

表 3.5-1 习题 3 表

i	1	2	3	4	5	6
$t_i / ^\circ\text{C}$	10.0	20.0	25.0	30.0	40.0	45.0
l_i / mm	2000.36	2000.72	2000.80	2001.07	2001.48	2001.60

4. 伏安法测电阻的实验中，数据如表 3.5-2 所示。

表 3.5-2 习题 4 表

i	1	2	3	4	5	6	7
V / V	0	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
I / mA	0	36	77	116	145	190	231

试用图示法求出电阻值。

第二部分 基础实验

实验一 拉伸法测金属丝的杨氏模量

一、实验目的

1. 用拉伸法测定金属丝的杨氏模量；
2. 学习光杠杆的构造原理并测量微小位移；
3. 练习使用逐差法处理数据；
4. 正确使用卡尺和千分尺读取游标，包括恒力装置的使用和零点校对。

二、实验原理

杨氏模量 (Young's modulus)，1808 年由英国物理学家 T.Young 提出。拉伸物体时，材料承受正向应力时会产生正向应变，形变量没有超过对应材料的弹性限度时，正向应力与正向应变的比值为该材料的杨氏模量。金属丝长度为 L ，截面积为 A ，在外力 F 作用下伸长 δL 。

虎克定律：在物体的弹性限度内，有应力 ($\sigma = \frac{F}{A}$) 与应变 ($\varepsilon = \frac{\delta L}{L}$) 成正比的关系，

即 $E = \frac{\text{应力}}{\text{应变}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ ，其比例系数 E 称为杨氏模量。杨氏模量 E 与外力 F 、物体的长度 L 以及

截面积 A 的大小均无关，只决定于材料的性质，是表征物体材料力学性能的一个物理量。

若金属棒为圆柱形，直径为 D ，在金属棒（丝）下端悬以重物产生的拉力为 F ，则

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\delta L/L} = \frac{4FL}{\pi D^2 \delta L} \quad (\text{E.1-1})$$

根据式 (E.1-1)，测出等式右边各项，就可计算出金属的弹性模量，其中 F 、 L 、 D 可较容易测得。测量的难点是：在线弹性限度内， $F=mg$ 不可能很大，相应的 δL 很小，使用一般的工具不易测出，本

实验采用光杠杆法测量微小长度变化。光杠杆的结构如图 E.1-1 所示，一个直立的平面镜装在倾角调节架上，它与望远镜、标尺、调节反射镜组成光杠杆测量系统。

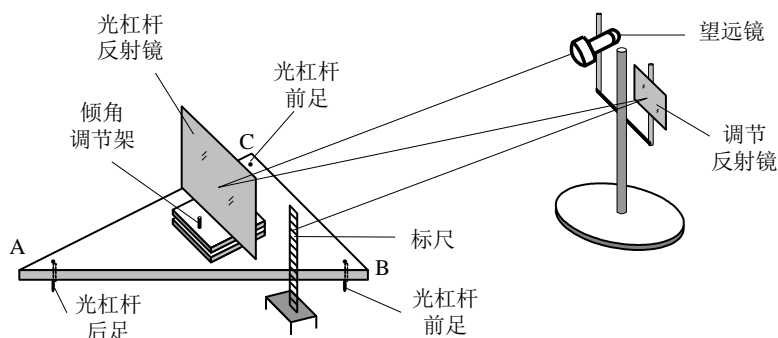


图 E.1-1 光杠杆及其测量系统

实验时，将光杠杆两个前足尖放在杨氏模量测定仪的固定平台上，后足尖放在待测金属丝的测量端面上。当金属丝受力后，产生微小伸长，后足尖便随测量端面一起作微小移动，并使光杠杆绕前足尖转动一微小角度，从而带动光杠杆反射镜转动相应的微小角度，这样标尺的像在光杠杆反射镜和调节反射镜之间反射，将微小角位移放大成较大的线位移。

光杠杆反射镜与标尺在同一平面，在望远镜上读到的标尺读数为 r_0 ，当光杠杆反射镜的后足尖下降 δL 时，产生一个微小偏转角 θ ，在望远镜上读到的标尺读数为 r_i ，则放大后的钢丝伸长量 $C_i = r_i - r_0$ ，由图 E.1-2 可知

$$\delta L_i = b \cdot \tan \theta \approx b\theta \quad (\text{E.1-2})$$

式中 b 为光杠杆前后足间的垂直距离，称光杠杆常数，如图 E.1-3 所示。

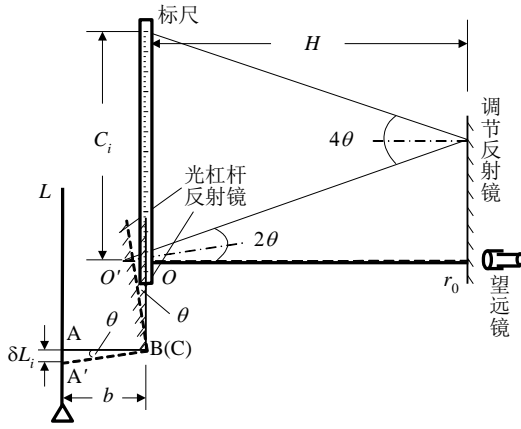


图 E.1-2 光杠杆工作原理图

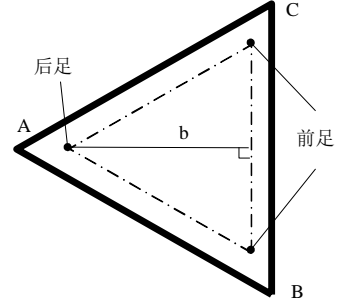


图 E.1-3 光杠杆前后足间距

由于经光杠杆反射而进入望远镜的光线方向不变，故当平面镜旋转一角度 θ 后，入射到光杠杆的光线的方向就要偏转 4θ ，因 θ 很小， OO' 也较小，则可认为平面镜到标尺的距离 $H \approx O'r_0$ ，并有

$$2\theta \approx \tan 2\theta = \frac{C_i}{2H}, \quad \theta = \frac{C_i}{4H} \quad (\text{E.1-3})$$

由式 (E.1-2) 与式 (E.1-3) 得

$$\delta L_i = \frac{bC_i}{4H} = WC_i, \quad W = \frac{b}{4H} \quad (\text{E.1-4})$$

$\frac{1}{W} = \frac{4H}{b}$ 称作光杠杆的“放大率”。式 (E.1-4) 中 b 和 H 可以直接测量，因此只要从望

远镜中测得标尺刻线移过的距离 C_i ，即可算出钢丝的相应伸长 δL_i 。适当增大 H ，减小 b ，可增大光杠杆的放大率。光杠杆可以做得很轻，对微小伸长或微小转角的反应很灵敏，方法简单实用，在精密仪器中常有应用。将式 (E.1-3) 代入式 (E.1-1) 得

$$E = \frac{16FLH}{\pi D^2 b C_i} \quad (\text{E.1-5})$$

三、实验仪器

实验仪器：杨氏模量测定仪（包括：细钢丝、光杠杆、望远镜、标尺及拉力测量装置）、钢卷尺、游标卡尺和螺旋测微计。

四、实验内容

（1）调整杨氏模量测定仪和读数望远镜

根据光的反射定律，分别调整望远镜和调节平面镜的方位，在望远镜中出现清晰的标尺反射像。调整后的系统应满足光线沿水平面传播的条件，即从望远镜中观察到的标尺刻度应与望远镜等高位置处标尺刻度相同。

①粗调：首先调节望远镜及平面镜的位置，直接用眼睛从望远镜上方观察到光杠杆反射镜中出现平面镜的像，然后适当转动调节平面镜至出现标尺的像。

②细调：调节望远镜目镜和物镜焦距，观察到无视差、清晰的叉丝和标尺的像。

（2）测量数据

①首先预加载 10kg 拉力，将钢丝拉直，然后逐次改变钢丝拉力，依次测量望远镜水平叉丝对应的标尺读数。

②根据量程及相对不确定度大小，选择合适的长度测量仪器，分别用卷尺、游标卡尺或千分尺测 L 、 H 、 b 各一次，测钢丝直径 D 若干次。

注意：先测量钢丝加力后的改变量，再测 D 、 L 、 H 、 b 。

五、数据记录

表 E.1-1 加外力后标尺的读数 r 长度单位：cm

i	1	2	3	4	5	6	7	8
m/kg	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0
r_+/cm 加砝码								
r_-/cm 减砝码								
$r=(r_++r_-)/2/\text{cm}$								
i	9	10	11	12	13	14	15	16
m/kg	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0	25.0
r_+/cm 加砝码								
r_-/cm 减砝码								
$r=(r_++r_-)/2/\text{cm}$								

提示:物体受力后并不是立即伸长到应有数值,同样,外力撤消后也不能立即恢复原状,称为弹性滞后效应。为消除其误差,在增力过程和减力过程中各测一次对应拉力,然后取两次结果的平均值。

钢丝长度 $L=$ cm, $u(L)=$ cm

平面镜与标尺的距离 $H=$ cm, $u(H)=$ cm

光杠杆前后足间距 $b=$ cm, $u(b)=$ cm

表 E.1-2 钢丝直径 D 千分尺零点 $x_0=(\text{mm})$

i	1	2	3	4	5	6	平均
X_i/mm							
D_i/mm							

$$D_i = x_i - x_0$$

用逐差法计算弹性模量

表 E.1-3 逐差法求标尺读数改变量 C 单位: cm

i	1	2	3	4	5	6	7	8	平均
C/cm									

$$E = \frac{16mgLH}{\pi D^2 b C} = \text{——} \times 10^{11} (\text{Pa})$$

($m=1.0\text{kg}$ 视为准确值, 北京地区 $g=9.8012 \text{ m/s}^2$)

六、数据处理

用逐差法计算杨氏模量, 并估算不确定度。

其中 L 、 H 、 b 各量只测了一次, 由于实验条件的限制, 其不确定度不能只由量具的仪器误差来确定。

- ①测量钢丝长度 L 时, 钢丝上下端装有紧固夹头, 米尺很难测准, 其误差限可达 0.3cm。
- ②测量镜尺间距 H 时, 距离为 1.2~1.5m, 则误差限可定为 0.5cm。
- ③用卡尺测量光杠杆前后足距 b 时, 不能保证绝对垂直, 该误差限可定为 0.02cm。

七、思考题

①根据光的反射定律, 当平面镜转动 θ 角时, 入射光和反射光之间的夹角的改变是多少?

②材料相同, 但粗细、长度不同的两根钢丝, 在相同外力作用下其长度变化是否相同?

其杨氏模量是否相同？

③如何提高光杠杆的放大率（根据式 E.1-4），提高放大率会受到何种限制？

④根据你的实验数据，分析在本实验条件下，哪些量的测量对实验准确度的影响最大？

如何减少本实验中的误差？（提示：从相对不确定度出发，分别计算各分量的贡献）

⑤测光杠杆镜面到标尺的水平距离时，尺子不能绝对水平，若倾角为 5° ，由此产生 H 的测量误差是多少？是什么性质的误差？（设 H 的准确值为 120.0cm）

实验二 电热法测量焦耳热功当量

一、实验目的

1. 熟悉热学实验中的基本方法：量热和计温；
2. 研究电热法中做功与传热的关系；
3. 学习两种进行散热修正的方法——牛顿冷却定律法和一元线性回归法；
4. 了解热学实验中合理安排实验和选择参量的重要性；
5. 熟悉热学实验中基本仪器的使用。

二、实验原理

电热法测量焦耳热功当量实验是证明能量守恒和转换定律的基础实验。焦耳从 1830 年起，在几十年的时间里做了大量实验，论证了传热和做功一样，是能量传递的一种形式；热功当量是一个普适常数，与做功方式无关，从而为能量守恒和转换定律的确立奠定了坚实的基础。

(1) 热功当量

如图 E.2-1 所示，给电阻 R 两端加上电压 V ，通过 R 的电流为 I ，在通电 t 秒时间内电场力做功 $W = VIt$ 。若这些功全部转化为热量使一个盛水的量热器系统由初温 θ_0 升高至 θ ，系统吸收的热量为 Q ，则热功当量 $J = W / Q$ 。按照能量守恒定律，若采用国际单位制，则 W 和 Q 的单位都是焦耳 (J)，比值 $J = 1$ ；若 Q 用卡 (cal) 做单位，则 $J = 4.1868 \text{ J/cal}$ ，表示产生 1 卡热量所需做的功。

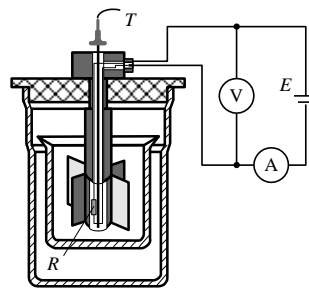


图 E.2-1 热功当量实验装置

实验在装水的量热筒中进行。系统吸收的热量为

$$Q = (c_0 m_0 + c_1 m_1 + c_2 m_2)(\theta - \theta_0) = Cm(\theta - \theta_0) \quad (\text{E.2-1})$$

式中, c_0, c_1, c_2 分别是水、量热装置及加热器的比热容; m_0, m_1, m_2 分别是其相应的质量, $Cm = c_0 m_0 + c_1 m_1 + c_2 m_2$, 是系统的总热容, θ_0 为系统初温。本实验的主要内容就是测定热功当量 $J = VIt / Cm(\theta - \theta_0)$ 。

(2) 散热修正

本实验的难点是如何考虑系统散热的修正。我们从系统应满足的微分方程出发。若把系统看成是理想绝热的，即只考虑系统由于通电而升温，则由系统吸热方程 $Q = (c_0 m_0 + c_1 m_1 + c_2 m_2) \theta - \theta_0 = C \theta - \theta_0$ 对时间求导可以得到温度变化率所满足的关系式为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{VI}{JCm} \quad (\text{E.2-2})$$

考虑通电时系统吸热的同时也向环境中放热，根据牛顿冷却定律，由于放热引起的温度变化率为

$$\frac{d\theta}{dt} = -K(\theta - \theta_{\text{环}}) \quad (\text{E.2-3})$$

其中 K 为系统的散热系数。由式 (E.2-2) 和式 (E.2-3) 描述的吸热、放热效应，系统温度的实际变化率为：

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{VI}{JCm} - K(\theta - \theta_{\text{环}}) \quad (\text{E.2-4})$$

这是一个一阶线性的常系数微分方程，我们试图利用一元线性回归法处理数据，令 $y \equiv \frac{d\theta}{dt}$ ， $x \equiv \theta - \theta_{\text{环}}$ ，式 (E.2-4) 变成 $y = a + bx$ ，其中 $a = \frac{VI}{JCm}$ ， $b = -K$ 。给加热系统通电，并同时记录系统温度—时间变化关系，每隔一分钟记录一次温度，共测 30 个连续时间对应的温度值，即 $(t_1, \theta_1), (t_2, \theta_2), \dots, (t_{30}, \theta_{30})$ 。根据测量出的数据，用差分代替微分计算 $t = \frac{t_i + t_{i+1}}{2}$ 时的 $\theta = \frac{\theta_i + \theta_{i+1}}{2}$ ， $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{t_{i+1} - t_i}$ ，这样由一系列 (t_i, θ_i) 就换算出 (y_i, x_i) 数据了，代入回归系数计算式求得 a ，从而算出热功当量 J （式中 R 是加热用的电阻值）：

$$a = \frac{V^2}{RJCm} \rightarrow J = \frac{V^2}{aRCm} \quad (\text{E.2-5})$$

三、实验仪器

量热器，电子天平，温度计，数字三用表，加温器皿，冰，水桶，停表，干拭布等。

四、实验内容

(1) 质量称量

提示：水的质量不宜过大过小，一般控制在 200~230 g 为好。加热器由功率电阻组成，搅拌器主要由铝质叶片组成，两者的总热容可按 64.38J/K 计算。

铜的比热容： $c_{\text{Cu}} = 0.389 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，水的比热容： $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.18 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，

冰的比热容： $c_{\text{ice}}=1.80 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

(2) 测量时间—温度关系

在连续升温的 30 分钟内，应等间隔地读取 31 个温度值（每分钟 1 次）。

注意：

①升温过程中必须不断搅拌（转动搅拌器叶片）以保证温度均匀。同时搅拌过程中要随时监视电源电压（面板电压表指针位置）是否改变，防止因搅拌动作过大引起电源接触不良。

②数字三用表有自动关机功能。因此在测量过程中，可在三用表工作接近 15 分钟时，进行一次关机—开机操作，以免读数时刚好自动关机。

③用铂电阻温度计记录温度，可直接把输出的香蕉插头接入数字三用表并读取电阻值。

(3) 测量加热器的电功率

分别在读数始末，用数字三用表测出加热器两端的电压（注意三用表的插孔位置和量程选择）。

五、数据记录

数据记录如表所示,总共 31 个数据点。

表 E.2-1 热功当量数据记录表（n=30）

n	时间 t/s	温度 θ/K	$y=d\theta/dt$	$x=\theta-\theta_{\text{环}}$	x^2	xy
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
.....						
28						
29						
30						

六、数据处理

用一元线性回归方法计算热功当量 J 并与理论值对比，计算它们的**相对误差**。

要求自行编写计算机程序来处理一元线性回归问题，并讨论相关系数。

注意：计算机的结果只能作为中间过程，最后结果要按规定格式表示。

七、思考题

1. 如果不作散热修正， $J=?$ 如何计算？
2. 以下几种因素将对 J 的测量带来什么影响？
 - (i) 实验中功率电阻因热效应带来阻值变化；
 - (ii) 功率电阻所加电压因电源不稳定而下降；
 - (iii) 工作媒质水因搅拌而溢出；
 - (iv) 搅拌器做功。

表 E.2-2 加热器的电阻值

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
电阻值/ Ω	202.4	201.5	203.8	200.5	201.1	199.6	201.4	203.4
编号	9	10	11	12	13	14	15	16
电阻值/ Ω	201.3	201.7	200.4	201.9	200.8	201.7	201.6	200.8

加热器电阻列表如表 E.2-2 所列。

实验三 示波器原理与应用

示波器是一种用途十分广泛的电子测量仪器，它能直观、动态地显示电压信号随时间变化的波形，并可直接测量电压信号的幅度、频率以及信号之间相位关系等各种参数。示波器是观察电路实验现象、分析实验中的问题、测量实验结果的重要仪器，也是调试、检验、修理和制作各种电子仪表、设备时不可缺少的工具。

示波器的基本量测量是电压。随着各种换能技术的应用与发展，温度、压力、振动、速度、声、光、磁等非电学物理量都可以转换为便于观察、记录和测量的电学量，因此，示波器已成为测量电学量以及研究可转化为电压变化的其他非电学物理量的重要工具之一。

示波器有多种类型，根据其工作原理，可分为模拟示波器和数字（存储）示波器两大类。

一、实验目的

- 1.了解示波器的结构、波形显示和参数测量的基本原理，掌握示波器、信号发生器的使用方法；
- 2.学会使用示波器观察波形以及测量电压、周期和频率；
- 3.学习用连续波方法测量空气声速，加深对共振、相位等概念的理解。

二、实验原理

1. 模拟示波器

模拟示波器是利用电子示波管的特性，将人眼无法直接观测的交变电信号转换成图像并显示在荧光屏上以便测量和分析的电子仪器，主要由四部分组成：阴极射线示波管，扫描、触发系统，放大系统和电源系统。其基本组成如图 E.3-1 所示。当电子枪被加热发出电子束后，经电场加速、聚焦和偏转系统，打在涂有荧光物质的荧光屏上就形成一个亮点。若电子

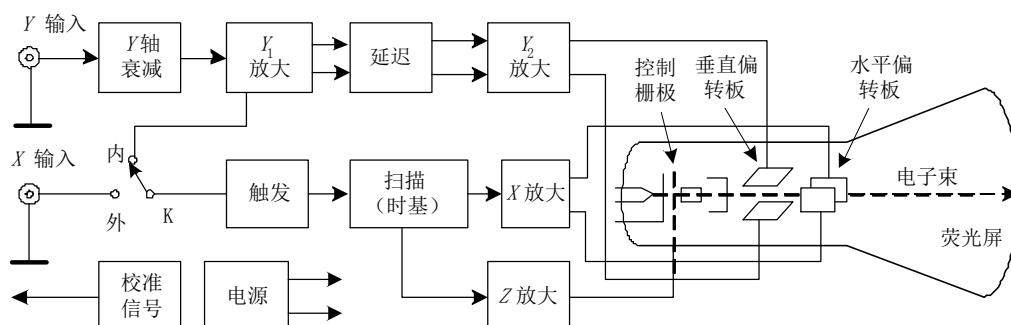


图 E.3-1 示波器工作原理示意图

束在到达荧光屏之前受到两相互垂直的偏转板间电场的作用，则亮点位置会发生改变，从而显示出各种波形。

模拟示波器的基本工作原理是：被测信号经 Y 轴衰减后送至 Y_1 放大器，经延迟级后到 Y_2 放大器，信号放大后加到示波管的 Y 轴偏转板上，如图 E.3-1 所示。

若 Y 轴所加信号为图 E.3-2 所示的正弦信号， X 输入开关 K 切换到“外”输入，且 X 轴没有输入信号，则光点在荧光屏竖直方向上按

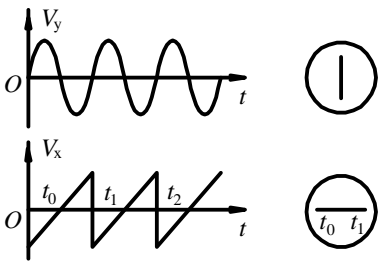


图 E.3-2 扫描信号与运动轨迹的关系

正弦规律上下运动，随着 Y 轴方向信号频率提高，由于视觉暂留或荧光屏余辉等原因，在荧光屏上显示出一条竖直扫描线；同理，如在 X 轴所加信号为图 E.3-2 所示的锯齿波信号，且 Y 轴没有输入信号，则光点在荧光屏水平方向上先由左向右匀速运动，到达右端后立即返回左端，再从左向右重复上述过程，每完成一个循环称为一次扫描。随着 X 轴方向信号频率的提高，在荧光屏上显示出一条水平扫描线； Z 轴的作用是使扫描波形有一定辉度（亮度），对于某些具有 Z 轴外输入的示波器，则可以通过 Z 轴的输入信号，动态调节不同扫描时刻波形的亮度，实现类似于电视图像的显示效果。

①李萨如图形

在图 E.3-1 中， X 输入开关 K 切换到“外”输入，且 X 轴和 Y 轴同时有两个频率相同（或成整数比）的信号输入，此时电子束同时受到两个方向偏转电压的作用，在荧光屏上的光点将显示两个正交谐振动的合成振动图形，即李萨如图形，其形状随两个信号的频率和相位差的不同而不同。如果 Y 轴信号和 X 轴的频率有简单的整数比，则合成运动有稳定的闭合轨道，如图 E.3-3 所示。

相位差	波形			
0°				
45°				
90°				
135°				
180°				
频率比	1:1	2:1	3:1	3:2

图 E.3-3 李萨如图形

沿着这种闭合轨道环绕一周后在水平和竖直方向往返的次数与两个方向频率成正比。因此，封闭的李萨如图形与水平线相交的点数 n_x 及与垂直线相交的点数 n_y 之间的比值与两信号频率之比有如下关系：

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{n_x}{n_y} \tag{E.3-1}$$

若已知其中一个信号的频率，以及从李萨如图形上数得的点数 n_x 和 n_y ，就可以求出另

一待测信号的频率。利用李萨如图形除可测频率外，还可比较两个振动的相位差。如果 X 轴和 Y 轴输入信号频率相同，则产生图 E.3-3 第一列所示合成振动图形，两个信号相位差 $\Delta\phi$ 可用下式表示：

$$\Delta\phi = \arcsin\left(\frac{x}{x_0}\right) \quad (\text{E.3-2})$$

式中， x 为椭圆与 X 轴的交点坐标， x_0 为最大水平偏转距离。当 $\Delta\phi=0$ 时，李萨如图形为向左下倾斜的直线。若不断改变 Y 与 X 的相位差 $\Delta\phi$ ，则直线变成向左下倾斜的椭圆、正椭圆 ($\Delta\phi=\pi/2$)、向右下倾斜的椭圆，直至成为向右下倾斜的直线。此时 $\Delta\phi=\pi$ ，即两振动的相位差为 π 。

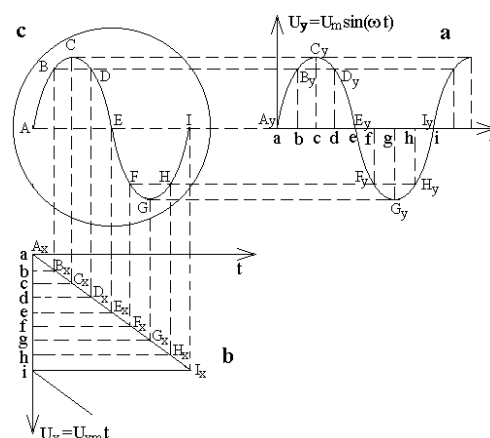


图 E.3-4 示波器显示波形原理图 ($T_x=T_y$)

② Y 轴输入信号时变波形的显示

这是示波器最常用的显示模式，此时水平方向的扫描信号为锯齿波，由示波器内部产生，即图 E.3-1 中 X 输入开关 K 切换到“内”输入。由示波器波形显示原理可知，如果 Y 轴信号的频率与 X 轴的相同或是其整数倍，当 Y 轴完成了—个（或数个）周期的运动时， X 轴的扫描信号也正好回到左端起始扫描位置。由于每一次扫描得到的图形起始位置相同，屏上显示的是多个图形在同一位置的叠加，这样就在屏上形成稳定的显示曲线，如图 E.3-4 所示。显然，如果两者不能实现严格的同步，每一次扫描得到的图形起始位置不同，屏幕上显示的是多个图形在不同位置的叠加，无法观察到稳定的图形。这个矛盾可以通过同步触发的办法来解决：只有当 Y 轴信号（或者与 Y 轴信号严格同步的其他信号）达到某一确定的状态（极性和幅度），才触发 X 轴开始扫描，这样就可以通过 Y 轴信号强制扫描信号与其严格同步。如图 E.3-5 所示，设扫描触发电平为 V_T ，触发极性为上升沿，触发耦合为 AC（交流耦合）。当 Y 轴输入信号的极性和电平满足触发条件时，将产生触发脉冲，启动扫描电路输出锯齿波信号，光点将自左到右移动。当扫描电压由最大值迅速恢复到启动电压时，光点也迅速返回到起始点，等待下一次触发脉冲到来时再次进行扫描。需要注意的是，在锯齿波扫描期间，扫描电路不再受此期间到来的触发脉冲影响，直到本次扫描结束。因每一个触发脉冲产生于同触发条件所对应的相位点，故每次扫描的起始点都相同，这样就可以在屏上显示稳定的波形。由图 E.3-5 可知，在屏上显示的波形数与扫描速度有关，通过调节 X 方向扫描速度，可以观测和分析不同时域范围内 Y 轴输入信号随时间的变化情况。

2. 数字存储示波器

数字示波器是对被测模拟信号进行模/数 (A/D) 转换, 再以数字或模拟信号方式进行显示的一种数据测量和分析装置, 它不但可以观测和分析各种重复信号, 还可以捕获各种非重复信号, 包括单次触发信号等。数字示波器一般还具有数据存储和计算功能, 可以对测量到的数据进行分析计算, 并将计算结果显示在屏幕上, 或将数据和波形导出到计算机或外接存储器中。

3. 波形测量

示波器除了能直观地显示波形之外, 其测量内容可归结为两类——电压和时间的测量, 而电压和时间的测量最终又归结为屏上波形长度的测量。

(1) 电压的测量

由于电子束在显示屏上偏转的距离与输入电压成正比, 所以只要量出被测波形任意两点的垂直间距 (格数) Δy 就可知该两点间的电压 Δu_y , 即

$$\Delta u_y = K \Delta y \quad (\text{E.3-3})$$

式中, K 为灵敏度 (屏上 Y 轴每一大格所代表的输入电压值), 也称垂直偏转系数。

若被测电压为简谐波, 则只要量出电压波形峰—峰的间距 Δy , 就可知其电压的有效值 u_e

$$u_e = \frac{u_{p-p}}{2\sqrt{2}} = \frac{K \Delta y}{2\sqrt{2}} \quad (\text{E.3-4})$$

式中 u_{p-p} 为被测电压的峰—峰值。

(2) 时间的测量

用示波器可直观地测量时间。当扫描电压用锯齿波时, 荧光屏上 X 轴坐标与时间直接相关, 信号从波形上某点传至另一点所用的时间 Δt , 等于该两点间距 (格数) l 乘以观测时的每格扫描时间 t_0 , 即

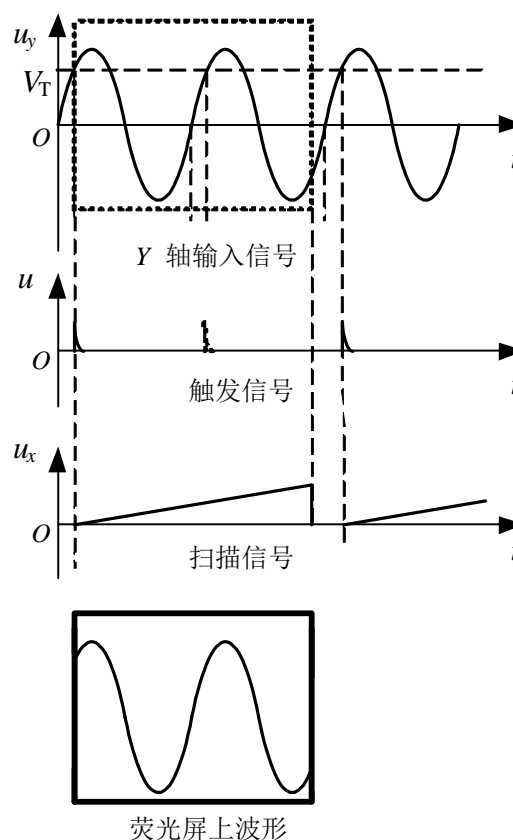


图 E.3-5 示波器显示波形原理图

$$\Delta t = l \cdot t_0 \quad (\text{E.3-5})$$

若观测的两点，正好是周期性信号相邻的两个同相位点，且间距为 L 格，则其周期

$$T = L \cdot t_0 \quad (\text{E.3-6})$$

为减少测周期读数的误差，可观测 n 个周期总长度进行计算。同频率的两个简谐信号之间相位差为

$$\varphi = \Delta t \frac{360^\circ}{T} \quad (\text{E.3-7})$$

式中， Δt 为两信号对应的同相位点的时间间隔。

4. 声速的测量

声速是声学研究中的一个重要的基本参量。声速是指声波在媒质中的传播速度。声波能够在除真空以外的所有物质中传播，其传播速度由相应媒质的材料特性特别是力学参数所决定，也与传播模式（纵波、横波、表面波等）有关。由于声波的传播模式会受到边界的影响，因此通常给出的声速都是指无限大媒质中的传播速度。在空气中声波只能以纵波的形式存在。本实验的主要内容是利用连续波方法来测定空气中的声速。

在波动过程中，波的传播速度 v 、 f 和波长 λ 之间存在下列关系：

$$v = f \cdot \lambda \quad (\text{E.3-8})$$

因此只要测出声波的频率和波长就可以算出声速。

实验装置原理如图 E.3-6 所示。其中 S_1 和 S_2 分别用来发送和接收声波。它们是以压电陶瓷为敏感元件做成的电声换能器。当把电信号加在 S_1 的电端时，换能器端面产生机械振动（反向压电效应）并在空气中激发出声波。当声波传递到 S_2 表面时，激发起 S_2 端面的振动，又会在其电端产生相应的电信号输出（正向压电效应）。

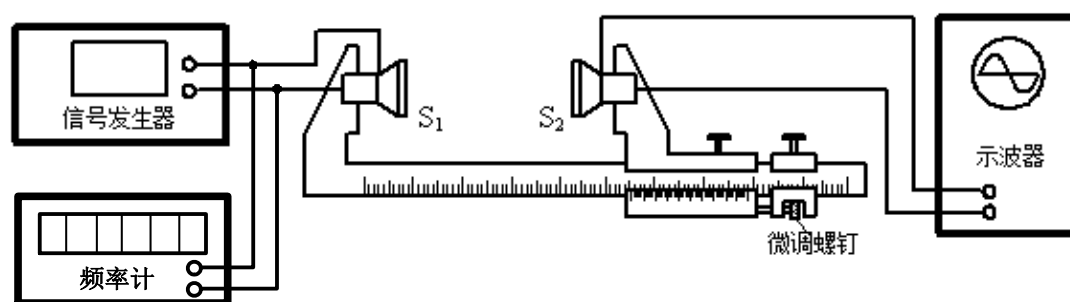


图 E.3-6 声速测量仪

信号发生器产生频率为几十 kHz 的交变电信号，其频率可由频率计精确测定。换能器端面发出相同频率的声波（属于超声频段，人耳听不见）。为了确定声速，还要测定声波的波长，可用以下两种方法进行。

(1) 振幅法

S_1 发出的声波传播到接收器后，在激发起 S_2 振动的同时又被 S_2 的端面所反射。保持接收器端面和发送器端面相互平行，声波将在两平行平面之间往返反射。因为声波在换能器中的传播速度和换能器的密度都比空气要大得多，可以认为这是一个以两端刚性平面为界的空气柱的振动问题。当发送换能器所激发的强迫振动满足空气柱的共振条件

$$l_0 = n \frac{\lambda}{2} \quad (\text{E.3-9})$$

时，接收换能器在一系列特定的位置上将有最大的电压输出。式中， l_0 是空气柱的有效长度， λ 是空气中声波长， n 取正整数。考虑到激励源的末端效应，式 (E.3-9) 还应附加校正因子 Δ ：

$$l = n \frac{\lambda}{2} + \Delta \quad (\text{E.3-10})$$

式中， l 是空气柱的实际长度，即发送换能器端面到接收换能器端面之间的距离。

在 S_2 处于不同的共振位置时，因 Δ 是常数，所以各电信号极大值之间的距离均为 $\frac{\lambda}{2}$ 。

由于波阵面的发散及其他损耗，故随着距离的增大，各极大值的振幅逐渐减小。当接收器沿声波传播方向由近而远移动时，接收器

输出的电信号的变化情况如图 E.3-7 所示。只要测出各极大值所对应的接收器的位置，就可以测出波长 λ 。

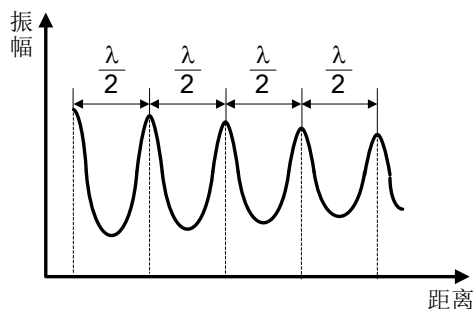


图 E.3-7 接收信号的振幅变化

(2) 相位法

波是振动状态的传播，也可以说是相位的传播。对行波而言，沿传播方向上的任何两点，它们和波源的相位差 2π （或 2π 的整数倍）时，该两点间的距离就等于一个波长（或波长的整数倍）。而就本实验而言， S_1 和 S_2 之间空气柱受换能器激励作受迫振动，其振动状态（相位）是距离 l 的周期函数，因此 S_2 每移过一个 λ 的距离，激励源和接收器的电信号的相位差也将出现重复。这表明可以用测量相位差（例如李萨如图形）的办法来测定波长。把激励信号接示波器的 X 端，把输出波形接 Y 端，可以在屏幕上看到稳定的椭圆。当相位差为 0 或 π 时，椭圆变成向左或向右的直线。移动 S_2 ，当示波器重现同一走向的直线时， S_2 所移过的距离就等于声波的波长。

三、实验仪器

声速测量仪，信号发生器，示波器，屏蔽电缆若干，温度计等。

四、实验内容

1 模拟示波器的使用

(1) 示波器预置并观察与测量“校准信号”

①示波器的预置

调节示波器的“辉度”、“聚焦”、“水平位移”、“垂直位移”等旋钮，按下触发方式的“自动”按钮，使屏上出现细而清晰的扫描线。

②利用示波器观察其左下角的“校准信号”，校正偏转系数（灵敏度）

示波器自带校准信号的电压及周期可认为是标准的，一般用来检查示波器是否正常工作。当示波器不能正常工作时，用其校准各个挡位。（“校准信号”幅值为 2V，频率 1kHz）

(i) 将示波器“校准信号”（方波）输入到示波器通道（CH1）。

(ii) 适当选择垂直偏转系数、时基扫描系数“TIME/DIV”、“方式”和“触发源”等，调节触发“电平”旋钮，使波形稳定。

(iii) 垂直偏转系数“微调”钮分别取 3 个不同位置（校准位、中间位置、逆时针旋转到底的位置）测出相应偏转，用下式算出该位置的偏转系数，即

$$K = \frac{u}{y} \quad (\text{E.3-10})$$

式中， u 为“校准信号”电压幅值， y 为电子束纵向偏转格数。

(2) 观察各种波形并测量正弦波的电压与周期

①将函数发生器的信号接入示波器，分别输出方波、三角波、正弦波等，在示波器上观察各种波形。

②将正弦波发生器的 f_2 和 f_3 信号分别接入 CH1 通道，在示波器上调节出大小适中、稳定的正弦波形，完成表 E.3-1，绘出波形。

表 E.3-1 正弦波的电压与周期

项目	垂直偏转系数	垂直偏转格数	水平偏转系数	水平偏转格数	测量结果			
					u_{p-p}/V	u_e/V	T/s	f/Hz
f_2								
f_3								

(3) 观察李萨如图，用李萨如图形测量正弦信号频率

将正弦波发生器的 f_1 信号接入 CH1 通道，将函数发生器的正弦信号接入 CH2 通道，按下 **X-Y** 键，将“方式”开关置于“CH2”挡，此时“触发源”应置于“CH1”挡，示波器按“X-Y”方式工作。

调节函数发生器正弦信号的频率，在屏上分别得到 $f_y:f_x$ 为 1:1、1:2、1:3、2:3 的稳定图形。通过观察李萨如图形，加深对垂直方向振动合成概念的理解。在坐标纸上绘出图形，列表记下相应 f_y 及图形与水平线相交的点数 n_x 与垂直线相交的点数 n_y 的值，由已知 f_y 算出待测 f_x 。

2 声速测量

(1) 测量正弦波谐振频率并用振幅法测量声波波长

通过调节正弦波谐振频率，加深对同方向振动合成概念的理解。

①按实验装置图 E.3-6 接线，使 S_1 与 S_2 靠拢且留有一定间隙，两端面尽量保持平行且与 S_2 的移动方向垂直。用示波器观察加在发射头 S_1 上的电信号和由接收头 S_2 输出的电信号，微调信号发生器的频率，使其在压电换能谐振频率附近。缓慢移动 S_2 可在示波器上看到正弦波振幅的变化。移到第一次振幅较大处，固定 S_2 ，再仔细调节频率，使示波器上的图形振幅最大，此时即达到谐振状态，此时的频率便等于压电换能器的谐振频率。

②振幅法测波长是利用接收换能器电压输出的极值位置的间隔来确定的。为提高精度，要求测定连续 10 个间隔为 $30 \times \frac{\lambda}{2}$ 的距离。即连续测量第 1—10 个极大值的位置 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ ，接着，继续移动接收器，默数极大值到第 31 个时再连续测出 10 个极大值位置 $x_{31}, x_{32}, \dots, x_{40}$ 。

(2) 用相位法测量声波波长

相位比较法测波长是利用李萨如图形来比较发射器交变电压和接收器电信号之间的相位差。移动接收器，依次记下椭圆蜕化为斜直线时换能器的位置，测量要求同上。

五、数据处理（声速测量）

①由连续测量得到的第 1-10 个极大值的位置 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 及 $x_{31}, x_{32}, \dots, x_{40}$ 共 20 个数据用逐差法计算 $\bar{\lambda}$ 和 $u(\bar{\lambda})$ 。

②计算声速测量中各直接测量值的不确定度。其中波长测量的不确定度包括三个分量：逐差法计算中的 A 类分量 $u_a(\lambda)$ 、仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 带入的 B 类分量 $u_{b1}(\lambda)$ 以及位置判断不准确而产生的 B 类分量 $u_{b2}(\lambda)$ 。频率测量的不确定度只计测量过程信号频率不稳定而造成的 B 类分量 $u_b(f)$ 。

③计算测定的空气声速 c 及其不确定度 $u(c)$ ，给出相应的结果表述。计算相应室温下空气声速的理论值，与测量值比较，计算百分差。

六、思考题

1. 用示波器观测周期为 0.2ms 的正弦电压，若在荧光屏上呈现了 3 个完整而稳定的正弦波形，扫描电压的周期等于多少毫秒？

2. 在双踪示波器上同时显示出两个相同频率的正弦信号（如图 E.3-8 所示），请你确定两者的相位差。

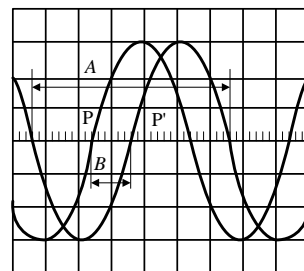


图 E.3-8 思考题 2 图

3. 在示波器的 Y 轴输入频率为 f_y 的正弦信号，X 轴输入频率为 f_x 的锯齿波扫描信号，荧光屏上分别观测到(a)、(b)、(c)三种图形（如图 E.3-9 所示），试给出它们的频率比 $f_y:f_x$ 。

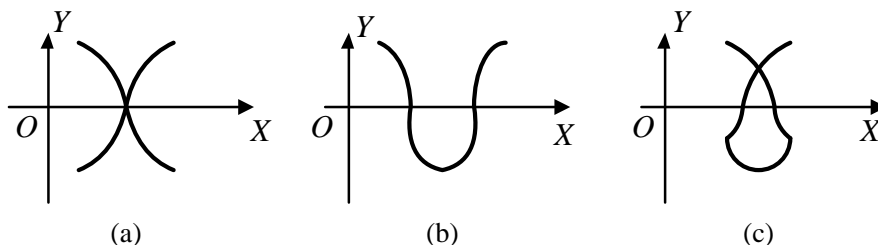


图 E.3-9 思考题 3 图

实验四 电位差计测电池电动势

电位差计是利用补偿法原理和比较法精密测量电动势的电学测量仪器。电位差计不但可以直接测量电动势、电压，也可以间接测量电流、电阻等。随着数字仪表的发展，电压测量已逐步由操作简便，内阻高达 $10^6 \sim 10^7 \Omega$ 的数字电压表所代替。但是电位差计作为补偿法的典型应用，在电学实验中仍占有重要的地位。目前，直流比较式电位差计仍是准确度最高的电压测量仪表，在数字电压表及其他精密电压测量仪表的校准中，电位差计常作为标准仪器使用。

一、实验目的

1. 了解电位差计的原理、结构和使用方法；
2. 学习和掌握补偿原理和比较测量法；
3. 测量电池的电动势，熟悉仪器误差限，计算不确定度；
4. 掌握电学仪器的使用方法，培养电学实验的设计能力。

二、实验原理

1. 补偿原理

测量干电池电动势 E_X 最简单的方法就是用电压表直接测量电池正负极的电压（如图 E.4-1 所示）。但是，由于电池和电压表内阻的存在（电池内阻 $r \neq 0$ ，电压表内阻 R 不能看作 ∞ ），测得的电压 $V = E_X R / (R + r)$ 为电池的端电压，并不是电池的电动势 E_X 。随着电压表的接入，总有部分电流从被测电路上流出，从而改变了电路的状态，由此造成的误差称为接入误差。

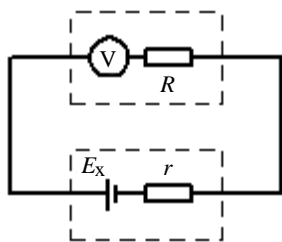


图 E.4-1 电动势的测量

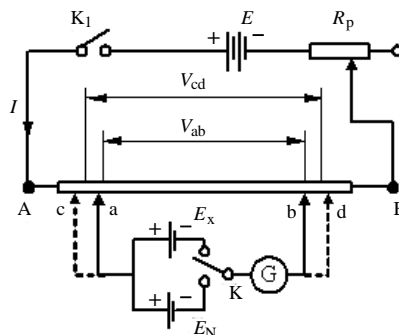


图 E.4-2 补偿法测电动势

差。

采用图 E.4-2 所示的“补偿”电路，可以消除接入误差。若 cd 可调， $E > E_X$ ，总可以找到一个 cd 位置，使 E_X 所在回路中无电流通过，此时 $V_{cd} = E_X$ 。上述原理称为补偿原理；回路 $E_X \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow G \rightarrow E_X$ 称为补偿回路； $E \rightarrow K_1 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow R_p \rightarrow E$ 构成的回路称为辅助回路。为了确认补偿回路中没有电流通过（完全补偿），应当在补偿回路中接入一个具有足够灵敏度的检流计 G ，这种用检流计来判断电流是否为零的方法，又称为零示法。

通过测定 V_{cd} 来确定 E_X ，问题是如何精确测定 V_{cd} ？可采用比较测量法精确测定 V_{cd} 。如图 E.4-2 所示，把 E_X 接入 R_{AB} 的抽头，当抽头滑至位置 cd 时， G 中无电流通过，则 $E_X = IR_{cd}$ ，其中 I 是流过 R_{AB} 的电流；再把一电动势已知的标准电池 E_N 接入 R_{AB} 的抽头，当抽头滑至位置 ab 时， G 再次为 0，则 $E_N = IR_{ab}$ ，于是

$$E_X = \frac{R_{cd}}{R_{ab}} E_N \quad (E.4-1)$$

这种方法是通过电阻的比较来获得待测电压与标准电池电动势的比值关系的。由于 R_{AB} 是精密电阻， R_{cd}/R_{ab} 可以精确读出， E_N 是标准电池，其电动势具有很高的准确度，只要在测量过程中保持辅助电源 E 的稳定并且检流计 G 的灵敏度足够高， E_X 就可以有很高的测量准确度。按照上述原理做成的电压测量仪器叫做电位差计。

式(E.4-1)的成立条件是辅助回路在两次补偿中的工作电流 I 必须相等。为了便于读数， $I = E_N / R_{ab}$ 应当标准化（例如取 $I = I_0 = 1\text{mA}$ ），由相应的电阻值直接读出 V_{cd} 即 $E_X = I_0 R_{cd}$ 。在 UJ25（如图 E.4-3 所示）中的做法是在辅助回路中串接一个可调电阻 R_p ，按公式 $R_{ab} = E_N / I_0$ 预先设置好 R_{ab} ，调节 R_p 但不改变 R_{ab} ，直至 $V_{ab} = E_N$ ；再接入 E_X ，调节 R_{cd} ，并保持工作电流不变。

2. UJ25 型电位差计

UJ25 型电位差计是一种精密的高电势直流电位差计，测量上限为 1.911110V，准确度为 0.01 级，工作电流 $I_0 = 0.1\text{mA}$ 。其原理如图 E.4-3 所示，图 E.4-4 是它的面板，上方 12 个接线柱的功能在面板上已标明。图中的 R_{AB} 为两个步进的电阻旋钮，标有不同温度的标准电池电动势之值，当调节工作电流时做标准电池电动势修正之用。 R_p （标有粗、中、细、微的四个旋钮）做调节

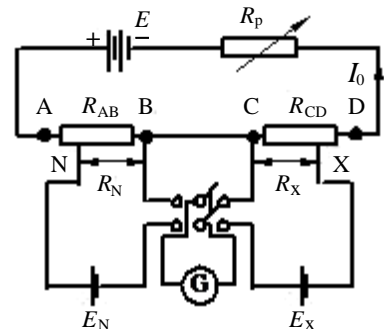


图 E.4-3 UJ25 型电位差计原理图

工作电流 I_0 之用。 R_{CD} 是标有电压值 (即 $I_0 R_X$ 之值) 的六个大旋钮, 用以测出未知电压的值。左下角的功能转换开关, 当其处于 “断” 时, 电位差计不工作; 处于 “N” 时, 接入 E_N 可进行工作电流的检查和调整; 处于 “ X_1 ” 或 “ X_2 ” 时, 可分别测两路未知电压。标有 “粗”、“细”、“短路” 的三个按钮是检流计 (电计) 的控制开关, 通常处于断开状态, 按下 “粗”, 检流计接入电路, 串联一大电阻 R' , 用以在远离补偿的情况下, 保护检流计; 按下 “细”, 检流计直接接入电路, 使电位差计处于高灵敏度的工作状态; “短路” 是阻尼开关, 按下后检流计线圈被短路, 摆动的线圈因受很大电磁阻尼而迅速停止。

UJ25 型电位差计使用方法如下:

① 调节工作电流: 将功能转换开关置 “N”, 温度补偿电阻 R_{AB} 旋至修正后的标准电池电动势 “1.018_V” 后两位, 分别按下 “粗”、“细” 按钮, 调节 R_P 至检流计指零。

② 测量待测电压: 功能转换开关置 “ X_1 ” 或 “ X_2 ”, 分别按 “粗”、“细” 按钮, 调节 R_{CD} 至检流计指零, 则 R_{CD} 的显示值即为待测电压。

三、实验仪器

ZX-21 电阻箱 (两个), 指针式检流计, 标准电池, 稳压电源, 待测干电池, 双刀双掷开关; UJ25 型电位差计, 电子检流计, 待校电压表, 待测电流表。

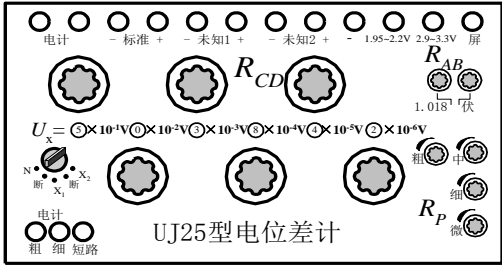


图 E.4-4 UJ25 型电位差计面板

四、实验内容

(1) 使用 UJ25 型电位差计测量干电池的电动势

设计并连接 UJ25 型电位差计的线路, 测量待测干电池电动势。

注意: ① 工作电源和待测电池的极性; ② 根据工作电源的电压值, 接入电位差计的对应端子 (1.9~2.2V 或 2.9~3.3V); ③ 先根据室温计算标准电池的电动势, 调节对应旋钮使工作电流标准化; ④ 先按 “粗” 按钮, 调节 R_{CD} 使检流计示零, 然后按 “细” 按钮, 再次使检流计示零。

(2) 使用 UJ25 型电位差计测量量程为 10mA 的电流表的内阻

提示: 电位差计不能直接测电阻, 这个矛盾可通过转换测量和比较测量的方法来解决。

(3) 自组电位差计

设计并连接，自组电位差计的线路。

提示：①画出电路图，注意正确使用开关，安排好工作电流标准化及 E_X 测量的补偿回路。电路图未经教师审核不能接线。②按设计要求 ($E \approx 3V$, $E_X \approx 1.5 \sim 1.6V$, $I = I_0 \equiv 1mA$, E_N 按温度修正公式算出)，设置各仪器或元件的初值或规定值。

$$E_N = E_{20} - 4 \times 10^{-5}(t-20) - 9 \times 10^{-7}(t-20)^2$$

其中： $E_{20}=1.0186V$ 。

五、数据处理

1. 计算自组电位差计测量结果及其不确定度，以 UJ25 型电位差计测量结果为标准值，计算相对误差。
2. 计算表头内阻，并估算不确定度。

六、思考题

1. 怎样用 UJ25 型电位差计去测约为 3.5V 的电源的电动势？画出线路图，说明测量方法。
2. 根据给出的仪器，采用补偿法测出干电池的电动势，使测量结果至少有 3 位有效数字，画出原理图并做必要的说明。
3. 仪器：直流电压表（0.5 级，量程 1.5~3.0~7.5~15V），AC5 指针式检流计，电阻箱（0.1 级，0~99999.9 Ω ）两个，电源（1A，3V），开关两个，导线若干。
4. 本实验是如何实现补偿的？由电路中哪部分对待测电源进行补偿？
5. 为什么要采用比较测量法？本实验是怎样进行比较测量的？
6. 怎样调节 UJ25 型箱式电位差计的工作电流？
7. 怎样正确使用指针式检流计？如何用电位差计测量电流或电阻，没有标准电池行不行？

实验五 牛顿环干涉实验

牛顿环干涉实验是利用透明媒质的第一表面和第二表面对入射光的依次反射,将入射光的振幅分解而产生干涉,通过读数显微镜可观测到以接触点为中心的一组同心圆环形干涉条纹——牛顿环。这种部分光波相遇所产生的干涉,称为分振幅法的干涉。牛顿环是以分振幅的方式产生的定域等厚干涉条纹,在计量技术中有着广泛的应用。

一、实验目的

1. 加深对等厚干涉和分振幅法干涉的实验方法的认识;
2. 掌握用牛顿环干涉测定透镜曲率半径的原理和方法;
3. 掌握读数显微镜的使用方法,注意消除空程误差。

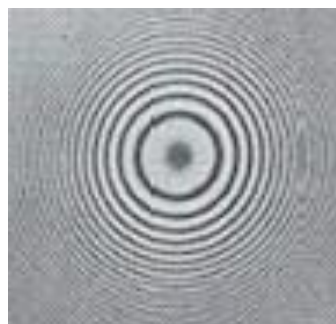


图 E.5-1 牛顿环干涉条纹

二、实验原理

牛顿环干涉条纹如图 E.5-1 所示,观察到牛顿环是一组以接触点为中心的不等间距的(内环疏、外环密)明暗相间的同心圆环,当透镜和平玻璃板相接触时,由于在接触点处玻璃的弹性形变等原因,牛顿环中心处所观察到牛顿环干涉图是一块暗斑而不是一个点,中心处干涉暗条纹的级数不易确定,设此值为 k (注意 $k \neq 0$)。

牛顿环实验如图 E.5-2 所示。将一曲率半径相当大的平凸透镜 A 放在平面玻璃 B 的上面即构成一个牛顿环仪。自单色光源 S 发出的光经过透镜 L 后成为平行光束,再经过倾斜为 45° 的平板玻璃 M 反射后,垂直地照射到平凸透镜上。入射光分别在空气层的两表面(凸透镜的下表面和平面玻璃的上表面)反射后,穿过 M 进入读数显微镜 T,在读数显微镜中可以观察到以接触点为中心随着半径增大而由稀变密的圆环形干涉条纹。

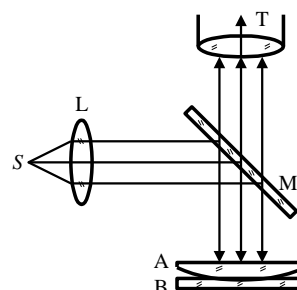


图 E.5-2 牛顿环干涉

根据光的干涉条件,在空气厚度为 e 的地方,有

$$\begin{cases} 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda & k = 1, 2, 3, \dots & \text{明条纹} \\ 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots & \text{暗条纹} \end{cases}$$

式中左端的 $\lambda/2$ 为“半波损失”。令 r 为条纹半径,从图 E.5-3 中

得出几何关系 $R^2 = r^2 + (R - e)^2$

化简后得 $r^2 = 2Re - e^2$

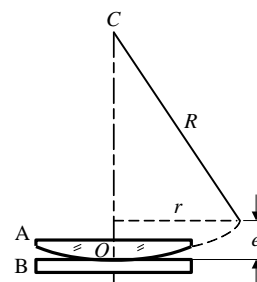


图 E.5-3 光程差计算用图

当 $R \gg e$ 时，上式中的 e^2 可以略去，因此

$$e = \frac{r^2}{2R}$$

将此式代入上述干涉条件，并约去 e ，化简得

$$\begin{cases} r^2 = (2k-1)R\frac{\lambda}{2} & k=1,2,3\Lambda & \text{明环} \\ r^2 = k\lambda R & k=0,1,2\Lambda & \text{暗环} \end{cases} \quad (\text{E.5-1})$$

由式 (E.5-1)，测出明环或暗环的半径 r ，可得到平凸透镜的曲率半径 R 。在实验中，暗条纹较容易测量，故测量暗环，通常测量直径 D 较为方便，于是可将公式变形为

$$D^2 = 4k\lambda R \quad (k=0,1,2\cdots) \quad (\text{E.5-2})$$

三、实验仪器

牛顿环组件，读数显微镜（附 45° 玻璃片），钠光灯 ($\lambda=589.3\text{nm}$)。

四、实验内容

(1) 干涉条纹的调整

按图 E.5-4 所示放置仪器，光源 S 发出的光经平板玻璃 M 的反射进入牛顿环仪。调节目镜清晰地看到十字叉丝，然后由下向上移动显微镜镜筒（**为防止压坏被测物体和物镜，不得由上向下移动!**），看清牛顿环干涉条纹。

提示：若牛顿环干涉条纹不清晰，可能的原因之一是显微镜 45° 反光镜方位不合适，应根据实际情况进行适当的调整。



图 E.5-4 牛顿环干涉仪实物照片

(2) 牛顿环直径的测量

连续测出 10 个以上干涉条纹的直径。

提示：①测量前先定性观察条纹是否都在显微镜的读数范围之内；

- ②由于接触点附近玻璃存在形变，中心附近的圆环不宜用来测量；
- ③读数前使读数显微镜的十字叉丝中心和牛顿环的中心重合；
- ④为了有效地消除空程带来的误差，不仅要保证单方向转动鼓轮（稍有倒转，数据作废），而且要在十字叉丝推进一定的距离以后（例如 5 个条纹以上）才开始读数。

五、数据记录

表E.5-1牛顿环干涉条纹实验数据

(单位:mm)

k	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
$D_{k左}$										
$D_{k右}$										
$D'_{k左}$										
$D'_{k右}$										

由 $D_k = D_{k右} - D_{k左}$ 得表E.5-2数据如下：

表E.5-2牛顿环干涉条纹直径

(单位:mm)

k	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
D_k										
D'_k										

六、数据处理

1. 牛顿环实验几种数据处理方法

对牛顿环干涉条纹的数据进行数据处理（钠光光源波长 $\lambda=589.3\text{nm}$ ）。

1. 逐差法：用两个暗环 m 、 n 的直径，取平方差计算曲率半径 R 。由于牛顿环中心处 $k \neq 0$ ，故设中心处 $k=k_0$ ，则第 m 条暗环的级数 $k_m = (m+k_0)$ ，得：

$$D_m^2 = 4(m+k_0)\lambda R$$

第 n 条暗环直径平方为 $D_n^2 = 4(n+k_0)\lambda R$ ，将两式相减消去 k_0 。

得到曲率半径 R ：

$$D_m^2 - D_n^2 = 4(m+k_0)\lambda R - 4(n+k_0)\lambda R = 4(m-n)\lambda R$$

$$R = \frac{D_m^2 - D_n^2}{4(m-n)\lambda}$$

根据计算 R 的公式，将表E.5-2中数据代入，求平均值后得到：

$$R_z \pm uR_z = (\quad \pm \quad) \text{ mm}$$

逐差法：克服了实验的系统误差，由于牛顿环干涉实验测量是非等精度的测量，此方法并不满足非等精度测量实验数据处理的条件，但该方法简捷明了，被广泛使用。

2. 一元线性回归法：由公式 $D^2 = 4k\lambda R$ ，将第 m 条暗纹的干涉级数 $k_m = (m + k_0)$ 代入，则公式(E.5-2) 为 $D^2 = 4(m + k_0)\lambda R$ ，设 $y = a + bx$ (其中 $y = D^2$ ， $a = 4k_0\lambda R$ ， $b = 4\lambda R$ ， $m = x$) D^2 与 m 成线性关系，将各级暗条纹 m (自变量 x_k) 和相应的 D^2 (因变量 y_k)，确定线性方程 $y = a + bx$ 中的 a 和 b 。求曲率半径 R ，只需求出系数 b 即可， $R = b/4\lambda$ ，最后用相关系数 r 以检验拟合的相关度。实验测得数据为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ ，用最小二乘原理计算 a, b 值，应满足 y 的测量值 y_i 和回归值 $a + bx_i$ 差的平方和取极小：

$$\sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 = \min$$

选择 a, b 使上式取极小值的必要条件是：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^k [y_i - (a + bx_i)]^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{解得: } \begin{aligned} b &= \frac{\sum x_i \sum y_i - k \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - k \sum x_i^2} = \frac{\bar{x}\bar{y} - \overline{xy}}{\bar{x}^2 - \overline{x^2}} \\ a &= \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i x_i^2}{(\sum x_i)^2 - k \sum x_i^2} = \bar{y} - b\bar{x} \end{aligned}$$

a, b 称为回归系数。其中 $\bar{x} = \frac{1}{k} \sum x_i$ ， $\bar{y} = \frac{1}{k} \sum y_i$ ， $\overline{x^2} = \frac{1}{k} \sum x_i^2$ ， $\overline{xy} = \frac{1}{k} \sum x_i y_i$ 。

相关系数 r 回归系数 a, b 所表示的线性关系如何，可通过计算相关系数 r 来描述：

$$r = \frac{\sum \left[\left(x_i - \frac{1}{k} \sum x_i \right) \left(y_i - \frac{1}{k} \sum y_i \right) \right]}{\sqrt{\sum \left(x_i - \frac{1}{k} \sum x_i \right)^2 \cdot \sum \left(y_i - \frac{1}{k} \sum y_i \right)^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}}$$

r 的绝对值 ≤ 1 。若 x, y 有严格的线性关系，则 $|r|=1$ ；若 x_i, y_i 之间线性相关强烈，则 $|r| \approx 1$ 。相关系数反映了 x_i, y_i 之间的线性相关的程度。用具有二元线性回归功能的计算器，计算拟合系数 a, b 值。实验数据取数据表 E.5-2，计算结果代入 $R = b/4\lambda$ ， $k_0 = a/b$ ，得到平凸透镜的曲率半径：

$$R_z \pm uR_z = (\quad \pm \quad) \text{ mm}, k_0 = 1.6。$$

一元线性回归法：避免了非等精度测量的问题，但未考虑实验中的系统误差。线性回归法对于牛顿环实验，有可借助计算器的便利和练习线性回归法等好处。

3. k 值法求牛顿环曲率半径

k 值法是确定公式中牛顿环中心干涉级数 k ，求凸透镜曲率半径的方法。与上述 2 种方法不同， k 值法的计算方法简捷，结果精度高。具体其方法如下：如图 E.5-2 中心处 $k \neq 0$ ，设中央暗环级数为 k_0 ，在公式(E.5-2) 中第 m 条暗环直径平方为 $D_m^2 = 4(m + k_0)\lambda R$ ，第 n 条暗环直径

的平方为 $D_n^2 = 4(n+k_0)\lambda R$ ，两式相除，约去 λR ，得到中心处条纹数 k_0 ：

$$D_m^2 / D_n^2 = 4(m+k_0)\lambda R / 4(n+k_0)\lambda R = (m+k_0) / (n+k_0)$$

即

$$k_0 = (D_n^2 m - D_m^2 n) / (D_m^2 - D_n^2)$$

将数据代入，求得平均 $k_0=1.70$ （例题）。由于 k_0 为整数，将其四舍五入后取整数， $k_0=2$ 。即 k_0 为计算值所最接近的整数值，由此消除了诸如公式推导过程的近似和实验数据测量和处理过程等多方面产生的误差。将 $k_0=2$ 代入公式 (E.5-2) 得 $R = D_m^2 / 4(m+2)\lambda$ ，取 $m=20$ ，将数据代入，计算结果取平均，即得所求：

$$R_k \pm uR_k = (\pm) \text{ mm}$$

（也可用一元线性回归法计算 a 、 b ，由 $k_0=a/b$ ，求出 $k_0=1.6$ ，四舍五入后取整数 $k_0=2$ ）

k 值法：此方法针对牛顿环实验，充分利用干涉条纹为整数的特点，减少和消除了实验中的多种误差。 k 值法处理牛顿环实验数据方法简捷，思路清晰，计算量较少，此方法常在牛顿环测曲率半径实验中采用，也可作为该实验结果快速验证的一种方法。

比较各种不同方法计算出的 R 值，平凸透镜曲率半径 $R_0=855.1\text{mm}$ （牛顿环标称值）。

七、思考题

1. 牛顿环干涉条纹各环间的间距是否相等？为什么？

2. 在实验中若遇到下列情况，对实验结果是否有影响？为什么？

（a）牛顿环中心是亮斑而非暗斑。

（b）测 D_m 和 D_n 时，叉丝交点未通过圆环的中心，因而测量的是弦长，而非真正的直径（见图 E.5-5）。

3. 牛顿环法常被工厂用于产品表面曲率的检验，方法是把一块标准曲率的透镜放在被检透镜上（见图 E.5-6），观察干涉条纹数目及轻轻加压时条纹的移动。试问：如果被检凸透镜曲率半径偏小，将观察到什么现象？为什么？

4. 简述牛顿环实验步骤。在实验中要注意哪些问题？什么是空程误差？

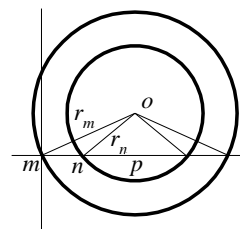


图 E.5-5 思考题 2 图

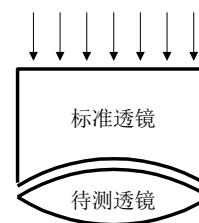


图 E.5-6 思考题 3 图

实验六 迈克尔逊干涉仪的调整和使用(1)

迈克尔逊干涉仪是 1881 年美国物理学家迈克尔逊和莫雷合作，为研究“以太”漂移而设计制造出来的精密光学仪器，利用分振幅法产生双光束以实现干涉。迈克尔逊的实验：否定“以太”存在的迈克尔逊—莫雷实验，为相对论的创立奠定了实验基础；光谱精细结构实验和利用光波波长标定长度单位。迈克尔逊干涉仪结构简单、光路直观、精度高，其调整和使用具有典型性。根据迈克尔逊干涉仪的基本原理发展的各种精密仪器已广泛应用于生产和科研领域。

一、实验目的

1. 熟悉迈克尔逊干涉仪的原理、结构及其调整方法；
2. 通过实验观察，认识点光源非定域干涉条纹的形成与特点；
3. 利用干涉条纹变化的特点，测定 He—Ne 激光的波长。

二、实验原理

(1) 迈克尔逊干涉仪的光路

迈克尔逊干涉仪的光路如图 E.6-1 所示，从光源 S 发出的一束光射在分束板 G_1 上，将光束分为两部分：一部分从 G_1 的半反射膜处反射，射向平面镜 M_2 ；另一部分从 G_1 透射，射向平面镜 M_1 。因 G_1 和全反射平面镜 M_1 、 M_2 均成 45° 角，所以两束光均垂直射到 M_1 、 M_2 上。从 M_2 反射回来的光，透过半反射膜，从 M_1 反射回来的光，为半反射膜反射，二者汇集成一束光，在 E 处即可观察到干涉条纹。光路中另一平行平板 G_2 与 G_1 平行，其材料与厚度和 G_1 完全相同，以补偿两束光的光程差，称为补偿板。

反射镜 M_1 是固定的， M_2 可以在精密导轨上前后移动，以改变两束光之间的光程差。 M_1 、 M_2 的背面各有三个螺钉用来调节平面镜的方位。 M_1 的下方还附有两个方向相互垂直的拉簧，松紧它们，能使 M_1 支架产生微小变形，以便精确地调节 M_1 。

在图 E.6-1 所示的光路中， M'_1 是 M_1 被 G_1 半反射膜反射所形成的虚像。对观察者而言，两相干光束等价于从 M'_1 和 M_2 反射而来，迈克尔逊干涉仪所

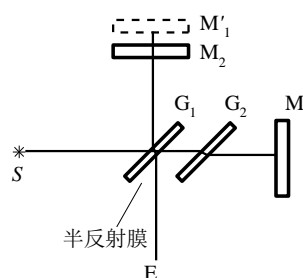


图 E.6-1 干涉光路

产生的干涉花样就如同 M_2 与 M'_1 之间的空气膜所产生的干涉花纹一样。若 M'_1 与 M_2 平行，则可视作折射率相同、厚度相同的薄膜；若 M'_1 与 M_2 相交，则可视作折射率相同、夹角恒定的楔形薄膜。

(2) 单色点光源的非定域干涉条纹

如图 E.6-2 所示， M_2 平行 M'_1 且相距为 d 。点光源 S 发出的一束光，对 M_2 来说，正如 S' 处发出的光一样，即 $SG=S'G$ ；而对于在 E 处观察的观察者来说，由于 M_2 的镜面反射， S' 点光源如处于位置 S'_2 处一样，即 $S'M_2=M_2S'_2$ 。又由于半反射膜 G 的作用， M_1 的位置如处于 M'_1 的位置一样。同样对 E 处的观察者，点光源 S 如处于 S'_1 位置处。所以 E 处的观察者所观察到的干涉条纹，犹如虚光源 S'_1 、 S'_2 发出的球面波，它们在空间处处相干，把观察屏放在 E 空间不同位置处，都可以见到干涉花样，所以这一干涉是非定域干涉。

如果把观察屏放在垂直于 S'_1 、 S'_2 连线的位置上，则可以看到一组同心圆，而圆心就是 S'_1 、 S'_2 的连线与屏的交点 E 。设在 E 处 ($ES'_2=L$) 的观察屏上，离中心 E 点远处有某一点 P ， EP 的距离为 R ，则两束光的光程差为

$$\Delta L = \sqrt{(L+2d)^2 + R^2} - \sqrt{L^2 + R^2}$$

$L \gg d$ 时，展开上式并略去 d^2/L^2 ，则有

$$\Delta L = 2Ld / \sqrt{L^2 + R^2} = 2d \cos \varphi$$

式中， φ 是圆形干涉条纹的倾角。所以亮纹条件为

$$2d \cos \varphi = k\lambda \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (\text{E.6-1})$$

由此可见，点光源非定域圆形干涉条纹有如下几个特点：①当 d 、 λ 一定时， φ 角相同的所有光线的光程差相同，干涉情况也完全相同；对应于同一级次，形成以光轴为圆心的同心圆环。

②当 d 、 λ 一定时，如 $\varphi=0$ ，干涉圆环就在同心圆环中心处，其光程差 $\Delta L=2d$ 为最大值，根据明纹条件，其 k 也为最高级数。如 $\varphi \neq 0$ ， φ 角越大，则 $\cos \varphi$ 越小， k 值也越小，即对应的干涉圆环越往外，其级次 k 也越低。

③当 k 、 λ 一定时，如果 d 逐渐减小，则 $\cos \varphi$ 将增大，即 φ 角逐渐减小。也就是说，同一 k 级条纹，当 d 减小时，该级圆环半径减小，看到的现象是干涉圆环内缩（吞）；如果 d 逐渐增大，同理，看到的现象是干涉圆环外扩（吐）。对于中央条纹，若内缩或外扩 N 次，则光程差变化为 $2\Delta d=N\lambda$ 。式中 Δd 为 d 的变化量，所以有

$$\lambda = 2\Delta d / N \quad (\text{E.6-2})$$

④设 $\varphi=0$ 时最高级次为 k_0 ，则

$$k_0 = 2d/\lambda$$

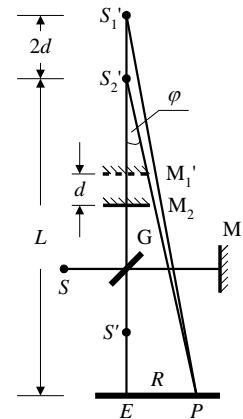


图 E.6-2 点光源非定域干涉

同时在能观察到干涉条纹的视场内，最外层的干涉圆环所对应的相干光的入射角为 φ' ，则最低的级次为 k'

$$k' = \frac{2d}{\lambda} \cos \varphi'$$

所以在视场内看到的干涉条纹总数为

$$\Delta k = k_0 - k' = \frac{2d}{\lambda} (1 - \cos \varphi') \quad (\text{E.6-3})$$

当 d 增加时，由于 φ' 一定，所以条纹总数增多，条纹变密。

⑤当 $d=0$ 时，则 $\Delta k=0$ ，即整个干涉场内无干涉条纹，见到的是一片明暗程度相同的视场。

⑥当 d 、 λ 一定时，相邻两级条纹有下列关系

$$\begin{aligned} 2d \cos \varphi_k &= k\lambda \\ 2d \cos \varphi_{k+1} &= (k+1)\lambda \end{aligned} \quad (\text{E.6-4})$$

设 $\bar{\varphi}_k \approx \frac{1}{2}(\varphi_k + \varphi_{k+1})$ ， $\Delta \varphi_k = (\varphi_{k+1} - \varphi_k)$ ，且 $\bar{\varphi}_k$ 、 $\Delta \varphi_k$ 考虑到均很小，则可证得

$$\Delta \varphi_k = -\frac{\lambda}{2d \bar{\varphi}_k} \quad (\text{E.6-5})$$

式(E.6-5)中， $\Delta \varphi_k$ 称为角距离，表示相邻两圆环对应的入射光的倾角差，反映圆环条纹之间的疏密程度。 $\Delta \varphi_k$ 与 $\bar{\varphi}_k$ 成反比关系，环条纹越往外，条纹间角距离就越小，条纹越密。

(3) 迈克尔逊干涉仪的结构

仪器的外形如图 E.6-3 所示，其机械结构如图 E.6-4 所示。导轨 7 固定在一个稳定的底

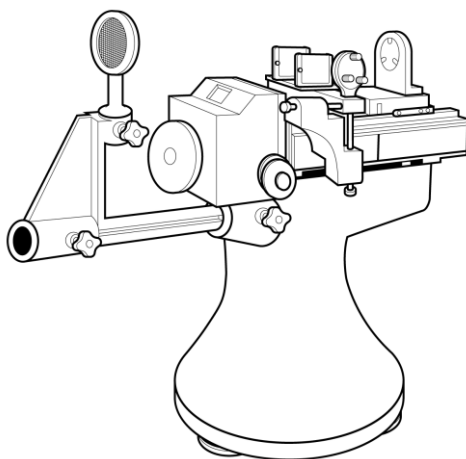


图 E.6-3 迈克尔逊干涉仪

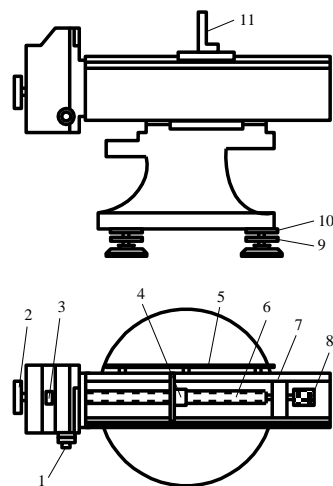


图 E.6-4 干涉仪机械结构

座上，由三只调平螺丝 9 支承，调平后可以拧紧固定圈 10 以保持座架稳定。丝杠 6 螺距为

1mm。转动“粗动”手轮 2，经过一对传动比为 10:1 的齿轮副带动丝杠旋转，与丝杠啮合的开合螺母 3 通过转挡块及顶块带动镜 11 在导轨面上滑动，实现粗动。移动距离的毫米数可在机体侧面的毫米刻尺 5 上读得，通过读数窗口，在刻度盘 3 上读到 0.01mm。转动微动手轮 1，经 1:100 蜗轮副传动，可实现微动，微动手轮的最小刻度值为 0.0001mm。注意：转动“粗动”轮时，微动齿轮与之脱离，微动手轮读数不变；而转动微动手轮时，则可带动粗动齿轮旋转。使用时要注意以下几点：

- ①调整各部件时用力要适当，不可强旋硬扳。
- ②经过精密调整的仪器部件上的螺丝都涂有红漆，不要擅自转动。
- ③反射镜、分光镜表面只能用吹耳球吹气去尘，不允许用手摸、哈气及擦拭。
- ④读出装置调零方法：先将微动手轮调至“0”，然后再将粗动轮转至对齐任一刻线，微动手轮带动粗动轮一起旋转。

三、实验仪器

迈克尔逊干涉仪，He—Ne 激光器，小孔，扩束镜，毛玻璃。

四、实验内容

(1) 迈克尔逊干涉仪的调整

- ①调节激光器，使激光束水平地入射到 M_1 、 M_2 反射镜中部并基本垂直于仪器导轨。

方法：首先将 M_1 、 M_2 背面的三个螺钉及 M_1 的二个微调螺钉均拧成半紧半松，然后上下移动、左右旋转激光器并调节激光管俯仰，使激光束入射到 M_1 、 M_2 反射镜的中心，并使由 M_1 、 M_2 反射回来的光点回到激光器光束输出镜面的中点附近。

- ②调节 M_1 、 M_2 互相垂直。方法：在光源前放置一小孔，让激光束通过小孔入射到 M_1 、 M_2 上，根据反射光点的位置对激光束方位作进一步细调。在此基础上调整 M_1 背面的三个方位螺钉，使其反射光斑（最亮的一个）与小孔重合，这时 M_1 与 M_2 基本垂直。

(2) 点光源非定域干涉条纹的观察和测量

- ①将激光束用扩束镜扩束，以获得点光源。这时毛玻璃观察屏上应出现条纹。
- ②调节 M_1 镜下方的微调拉簧，使产生圆环非定域干涉条纹。
- ③将另一小块毛玻璃放到扩束镜与干涉仪之间，以便获得面光源。放下毛玻璃观察屏，用眼睛直接观察干涉环，同时仔细调节 M_1 的两个微调拉簧，直至眼睛上下、左右晃动时，各干涉环大小不变，即干涉环中心没有吞吐，只是圆环整体随眼睛一起平动。此时得到面光

源定域等倾干涉条纹，说明 M_1 与 M_2 垂直。

④移走小块毛玻璃，将毛玻璃观察屏放回原处，仍观察点光源等倾干涉条纹。改变 d 值，使条纹外扩或内缩，利用公式 (E.6-2)，测出激光的波长。要求圆环中心每吞（或吐）100 个条纹，即明暗交替变化 100 次记下一个 d ，连续测 10 个值。

提示：①测量应沿手轮顺时针前进方向进行；②测量前必须严格消除空程误差。通常应使手轮顺时针前进至条纹出现吞吐后，再继续右旋微动轮 20 圈以上。

五、数据记录

表 E.6-1 原始数据列表

	d_0	d_{100}	d_{200}	d_{300}	d_{400}
mm					
	d_{500}	d_{600}	d_{700}	d_{800}	d_{900}
mm					
Δd_{500}					
$\Delta \bar{d}_{500}$					

六、数据处理

①用逐差法处理数据。②计算波长及不确定度，并给出测量的结果表述。

$$\bar{\lambda} = 2 \times \Delta d_{500} / 500 \quad \lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta \lambda$$

$$\lambda_{\text{theoretical value}} = \lambda_t = 6.328 \times 10^{-7} \text{ m (He-Ne)}$$

$$E_r = (\bar{\lambda} - \lambda_t) / \lambda_t \times 100\%$$

七、思考题

1. 如果若用平面光波代替点光源所产生的球面光波照射到干涉仪上，在观察屏处将得到怎样的干涉条纹？
2. 迈克尔逊干涉仪的读数装置应如何调零？其最小分度值是多少？
3. 当 M_1 不严格垂直 M_2 时会观察到什么现象？为什么？
4. 如何确定零光程差的位置？
5. 怎样利用干涉条纹的“吞”和“吐”来测定光的波长？

第三部分 综合实验

实验七 晶体的电光效应

一些晶体在外电场作用下其折射率会发生变化,这种现象称为电光效应。电光效应分为一次电光效应(Δn 与电场 E 成线性关系)和二次电光效应(Δn 与电场 E 成平方关系),分别称为普克尔斯(Pockels)效应和科尔(Kerr)效应。

电光效应在工程技术和科学研究中有许多重要应用,利用它响应时间短的特点(可跟随上频率为 10^{10} Hz的电场变化),可以在高速摄影中作快门或在光速测量中作光束斩波器等;可以制成快速控制光强的光开关;利用电场引起折射率的改变可以控制光波的位相、偏振态等特性,从而实现对光束的调制,做成快速传递信息的电光调制器。激光出现以后,电光效应的研究和应用得到迅速的发展,电光器件被广泛应用在激光通讯、激光测距、激光显示和光学数据处理等方面。此外,科尔(Kerr)效应在物质的物性研究、微观参量的测量等方面也有许多应用价值。

本实验主要研究铌酸锂(LiNbO_3)晶体的一次电光效应,用铌酸锂晶体的横向调制装置测量晶体的半波电压及电光系数。通过本实验不仅可以获得晶体电光效应的基础知识,还可以对偏振光的干涉、信号的调制和传递有具体生动的了解,对示波器的使用及有关的光路调节技能得到进一步的训练和巩固。

一、实验目的

1. 掌握晶体电光调制的原理和实验方法;
2. 了解电光效应引起的晶体光学性质的变化和观察会聚偏振光的干涉现象;
3. 测量晶体半波电压和电光常数的实验方法,测定 $T-V$ 曲线;
4. 学习光通讯演示音频信号的调制与传输,监听音频调制与传输效果。

二、实验原理

1. 电光晶体和普克尔斯效应

晶体在外电场作用下折射率发生变化,称为电光效应。通常将电场引起折射率的变化用下式表示:

$$n - n^0 = aE_0 + bE_0^2 + \dots \quad (\text{Z.1-1})$$

式中, a 和 b 为与 E_0 无关的常数, n^0 为 $E_0=0$ 时的折射率。由一次项 aE_0 引起的折射率变化的效应称为一次电光效应,也称线性电光效应或普克尔斯(Pockels)效应;由二次项 bE_0^2 引起的折射率变化效应,称为二次电光效应,也称平方电光效应或科尔(Kerr)效应。一次电光效应只存在于不具有对称中心的晶体中,二次电光效应则可能存在于任何物质中,通常一次效应要比二次效应更为显著。

晶体的一次电光效应分为纵向电光效应和横向电光效应。纵向电光效应是加在晶体上的电场方向与光在晶体里的传播方向平行时产生的电光效应;横向电光效应是加在晶体上的电场方向与光在晶体里的传播方向垂直时产生的电光效应。观察纵向电光效应最常用的晶体是磷酸二氢钾(KDP),而观察横向电光效应则常用铌酸锂(LiNbO_3)类型的晶体。

本实验利用铌酸锂的横向调制装置测量晶体的半波电压及电光系数，并用两种方法改变调制器的工作点，观察相应的输出特性。

在未加电场时，铌酸锂是单轴晶体。线偏振光沿光轴（Z 轴）方向通过晶体时，不会产生双折射。但在铌酸锂晶体的 X 轴施加电场后，晶体将由单轴晶体变为双轴晶体。此时沿 Z 轴传播的偏振光应按特定的晶体感应轴 X' 和 Y' 进行分解，因为光沿着这两个方向偏振的折射率不同（传播速度不同）。类似于双折射中关于 o 光和 e 光的偏振态的讨论，由于沿 X' 和 Y' 的偏振分量存在相位差，出射光一般将成为椭圆偏振光。由晶体光学可以证明，这两个方向的折射率分别为：

$$n_{X'} = n_0 - n_0^3 r_{22} E_X / 2, \quad n_{Y'} = n_0 + n_0^3 r_{22} E_X / 2 \quad (\text{Z.1-2})$$

式中 n_0 和 r_{22} 是晶体的 o 光折射率和电光系数， $E_X = V/d$ 是 X 方向所加的外电场。

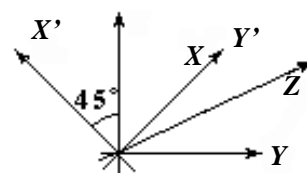


图 Z.1-1 晶体的坐标轴

2. 电光调制原理

在无线电通信中，为了把语言、音乐或图像等信息发送出去，总是通过表征电磁波特性的振幅、频率或相位受被传递信号的控制来实现的。这种控制过程称为调制；而接收时，则需把所要的信息从调制信号中还原出来，这个过程称为解调。根据电光调制原理，激光可被用作传递信息的工具，它的调制与无线电波调制相类似，可以采用连续的调幅、调频、调相以及脉冲调制等形式。本实验采用强度调制，即输出的激光辐射强度按照调制信号的规律变化。激光调制之所以常采用强度调制形式，主要是因为光接收器（探测器）一般都是直接地响应其所接受的光强度变化的缘故。

激光调制的方法很多，如机械调制、电光调制、声光调制、磁光调制和电源调制等。而电光调制具有开关速度快、结构简单等优点，因此在激光调 Q 技术、混合型光学双稳态器件等方面有广泛应用。

电光调制根据所施加的电场方向的不同，可分为纵向电光调制和横向电光调制。利用纵向电光效应的调制叫纵向电光调制，利用横向电光效应的调制叫横向电光调制。本实验用铌酸锂晶体作横向调制实验。

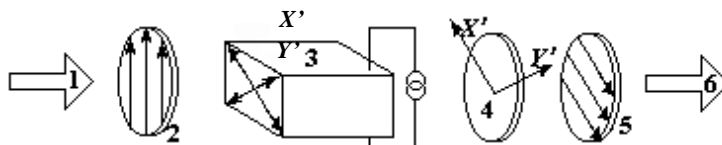


图 Z.1-2 横向电光调制原理

(1) 横向电光调制

铌酸锂晶体的横向电光调制过程如图 Z.1-2 所示。图中 1 是入射激光束；2 是起偏器，偏振方向平行于电光晶体的 X 轴；3 是铌酸锂电光晶体，晶体在 X 方向加电场，激光束沿晶体的 Z 方向（长度 l ）传播；4 是 1/4 波片，其“快轴”平行于电光晶体的 X' 方向，“慢轴”平行于晶体的 Y' 方向；5 是检偏器，偏振方向平行于 Y 轴；6 代表出射光束。入射光经起偏器后变为振动方向平行于 X 轴的线偏振光，晶体的电光效应可按光矢量的分解与合成来处理。进入晶体时，X 偏振的线偏振光按感应轴 X' 和 Y' 轴分解，它们的振幅和相位相等，电矢量可以分别记为

$$E_{X'} = A \cos \omega t, \quad E_{Y'} = A \cos \omega t \quad (\text{Z.1-3})$$

为方便计算，我们用复振幅的表示方法，省去时间的简谐因子 $e^{j\omega t}$ ，这时位于晶体表面

(Z=0) 的光波表示为

$$E_X(0)=A, E_Y(0)=A \quad (\text{Z.1-4})$$

所以, 入射光的强度是

$$I_i \propto |E_X(0)|^2 + |E_Y(0)|^2 = 2A^2 \quad (\text{Z.1-5})$$

当光通过长为 l 的电光晶体后, 因折射率不同, X' 和 Y' 两分量之间将产生相位差 δ , 于是

$$E_{X'}(l) = Ae^{i\delta_0} \quad E_{Y'}(l) = Ae^{i(\delta_0 - \delta)} \quad (\text{Z.1-6})$$

通过检偏器出射的光, 是该两分量在 Y 轴上的投影之和

$$(E_Y)_o = \frac{A}{\sqrt{2}}(e^{-i\delta} - 1)e^{i\delta_0} \quad (\text{Z.1-7})$$

输出光强

$$I_t \propto [(E_Y)_o \bullet (E_Y)_o^*] = \frac{A^2}{2}[(e^{-i\delta} - 1)(e^{i\delta} - 1)] = 2A^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (\text{Z.1-8})$$

式 (Z.1-8) 中, 上标 “*” 代表复数共轭。由式 (Z.1-5) 和式 (Z.1-8) 可求出光强的透过率 T 为

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (\text{Z.1-9})$$

由式 (Z.1-2), 并注意到 $E_X=V/d$ (d 是晶体的厚度), 有

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_{Y'} - n_{X'})l = \frac{2\pi}{\lambda}n_0^3\gamma_{22}V \frac{l}{d} \quad (\text{Z.1-10})$$

由此可见, δ 和 V 有关。当电压增加到某一值时, X' 、 Y' 方向的偏振光经过晶体后产生 $\lambda/2$ 的光程差, 相位差 $\Phi=\pi$, $T=100\%$, 这一电压叫半波电压。通常用 V_π 或 $V_{\lambda/2}$ 表示。

V_π 是描述晶体电光效应的重要参数。在实验中, 这个电压越小越好。因为 V_π 小, 表示较小的调制信号就会有较大的响应; 用作快速电光开关时, V_π 小意味着用比较小的电压就可以实现光开关的动作。根据半波电压值, 可以估计出控制电光效应所需的电压。由式 (Z.1-10) 得

$$V_\pi = \frac{\lambda}{2n_0^3\gamma_{22}}\left(\frac{d}{l}\right) \quad (\text{Z.1-11})$$

式中, d 和 l 分别为晶体的厚度和长度。由此可见, 横向电光效应的半波电压与晶体的几何尺寸有关。如果减少电极之间的距离 d , 而增加通光方向的长度 l , 则同样的晶体横向电光效应的半波电压 V_π 降为纵向电光效应的 d/l 倍。这是横向调制器的优点之一。因此, 横向效应的电光晶体都加工成细长的扁长方体。

结合式 (Z.1-10)、式 (Z.1-11), $\delta = \pi \frac{V}{V_\pi}$, 取 $V = V_0 + V_m \sin \omega t$ (V_0 是直流偏压, $V_m \sin \omega t$

是交流调制信号, V_m 是调制信号的振幅, ω 是调制的圆频率), 由式 (Z.1-9) 可得

$$T = \sin^2 \frac{\pi}{2V_\pi} V = \sin^2 \frac{\pi}{2V_\pi} (V_0 + V_m \sin \omega t) \quad (\text{Z.1-12})$$

由此可以看出, 改变 V_0 或 V_m , 输出特性将相应发生变化。

对单色光, $\pi n_0^3 \gamma_{22} / \lambda$ 为常数, 因而 T 将随晶体上所加的电压变化, 如图 Z.1-3 所示, T 与 V 的关系是非线性的。如果工作点 V_0 选择不当, 则会使输出信号发生畸变; 但在 $V_\pi/2$ 附近有一近似直线的部分, 这一直线部分称为线性工作区。不难看出, 当 $V=V_\pi/2$ 时, $\delta=\pi/2$, $T=50\%$ 。

(2) 直流偏压对输出特性的影响

①当 $V_0=V_\pi/2$ 时, 工作点落在线性工作区的中部, 此时可获得较高效率的线性调制, 将 $V_0=V_\pi/2$ 代入式 (Z.1-12) 得

$$T = \sin^2\left[\frac{\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{2V_\pi}\right)V_m \sin \omega t\right] = \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{V_\pi}V_m \sin \omega t\right)\right] = \frac{1}{2}\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{V_\pi}V_m \sin \omega t\right)\right] \quad (\text{Z.1-13})$$

$$\text{当 } V_m \ll V_\pi \text{ 时} \quad T \approx \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\pi V_m}{V_\pi} \sin \omega t\right) \quad (\text{Z.1-14})$$

它表明 $T \propto V_m \sin \omega t$ 。此时, 调制器输出的波形和调制信号的频率相同, 即线性调制。

② 当 $V_0=0$ 或 V_π , $V_m \ll V_\pi$ 时, 把 $V_0=0$ 代入式 (Z.1-12), 则

$$\begin{aligned} T &= \sin^2\left(\frac{\pi}{2V_\pi}V_m \sin \omega t\right) = \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi} \sin \omega t\right)\right] \\ &\approx \frac{1}{4}\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right)^2 \sin^2 \omega t \approx \frac{1}{8}\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right)^2 (1 - \cos 2\omega t) \end{aligned}$$

(Z.1-15)

即 $T \propto \cos 2\omega t$ 。这时, 输出光的频率是调制信号的二倍, 即产生“倍频”失真。类似地, 对 $V_0=V_\pi$, 可得

$$T \approx 1 - \frac{1}{8}\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right)^2 (1 - \cos 2\omega t) \quad (\text{Z.1-16})$$

这时仍将看到“倍频”失真的波形。

③ 直流偏压 V_0 在 0V 附近或变化时, 由于工作点不在线性工作区, 故输出波形将失真。

④ 当 $V_0=V_\pi/2$ 且 $V_m > V_\pi/2$ 时, 调制器的工作点虽然选定在线性工作区的中心, 但不满足小信号调制的要求, 式 (Z.1-13) 不能写成公式 (Z.2-14) 的形式, 此时的透射率函数式 (Z.1-13) 应展开成贝塞尔函数, 即

$$T = \frac{1}{2}\left[1 + \sin\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi} \sin \omega t\right)\right] = 2\left[J_1\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right) \sin \omega t + J_3\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right) \sin 3\omega t + J_5\left(\frac{\pi V_m}{V_\pi}\right) \sin 5\omega t\right] \quad (\text{Z.1-17})$$

由式 (Z.1-17) 可以看出, 输出的光束包括交流的基波, 还有奇次谐波。由于调制信号的幅度较大, 奇次谐波不能忽略, 因此, 这时虽然工作点选定在线性区, 输出波形仍然失真。

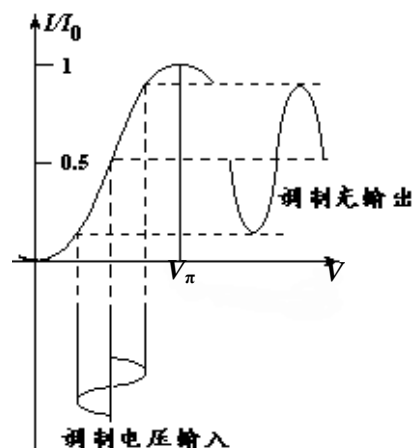


图 Z.1-3 电光调制工作曲线

三、实验仪器

实验仪器: 偏振片, 扩束镜, 铌酸锂电光晶体, 光电二极管, 光电池, 晶体驱动电源, 光功率计, 1/4 波片, 示波器。

四、实验内容

1. 调节光路

① 将半导体激光器、起偏器、扩束镜、LN 晶体、检偏器、白屏依次摆放。

② 打开激光功率指示计电源, 激光器亮。调整激光器的方向和各附件的高低, 使各光学元件尽量同轴且与光束垂直。取下扩束镜, 旋转起偏器, 使透过起偏器的光最强; 旋转检



图 Z.1-4 晶体的锥光干涉

偏器，使白屏上的光点最弱。这时起偏器与检偏器互相垂直，系统进入消光状态。

③ 用白屏记下激光点的位置。紧靠晶体放上扩束镜，观察白屏上的图案，可观察到如图 Z.1-4 所示的图案，这种图案是典型的会聚偏振光穿过单轴晶体后形成的干涉图案。中心是一个暗十字图形，四周为明暗相间的同心干涉圆环，十字中心同时也是圆环的中心，它对应着晶体的光轴方向，十字方向对应于两个偏振片的偏振轴方向。仔细调整晶体的两个方位螺钉使图案中心与原激光点的位置重合（此时激光束与晶体光轴平行），并根据暗十字细调起偏器和检偏器正交。

④ 打开晶体驱动电源，将状态开关打在直流状态，顺时针旋转电压调整旋钮，调高驱动电压，观察白屏上图案的变化。这时将会观察到图案由一个中心分裂为两个中心，这是典型的会聚偏振光经过双轴晶体时的干涉图案。

⑤ 将扩束镜取下，用光电池换下白屏，取驱动电压为某一固定值（如 $V=300V$ ），仔细旋转晶体，使出射光强最大（此时晶体感应轴 X' 、 Y' 和起偏器检偏器的偏振化方向 X 、 Y 成 45° 夹角，请证明）。

2. 电光调制器 $T-V$ 工作曲线的测量

① 缓慢调高直流驱动电压，并记录下电压值和输出激光功率值，可每 $50V$ 记录一次，在最大功率和最小功率附近可把驱动电压间隔减小。

② 画出驱动电压与输出光功率的对应曲线（可在全部实验结束后进行），读出输出光功率出现极大和极小对应的驱动电压，相邻极小和极大光功率时对应的驱动电压之差是半波电压。由半波电压 V_π 计算晶体的电光系数 γ_{22} 。

极值法测定铌酸锂晶体的半波电压。测定 $T-V$ 曲线，由曲线上找出输出光强出现极小值和极大值对应的直流电压，相邻极小值和极大值之差即是半波电压。

3. 动态法观察调制器性能

① 将驱动信号波形插座和接收信号插座分别与示波器的 CH1 和 CH2 通道连接，光电二极管换下光电池，光电二极管探头与信号输入插座连接。

② 将状态开关置于正弦波位置，幅度调节旋钮调至最大。示波器置于双踪显示，以驱动信号波形为触发信号，正弦波频率约为 $1kHz$ 。

③ 旋转驱动电压调节旋钮，改变静态工作点，观察示波器上的波形变化。特别注意，记录接收信号波形失真最小、接收信号幅度最大、以及出现倍频失真时的静态工作点电压，对照 $T-V$ 曲线，理解静态工作点对调制性能的影响。

④ 用 $1/4$ 波片改变工作点，观察输出特性。分别将静态工作电压固定于倍频失真点、接收信号波形失真最小、接收信号波形幅度最大点（参照步骤③的参数），在起偏器与 LN 晶体间放入 $1/4$ 波片。旋转 $1/4$ 波片，观察接收信号波形的变化情况，体会 $1/4$ 波片对静态工作点的影响和作用。

⑤ 在步骤④基础上，改变工作电压，记录相邻两次出现倍频失真时对应的工作电压之差即为半波电压。（考虑如何才能保证观察到两次倍频失真现象？）

⑥ 光通信演示音频信号的调制与传输：将音频信号插入音频插座，状态开关置于音频状态，打开仪器后面的喇叭开关。改变工作电压，观察示波器上的波形，监听音频调制与传输效果。

五、数据处理

- ①用实验数据列表并绘制电光调制器的 $T-V$ 曲线，讨论与理论曲线（见图 Z.1-3）的差异并分析原因。
- ②用两种方法计算铌酸锂晶体的横向调制的半波电压和电光系数，并与标准值进行比较。
（晶体厚度 $d=5\text{mm}$ ，长度 $l=30\text{mm}$ ， $\lambda=632.8\text{nm}$ ， $n_0=2.286$ ）
- ③结合电光调制器的 $T-V$ 曲线，讨论实验中观察到的输出波形和畸变产生的原因。

六、思考题

- ① 什么是调制和解调？为什么要进行信号调制？试举出一个实例。
- ② 什么是电光调制？对什么物理量进行调制？什么是横向调制？它有什么优点？
- ③ 本实验的光路调整要达到什么要求？具体说明对偏振片和铌酸锂晶体的位置要求。
- ④ 调整光路时为什么要紧靠晶体前放一扩束镜？锥光干涉图的同心干涉圆环和暗十字图形是怎样形成的？
- ⑤ 如何进行光路调整？如何根据晶体的锥光干涉图调整光路？
- ⑥ 铌酸锂晶体在施加电场前后有什么不同？是否都存在双折射现象？
- ⑦ 什么叫半波电压？何谓电光系数？实验中的线性调制和倍频失真是怎样产生的？如何测量半波电压？本实验有几种测量的方法？操作有什么特点？

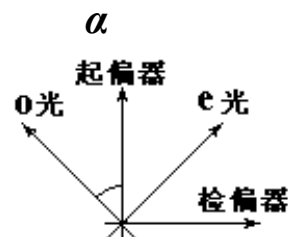


图 Z.1-5 思考题 1 插图

实验八 声源定位

声波在物理研究和工程应用中都占有重要的地位。利用波动传播过程中时间坐标和空间坐标的关联，可以获得许多重要的信息，例如地震学的研究和无损检测中的声发射技术等。

本实验采用声发射技术中的平面定位原理，在传播媒质上，利用 4 个压电换能器组成接收传感器阵列，接收模拟声源（铅笔芯折断）发出的声波；通过接收放大器对采集信号进行放大；再由时差测定装置（单片机）对其进行处理、计算，以确定声源位置并传输给计算机。

通过本实验不仅可以学习到相关实验的基本原理，理解物理学的基础地位和作用，并且可以了解由传感器、信号处理电路和计算机组成的测量系统的基本知识以及用计算机处理实验数据的基本方法。

一、实验目的

1. 了解压电效应以及压电换能器在电声转换中的应用；
2. 利用声波传播进行定位的实验；
3. 编写程序计算声源位置并与声源实际位置进行比较，分析误差；
4. 学习测量技术和计算机在物理实验中的应用。

二、实验原理

声源定位（二维）

如图 Z.2-1 所示，三个接收传感器 S_0 、 S_1 和 S_2 的坐标分别为 (X_0, Y_0) 、 (X_1, Y_1) 和 (X_2, Y_2) ，当平面上某处 (X, Y) 发出（超）声波时，该信号将先后被三个传感器所接收，设时间分别为 t_0 、 t_1 和 t_2 。限于实验条件，实验中并不能真正测到事件到达的绝对时间，而只能测出它们到达各个传感器的时间差 $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ ， $\Delta t_2 = t_2 - t_0$ 。设声波沿媒质表面的传播速度为 c ，对换能器 S_0 和 S_1 而言，声源发生的位置应当在到该两点的距离差为 $c\Delta t_1$ 的曲线上，这是一条双曲线。利用 Δt_1 和 Δt_2 可以得到两条双曲线，它们的交点就是声源所在的位置。

为了便于导出具体的计算公式，把 S_0 设为坐标原点（不失一般性），即 $(X_0, Y_0) = (0, 0)$ 。声源发生的位置为 (X, Y) ，也可以用极坐标 (r, θ) 表示（见图 Z.2-2）并满足：

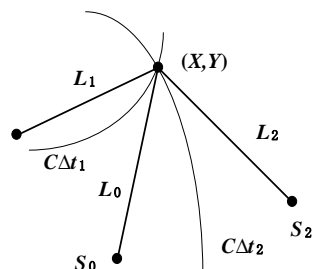


图 Z.2-1 声源定位原理

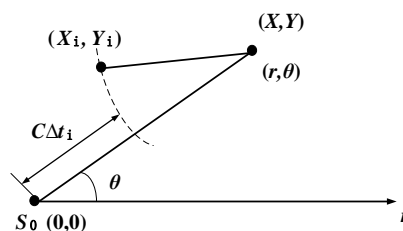


图 Z.2-2 声源位置的坐标

$$X^2 + Y^2 = r^2 \quad (Z.2-1)$$

$$(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2 = (r + c\Delta t_1)^2 \quad (Z.2-2)$$

$$(X-X_2)^2 + (Y-Y_2)^2 = (r+c\Delta t_2)^2 \quad (\text{Z.2-3})$$

把式 (Z.2-1) 分别代入式 (Z.2-2) 和式 (Z.2-3), 可得:

$$2XX_1 + 2YY_1 + 2rc\Delta t_1 = X_1^2 + Y_1^2 - c^2\Delta t_1^2 \quad (\text{Z.2-4})$$

$$2XX_2 + 2YY_2 + 2rc\Delta t_2 = X_2^2 + Y_2^2 - c^2\Delta t_2^2 \quad (\text{Z.2-5})$$

把 (X, Y) 换成极坐标, 并令 $\Delta_1 = c\Delta t_1$, $\Delta_2 = c\Delta t_2$, 式 (Z.2-4) 和式 (Z.2-5) 可写成

$$2r(X_1 \cos\theta + Y_1 \sin\theta) + 2r\Delta_1 = X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2 \quad (\text{Z.2-6})$$

$$2r(X_2 \cos\theta + Y_2 \sin\theta) + 2r\Delta_2 = X_2^2 + Y_2^2 - \Delta_2^2 \quad (\text{Z.2-7})$$

由式 (Z.2-6) 和式 (Z.2-7) 可得:

$$(X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2)(X_2 \cos\theta + Y_2 \sin\theta + \Delta_2) = (X_2^2 + Y_2^2 - \Delta_2^2)(X_1 \cos\theta + Y_1 \sin\theta + \Delta_1)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= X_2(X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2) - X_1(X_2^2 + Y_2^2 - \Delta_2^2) \\ \text{令 } B &= Y_2(X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2) - Y_1(X_2^2 + Y_2^2 - \Delta_2^2) \\ D &= \Delta_1(X_2^2 + Y_2^2 - \Delta_2^2) - \Delta_2(X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{Z.2-8})$$

$$\text{则有} \quad A \cos\theta + B \sin\theta = D \quad (\text{Z.2-9})$$

引入 $\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \cos\Phi$, $\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \sin\Phi$, 于是式 (Z.2-9) 可写成

$$\cos\Phi \cos\theta + \sin\Phi \sin\theta = \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{即} \quad \cos(\theta - \Phi) = \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

式中 A 、 B 、 D 可由式 (Z.2-8) 用实验数据算出, $\Phi = \arctan B/A$, 于是 θ 可由下式得到:

$$|\theta - \Phi| = \cos^{-1} \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (\text{Z.2-10})$$

而 r 可由式 (Z.2-6) 解出:

$$r = \frac{X_1^2 + Y_1^2 - \Delta_1^2}{2(X_1 \cos\theta + Y_1 \sin\theta + \Delta_1)} \quad (\text{Z.2-11})$$

至此, 声源位置已通过极坐标给出。

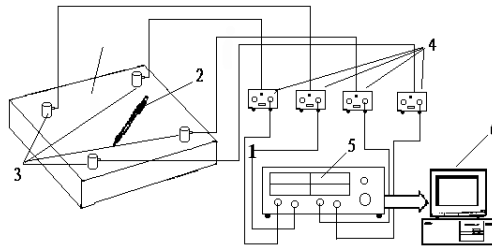


图 Z.2-3 声源定位实验

三、实验仪器

图 Z.2-3 给出了声源定位实验的装置示意图。图中 1 是传播媒质, 2 是模拟源 (铅笔芯折断), 3 (接收换能器) 是压电传感器, 4 是接收放大器, 5 是时差测定装置, 6 是计算机。在声源定位实验中压电换能器构成接收传感器阵列, 模拟声源采用铅笔芯折断装置。

1. 传播媒质

声波只能在媒质中传播。理论和实验表明：在固体薄平板中传播的主要是一种被称为 Lamb 波（也称板波）的声波，其传播速度是频率的函数。理论计算表明：当板型的厚度 d 和声波的频率的乘积趋于 ∞ 时，各种模式的 Lamb 波均趋于无频散的表面波（Rayleigh 波）。在工程上一般只要厚度达到 2~3 个波长时，模拟源在媒质表面（同侧）激发出的声波，其主要成分就可以认为是表面波了。对钢介质而言，瑞利波的传播速度的典型值为 $c_R=2982 \text{ m/s}$ （取泊松比 $\nu=0.29$ ， c_R 为切变波速度的 0.926 倍）。本实验中采用 45# 厚钢板作为传播媒质，长度×宽度×厚度 $\approx 600\text{mm} \times 480\text{mm} \times 70\text{mm}$ 。

2. 模拟源

模拟源是能在传播媒质中激发出声波、用来模拟实际声源的信号源。本实验提供的模拟源是铅笔芯折断产生的单次声脉冲。铅笔芯折断（ $\Phi 0.5\text{mm}$ ，HB）用作声源定位实验。

3. 传感器

本实验有 4 个传感器，构成声源定位中一组平面定位接收传感器阵列，其位置分别为： $P_1(0, 45)$ ， $P_2(30, 45)$ ， $P_3(0, 0)$ ， $P_4(30, 0)$ 。

4. 接收放大器

用于放大接收传感器输出的电信号。它由两级组成，第一级作前置放大增益 (40dB)；第二级作后置放大 (20dB)；两级之间加有包络检波电路，用于取得信号的事件包络。

5. 时差测定仪

时差测定仪是以单片机为核心的测量装置，用于测定传感器接收到的信号的时差。前面板（见图 Z.2-4）上有 4 个信号输入通道（Q9 插座）和相应的时差数码显示。4 个通道的输入信号，经过门槛电路产生触发信号去控制各自的计数器。门槛值由面板上的波段开关设定（0.2V~5V 可调）。当来自某一通道的信号超过设定的门槛值时，该通道计数为零，其余通道的计数器同时开始计数。当其余通道的信号先后超过门槛值时，相应通道的计数器也先后停止计数。因此最先收到的信号时间显示为 000.0 μs ，此后收到的信号按其达到触发门槛的先后，显示相应的时间（差）。前面板上还有清零按钮，清零后，系统复位，可以重新进行时差测量。后面板上有串行接口，通过它可把时差信息输入计算机进行数据采集和处理。

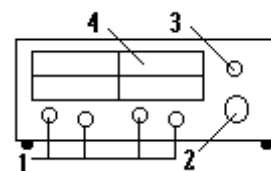


图 Z.2-4 时差测定仪(前面板)

1-模拟信号输入（4路）；
2-门槛电平调节旋钮；3-复位按钮；
4-数码显示

6. 计算机和数据处理软件

利用专门软件可进行实验原理和声源定位的演示。计算机的串口与时差测定仪相连，利用软件可进行数据通信、处理、存盘和显示。

系统硬件的主要技术指标如下：

- ① 声发射传感器：工作频率约 150kHz，灵敏度约 65 dB（0dB=1Vs/m）。

② 接收放大器：前置级（增益 40dB，频带 20kHz~2MHz，噪声 $\leq 5\mu\text{V}$ ，）后置级（增益 20 dB，动态范围 $\geq 10\text{V(p-p)}$ ），两级放大中间带包络检波电路，电源 15V。

③ 时差测定装置：4 路输入，计数频率 10MHz（最高分辨率可达 $0.05\mu\text{s}$ ），阈值 0.2~5.0V 可调，时差数字显示 4 位，串行口，电源 5V。

④ 模拟源：铅笔芯断裂模拟源($\Phi 0.5$ ，HB，带护套)。

⑤ 计算机：包括主机、显示器、鼠标和键盘等基本配置的微机系统。

⑥ 数据处理和演示软件。

四、实验内容

（1）电路连接

四个传感器全部用作接收。传感器与放大器的输入端相连（连接电缆的两端分别为 L6 插头和 Q9 插头）；放大器的电源端与电源分配器的输出（4 个 Q9 插座）相连（连接电缆的两端均为 Q9 插头）；放大器输出分别与时差测定装置的四个输入通道连接（连接电缆的两端均为 Q9 插头），时差测定装置的通信口（后面板）通过专用电缆与计算机的串行口连接。

由于时差测定仪的输入通道、时差显示与传感器布阵之间存在确定的对应关系，因此一定要确保电缆连接的正确对应，可按图 Z.2-5 的相应位置进行连线。

（2）系统调试

传感器按要求耦合到传播媒质上（#1—#3 传感器已用耦合剂固定，未经教师允许请不要强行拆移），检查连线后开启电源。用模拟源（铅笔芯伸出约 1~2mm，通过护套与媒质接触，倾斜约 45° 加压，使铅笔芯折断）在几个典型位置检查系统工作状态，选择最佳的测量条件（一般阈值尽量选低一些，铅笔芯伸出长度以短一些为好）。

系统检查和调整（包括故障的分析、判别和确认）是实验的重要环节。在某种意义上它比测量本身更加重要。在本实验中最常见的问题有耦合不好（耦合剂或保护膜问题）、电缆

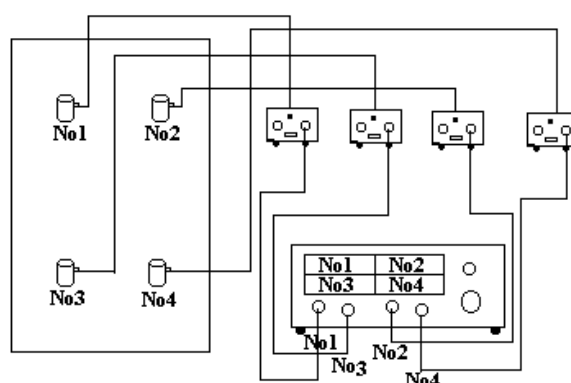


图 Z.2-5 传感器布阵及其对应的输入通道连接

短路或断路等故障。

（3）数据测量

按“时差测定仪”的红色按钮清零，用铅笔芯折断作模拟产生声源信号，“时差测定仪”

显示对应的时差数据。该数据可通过串行口输入计算机并以文件形式保存。源定位的时差记录一般不要少于 8 组，还应记录传感器阵列和声源位置的坐标值，以便进行数据处理并与实际结果作对比。若需进行传播速度的测量，可按下述方法进行：模拟源放在两个传感器连线的延长线上，读取时差信息，若两者的距离为 L ，对应的时差为 t ，则传播速度 $c=L/t$ 。为提高测量精度，可在不同方位利用不同传感器进行多次测量。

(4) 数据记录

在计算机桌面上双击“声源定位”图标，系统启动。屏幕出现“用户进入”界面，在“实验选项”对话框选择“实验数据采集”（另两项声源定位演示和数据回放系为教师讲解实验原理和检查作业设置，学生不用），同时输入本人姓名（用户名）和学号（口令）后，系统进入“声发射源定位”界面。其左半部为传感器阵列的分布图形，右半部为时差信息窗（上方）和功能选择按钮（下方）。第一次做该实验，建议先打开“实验原理”，了解实验的基本原理后返回“声发射源定位”界面。用鼠标点击“参数设置”，系统进入“参数设置”界面。可以看到定位算法、通讯口、（坐标）原点、声速、坐标（传感器布阵）、及样板大小等基本参数，初做时可按系统缺省值（点击恢复缺省值）排布传感器，选择三角形算法定位（实验中若发现数据通讯口因选错而不能接收数据时，可更改选择后重新接收数据）。熟悉后再按需要变更。参数设置完成后应返回“声发射源定位”界面。当声信号被传感器接收并由时差测定仪显示相应的时差后，可按“接收数据”，把时差数据输入计算机；确认其合理性后，按“存盘”保存数据。

五、数据处理

声源定位数据处理

自编三角形算法或其他算法的计算机程序，获得声源的计算值，与实际的声源位置进行比较，讨论与实际值的偏离，分析主要误差来源。

六、思考题

- ① 本实验中时差是如何得到的？怎样才能获得相对时差和绝对时差的信息？
- ② 为什么要强调传感器阵列和时差测定仪连接的顺序？怎样保证两者有正确对应关系？
- ③ 考虑到钢媒质的表面波传播速度约 3000m/s，传播距离（最长）约 54cm，那么时差测定仪最大的读数应该不会大于多少 μs ？

实验九 微波和布拉格衍射实验

微波是波长范围为 $1\text{mm}\sim 1\text{m}$ （对应的频率范围为 $300\text{GHz}\sim 300\text{MHz}$ ）的电磁波。与普通的电磁波一样，微波也存在反射、折射、干涉、衍射和偏振等现象。但因为其波长、频率和能量具有特殊的量值，微波表现出一系列既不同于普通无线电波，又不同于光波的特点。

微波的波长比普通的电磁波要短得多，因此其发生、辐射、传播与接收的器件都有自己的特殊性。它的波长又比 X 射线和光波长得多，因此如果用微波来仿真“晶格”衍射，发生明显衍射效应的“晶格”可以放大到宏观的尺寸（如厘米量级）。

本实验用一束波长约为 3cm 的微波代替 X 射线，观察微波照射到人工制作的晶体模型时的衍射现象，用来模拟发生在真实晶体上的布拉格衍射，并验证布拉格公式。由于“晶格”变成了看得见摸得着的结构，因此实验中人们可以对晶格衍射有直观的物理图像，了解三维衍射的特点和研究方法。与此同时，通过本实验还可以学习有关微波技术和元件的初步知识，加深对“场”的观念和波动的认识。

一、实验目的

1. 了解微波的特点，学习微波器件的使用；
2. 了解布拉格衍射原理，利用微波在模拟晶体上的衍射验证布拉格公式并测定微波波长；
3. 通过微波的单缝衍射，画出衍射分布曲线；
4. 通过迈克尔逊干涉实验，测量微波波长。

二、实验原理

通常电磁波按照波长的长短分成各个波段：超长波、长波、中波、短波、超短波、微波、红外线、可见光、紫外线、X 射线、 γ 射线等。微波波段介于超短波和红外线之间，波长范围大约为 $1\text{mm}\sim 1\text{m}$ （即频率为 $300\text{GHz}\sim 300\text{MHz}$ ），它还可以进一步细分为“分米波”（波长 $1\sim 10\text{dm}$ ）、“厘米波”（波长 $1\sim 10\text{cm}$ ）和“毫米波”（波长 $1\sim 10\text{mm}$ ）。波长在 1mm 以下至红外线之间的电磁波称为“亚毫米波”或“超微波”。

从本质上来说，微波与普通的电磁波没有什么不同，但其波长、频率和能量具有特殊的量值，这使得微波具有一系列既不同于普通无线电波，又不同于光波的特点：

①一般的低频电路，其电路尺寸比波长小得多，可以认为稳定状态的电压和电流效应在整个电路系统各处是同时建立起来的，故可用电压、电流来对系统进行描述；而微波的波长与电路尺寸可相比拟，甚至更小，此时微波表现出更多“场”的特点，电压、电流已失去原有物理含义，可以直接测量的量是波长、功率和驻波系数等。

②微波的频率很高，其电磁振荡周期短到能与电子管中电子在电极间渡越所经历的时间相比拟，因此普通电子管已经不能用作微波振荡器、放大器和检波器，必须用微波电子管代替。同样，其它低频电路的元器件、传输线及测量设备等也都不适用于微波段，而须改用微波器件。

③许多原子、分子能级间跃迁辐射或吸收的电磁波的波长正好处在微波波段，利用这一点可以去研究原子、原子核和分子的结构。

微波的波长比普通电磁波短得多，因此微波具有似光性——直线传播、反射和折射等，利用这一特点可制成方向性极强的天线、雷达等；微波能畅通无阻地穿过高空电离层，为宇

宙通信、导航、定位以及射电天文学的研究与发展提供了广泛的前景。总之，微波技术在电视、通信、雷达，乃至医学、能源等领域都有广泛的应用。

X 射线是波长处于紫外线与 γ 射线之间的电磁波，其波长范围为 $10^{-15}\sim 10^{-7}\text{m}$ 。而晶体的晶格常数约为 10^{-10}m ，它正好落在 X 射线的波长范围内，因此常用晶体对 X 光的衍射来研究晶体的结构。1913 年，英国物理学家布拉格父子在研究 X 射线在晶面上的反射时，得到了著名的布拉格公式，从而奠定了 X 射线结构分析的基础。但是 X 光衍射仪价格高昂，晶格结构的尺度如此微小，眼睛看不见。考虑到微波的波长比 X 光长得多，本实验用一束波长约为 3cm 的微波代替 X 射线，观察它照射到人工制作的晶体模型时的衍射现象，用来模拟 X 光在真实晶体上的布拉格衍射，并验证布拉格公式。

1. 晶体结构

晶体中的原子按一定规律形成高度规则的空间排列，称为晶格。最简单的晶格是所谓的简单立方晶格，它由沿三个垂直方向 x 、 y 、 z 等距排列的格点所组成。间距 a 称为晶格常数（见图 Z.3-1）。晶格在几何上的这种对称性也可以用晶面来描述。把格点看成是排列在一层层平行的平面上，这些平面称为晶面，用晶面（密勒）指数来标志。确定晶面指数的具体办法如下：先找出晶面在 3 个晶格坐标轴上的截距，并除以晶格常数，再找出它们的倒数的最小整数比，就构成了该晶面的晶面指数。一个格点可以沿

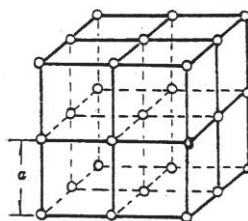
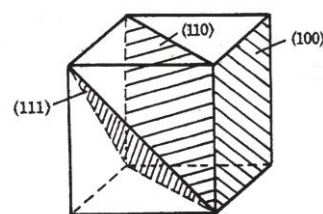


图 Z.3-1 晶体的晶格结构图



Z.3-2 晶面

不同方向组成晶面，图 Z.3-2 给出了三种最常用的晶面：(100) 面、(110) 面和 (111) 面。晶面取法不同，则晶面间距不同。相邻两个 (100) 面的间距等于晶格常数 a ，相邻两个 (110) 面的间距为 $a/\sqrt{2}$ ，相邻两个 (111) 面的间距为 $a/\sqrt{3}$ 。对立方晶系而言，晶面指数为 $(n_1 n_2 n_3)$ 的晶面族其相邻两个晶面的间距为 $d = a / \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$ 。

2. 布拉格衍射

在电磁波的照射下，晶体中每个格点上的原子或离子，其内部的电子在外来电场的作用下作受迫振动，成为一个新的波源，向各个方向发射电磁波，这些由新波源发射的电磁波是彼此相干的，将在空间发生干涉。这同多缝光栅的衍射很相似，晶格的格点与狭缝相当，都是衍射单元，而与光栅常数 d 相当的则是晶体的晶格常数 a 。它们都反映了衍射层的空间周期，两者的区别主要在于多缝光栅是一维的，而晶体点阵是三维的，所以晶体对电磁波的衍射是三维的衍射。处理三维衍射的办法是将其分解成两步走：第一步是处理一个晶面中多个格点之间的干涉（称为点间干涉）；第二步是处理不同晶面之间的干涉（称为面间干涉）。

研究衍射问题最关心的是衍射强度分布的极值位置。对一维光栅的衍射，极大位置由光栅方程给出： $d \sin \theta = k \lambda$ 。在三维的晶格衍射中，这个任务是这样分解的：先找到晶面上点间干涉的 0 级主极大位置，再讨论各不同晶面的 0 级衍射线发生干涉极大的条件。

(1) 点间干涉

电磁波入射到图 Z.3-3 中所示的晶面上, 考虑由多个格点 $A_1A_2\cdots B_1B_2\cdots C_1C_2\cdots$ 发出的子波间的相干叠加。这个二维点阵衍射的 0 级主极强方向, 应该符合沿此方向所有的衍射线间无程差。不难想见, 无程差的条件应该是: 入射线与衍射线所在的平面与晶面 $A_1A_2\cdots B_1B_2\cdots C_1C_2\cdots$ 垂直, 且衍射角等于入射角; 换言之, 二维点阵的 0 级主极强方向是以晶面为镜面的反射线方向。

(2) 面间干涉

如图 Z.3-4 所示, 从间距为 d 的相邻两个晶面反射的两束波的程差为 $2d\sin\theta$, θ 为入射波与晶面的掠射角, 显然, 只有满足下列条件的 θ , 即

$$2d\sin\theta = k\lambda, \quad k=1,2,3\cdots \quad (\text{Z.3-1})$$

才能形成干涉极大, 式 (Z.3-1) 称为晶体衍射的布拉格条件, 如果按习惯使用的入射角 β 表示, 布拉格条件可写为

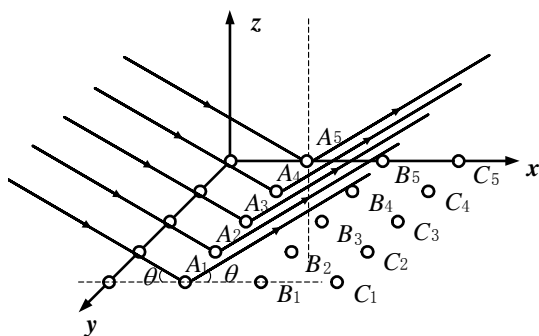


图 Z.3-3 晶格的点间干涉

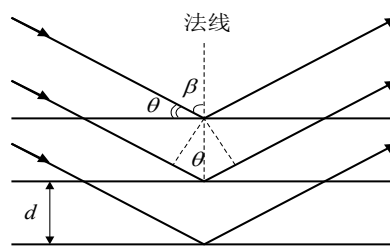


图 Z.3-4 面间干涉

$$2d\cos\beta = k\lambda, \quad k=1, 2, 3\cdots \quad (\text{Z.3-2})$$

布拉格定律的完整表述是: 波长为 λ 的平面波入射到间距为 d 的晶面族上, 掠射角为 θ , 当满足条件 $2d \sin\theta = k\lambda$ 时形成衍射极大, 衍射线在所考虑的晶面的反射线方向。对一定的晶面而言, 如果布拉格条件得到满足, 就会在该晶面族的特定方向产生一个衍射极大。只要从实验上测得衍射极大的方向角 θ (或 β), 并且知道波长 λ , 就可以从布拉格条件求出晶面间距 d , 进而确定晶格常数 a 。反之, 若已知晶格常数 a , 则可求出波长 λ 。

需要指出的是, 在晶体中可以画出许多可能的晶面, 例如前面提到的 (100)、(110)、(111) 等。不同的晶面组有不同的取向和间隔, 因此对确定方向的入射波而言, 应有一系列的布拉格条件。可以证明, 用这种方法 (同时满足晶面上二维点阵的 0 级衍射主极大和面间干涉的主极大条件) 可以找到所有的三维布拉格衍射的主极大位置。还应当指出, 当入射波方向、晶体取向以及波长三者都固定时, 不同取向的晶面一般不能都满足布拉格条件, 甚至所有的晶面族都不能够满足布拉格条件, 从而没有主极大。

实际晶体的晶格常数为 10^{-10}m 数量级, 为了观察到明显的晶体衍射效应, 电磁波的波长大体应取同一数量级, 这正是 X 光的波长范围, 因此通常用 X 光在晶体上的衍射来研究晶体的结构。由于 X 光衍射仪的价格高昂, 实际晶体的衍射结果的分析处理也比较复杂, 因此本实验用比较简单而且直观的晶体模型代替看不见的实际晶体的复杂结构、用比较便宜的微波分光仪代替昂贵的 X 光衍射仪来模拟晶体对 X 光的衍射, 学习 X 光衍射的原理和方法。

为了观测到尽可能多的衍射极大以获得尽可能多的关于晶体结构的信息, 在实际研究工

作中，可以采用不同的办法：转动晶体，采用多晶或粉末样品、以大量取向不同的微小晶体代替单晶，或者采用波长连续变化的 X 光代替单一波长的 X 光。在本实验中使用入射方向固定、波长单一的微波和“单晶”模型，采用转动晶体模型和接收喇叭的方法来研究布拉格衍射。

3. 单缝衍射

和声波、光波一样，微波的夫琅和费单缝衍射的强度分布（见图 Z.3-5），可由下式计算：

$$I_{\theta} = (I_0 \sin^2 u) / u^2 \quad (\text{Z.3-3})$$

其中 $u = (\pi a \sin \theta) / \lambda$ ， a 是狭缝的宽度， λ 是微波的波长。如果求出例如 ± 1 级的强度为零处所对应的角度 θ ，则 λ 可按式求出：

$$\lambda = a \cdot \sin \theta \quad (\text{Z.3-4})$$

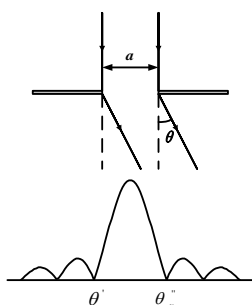
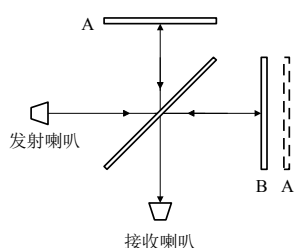


图 Z.3-5 微波单缝衍射图



Z.3-6 微波迈克尔逊干涉仪

4. 微波迈克尔逊干涉实验

微波的迈克尔逊干涉实验原理如图 Z.3-6 所示，在微波前进方向上放置一个与传播方向成 45° 角的半透射半反射的分束板和 A、B 两块反射板，分束板将入射波分成两列，分别沿 A、B 方向传播。由于 A、B 板的反射作用，两列波又经分束板会合并发生干涉。接收喇叭可给出干涉信号的强度指示。如果 A 板固定，B 板可前后移动，当 B 移动过程中喇叭接收信号从一次极小变到另一次极小时，B 移动过的距离为 $\lambda/2$ ，因此测量 B 移动过的距离也可求出微波的波长。

三、实验仪器

本实验的实验装置由微波分光仪、模拟晶体、单缝、反射板（两块）、分束板等组成。

1. 微波分光仪

本实验是在微波分光仪上进行的。它是一台类似于光学分光仪的装置，由发射臂、接收臂和刻有角度（刻度值 $0^\circ \sim 180^\circ \sim 0^\circ$ ）的载物台组成（见图 Z.3-7），其中载物台和接收臂可分别绕分光仪中心轴线转动，发射臂和接收臂分别带有指针，指示它们的取向。

微波的发生、辐射、传播与接收的器件具有自己的特殊性。和光学实验使用的分光仪相比，微波分光仪的特殊性不仅反映在几何尺寸上，更体现在发射臂和接收臂的构成上。发射臂由一个三厘米固态振荡器、可变衰减器和发射喇叭组成。其中振荡器放置在微波腔内，波长的标称值为 32.02mm，实际数值应由仪器标出的振荡频率 f 求出： $\lambda = c/f$ (c 为光速 $= 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$)。振荡器可工作在等幅状态，也可以工作在方波调制状态，本实验采用等幅状态；可变衰减器用来改变输出的微波信号的幅度大小，衰减器上刻度盘的指示越大，对微波的衰减越多，输出的信号越小；当发射喇叭的宽边与水平面平行时，发射信号电矢量的偏振方向在竖直方向。

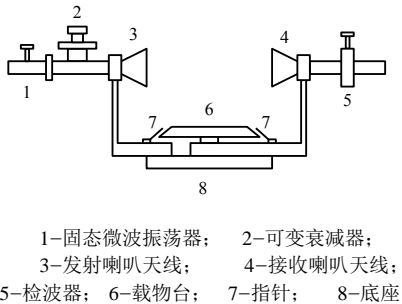


图 Z.3-7 微波分光仪装置图

接收臂由接收喇叭和检波器组成，接收喇叭和短波导管连在一起，旋转短波导的轴承可使接收喇叭在 90° 范围内转动，并可读出转角。检波二极管放置在微波腔中并通过短波导管与接收喇叭连接。检波二极管输出的直流信号由电表直接指示。做布拉格衍射实验时，模拟晶体安放在载物台上，并可利用载物台的四个弹簧压片固定。

2. 三厘米固态振荡器

三厘米固态振荡器发出的信号具有单一的波长，这种微波信号相当于光学实验中要求的单色光束。

固态微波振荡器连结在微波分光仪上，打开电源后振荡器即开始振荡，微波能量从波导口输出。

四、实验内容

1. 验证布拉格衍射公式

（1）估算理论值

由已知的晶格常数 a 和微波波长 λ ，根据公式（Z.3-2）估算出（100）面和（110）面衍射极大值的入射角 β 。

（2）调整仪器

调整活动臂和固定臂在一条直线上，慢慢转动接收喇叭的方向使微安表的示数最大，则发射喇叭和接收喇叭天线正对。固定此位置，然后调节衰减器（见图 Z.3-7）使电流输出接近但不超过电表的满度。

简单立方体的模型由穿在尼龙绳上的铝球做成，晶格常数 $a = 4.0 \text{ cm}$ 。实验前，应该用间距均匀的梳形叉从上到下逐层检查晶格位置上的模拟铝球，使球进入叉槽中，形成方形点阵。模拟晶体架的中心孔插在支架上，支架插入与度盘中心一致的销子上，同时使模拟晶体架下面小圆盘的某一条刻线（与所选晶面的法线一致）与度盘上的 0° 刻线重合。

(3) 测量峰值入射角

把晶体模型安放在载物台的中央,晶体模型中心的五个铝球的连线应尽量靠近载物台的中心转轴,转动模型使(100)面或(110)面的法线(模型下方的圆盘上刻有“晶面”的法向标记)与载物台刻度盘的 0° 重合,然后用弹簧压片把模型固定在载物台上。此时发射臂方向指针的读数即为入射角,当把接收臂转至方向指针指向 0° 线另一侧的相同刻度时,即有反射角等于入射角。转动载物台改变入射角,在理论峰值附近仔细测量,找出满足反射角等于入射角且电流最大处的入射角 β 。

已知晶格常数测定波长:分别将每个(110)面的法线对准 0° 线,测出各级衍射的入射角 β ,并对入射角 β 取平均值,计算出微波波长(晶格常数认为已知, $a=4.00\text{cm}$)。

已知波长测定晶格常数:与上同理测出每个(100)面各级衍射的入射角 β ,计算模拟立方晶体的晶格常数 a (微波的波长认为已知, $\lambda=3.202\text{cm}$)。

2. 单缝衍射实验

仪器连接时,按需要先调整单缝衍射板的缝宽(本实验中选用 70mm),转动载物台,使其上的 180° 的刻线与发射臂的指针一致,然后把单缝衍射板放到载物台上,并使狭缝所在平面与入射方向垂直(想一想,如何实现?),利用弹簧压片把单缝的底座固定在载物台上。为防止在微波接收器与单缝装置的金属表面之间因衍射波的多次反射而造成衍射强度的波形畸变,单缝衍射装置一侧贴有微波吸收材料。

转动接收臂使其指针指向载物台的 0° 刻线,打开振荡器的电源并调节衰减器使接收电表的指示接近满度而略小于满度,记下衰减器和电表的读数。然后转动接收臂,每隔 2° 记下一次接收信号的大小。为了准确测量波长,要仔细寻找衍射极小的位置。当接收臂已转到衍射极小值附近时,可把衰减器转到零的位置,以增大发射信号,提高测量的灵敏度。

3. 迈克尔逊干涉实验

迈克尔逊干涉实验需对微波分光仪做一点改动,其中反射板A和B(见图Z.3-6)安装在分光仪的底座上。A通过一个M15的螺孔与底板固定;B板通过带读数机构的移动架固定在两个M5的螺孔内,其前后位置可通过转动丝杠进行调节并由丝杠上的刻度尺及游标尺读出。半反射、半透射板固定在载物台上,它属于易碎物品,使用时应细心。

利用已调节好的迈克尔逊干涉装置,转动B板下方的丝杠,使B板的位置从一端移动到另一端,同时观察电表接收信号的变化并依次记下出现干涉极大值和极小值时B板的位置 x_k 。

五、数据处理

①用(100)和(110)晶面的各级衍射角与理论计算值进行比较,从而验证布拉格衍射公式。

②已知晶格常数 $a=4.00\text{cm}$,利用(110)晶面测定波长;已知波长,利用(100)晶面测定晶格常数。要求计算不确定度,并给出最终结果表述。

③对微波单缝实验,要求用坐标纸画出衍射分布曲线,利用左、右两侧的第一个衍射极小值位置 θ_1 和 θ_2 的平均值和公式(Z.3-3),求出微波的波长,并与标称值进行比较。

④对微波迈克尔逊干涉实验,要求列表表示各级干涉极大值和极小值的位置 x_k ,并用一

元线性回归方法求出微波波长，估算不确定度，给出最终结果表述。

六、思考题

- ①微波处于电磁波的什么频段？与可见光波和普通的无线电波相比，它有什么特点？
- ②研究间距为 $10^{-4}\sim 10^{-5}\text{cm}$ 的光栅衍射，要用什么波长的光？研究间距为 10^{-8}cm 的晶格衍射，要用什么波长的“光”？研究间距为 1cm 的“晶格”衍射，要用什么波长的“光”？
- ③晶体的晶面是怎样定义的？由此对立方晶体的（110）和（111）晶面作出解释，导出在（110）晶面和（111）晶面的布拉格条件中 $d=$ ？
- ④布拉格衍射为什么要让衍射角=入射角？在实验中是怎样来保证的？为什么说当入射波的方向及波长固定、晶体的取向也固定时，不同取向的晶面不能同时满足布拉格条件，甚至没有一族晶面能够满足布拉格条件？
- ⑤如何用本实验装置来进行单缝衍射实验？缝的宽度大体应当落在什么范围？
- ⑥如何用本实验装置来进行迈克尔逊干涉实验？

实验十 全息照相和全息干涉法的应用

1948年伽柏提出了全息照相的原理,但在20世纪50年代该方面的研究工作进展缓慢,直到1960年激光问世后,由于其具有良好的相干性和高强度,为全息照相提供了十分理想的光源,从而促进了全息技术飞速发展,并且在全息干涉计量、全息无损检测、全息存储以及全息器件等方面获得了重要的应用。伽柏于1971年获得诺贝尔物理学奖。

全息照相是一种利用相干光干涉得到物体全部信息的二步成像技术,它可以再现物体的立体形象。全息照相是干涉方法的一个重要应用。以本实验采用的两次曝光法为例,它采用同一束光,在不同的时间对同一张全息干板进行重复曝光,如果两次曝光之间物体稍有移动,那么再现时两物体的波前将发生干涉,这些干涉条纹携带有物体表面移动的信息,根据条纹的分布便可以计算出物体表面各点位移的大小和方向。全息干涉计量技术能够对具有任意形状和表面状况的三维表面进行测量;由于全息图具有三维性质,故可通过全息干涉计量方法从许多视图去考察一个复杂的物体;它还可以对一个物体在不同时刻用全息干涉方法进行观察,从而探测物体在一段时间内发生的各种改变。此外,全息干涉还具有光路简单、对光学元件的精度要求较低等特点,在干涉计量领域内得到广泛应用。

本实验的内容为反射式和透射式全息照相,并在反射式全息照相基础上用二次曝光法测定铝板的杨氏模量。通过实验不仅可以学到全息照相和全息干涉技术的基本知识和技能,还可以获得在两维光学平台上进行光路调整的训练以及有关照相的基本知识。

一、实验目的

1. 了解全息照相的基本原理和实验装置;
2. 掌握在光学平台上进行光路调整的基本方法和技能;
3. 熟悉反射式全息照相和透射式全息照相的基本技术和方法;
4. 学习用二次曝光法进行全息干涉计量,并以此测定铝板的杨氏模量;
5. 通过全息照片的拍摄和冲洗,了解有关照相的一些基础知识。

二、实验原理

1. 全息照相

全息照相所记录和再现的是包括物光波前的振幅和位相在内的全部信息,这是全息照相名称的由来。但是,感光乳胶和一切光敏元件都是只对光强敏感,不能直接记录位相,必须借助一束相干参考光,通过拍摄物光和参考光的干涉条纹,间接记录物光的振幅和位相信息。同样对全息图的观察,也必须使照明光线按一定方向照在全息图上,通过全息图的衍射,才能再现物光波前,看到被照物体的立体图像。全息照相和普通摄影完全不同,它包括波前的全息记录和再现两部分内容。根据记录光路的不同,全息照相又分为透射式全息和反射式全息;若物光和参考光均位于记录介质(干板)的同侧,则称透射全息;若物光和参考光在记录介质的异侧,则称反射全息。因为两束相干光所形成的干涉条纹平行于两束光夹角的分角线,可见透射全息的干涉面(条纹)几乎垂直于乳胶面,而反射全息中,从干板正反两面进入的两束光在介质中形成驻波,在干板乳胶面中形成平行于乳胶面的一层一层的干涉面。

下面分别讨论透射式和反射式全息照相的工作原理。

(1) 透射式全息照相

所谓透射式全息照相,是指再现时所观察和研究的是全息图透射光的成像。下面讨论物光和参考光夹角较小时平面全息图的记录与再现。

①透射全息的记录

(a) 两束平行光的干涉 (见图 Z.4-1)

将感光板垂直于纸面放置,两束相干平行光 S 、 R 按图示方向入射到感光板上,它们与感光板法线夹角分别为 φ_S 和 φ_R ,并且 S 光中二条光线 1、2 与 R 光中二条光线 1'、2' 在 A 、 O 二点相遇并相干,于是在垂直于纸面方向产生平行的明暗相间的干涉条纹,亦即在感光板上形成一个光栅。

设 A 、 O 二点为相邻的明条纹,则条纹间距 $d=OA$,其光程差为波长 λ 。如果再设 O 点处光线 2 和 2',由 O 点向光线 1' 作垂线,得光线 1' 与 2' 之间光程差为 $d\sin\varphi_R$;由 A 点向光线 2 作垂线,得光线 1 与 2 之间光程差为 $d\sin\varphi_S$,又由于光线 2 和 2' 为等光程,所以光线 1 和 1' 之间光程差为 $d(\sin|\varphi_R|+\sin|\varphi_S|)$ 。若以感光板法线为基准,逆时针转至入射光线 (不大于 90°) 的入射角为正,反之为负,则由图可知 φ_S 为正、 φ_R 为负,所以条纹间距为

$$d = \frac{\lambda}{\sin\varphi_S - \sin\varphi_R} \quad (\text{Z.4-1})$$

(b) 单色发散球面波的干涉 (图 Z.4-2)

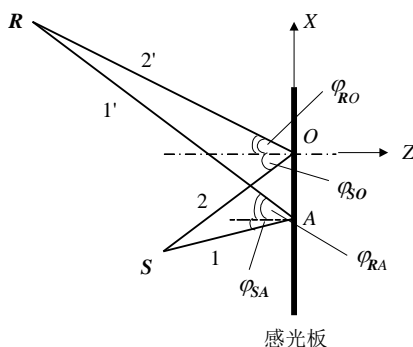


图 Z.4-2 单色球面波的干涉记录

在通常的全息照相中,物光与参考光都是发散球面波。将感光板置于直角坐标系的 OXY 平面上,设物光球面波的源点 S 和参考光球面波的源点 R 均处于 OXZ 平面内,物光的光线 1、2 相应和参考光线 1'、2' 在 A 、 O 二点处相遇并相干。在 A 、 O 二点附近的微小区域,可将这些光线视为一束细小的平行光,把 O 点附近的微小区域加以放大,如图 Z.4-3 所示,光线 2' 相当于平行光束,它与感光板法线夹角为 φ_{RO} ,两束平行光在感光板上相遇而干涉,形成与 Y 轴方向平行的间距为 d_0 的明暗条纹。由前面的讨论及公式 (Z.4-1) 可得

$$d_o = \frac{\lambda}{\sin\varphi_{so} - \sin\varphi_{ro}}$$

同理，在 A 点附近的微小区域内，条纹间距为

$$d_A = \frac{\lambda}{\sin\varphi_{sa} - \sin\varphi_{ra}}$$

物体由空间无数物点组成，它的漫反射光可以视为无数不同光源发出的发散球面波，它们与参考光在感光板平面相遇干涉，在干板上留下了复杂的干涉图样，其亮暗对比和反衬度反映了物光波振幅的大小，而条纹的形状、间距则反映了物光波的相位分布。

②透射全息的再现

全息图是以干涉条纹的形式记录的物光波，相当于一块有复杂光栅结构的衍射屏。必须用参考光照射才能在光栅的衍射光波中得到原来的物光，从而使物体得到再现。

光栅方程

全息图的再现依赖于单色光经光栅后的衍射，若同样规定以光栅的法线为基准，逆时针转至入（衍）射光线的入（衍）射角为正，则光栅方程为

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{Z.4-2})$$

式中， φ 为入射角， θ 为衍射角。

光栅方程中 k 可取至高级次，但由于本实验中物光与参考光干涉形成的条纹，故其黑白灰度呈正弦分布（见图 Z.4-4）。理论上可以证明，灰度呈正弦分布的光栅结构，其衍射级只能取至 $k = \pm 1$ 。参见图 Z.4-5，用再现光 C 照明全息图时，可以看见原物点 S 的像 S' 。

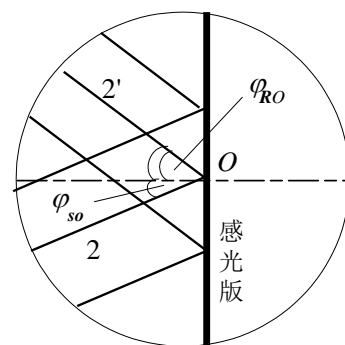


图 Z.4-3 O 点区域的放大图

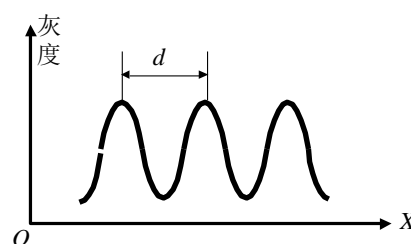


图 Z.4-4 正弦光栅图

(2) 反射式全息照相

反射式全息照相用相干光记录全息图，可用“白光”照明得到再现像。由于再现时眼睛接收的是白光在底片上的反射光，故称为反射式全息照相。这种方法的关键在于利用了布拉格条件来选择波长。此外，由于它光路非常简单，容易制作，又能用白光再现，所以应用很广泛。

反射式全息照相在记录全息图时，物光和参考光从底片的正反两面分别引入而在底片介质中形成驻波，在平板乳胶面中形成平行于乳胶面的多层干涉面，由于物光和参考光之间夹角接近于 180° ，相邻两干涉面之间的距离近似为

$$d \approx \frac{\lambda}{2\sin(180^\circ/2)} = \frac{\lambda}{2} \quad (\text{Z.4-3})$$

当用波长为 632.8nm 的激光作光源时，这一距离约为 $0.32\mu\text{m}$ ，而光致聚合物底板厚度为 $25\mu\text{m}$ ，这样在干板中就能形成 $60\sim 80$ 层干涉面（布拉格面），因而体全息图是一个具有三维结构的衍射物体。再现光在这三维物体上的衍射极大值必须满足下列条件：

(a) 光从衍射面上反射时，反射角等于入射角。

(b) 相邻两干涉层的反射光之间的光程差必须是 λ

$$\Delta L = 2nd \cos\theta = \lambda \quad (\text{Z.4-4})$$

这就是布拉格条件，式中 n 是感光板的折射率。

当不同波长的混合光以一确定的入射角 i 照明底片时，只有波长满足 $\lambda = 2nd \cdot \cos \theta$ 的光才能有衍射极大值，所以人眼能看到的全息图反射光是单色的。显然，对同一张干板， i 愈大，满足式 (Z.4-4) 的反射光的波长愈短。

如果参考光使用平面波，点物发出球面波，则干涉形成的布拉格面为弧状曲面，平行白光按原参考光方向照明，相当于照在凸面，反射成发散光，形成正立虚像，照明白光沿相反方向入射，则形成倒立实像。

反射全息图在记录时用波长为 632.8nm 的激光，可以预期，用白光再现，像也应是红的。但实际上，看到的再现像往往是绿色的，其原因是底板在冲洗过程中，乳胶发生收缩，使干涉层间距变小。

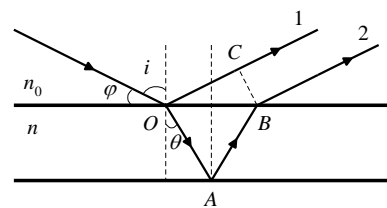


图 Z.4-5 反射光程差的计算

2. 两次曝光法测定金属板的杨氏模量

两次曝光法干涉图要求在同一记录介质上制作两个全息图，它将物体在两次曝光之间的形状改变作为永久记录保存下来。

如图 Z.4-6 的悬臂梁，在自由端受到一个力 F_y ，梁的中心线 (x 轴) 上各点，沿 x 方向和 z 方向的变形略去不计，而沿 y 方向的位移量按材料力学的挠度变形分布理论为

$$dy = \frac{F_y x^2}{6EJ} (3L - x) \quad (\text{Z.4-5})$$

式中, L 为梁的长度, E 为材料的杨氏模量, $J = bh^3/12$ 为梁的横截面的惯性矩, x 为待测点的坐标位置。

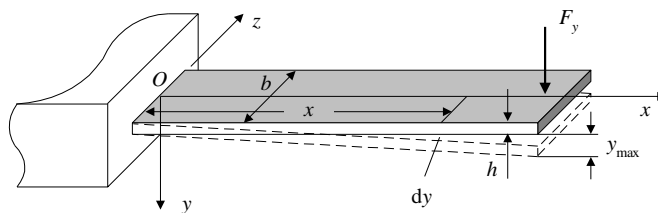


图 Z.4-6 悬臂梁受力图

实验光路如图 Z.4-7 所示。 L 为

扩束镜, M_1 、 M_2 为平面镜, H 为干板, P 为铝板, G 为加力装置。注意：铝板应紧贴着干板放置；干板的胶面朝向铝板。

激光束经过扩束镜 L 后，照射在干板上，即为参考光；激光透过干板以后，照射在铝板上，并由铝板反射，再次照向干板，即为物光。

首先在悬臂梁尚未受力时作第一次曝光，则记录了悬臂梁处于原始状态时的全息图。然后通过加力装置对梁的自由端加力进行第二次曝光，又记录了悬臂梁受力变形后的全息图。

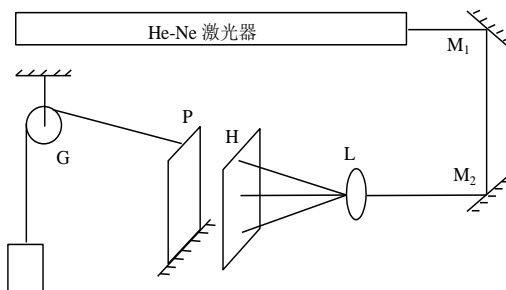


图 Z.4-7 二次曝光法测杨氏模量实验光路



图 Z.4-8 干涉条纹

再现时，同时复现悬臂梁两个状态下的物光波前，这两个波前发生干涉，形成一簇等光程差的干涉条纹，如图 Z.4-8 所示。

可以根据干涉条纹计算出梁在不同位置处的位移量。假设在梁上有任意一点 A ，当梁受力后， A 发生位移，位移方向垂直于梁表面，并由 A 点移到 A' 点，位移量为 dy (见图 Z.4-9)。假设照相时，入射光的方向与位移方向的夹角为 α ，反射光方向与位移方向为 β ，那么从图 Z.4-9 可算出变形前后， A 点与 A' 点发出的光波它们之间的光程差为

$$\delta = dy (\cos \alpha + \cos \beta)$$

根据干涉原理，明纹与暗纹的条件为

$$dy (\cos \alpha + \cos \beta) = \begin{cases} k\lambda & \text{亮纹} \\ (2k-1)\lambda/2 & \text{暗纹} \end{cases}$$

所以亮纹处的位移量为

$$dy = \frac{k\lambda}{\cos \alpha + \cos \beta} \quad (\text{Z.4-6})$$

暗纹处位移量为

$$dy = \frac{(2k-1)\lambda}{2(\cos \alpha + \cos \beta)} \quad (\text{Z.4-7})$$

使式 (Z.4-5) 与式 (Z.4-6) 相等，则

$$\frac{F_y x^2}{6EJ} (3L-x) = \frac{k\lambda}{\cos \alpha + \cos \beta}$$

由此可得出杨氏模量

$$E = \frac{F_y x^2 (3L-x)}{6Jk\lambda} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

其中 $J = \frac{1}{12}bh^3$ ，式中 b 为梁的宽度， h 为梁的厚度。所以

$$E = \frac{2F_y x^2 (3L-x)}{k\lambda bh^3} (\cos \alpha + \cos \beta) \quad (\text{Z.4-8})$$

同样可以用暗纹条件，使式 (Z.4-5) 与式 (Z.4-7) 相等，则

$$E = \frac{4F_y x^2 (3L-x)}{(2k-1)\lambda bh^3} (\cos \alpha + \cos \beta) \quad (\text{Z.4-9})$$

本实验中， α 和 β 都近似为零，由式 (Z.4-8) 和式 (Z.4-9) 可以看出，只要测出铝板的长度 L 、宽度 b 、厚度 h 和悬臂梁自由端所加的力 F_y ，并读出某一级亮纹或暗纹所在处的沿梁 X 轴方向的位置 x ，即可得出其杨氏模量。

三、实验仪器

氦氖激光器及电源一套，分束镜一块，平面镜三块，被摄物一个，砝码加载器及待测铝板一套，载物平台一个，底板架一个，扩束镜二块，透镜一块，白屏一块，纯净水，浓度分别为 40%、60%、80%、100% 的异丙醇溶液适量，竹夹一个，RSP-I 型红敏光致聚合物全息干板。

1. 全息台

全息照相除了要求光路中各光学元件有良好的机械稳定性以外，还必须尽可能隔绝外界震动，曝光时全息感光板上的干涉条纹必须稳定；在曝光时间内，条纹移动量须小于 1/2 条

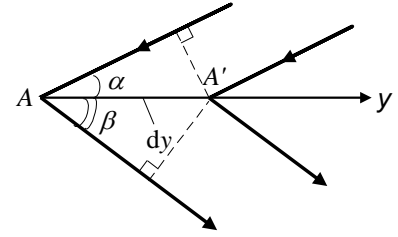


图 Z.4-9 光程差计算

纹间隔，才能获得良好的效果。

2. 全反镜

它的作用是使激光束改变方向，可作高度、左右、俯仰三维调节。

3. 分束镜

它的作用可使激光束分成二束，一束透射，另一束反射，同全反镜一样可作三维调节。

4. 扩束镜

它的作用是将激光器出射的细小光束扩大，以照明整个被摄物体和感光板，可作垂直、左右调节。

5. RSP-I 型红敏光致聚合物全息干板

全息记录介质可分为两大类：一类为银盐板，一类为非银盐板。银盐板特点是灵敏度高，适宜作短时曝光的全息图，但衍射效率低，实际应用受到一定限制。红敏光致聚合物全息干板是一种位相型记录介质，不同于银盐干板，属于自由基聚合的非银盐感光材料，只对红光敏感，对蓝、绿光不太敏感。日光灯发出的荧光光谱中红光成分很小，所以 RSP-I 型红敏光致聚合物干板可在日光灯下进行明室操作。

6. 实验注意事项

(1) 全息干板必须夹持牢固，最好不要有自由端。特别是全息干板面积比较大时，需要固定自由端以避免震动；当板面较小时，可以只夹住一端。

(2) 全息干板固定好后，应等几分钟（看板面大小决定时间。面积大，等待时间长）再拍摄。在这段时间内可以让玻璃板慢慢释放夹持应力，否则易出现粗大干涉条纹，影响再现像亮度与质量。

(3) 拍摄光路上所用的各个元器件必须用磁性表座/磁铁或螺栓牢固固定，不必要的元器件不要放在全息台上。

(4) 避免在室外有振动或较大噪音的情况下曝光。

(5) 曝光时间内，不要在室内走动或敲击全息台面，以免因振动时干涉条纹模糊化；振动严重时甚至不能记录干涉条纹。

四、实验内容

1. 全息照片的拍摄

(1) 反射式全息照相

反射全息的记录光路简单,按图 Z.4-10 所示稍作修改。激光束 S 经扩束镜 L 后照在全息底片 H 上,形成参考光 R ;透过 H 的激光照明物体 O ,再由物体反射到 H 形成物光 O ; O 、 R 在 H 的两侧,构成反射全息。由于乳胶感光材料的透过率约为 30%~50%,因而要求物体的反射率要高,否则很难满足参考光与物光的光强比要求。 OH 之间的距离通常在 1cm 以内,而且尽量使物体面平行于 H 。

光路调整后,遮挡激光安放感光板, H 的乳胶面应正对物体。随后,开放激光曝光 15~20 秒。

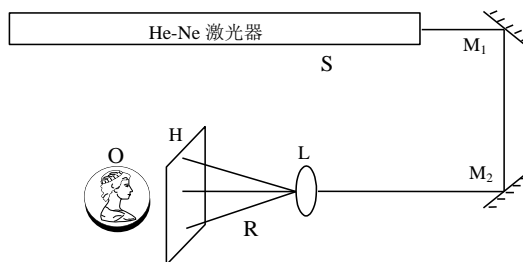


图 Z.4-10 反射全息光路

(2) 二次曝光法测定铝板的杨氏模量

在反射全息光路基础上进行,如图 Z.4-7 所示。

物体静止时进行第一次曝光,时间大约为 10 秒。随后用砝码加载器给悬臂梁自由端施加适当大小的力 F_y , 稳定一分钟后,进行第二次曝光,时间约 15 秒。

(也可以与上述做法相反,先加力,稳定一分钟后第一次曝光;然后释放力,再稳定一分钟,进行第二次曝光,其结果与上述做法相同。)

实验注意事项:

- ① 施力方向一定要与铝板垂直,否则得到的干涉条纹将出现倾斜或变形。
- ② 铝板与干板间的距离要尽可能小。实际操作时可在铝板与干板之间夹一小铁块,三者一起夹在底板架上。注意:干板的乳胶面要朝向铝板。
- ③ 加载砝码时动作要轻,均匀加力,不要有撞击。进行第二次曝光时,一定要等砝码静止后再进行,以免物体或光具座有移动或振动,造成条纹模糊或无条纹。

(3) 透射式全息照相

按图 Z.4-11 布置光路。 G 为分束镜, M_1 、 M_2 和 M_3 为平面镜, L_1 和 L_2 为扩束镜, H 为感光板。

① 首先粗调激光器水平,判断方法是当白屏沿平台移动时,激光光点大致处于同一高度(这一步通常已由实验室事先调好);其次改变平面镜俯仰,使激光光点回到激光器出口,此时平面镜与激光束垂直;然后转动平面镜将激光反射到其它各元件上,分别调整各元件高度

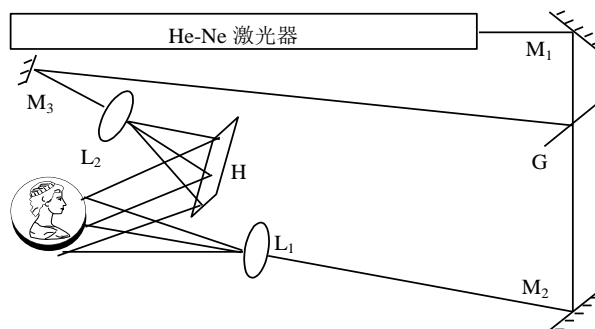


图 Z.4-11 透射式全息照相光路

使光点落入其中心，完成等高调节。

②布置物光光路。移动扩束镜 L_1 ，使被摄物全部被均匀照明。感光板距静物不超过 10cm。

③量取物光光程，以此确定参考光反射镜位置，使物光光程和参考光光程基本相等，同时使物光与参考光夹角在 40° 左右。

④前后调整扩束镜 L_2 位置，使参考光均匀照在整张感光板上，并使物光与参考光光强比为 1:4~1:10。

⑤检查各光学元件是否用螺钉拧紧并将磁性表座锁定，避免曝光时元件间发生相对位移。

⑥用黑纸遮挡激光，将感光板乳胶面朝光安装在底板架上。排除一切振动因素，如走动、大声讲话、对台面的碰撞（哪怕是轻微的）等，打开挡板曝光 80~100 秒。

2. 冲洗底板

①将曝光后的感光板用竹夹夹住，放在纯净水中浸泡 10 秒钟取出，滤尽水。

②将感光板依次放入 40%、60%、80% 浓度的异丙醇溶液中各脱水 10~15 秒后取出，注意，每次进入相邻溶液时，都需将干板上的溶液滤尽。

③将感光板放入 100% 浓度的异丙醇中脱水，直至感光板呈现红色或黄绿色为止。

④滤尽干板上的溶液，将干板迅速用吹风机吹干。

3. 再现像的观察

①反射全息图的观察

经冲洗吹干的全息图在白光下即可观察到原物虚像。

②杨氏模量的测量

测量杨氏模量的光路也是反射全息光路，因此获得的全息图可在白光下直接看到干涉条纹。取不同级数的亮纹或暗纹，测量条纹所在处的 x 坐标。然后测定铝板的长度、宽度和厚度，按式 (Z.4-8) 或式 (Z.4-9) 计算杨氏模量。

③透射全息图的再现

将已经制成的全息图放回原底板架上，不要改变全息图与原底板之间的方位（即不能上下颠倒或前后翻转），挡去物光，移去原物，便可在原物位置上显现出与原物同等大小、三维立体的原始像。

如再现光光强不足，可移去分束镜 G ，移动平面镜 M_2 至 G 的位置进行再现。

五、思考题

1. 全息照相

①简述全息照相的特点，它与普通照相有什么不同？为什么说全息图记录了光波的全部信息？

②全息照相用的感光板与普通照相底片有什么不同？本实验中用的感光板有什么特点？

③再现原始像应当注意些什么？观察到的全息图与普通照片有什么区别？

④反射全息和透射全息有什么区别？表现在光路上有什么不同？

⑤布置反射全息光路时，应满足哪些基本条件？布置透射全息光路时，应满足哪些基本条件？如何量取物光光程和参考光光程？

2. 全息干涉法

- ① 简述全息干涉法测量金属板杨氏模量的原理和方法。
- ② 如果加载过大或过小，对干涉条纹的疏密有何影响？如何控制加载量？
- ③ 计算杨氏模量的相关数据如何读取？如何估计测量结果的准确度？
- ④ 什么叫做相干光？什么叫做非相干光？用两个激光光源分别作物光和参考光，能否制作一张全息图并再现原物的像？
- ⑤ 什么叫两次曝光法？
- ⑥ 两次曝光拍摄的全息照片再现时，在物平面上观察到的明暗条纹是怎样形成的？条纹的零级在什么位置？条纹间距为什么不是均匀的？

实验十一 分光仪的调整和使用（三棱镜顶角测量）

一、实验目的

1. 了解分光仪的构造及其主要部件的作用；
2. 学习并掌握分光仪的调节原理与调节方法技能；
3. 掌握自准直法和逐次逼近调节法，巩固消视差调节技术；
4. 学会用反射法测量三棱镜的顶角。

二、分光仪的调节原理

1. 分光仪的结构

分光仪是分光测角仪的简称，它能较精确地测量平行光线的偏转角度。借助它并利用反射、折射、衍射等物理现象，可完成全偏振角、晶体折射率、光波波长等物理量的测量，其用途十分广泛。近代摄谱仪、单色仪等精密光学仪器也都是在分光仪的基础上发展而成的。

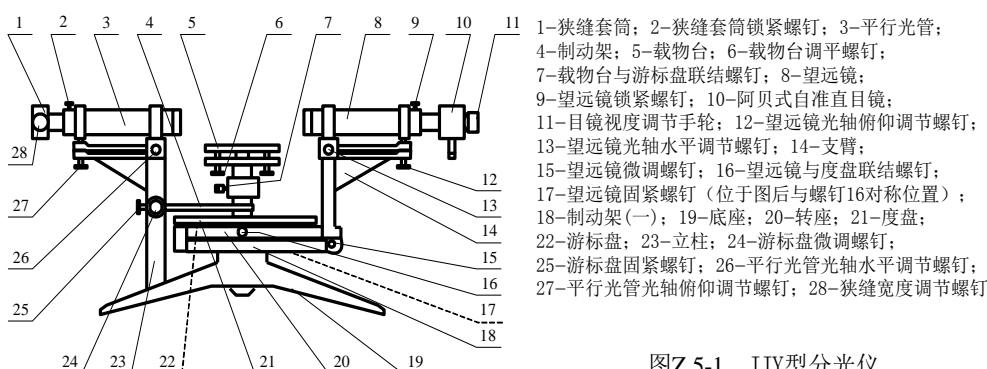
分光仪的结构因型号不同各有差别，但基本结构是相同的，一般都由底座、刻度读数盘、自准直望远镜、平行光管、载物平台五部分组成。下面介绍 JJY 型分光仪（见图 Z.5-1）。

（1）三角底座

在三角底座中心，装有一垂直的固定轴，望远镜、主刻度圆盘、游标刻度圆盘都可绕它旋转，这一固定轴称分光仪主轴。

（2）刻度圆盘

圆盘上刻有角度数值的称主刻度盘，在其内侧有一游标盘，在游标盘上相对 180° 处刻有两个游标。主刻度盘和游标刻度盘都垂直于仪器主轴。并可绕主轴转动。



图Z.5-1 JJY型分光仪

读数系统由主刻度盘和游标盘（角游标）组成，沿度盘一周刻有 360 大格，每格 1° ；每大格又分成两小格，所以每小格为 $30'$ ，主刻度盘内侧有一游标盘。主刻度盘可以和望远镜一起转动，游标盘可以和载物台一起转动。游标盘在它的对径方向有两个游标刻度，游标刻度的 30 小格对应主刻度盘刻度的 29 个小格，所以这一读数系统的准确度为 $1'$ 。它的读

数原理与游标卡尺完全相同。

(3) 载物平台

载物平台用来放置光学元件，如棱镜、光栅等，在其下方有载物台调平螺钉三只，以调节平台倾斜度（见图 Z.5-1 中的 6）。用螺钉 7 可调节载物平台的高度，当固紧时平台与游标刻度盘固联。固紧螺钉 25，可使游标盘与主轴固联；拧动螺钉 24，可使载物台与游标盘一起微动。

(4) 自准直望远镜

自准直望远镜的结构见图 Z.5-2。它由目镜、全反射棱镜、叉丝分划板及物镜组成。目镜装在 A 筒中，全反射棱镜和叉丝分划板装在 B 筒内，物镜装在 C 筒顶部，A 筒通过手轮可在 B 筒内前后移动，B 筒（连 A 筒）可在 C 筒内移动。叉丝分划板上刻有双“+”字形叉丝和透光小“+”字刻线，并且上

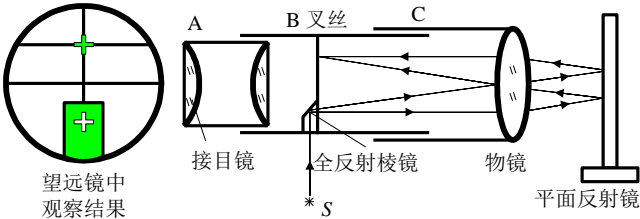


图 Z.5-2 自准直望远镜

叉丝与小“+”字刻线对称于中心叉丝，全反射棱镜紧贴其上。开启光源 S 时，光线经全反射棱镜照亮小“+”字刻线。当小“+”字刻线平面处在物镜的焦平面上时，从刻线发出的光线经物镜成平行光。如果有一平面镜将这平行光反射回来，再经物镜，必成像于焦平面上，于是从目镜中可以同时看到叉丝和小“+”字刻线的反射像，并且无视差（见图 Z.5-3(a)）。如果望远镜光轴垂直于平面反射镜，反射像将与上叉丝重合（见图 Z.5-3 (b)）。这种调望远镜使之适于观察平行光的方法称为自准直法，这种望远镜称为自准直望远镜。

望远镜可通过螺钉 16 的固紧与主刻度盘固联，又可通过螺钉 17 的固紧与主轴固联，此时拧动望远镜微调螺钉 15，望远镜将连同主刻度盘绕主轴微动。

(5) 平行光管

平行光管与底座固联，靠近仪器主轴的一端装有平行光管的物镜，另一端装有可调狭缝套管，前后移动套管，使狭缝处在物镜的焦平面上，于是由狭缝产生的光通过物镜后成平行光。

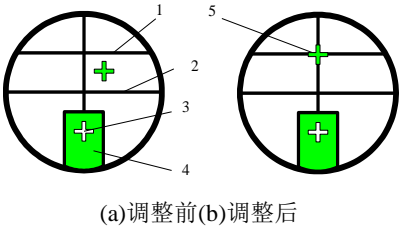


图 Z.5-3 叉丝分划板和反射“+”字像

1—上叉丝；2—中心叉丝；3—透光“+”字刻线；4—绿色背景；5—“+”字刻线的反射像（绿色）

2. 分光仪的调整

分光仪常用于测量入射光与出射光之间的角度，为了能够准确测得此角度，必须满足两个条件：①入射光与出射光（如反射光、折射光等）均为平行光；②入射光与出射光都与刻度盘平面平行。为此须对分光仪进行调整：使平行光管发出平行光，其光轴垂直于仪器主轴（即平行于刻度盘平面）；使望远镜接收平行光，其光轴垂直于仪器主轴；并须调整载物平台，使其上旋转的分光元件的光学平面平行于仪器主轴。下面介绍调整方法。

(1) 粗调

调节水平调节螺钉（见图 Z.5-1 之 13）使望远镜居支架中央，并目测调节望远镜俯仰螺钉（见图 Z.5-1 之 12），使光轴大致与主轴垂直，调节载物平台下方三只螺钉外伸部分等长，使平台平面大致与主轴垂直。这些粗调对于望远镜光轴的顺利调整至关重要。

(2) 望远镜调焦于无穷远

① 调节要求

根据前述自准直原理，当叉丝位于物镜焦平面时，叉丝与小“+”字刻线的反射像共面，即**绿“+”字与叉丝无视差**，此时望远镜只接收平行光，或称望远镜调焦于无穷远。

② 调节方法

在载物平台上（见图 Z.5-4）放置平面反射镜，构成图 Z.5-2 所示自准直光路。开启内藏照明灯泡，照明透光小“+”字形刻线。调节目镜 A（转动目镜筒手轮 A，筒壁螺纹结构使 A 筒在 B 筒内前后移动），改变目镜与叉丝分划板之间距离，直至看清分划板上的双“+”字形叉丝。旋转载物台，改变平面反射镜沿水平方向的方位，若平面反射镜的镜面在俯仰方向上已大致垂直于望远镜光轴，则在旋转载物台的过程中，总可以在某一位置，通过目镜看到一个绿色“+”字（可能不太清晰），如看不到，则应视情况调节望远镜下方的俯仰螺钉或载物台下方的 *b*（或 *c* 螺钉），再一次粗调望远镜光轴大致与平面反射镜的镜面垂直。前后伸缩叉丝分划板套筒 B，改变叉丝与物镜之间距离，直到在目镜中清晰无视差地看到一个明亮的绿色小“+”字（透光小“+”字刻线的像）为止（见图 Z.5-3 (a)）。

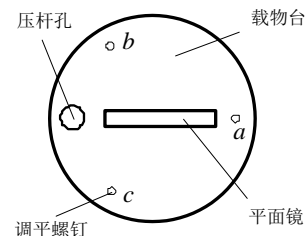


图 Z.5-4 平面镜的放置

(3) 调整望远镜光轴与仪器主轴垂直

① 调整原理

若望远镜光轴垂直于平面反射镜镜面，且平面镜镜面平行于仪器主轴，则望远镜光轴必垂直于仪器主轴。此时若将载物台绕仪器主轴转 180° ，使平面镜另一面对准望远镜，望远镜光轴仍将垂直于平面镜。若望远镜光轴开始时垂直于平面镜，但不垂直于主轴，亦即平面镜镜面不平行于主轴，则将平面镜反转 180° 后，望远镜光轴不再垂直于平面镜镜面。

由光路成像的原理知道，当望远镜光轴垂直于平面镜镜面时，反射像绿“+”字与上叉丝重合。若同时有平面镜镜面平行于仪器主轴，则平面镜反转 180° 后，仍有望远镜光轴与平面镜垂直，绿“+”字仍与上叉丝重合。此时必有望远镜光轴垂直于主轴。若平面镜镜面不平行于仪器主轴，则平面镜反转 180° 后，绿“+”字与上叉丝将不再重合。

② 调整方法

在望远镜调焦于无穷远的基础上，观察绿色小“+”字，一般它会偏离上叉丝，调节载物台调平螺钉 b 或 c ，使绿色小“+”字向上叉丝移近 $1/2$ 的偏离距离，再调节望远镜俯仰调节螺钉，使绿色小“+”字与上叉丝重合，见图 Z.5-5，这时，望远镜光轴与平面镜镜面垂直。将平面镜反转 180° ；重复调节载物台调平螺钉 b 或 c ，并调节望远镜俯仰调节螺钉，使绿色小十字各自消除 $1/2$ 与上叉丝的偏离量，再次使望远镜光轴与平面镜镜面垂直。如此重复几次，直至平面镜绕主轴旋转 180° ；绿色小“+”字始终都落在上叉丝中心为止。每进行一次调节，望远镜光轴与主轴垂直状态及平面镜与主轴的平行状态就改善一次。多次调节，逐渐达到完全改善为止，故称为逐次逼近调节。又由于每次各调 $1/2$ 偏离量，故又称半调法。

（4）调整叉丝分划板的纵丝与主轴平行

分划板的上叉丝与纵丝是互相垂直的。当纵丝与主轴不平行时，绕主轴转动望远镜，在望远镜视场中，会看到绿色小“+”字的运动轨迹与上叉丝相交。只要微微转动（不能有前后滑动）镜筒 B，达到绿色小“+”字的运动轨迹与上叉丝重合，叉丝方向就调好了。

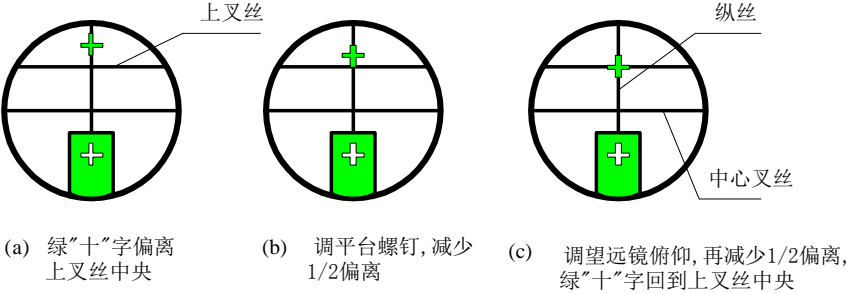


图 Z.5-5 半调法

（5）平行光管的调整

①使平行光管产生平行光——当被光所照明的狭缝刚好位于透镜的焦平面上时，平行光管出射平行光。

调整方法：将已调节好的望远镜对准平行光管，拧动狭缝宽度调节手轮（见图 Z.5-1 之 28），打开狭缝，松开狭缝套筒锁紧螺钉（见图 Z.5-1 之 2），前后移动狭缝套筒，当在已调焦无穷远的望远镜目镜中无视差地看到边缘清晰的狭缝像时，平行光管即发出平行光。

②调平行光管光轴与仪器主轴垂直——望远镜光轴已垂直主轴，若平行光管与其共轴，则平行光管光轴同样垂直主轴。

调整方法：调节平行光管的水平调节螺钉（见图 Z.5-1 之 26），使平行光管居支架中央。望远镜在正对平行光管的位置，看清狭缝像，并使狭缝像与纵丝重合，转动平行光管俯仰调节螺钉（见图 Z.5-1 之 27），使狭缝像的中点与中心叉丝重合（中心叉丝与狭缝中点都可视为望远镜与平行光管光轴所垂直通过的地方）。

3. 三棱镜顶角的测量方法

（1）调整要求

反射法测三棱镜顶角，使望远镜的光轴旋转平面垂直于待测顶角 A 的两光学平面 AB 面和 AC 面（见图 Z.5-6），望远镜分别对准 AB 面和 AC 面时均应有绿“+”字与上叉丝重合。

(2) 三棱镜的放置

如图 Z.5-6, 按逆时针方向称三棱镜的三个顶角为 A 、 B 、 C , AB 、 AC 构成待测顶角 A 的光学面, BC 为磨沙面。放置时, 令三棱镜的 AB (BC , AC) 边平行于载物平台上的径线 oa (ob 、 oc)。这样一来, 在调节 oa (oc) 线下的调平螺钉 a (c) 时, 整个棱镜将以 bc (ba) 为轴转动, 由于 AB (AC) 面与 bc (ba) 垂直, 故而不会影响 AB (AC) 面与仪器主轴的相对关系。

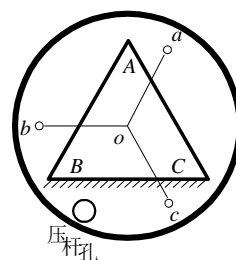


图 Z.5-6 三棱镜放置方法

(3) 调三棱镜的 AB 面和 AC 面与望远镜光轴垂直

此调整在已调好望远镜的基础上进行。先用自准直法调 AB 面与望远镜光轴垂直 (即 AB 面与仪器主轴平行), 如不垂直, 可调节调平螺钉 b 或 c ; 再转动载物平台将 AC 面转向望远镜, 此时可且只可调节调平螺钉 a , 使 AC 面与望远镜光轴垂直, 因为调 a 不会破坏已调好的 AB 面与望远镜光轴的垂直关系。

从以上叙述中可体会到, **三棱镜的放置与调平螺钉的调节, 要遵循调整第二面的方位时不致改变第一面的方位的原则**。按照此原则, 并掌握**当某调平螺钉到平台中心的连线与三棱镜的一棱面平行时, 调节此螺钉不会改变该棱面的方位**的规律, 调整就会得心应手, 否则会给调整带来麻烦。

在调整三棱镜的过程中, 可以看到应保证望远镜光轴的旋转平面与主轴的垂直关系不变, 否则将造成测量角度的误差, 损失分光仪测角的准确度。

(4) 用反射法测三棱镜顶角

反射法测顶角须使入射平行光经 AB 、 AC 面反射后能通过望远镜, 而望远镜是绕主轴旋转的, 所以 AB 和 AC 面的反射平行光必须通过主轴才能进入望远镜。在图 Z.5-7 (a) 中, 主轴中心 O 远离顶角 A , AB 、 AC 面的反射光不能通过主轴, 从而也就不通过望远镜; 只有如

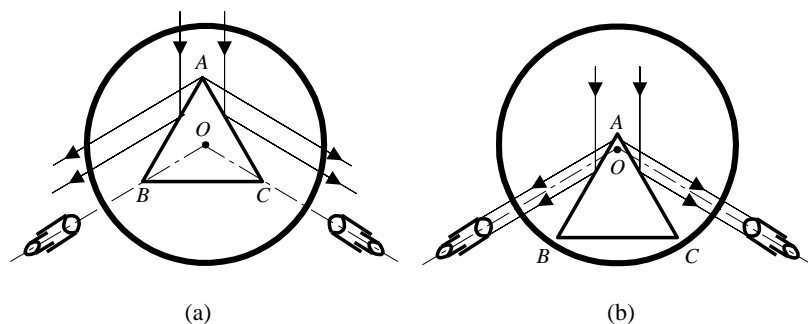


图 Z.5-7 三棱镜顶角应靠近主轴中心

图 Z.5-7 (b) 所示, 顶角 A 处于主轴中心 O 附近时, AB 、 AC 面的反射光才能进入望远镜。所以测量顶角时, 应尽量将顶角 A 平移靠近主轴中心处。

测量原理：将三棱镜置于已调整好的分光仪的载物平台上，顶角 A 对准平行光管，使部分平行光由 AB 面反射；另一部分平行光由 AC 面反射。当望远镜在 I 位置观察到 AB 面反射的狭缝像，在 II 位置观察到 AC 面反射的狭缝像时，望远镜转过了角度 θ ，由图 Z.5-8 可知

$$\theta = A + i_1 + i_2$$

又因为

$$A = i_1 + i_2$$

故有

$$A = \frac{\theta}{2} \quad (\text{Z.5-1})$$

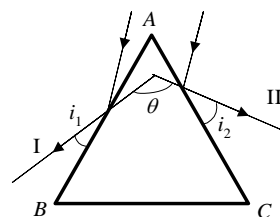


图 Z.5-8 反射法测棱镜顶角

三、仪器设备

1. 实验仪器

分光仪，平面反射镜，三棱镜，钠灯及电源。

2. 仪器介绍

钠光灯——钠光灯分高压钠灯和低压钠灯两种，实验室常用低压钠灯，它辐射的光谱主要是两条极强的黄色谱线，波长分别为 589.00nm 和 589.59nm，是一种较好的单色光源，通常取其中心值 589.3 nm 作为测定光栅常数、折射率等的波长值。

钠灯从启动到正常工作约需 10min，冷却也约需 10min，熄灭后，不能立即启动。

四、实验内容

1. 按分光仪调整方法调好分光仪

要求达到：

- (1) 平面镜反射回来的绿色“+”字与叉丝无视差。
- (2) 平面镜正、反两面反射回来的绿色“+”字均与上叉丝重合，且转动平台过程中绿色“+”字沿上叉丝移动。
- (3) 狭缝像与叉丝无视差，且其中点与中心叉丝等高。

2. 调整三棱镜

将三棱镜放置于载物台上，使待测顶角 A 靠近中心，并使其一个光学面与载物台上的某根径线平行，用压杆固定好棱镜。将望远镜对准三棱镜某光学平面，调节与另一光学平面平行的载物台径线下螺钉，使绿色“+”字与上叉丝重合。同理再调整另一光学平面。

3. 用反射法测棱镜顶角

为了准确测定三棱镜顶角，除了严格调整分光仪和三棱镜以外，须准确读取数据和掌握正确的测量方法。

（1）偏心差的消除

在分光仪的生产过程中，分光仪的主刻度盘和游标盘不可能完全同心，读数时不可避免地将产生偏差，称为偏心差，这是仪器本身的系统误差。消除系统误差的办法是采用对径读数法。设开始时，左边游标的读数为 α_1 ，右边游标的读数为 β_1 ，当望远镜或载物台转过某一角度后，左边游标的读数为 α_2 ，右边游标的读数为 β_2 ，可以由左边的读数得其转角 $\theta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$ ，由右边读数得其转角 $\theta_2 = \beta_2 - \beta_1$ ，然后取其平均

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2}[(\alpha_2 - \alpha_1) + (\beta_2 - \beta_1)] \quad (\text{Z.5-2})$$

这就可以消除偏心差，得到准确的结果。

（2）减小主刻度盘刻度不均匀所造成的系统误差

如果主刻度盘刻度不均匀，测量时将产生一定的系统误差，为了减少此系统误差，需在刻度盘不同部位进行多次测量，然后取其平均值。

测量方法：每次测量时应改变初始值，即松开主刻度盘与望远镜的固紧螺钉（见图 Z.5-1 之 16），单独旋转主刻度盘 $50^\circ \sim 60^\circ$ ，测量次数不少于 5 次。

注意：在推动望远镜时，应推动望远镜支臂（见图 Z.5-1 之 14），切勿直接推镜筒，以免破坏望远镜与仪器主轴的垂直关系，造成角度测量的超差。

4. 数据处理

- （1）原始数据列表表示；
- （2）计算顶角 A 及其不确定度 $u(A)$ 。

第四部分 设计性实验

考试实验的主要内容是设计性实验，与我们已经做过的其他实验相比，无论从难度和训练环节上，都要上一个台阶。希望通过此类实验，使学生从实验的方案设计、仪器调试、数据测量以及结果处理等各个方面的素质和能力都有新的提高。

4.1 设计性实验基本要点

设计性实验包括三个相互联系的环节：方案设计、实验操作及数据测量和数据处理。

4.1.1 方案设计

方案设计应根据实验题目和具体要求，正确选择实验方法，进行参数估算、选择实验仪器、给出电路图或光路图、拟定实施方法和操作步骤、考虑数据处理方法等。例如电阻测量，可以采用伏安法，电桥法和补偿法等。若多种方案并存，一般的原则是在满足测量精度的要求下，选择最简单的方案。需要注意的是，方案的选择常常受到实验要求和仪器条件的限制。例如要求用干涉法测细丝直径，就不宜采用细丝的衍射方法来测量；又如采用电桥法和补偿法，必须配以适当的检流计，否则就无法进行平衡的示零操作；等等。但仪器的限制有时可以通过实验方法的灵活运用而得到拓宽。

方案设计中一个值得注意的问题是系统的灵敏阈必须满足测量的精度要求。所谓灵敏阈（也称鉴别力阈），是指使指针、数字（或仪器的响应）产生可觉察偏转（或响应变化）的待测量的最小改变值。

在方案设计中，为了满足测量结果的精度要求，还需要对相关的直接观测量进行不确定度的预估。具体做法是根据总不确定度的要求，对误差来源做大致的分析，并进行不确定度的“预”分配，实际是利用部分已知或确定的信息对尚未确定或未完全确定的部分作出合理的选择。

4.1.2 实验操作及数据测量

实验操作及数据测量是按设计方案的要求，完成仪器的调节和数据测量的过程。测量安排体现一个“原则”：可粗则粗，应细求细。

在具体的实验测量中要灵活应用已经学过的基本操作方法和技能，强调操作的规范性。例如光学的共轴调节、粗细分步调节，电学的回路接线、初值和安全位置和逼近调节，以及读数的消空程、消视差等。这些实验的基本功许多已在基本实验做了归纳和总结，下面就容易被初学者所忽视的实验条件问题做一点讨论。实验中总有一些条件特别是关键环节要严格控制，有的则可以在一定的范围内灵活选择。这是实验者必须明确的，否则会影响测量的准确度，甚至导致实验失败。例如在菲涅耳双棱镜实验中，扩束镜到测微目镜的距离，双棱镜的位置安排，都需认真考虑。前者的最短距离受到 $4f$ （透镜焦距）的制约，过大则会影响虚光源像的测量；后者则对干涉区、条纹间距和条纹数有明显的影响，双棱镜距光源过远还可能使虚光源小像的测量无法进行。

4.1.3 数据处理

实验的数据处理是用数学方法从带有随机性的观测值中导出规律性结论的过程。作为设计性实验，通常以获得被测量的结果为目标，其数据处理方法与被测量的性质和获取方法有密切关系：是直接观测量、间接观测量还是以隐含在函数中的参量形式出现。

实验数据处理的另一个基本任务是不确定度的计算。这里强调指出，作为一个测量结果，不仅要给出被测量的最佳值（包括单位），而且要正确估算相应的不确定度。这样做不仅可以据此讨论测量结果的可靠性，也是对设计的精度要求做出的复核和检验。在一些要求不高的场合，有时可以不计算不确定度，但也应当给出正确的有效数字，并对它做出定性或半定量的说明。

应当指出的是，方案设计、实验操作及测量和数据处理是有机的整体，在时序上有时也难以截然分开。例如，不确定度的预分配体现了方案设计中的数学处理；灵敏阈分析常常要结合实验进行，在理论分析过于复杂或麻烦时更是如此。

4.2 迈克尔逊干涉仪的应用 (2)

测钠光双黄线的波长差 $\Delta\lambda$

4.2.1 任务与要求

1. 调出钠灯面光源等倾干涉条纹，用视见度原理测出钠光双黄线的波长差 $\Delta\lambda$ 。要求用一元线性回归法处理数据。
2. 测出钠光的相干长度并由此估算谱线宽度 $\delta\lambda$ 。

4.2.2 实验提示

1. 视见度（也称反衬度、可见度） V 是描写干涉条纹清晰程度的物理量，且

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

式中， I_{\max} 是亮条纹的极大光强， I_{\min} 是暗条纹的极小光强。

当 $I_{\min}=0$ 时， $V=1$ ，干涉条纹亮暗分明，最清晰；当 $I_{\max}=I_{\min}$ 时， $V=0$ ，视场为一均匀亮度的光场($I_{\min}\neq 0$)，或一片黑暗($I_{\min}=0$)，看不到干涉条纹。理想的单色光源所产生的干涉条纹，其视见度与光程差无关， $V=1$ 。若扩展光源的谱线由两条靠得很近的双线 λ_1 和 λ_2 组成，且两者的光强相近，干涉仪 $M_2//M_1'$ （见图4.2-1），当 λ_1 和 λ_2 两套同心亮纹重合时，视见度最好，条纹清楚可见；当 λ_1 的一套亮纹恰与 λ_2 的一套暗纹重合时，视场一片均匀，视见度为零。改变 d ，视见度将出现交替变化。

2. 光源存在一定的相干长度可以作下述理解：

①光源发射的光波由彼此无关的断续波列组成，每个波列被分束镜分成两束，当光程差 ΔL 过大时，来自两臂的分波列首尾错开，不发生重

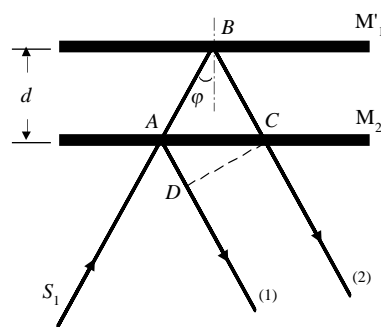


图 4.2-1 等倾干涉光程差计算

叠，因此形不成干涉。

②实际光源不是理想的单色光，一个光波可以看成是由波长在 $\lambda_0 - \delta\lambda/2 \sim \lambda_0 + \delta\lambda/2$ 之间的无限多个理想单色光组成。发生干涉时，每个单色光形成了自己的一套条纹。 $\Delta L=0$ 时各套条纹重叠在一起，视场的视见度最好。随光程差的增加视见度逐渐减小。当 $\lambda_0 - \delta\lambda/2$ 的干涉条纹与 $\lambda_0 + \delta\lambda/2$ 错开一个条纹间距时，干涉条纹完全消失。

3. 本实验涉及的是面光源产生的定域条纹及其观察问题。如图 4.2-1 所示，调节 M_1 、 M_2 互相垂直，即 $M_2 \parallel M_1'$ ，来自面光源上某光点的入射光 S_1 经 M_2 、 M_1' 反射后成为互相平行的两束光 (1) 与 (2)，它们的光程差为

$$\Delta L = AB + BC - AD = 2d \cos \phi$$

式中， d 是镜面形成的空气膜厚， ϕ 是入射角。该式说明，来自面光源不同点的入射光，只要以相同 ϕ 入射，经 M_1 、 M_2 反射后都互相平行，它们在 ∞ 处相遇而发生干涉。如果在空间放置一块透镜，则将在透镜焦面上产生干涉条纹。这些光线的干涉发生在空间某特定区域，称为定域干涉。同时，相同倾角 ϕ 入射的光线，均属同一级的干涉条纹 (ΔL 相同)，所以称为等倾定域干涉。

4. 人眼可视作类似于照相机的光学仪器，其晶状体相当于一个焦距可调的透镜，眼睛肌肉完全松弛时可调焦至 ∞ (无穷远的物体成像在视网膜上)。在观察近处物体时，则可通过肌肉的收缩使焦距缩短来完成聚焦。

5. 调节面光源等倾干涉条纹时，可先调出点光源非定域等倾干涉条纹，然后将入射光源换成钠灯，并在灯前置一毛玻璃，使之成为面光源。改换光源前需注意钠光与激光在相干长度上的差异，将点光源非定域条纹调至合适的状态。

6. 有关钠光参数的测量，应当采用何种干涉条纹？如何用视见度原理测量钠双线的波长差 $\Delta\lambda$ ？如何安排实验以使用一元线性回归法来求得该波长差 (实验数据不得小于 6~8 组， λ_0 作为已知值处理)？如何测量钠光的相干长度？

7. 钠双线波长差的计算

可以通过两次清晰度变化来测定双线的波长差 $\Delta\lambda$ 。设双线的波长为 λ_1 和 λ_2 ，且 $\lambda_1 > \lambda_2$ 。当空气层厚度为 d 时， λ_1 的第 k_1 级亮纹落在 λ_2 的 k_2 和 (k_2+1) 级亮纹之间，则有 (取空气的相对折射率 $n=1$)

$$2d \cos \theta = k_1 \lambda_1 = (k_2 + 0.5) \lambda_2 \quad (4.2-1)$$

当 $d \rightarrow d + \Delta d$ 时，出现清晰度变化的情况。如这时 $k_1 \rightarrow k_1 + \Delta k$ ，由于 $\lambda_1 > \lambda_2$ ，故 $k_2 + 0.5 \rightarrow k_2 + 0.5 + \Delta k + 1$ ，于是又有

$$2(d + \Delta d) \cos \theta = (k_1 + \Delta k) \lambda_1 = (k_2 + 0.5 + \Delta k + 1) \lambda_2 \quad (4.2-2)$$

式 (4.2-2) 减去式 (4.2-1) 得

$$2\Delta d \cos \theta = \Delta k \lambda_1 = (\Delta k + 1) \lambda_2$$

由此可得

$$\Delta k = \left(\frac{\lambda_1}{2\Delta d \cos \theta} \right)^{-1}, \quad \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{\Delta k}$$

故

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2\Delta d \cos \theta} \approx \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta d} \quad (4.2-3)$$

4.2.3 仪器设备

迈克尔逊干涉仪，氦氖激光器，钠灯光源，白炽灯，小孔，扩束镜，毛玻璃。

仪器介绍、实验说明参见本书迈克尔逊干涉仪 (1)