

概率统计与随机过程复习题 3

1. 设连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求: (1) 常数 C ; (2) $P\{X + Y \leq 4\}$; (3) X 的边缘概率密度 $f_X(x)$.

2. 已知随机变量 X, Y 为离散随机变量, X 服从分布 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, Y 服从分布 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 而且 $P\{XY = 0\} = 1$. (1) 求 X 和 Y 的联合分布; (2) 问 X 和 Y 是否独立? 为什么?

3. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} k(6 - x - y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, (1) 确定常数 k ; (2) 求 $P\{X < 1, Y < 3\}$; (3) 求边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (4) 问 X 和 Y 是否相互独立?

4. 设 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} (2 - x)y, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, (1) 求 (X, Y) 分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (2) 判断 X 和 Y 是否独立, 并说明理由.

5. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布密度函数为: $f(x, y) = \begin{cases} c(x+y), & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, (1) 求常数 c ; (2) 求 X, Y 的边缘分布函数概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (3) 讨论 X, Y 的独立性; (4) 计算 $P\{X+Y \leq 1\}$.

6. 已知随机变量 (X, Y) 的分布律为

X \ Y	1	2	3
	1	2	3
1	1/3	α	β
2	1/6	1/9	1/18

- 问: (1) 当 α, β 为何值时, X 和 Y 相互独立. (2) 求 $P\{X=2|Y>1\}$.

7. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布律为

X \ Y	-1	0
	0	1
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

- 试求: (1) X 和 Y 的边沿分布; (2) X 和 Y 是否相互独立? 为什么? (3) 求 $P\{X+Y=0\}$.