

概率统计与随机过程复习题 7-8

一、填空题

1. 设 X_1, X_2, X_3 是总体为 $N(1, 4)$ 的样本, 则 $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ 的分布为 _____.
2. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 其中 λ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, 则 λ 的矩估计量为 _____.
3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的一个样本, 则 $\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$ 服从分布 _____.
4. 设 ξ 与 η 相互独立, 且 ξ 服从 $\chi^2(n)$ 分布, η 服从 $\chi^2(m)$ 分布, 则 $\zeta = \frac{\xi/n}{\eta/m}$ 服从的分布为 _____.
5. 若 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{10}$ 相互独立, $\xi_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), i = 1, 2, \dots, 10$, 则 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{10}$ 的函数 $\chi^2 =$ _____ 服从 $\chi^2(10)$.
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_{15} 为 X 的一个样本, 则 X 的方差 σ^2 的无偏估计为 _____.
7. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其样本方差为 11, 则 X 的方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间为 _____.

二、解答题

1. 设总体 $X \sim N(2, 0.25)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 求: (1)

$$P\{1.5 < X < 3.5\}; (2) P\{1.5 < \bar{X} < 3.5\}.$$

2. 在总体 $N(52, 6.3^2)$ 中随机抽取一个容量为 36 的样本, 求样本均值 \bar{X} 落在 50.8 到 53.8 之间的概率.

3. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > -1$ 是未知参

数, X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的一个样本, 求未知参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量.

4. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$, θ 为未知参

数, X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的一个样本, 求未知参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量.

5. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 其概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

试求未知参数 θ 的极大似然估计量.

6. 设某路口车辆经过的间隔时间服从参数为 λ 的指数分布, 概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, ($\lambda > 0$) 未知, 现观察到 6 个间隔时间:

1.8 2.1 3.2 4.8 4.2 2.5

求: (1) 该路口车辆经过的平均时间的矩估计值; (2) λ 的矩估计值和最大似然估计值.

7. 设灯泡寿命 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, 现观测 10 个灯泡, 得样本均值的观测值为 $\bar{x} = 1500$, 样本方差 $s^2 = 400$, 试求: 总体 X 的均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

8. 设灯泡寿命 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, 现观测 9 个灯泡, 得 $\bar{x} = 1500$, 样本方差 $s^2 = 400$, 试求总体 X 的均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

9. 岩石密度的测量误差服从正态分布, 随机抽测 12 个样本, 得方差为 $s^2 = 0.04$, 求方差 σ^2 的置信度为 0.90 的置信区间.

10. 包糖机每天开工包了 12 包糖, 称得重量 X (单位: 克) 的平均值为 $\bar{x} = 504.583$, 样本方差为 $s^2 = 12.873^2$; (1) 设重量 X 服从正态分布, 试由此数据对糖包的平均重量作置信度为 0.95 的置信区间; (2) 若 X 服从 $N(\mu, 0.01^2)$, 求 μ 的置信度为 0.90 的置信区间.

11. 设某种清漆的 9 个样品, 其干燥时间 (以小时计) 分别为:
6.0, 5.7, 5.8, 6.5, 7.0, 6.3, 5.6, 6.1, 5.0

设干燥时间总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 在下列条件下求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间, (1) 若由以往的经验知 $\sigma = 0.6$ (小时); 2) 若 σ 未知.