

# 博弈论基础

[现代博弈论开始于1928年冯诺伊曼的工作]

# 学习要点

- 理解博弈论的基本概念
  - 参与人，策略，收益（收益矩阵）
  - 最佳应对，占优策略
  - 纳什均衡
  - 混合策略，混合策略均衡
  - 帕累托最优，社会最优
- 几种典型博弈的类型
- 体会“情景→博弈→求解”过程中的思想

# 博弈—从一个例子开始

- “复习考试”还是“准备报告”？
  - 假设在截止日期前一天，你有两件要做的事情：一是复习（为了参加考试），二是准备（给一个报告）。你只能选择做一项。
  - 考试成绩可以预计
    - 如果复习，则考试成绩92分，没复习，则80分
  - 报告需要你和你拍档合作完成
    - 如果你和拍档都准备报告，则每人都是100分
    - 如果只有一人准备报告，则每人都是92分
    - 如果两人都没准备报告，则每人都是84分
  - 那么你应该选择做什么呢？（假设你和拍档各自独立考虑这个问题）

# 例子：“考试-报告” 博弈

- 设你们都追求平均成绩的最大化：

- 你和搭档都准备报告，则平均成绩均为  $(80+100)/2 = 90$  分

- 你和搭档都准备考试，则平均成绩均为：

$$(92+84)/2 = 88 \text{ 分}$$

- 考试成绩可以预期：

- 如果复习，则考试成绩92分
- 如果没复习，则考试成绩80分

- 报告是你和你的拍档合作完成的：

- 如果你和拍档都准备报告，则每人100分
- 如果只有一人准备报告，则每人92分
- 如果两人都没准备报告，则每人84分

▶ 若一方复习考试，另一方准备报告：

▶ 准备报告一方的得：  $(80+92)/2 = 86$  分

▶ 复习的一方得：  $(92+92)/2 = 92$  分

# 收益矩阵（表达收益的一种直观方式）

		你的拍档	
		准备报告	复习考试
你	准备报告	90, 90	86, 92
	复习考试	92, 86	88, 88

- 其中第一个数字是“你”的收益，第二个是“拍档”的收益
- 收益（也称“回报”，payoff）


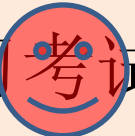


# 博弈的基本要素

- 一般情况下，博弈具有三个要素：
    - (1) 参与者（至少两个）；
    - (2) 策略集：每个参与者都有一组关于如何行为的备选项，此处备选项指参与者的可能策略。
    - (3) 收益（回报）：每个策略行为的选择，都会使参与人得到一个收益。
      - 这个收益结果还受互动中他人策略选择的影响。
      - 同一组策略，不同参与人的收益可能不同
- 通常，收益的记号： $P_1(S,T)$ ,  $P_2(S,T)$

# 博弈行为推理的几点基本假设

- 每个参与人对博弈结构（收益矩阵）有充分了解。
- 参与人都是理性的（rational）
  - 追求自己的收益最大化（尽量大）
  - 也知道其他参与人也是如此
- 决策的独立性
  - 不商量

# “考试-报告”博弈中的行为推理

		你的拍档	
		准备报告	 复习考试
你	准备报告	90, 90	86, 92
	 复习考试	 92, 86	 88, 88

- 严格占优策略（strictly dominant strategy）： 对于一个参与人（A）来说，若存在一个策略，无论另一个参与人（B）选择何种行为策略，该策略都是最佳选择，则这个策略就称为是A的严格占优策略。
- 这个例子中，“复习考试”对双方都是严格占优策略。



# “囚徒困境”

- 假设有两个疑犯被警察抓住。并且被分开关押在不同的囚室。
- 警察强烈怀疑他们和一场抢劫案有关。但是，没有充足的证据。然而，他们都拒捕的事实也是可判刑的。
- 两个疑犯都被告知以下结果：
  - “如果你坦白，而另外一人抵赖，则你马上**释放**；另外一人将承担全部罪行，将会被**判刑10年**
  - 如果你们都坦白，你们的罪行将被证实。但由于你们有认罪的表现——**判刑4年**。
  - 如果你们都不坦白，那么没有证据证明你们的抢劫罪，我们将以拒捕罪控告你们——**判刑1年**。
  - 另外一方也正在接受这样的审讯。你是坦白还是抵赖？”

# “囚徒困境”的收益矩阵

		疑犯2	
		抵赖	坦白
疑犯1	抵赖	-1, -1	-10, 0
	坦白	0, -10	-4, -4

- 疑犯1和疑犯2的严格占优策略都是“坦白”
- 尽管如果两人都抵赖会都判得少些
  - 刻画了“有关个体私利前，建立合作是十分困难”的模型。

# “兴奋剂”博弈

		运动员2	
		没服用	 服用
运动员1	没服用	3, 3	1, 4
	 服用	4, 1	2, 2

- 这种类型通常称为军备竞赛。竞争双方为保持彼此实力相当，都会选择生产更具危险性的武器，尽管对自己内部会有伤害
  - 运动员伤害身体，国家影响民生。

# 关于“收益”的讨论（收益决定选择）

- “考试-报告”博弈，如果降低考试难度：只要复习了，就会得到100分；否则，也可得到96分。

		你的拍档	
		 准备报告	复习考试
你	 准备报告	98, 98	94, 96
	复习考试	96, 94	92, 92

囚徒困境类似，如果改变收益矩阵，情况也可不一样

# 最佳应对与占优策略

- 设S是参与人甲的一个选择策略，T是参与人乙的一个选择策略。在收益矩阵中的某个单元格对应这策略组 (S, T)。
  - $P_1(S, T)$ : 表示参与人甲从这组决策获得的收益
  - $P_2(S, T)$ : 表示参与人乙从这组决策获得的收益
- **最佳应对**: 针对参与人乙的策略T，若参与人甲采用策略S产生的收益大于或等于自己的任何其他策略，则称参与人甲的策略S是参与人乙的策略T的最佳应对。

$$P_1(S, T) \geq P_1(S', T),$$

其中， $S'$ 是参与人甲除S外的任何其他策略。

# 严格最佳应对

- 严格最佳应对：若S会产生比任何应对策略T的其他策略都更高的收益，则称参与人甲的策略S是对于参与人乙的策略T的严格最佳应对。

$$P_1(S, T) > P_1(S', T)$$

其中， $S'$ 是参与人甲的所有其他策略。

- 注：最佳应对的概念是针对对方的某一个策略（ $T$ ），相对于自己的所有策略而言的
  - 对于同一个 $T$ ，最多只可能有一个严格最佳应对
  - 对于不同的 $T$ ，最佳应对可能相同，也可能不同

# 占优策略与严格占优策略

- 定义：（从最佳应对角度给出）
  - 参与人甲的占优策略 $s$ ，是指该策略对于参与人乙的每一策略都是最佳应对。
  - 参与人甲的严格占优策略 $s$ ，是指该占优策略对于参与人乙的每一策略都是严格最佳应对。
- 如果参与人有严格占优策略，则可预期他会采取该策略（与基本假设的一致性）。
- 注：占优策略的概念是相对于对方所有策略而言的。

# 并不是每人总有严格占优策略

- 例子：“营销战略”博弈

- 假设有两家公司，分别要规划生产并销售同一种新产品。该产品有两款可能的规格：廉价（低档）或高档。如何决策？
- 设顾客总体被分成两个市场：一部分消费群体（60%）只购买廉价商品，另一部分消费群体（40%）只购买高档次商品。
- 每家公司从廉价或高档次商品所得利润是等同的（因此利润仅取决于市场占有率）。
- 每家公司都追求利润最大化。



# “营销战略”博弈

- 假设

- 若两家公司分别定位生产不同类型的产品，则每家公司都会得到该商品市场的全部份额。
- 公司1品牌形象更佳。因此，若这两家公司在同一市场（廉价或高档次）中竞争，则公司1可以得到80%的市场销售量，公司2只能得到20%的市场。

		公司2	
		廉价	高档次
公司1	廉价	0.48, 0.12	0.6, 0.4
	高档次	0.4, 0.6	0.32, 0.08

- 可以预测此博弈的发展趋向。即公司1将会采取廉价策略，公司2将会采取高档次策略。

# 博弈的行为推理







- 如果参与人都有严格占优策略，则可以预计他们均会采取严格占优策略；
- 如果只有一个参与人有严格占优策略，则这个参与人会采取严格占优策略，而另一方会采取此策略的最佳应对。
- 如果两个参与人都没有严格占优策略呢？

# 无占优策略例子（三客户博弈）

- 假设有两家公司，都希望和A、B、C三个大客户之一洽谈生意。每家公司都有三种可能的策略：是否找客户A、B或C。
- 他们决策的条件如下所示：
  - 若两家公司都找同一个客户，则该客户会给每个公司一半的业务。
  - 公司1规模太小，以至于不能靠自身找到客户源。所以，只要它和公司2分别寻找不同的客户洽谈生意，则公司1获得的收益将会是0（生意做不成）。
  - 假设公司2单独寻找客户B或C洽谈生意，则会得到客户B或C的全部业务。但是A是一个大客户。寻找客户A洽谈生意时，必须和其它公司合作才能接下业务。
  - 因为A是一个大客户，和它做生意的收益是8（假设两家公司合作，则每家公司会得到收益4）。但是，和B或C做生意的收益价值是2（合作的话，每个公司收益是1）

# “三客户”博弈的推理

- 收益矩阵







		公司2		
		A	B	C
公司1	A	 4, 4 	0, 2	0, 2
	B	0, 0	 1, 1	0, 2 
	C	0, 0	0, 2 	 1, 1

- 两家公司都没有严格占优策略

# 纳什均衡

- 假定参与人甲选择策略S，参与人乙选择策略T。若S是T的最佳应对，且T也是S的最佳应对，则称策略组（S，T）是一个**纳什均衡**。
  - 在均衡状态，任何参与人都没有动机（理性的理由）去换一种策略。
  - 纳什均衡可以被看成是一种**信念上的均衡**
    - 互为最佳应对，谁也不可能通过单方面改变策略而得到额外好处，尽管如果两人都改变可能都会更好（相比都不改变而言）

# “三客户”博弈的纳什均衡





		公司2		
		A	B	C
公司1	A	 4, 4 	0, 2	0, 2
	B	0, 0	 1, 1	0, 2 
	C	0, 0	0, 2 	 1, 1

- 存在纳什均衡：(A, A)
- 寻找纳什均衡的两种途径：
  - 一是，检查每一个策略组，看它们中的每一项是否是彼此间策略的最佳应对策略。
  - 二是，找出每个参与人对于对方每个策略的最佳应对，然后发现互为最佳应对的策略组。

# 多重均衡：协调博弈

- 多重均衡——存在多个均衡
- 例子：协调博弈
  - 假设你和你拍档都为—一个合作项目准备幻灯片简报（双方不能通过电话等方式联系商量）。
  - 你必须决定是用微软的PPT或是用苹果的Keynote软件来制作你负责的半份幻灯片。
  - 假设你们使用同样的软件来设计，那就比较容易合并你们的幻灯片。

# 协调博弈的推理


		你的拍档	
		PPT	Keynote
你	PPT	 1,  1	0, 0
	Keynote	0, 0	 1,  1

- 存在两个纳什均衡：（PPT，PPT），（Keynote，Keynote）。
- 如何预测协调博弈中参与人的行为？
  - 托马斯·谢林（获得2005年诺贝尔经济学奖）提出一种聚点的想法，利用一些其他外部因素，例如社会习俗。



# 不对等协调博弈





- 假设你和项目拍档都喜欢使用苹果软件。

		你的拍档	
		PPT	Keynote
你	PPT	 1,  1	0, 0
	Keynote	0, 0	 2,  2

- 谢林的聚点理论表明，可以预测到参与人会精选策略，倾向于收益情况更好的均衡。

# 两人的喜好不同呢

- 假设你和你的拍档喜欢的软件不同。

		你的拍档	
		PPT	Keynote
你	PPT	 1,  2	0, 0
	Keynote	0, 0	 2,  1

- 此时很难预测具体哪种均衡会被采取。
- 可以通过了解他们之间平常发生冲突时解决的惯例来预测。

# 猎鹿博弈

- 假设两猎人外出猎物。若他们合作，则可以猎到鹿（这可以给猎者带来最高的收益）。
- 猎人若分开单干，都能猎到兔。
- 若一方想单独猎鹿，则收益是0。另一方依然能猎到兔。


		猎人2	
		猎鹿	猎兔
猎人1	猎鹿	 4,  4	0, 3
	猎兔	3, 0	 3,  3

- 选择何种均衡？要在高收益和由于另一方不合作而造成损失之间进行权衡。

# 多重均衡：鹰鸽博弈

- 假设两只动物要决定一块食物在彼此之间何如分配。
- 每种动物都可以选择争夺行为（鹰派策略）或分享行为（鸽派策略）。
  - 若两种动物都选择分享行为，他们将会均匀的分配食物，各自的收益是3。
  - 若一方行为表现为争夺，另一方行为表现是分享，则争夺方会得到大多数食物，获得收益是5，分享方只能得到收益为1。
  - 当两只动物都表现为争夺行为，由于在争夺中践踏了食物，则它们得到的收益将为0。

# 鹰鸽博弈推理

		动物2	
		鸽派	鹰派
动物1	鸽派	3, 3	 1, 5 
	鹰派	 5, 1 	0, 0

- 很难预测参与者的行为
- 纳什均衡概念能有助于缩小合理的预测范围，但它并不能给出唯一的预测。

# 几种典型多均衡博弈类型对比

你的拍档			你的拍档		
	PPT	Keynote		PPT	Keynote
PPT	1, 1	0, 0	PPT	1, 2	0, 0
Keynote	0, 0	2, 2	Keynote	0, 0	2, 1

猎人2			动物2		
	猎鹿	猎兔		鸽派	鹰派
猎鹿	4, 4	0, 3	鸽派	3, 3	1, 5
猎兔	3, 0	3, 3	鹰派	5, 1	0, 0

# 简单博弈的推理思路

- 如果双方都有严格占优策略，则都会采用之
- 如果只有一方有严格占优策略，则可以预测另一方会采用此策略的最佳应对
- 如果不存在严格占优策略，则寻找纳什均衡
  - 存在一个纳什均衡，该均衡对应合理结果
  - 存在多个纳什均衡（需要额外信息辅助决策）
    - 协调博弈，鹰鸽博弈
  - 均衡有助于缩小考虑范围，但不保证有效预测
- 如果不存在纳什均衡，该怎么办？

# 混合策略

- 例子：硬币配对—“**零和博弈**”（zero sum game）
  - 两个参与人各持一枚硬币，同时选择手中硬币的正反面。
  - 若他们硬币的朝向相同，参与人乙将赢得参与人甲的硬币。反之，则参与人甲将赢得参与人乙的硬币。

		参与人乙	
		正面H	反面T
参与人甲	正面H	-1, +1	+1, -1
	反面T	+1, -1	-1, +1

- 此时，不存在一组互为最佳应对（纳什均衡）



# 混合策略的引入

- 引入随机性，考虑参与人将以一定的概率分布在不同策略间进行选择，一种分布对应一个“混合策略”（此时，选择策略就是选择分布）
  - 对于双策略（H和T）博弈，混合策略则可简略表示为一个概率。纯策略就是概率为（0, 1）的混合策略。
- 通常，我们说
  - 参与人1的策略是概率 $p$ ，是指参与人1以概率 $p$ 执行H；以概率 $1-p$ 执行T
  - 参与人2的策略是概率 $q$ ，是指参与人2以概率 $q$ 执行H，以概率 $1-q$ 执行T

# 混合策略的收益

- 采用收益期望作为策略的回报测度
- 设参与者1采用概率 $p$ 执行H， $1-p$ 执行T，则：
- 若参与者2采用H，则其收益期望是

$$\overline{P}_2(p, H) = p \cdot P_2(H, H) + (1 - p) \cdot P_2(T, H)$$

- 若参与者2采用T，则其收益期望是

$$\overline{P}_2(p, T) = p \cdot P_2(H, T) + (1 - p) \cdot P_2(T, T)$$

类似地，可讨论参与者2采用概率混合策略的情形

# 混合策略的均衡

- **混合策略的纳什均衡**：它是一对混合策略，彼此都是对方的最佳应对（期望收益）
- 纳什的奠基性贡献：证明了具有有限参与者和有限纯策略集的博弈一定存在纳什均衡（包括混合策略均衡）
- 一般来说，找到混合策略的纳什均衡是很困难的，但在某些特定条件下可能有系统的方法。

# 双人双策略、没有含纯策略均衡的博弈中的混合策略纳什均衡求解

- 给定H, T: 基本纯策略。按照纳什定理, 存在一个混合策略的纳什均衡  $(p, q)$ , 即 $p$ 是 $q$ 的最佳应对,  $q$ 也是 $p$ 的最佳应对。如何求 $p$ 和 $q$ ?
  - “没有含纯策略的均衡”的前提意味着 $p, q$ 都是严格在0和1之间。
- 确定参与者2采用的 $q$ 的方法 (确定 $p$ 的方法对称)
  - 基于 $q$ 和收益矩阵中的值, 分别写出参与者1采用H和采用T的收益期望 ( $q$ 的函数), 即 $P1(H, q)$ 和 $P1(T, q)$ , 也就是相当于 $P1(1, q)$ 和 $P1(0, q)$
  - 下面的关键是要认识到此时必定有:  $P1(1, q) = P1(0, q)$ , 从而可以借助这等式求出 $q$

## $P1(1,q)=P1(0,q)$ : 在两个端点“无差异”原理

- 推理的思路是

- 若等式不成立，例如  $P1(1,q) > P1(0,q)$ ，则将导致H（即 $p=1$ ）是参与人1的最佳应对的结论，即（H,q）是一个纳什均衡，这与“不含纯策略纳什均衡”的前提矛盾

- 直观上，若  $P1(T,q) < P1(H,q)$ ，参与人1在应对q的时候采用H就是最好，将任何机会（概率）分给T都只会导致较低收益

— 数学上就是

$$P1(p,q) = pP1(H,q) + (1-p)P1(T,q) < P1(H,q), \text{ for } p < 1$$

# 混合策略的收益计算例子

- 用收益期望来表达回报

		参与人2	
		正面H(q)	反面T(1-q)
参与人1	正面H	-1, +1	+1, -1
	反面T	+1, -1	-1, +1

- 例如，当参与人2采用策略 $q$ 时，若参与人1使用纯策略，则他的回报分别为：
  - 纯策略H的期望收益 =  $(-1)(q) + (+1)(1-q) = 1-2q$
  - 纯策略T的期望收益 =  $(+1)(q) + (-1)(1-q) = 2q-1$

如果系统不存在包含纯策略的均衡，则上述两个表达式必须相等。

# 硬币配对博弈的混合策略均衡

		参与者2	
		正面H( $q$ )	反面T( $1-q$ )
参与者1	正面H	-1, +1	+1, -1
	反面T	+1, -1	-1, +1

- 设  $(p, q)$  是纳什均衡。对参与者2的策略 $q$ ,
  - 参与者1用纯策略H的期望收益 $= (-1)(q) + (+1)(1-q) = 1-2q$
  - 参与者1用纯策略T的期望收益 $= (+1)(q) + (-1)(1-q) = 2q-1$
  - 这是一个不存在含有纯策略均衡的博弈，由“无差异”原理，须有 $1-2q=2q-1$ ，即 $q=1/2$
- 对称地，可以得到参与者1的最佳应对 $p=1/2$
- 因此， $(1/2, 1/2)$  是一个混合策略纳什均衡（合直觉）



# 混合策略：进一步的例子

- 持球-抛球博弈

- 美式足球比赛：进攻方可以选择持球或者是抛球。防御方可以选择拦截持球或者选择防守抛球。
- 假设正确阻止了进攻方的行为，则进攻方的收益为0。
- 假设进攻方选择持球而防守方却选择防守抛球行为，则进攻方的收益为5（防守方相应损失）。
- 假设进攻方选择抛球，同时防守方却选择拦截持球，则进攻方的收益是10（防守方相应损失）。

		防守方	
		防守抛球	拦截持球
进攻方	抛球	0, 0	10, -10
	持球	5, -5	0, 0



# 持球抛球博弈的混合策略均衡

- 这是一个没有纯策略纳什均衡的博弈
- 设防守方选择防守抛球的概率为 $q$

		防守方	
		防守抛球( $q$ )	拦截持球( $1-q$ )
进攻方	抛球	0, 0	10, -10
	持球	5, -5	0, 0

- 进攻方选择抛球的期望收益:  $0 \cdot q + 10(1-q)$
- 进攻方选择持球的期望收益:  $5q + 0 \cdot (1-q)$
- 依无差异原理, 令  $10 - 10q = 5q$ , 解得  $q = 2/3$

# 持球抛球混合策略均衡（续）

- 进攻方选择抛球的概率为 $p$

		防守方	
		防守抛球	拦截持球
进攻方	抛球( $p$ )	0, 0	10, -10
	持球( $1-p$ )	5, -5	0, 0

- 防守方选择防守抛球的期望收益:  $-5(1-p)$
- 防守方选择拦截持球的期望收益:  $-10p$
- 令  $-10p = -5(1-p)$ , 解得  $p = 1/3$
- 于是, 这个博弈的混合策略均衡为  $(1/3, 2/3)$

# 讨论

		防守方	
		防守抛球 (2/3)	拦截持球 (1/3)
进攻方	抛球(1/3)	0, 0	10, -10
	持球(2/3)	5, -5	0, 0

- 为什么抛球有可能收益更大，而均衡中进攻方选择抛球的概率只有1/3？
  - 由于防守方高概率防守抛球，若抛球概率 $p > 1/3$ ，则损失会比较大
- 为什么进攻方在均衡的抛球概率只有 $p = 1/3$ ，但防守方还要更多的防守抛球？
  - 由于抛球对进攻方更有利，需要加大防守力度

# 例子：罚点球博弈

- 2002年，有人做了一项有关罚点球研究
  - 射手要决定从球门的左侧或是右侧进球。
  - 守门员则是要决定是扑向左侧或是右侧拦断进球。
  - 两人需要同时做选择。

		守门员	
		L	R
射球方	L	0.58, -0.58	0.95, -0.95
	R	0.93, -0.93	0.70, -0.70

统计数据。可以看到，罚球方总是有赢头（符合实际）。

# 混合策略均衡

		守门员	
		L(q)	R
射球方	L(p)	0.58, -0.58	0.95, -0.95
	R	0.93, -0.93	0.70, -0.70

- 计算得到的均衡：

$$0.58q + 0.95(1-q) = 0.93q + 0.70(1-q), \quad q = 0.42$$

$$-0.58p - 0.93(1-p) = -0.95p - 0.70(1-p), \quad p = 0.39$$

- 实战统计得到的数据：  $q = 0.42, p = 0.40$

# 兼具纯策略和混合策略均衡的博弈

- 例子：不平衡的协调博弈

		你的拍档	
		PPT( $q$ )	Keynote
你	PPT( $p$ )	1, 1	0, 0
	Keynote	0, 0	2, 2

- 除了两个纯策略均衡（PPT,PPT）和（Keynote,Keynote）外，还存在一个混合策略均衡：  
 $q=2(1-q)$ ,  $q=2/3$ ;  $p=2(1-p)$ ,  $p=2/3$

# 关于混合策略均衡的一般性推理

- 若双人双策略博弈存在混合策略均衡  $(p, q)$ ， $0 < p, q < 1$ 
  - 甲所选择的 $p$ ，应该使乙在他的两个纯策略上无差异；否则乙就会用优势策略（例如1）作为应对，收益期望 $(p, 1) > \text{收益期望}(p, q)$ ，即没有 $q < 1$ 是 $p$ 的最佳应对，从而与存在上述混合策略均衡矛盾
  - 于是可利用这**无差异原则**，**试求** $p$ ；类似地，求 $q$ 。（注意，并不保证总能求出在 $(0, 1)$ 上的 $p$ 和 $q$ ）
- 若分别求得了 $(0, 1)$ 区间中的 $p$ 和 $q$ ，则说明
  - 对于甲的策略 $p$ ，乙采用 $[0, 1]$ 上的任何策略都是一样的，即都是最佳应对，**后来求出的 $q$ 当然也是**。对于 $p$ 也有对称的认识，亦即 $p$ 和 $q$ 互为最佳应对

# 考试—报告博弈没有混合策略

		你的拍档	
		准备报告	复习考试
你	准备报告	90, 90	86, 92
	复习考试	92, 86	88, 88

- $P1(1,q)=q*90+(1-q)*86$ ;  $P1(0,q)=q*92+(1-q)*88$
- 容易检查，不存在 $q$ ，使  $P1(1,q) = P1(0,q)$



# 混合策略均衡的概率也可能恰好取在端点

		你的拍档	
		PPT	Keynote
你	PPT	1, 2	0, 2
	Keynote	0, 0	2, 1

这个例子中，纯策略均衡有两个，  
 (PT, PT) 和  
 (KT, KT)  
 PT → PT, KT  
 KT → KT  
 PT ← PT  
 KT ← KT

$$q \cdot 1 + 0 = 0 + (1 - q) \cdot 2, \quad q = 2/3$$

$$p \cdot 2 + 0 = p \cdot 2 + (1 - p) \cdot 1, \quad p = 1$$

(1, 2/3) 为混合均衡。

从收益矩阵也能看出，当你采取PPT，对手有什么都无差异

纯策略均衡不是概率恰好取端点的混合策略均衡！

# 帕累托最优和社会最优

- “个体最优”与“整体最优”
- 帕累托（Pareto）最优
  - 一个策略组：每个参与者对应其中一个策略选择。
  - 一个策略组被称为帕累托最优，若不存在其他策略组满足：所有参与者得到至少和目前一样高的回报，且至少有一个参与者会得到严格较高的回报。

		你的拍档	
		准备报告	复习考试
你	准备报告	90, 90	86, 92
	复习考试	92, 86	88, 88

这个例子中，存在三个Pareto最优，但都不是均衡。

# 社会最优

- 定义：一组策略选择是社会最优（或社会福利最大化），若它使参与者的回报之和（总收益）最大。

		你的拍档	
		准备报告	复习考试
你	准备报告	90, 90	86, 92
	复习考试	92, 86	88, 88

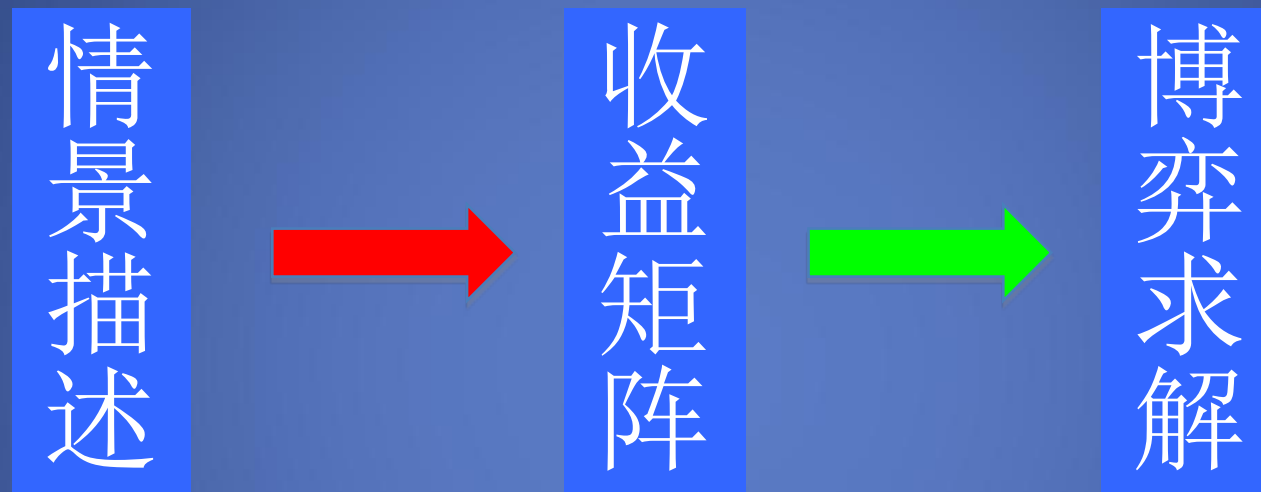
- （报告，报告）是社会最优。
- 社会最优也一定会是帕累托最优。

# 社会最优和纳什均衡有可能一致

- 按照下面的收益矩阵，（报告，报告）既是社会最优也是纳什均衡

		你的拍档	
		准备报告	复习考试
你	准备报告	98, 98	94, 96
	复习考试	96, 94	92, 92

# 用博弈论思想分析问题



- 理解不同博弈的类型，以及求解的基本方法重要（science）。均衡是一个基本目标。
- 将问题（情景）要求准确抽象成收益矩阵至少同样重要（art）。

# 作业

- 第6章，第11，13题
- 第13题图6.44有错，请参考英文版书籍的图

# 课程报告说明

- 这个作业与两篇博客（可选）共同占成绩的**20%**，最后**1周**前提交网盘
- 基本目的是希望学生根据自己的兴趣和以往知识积累，对与课程内容相关的某一方面问题进行比较深入地探讨
- 具体结果是一篇报告，形式和内容自己决定。下面是几点具体指南意见
  - 长度，4页以上，正常的字号和排版形式，包括相关引用的文章，书籍，网站等。
  - 文章应该体现对某一主题创造性地探讨，可以参考其他文献，但不能只是文献综述。文章应该体现对该主题某种新颖的讨论或分析。

# 课程报告说明（续）

- 指南意见（续）
  - “新颖的讨论或分析”的含义可以从多方面考虑，例如定量或者定性；结合课程内容对现实社会问题的新理解；也可以是结合本课程内容讨论其他课程中所学的知识；还可以是对我们学的数学模型进行评述和推广，例如结合某些具体的应用进行讨论；如果你有兴趣，还可以是收集一些数据进行分析或者用计算机来进行模拟
- 这篇报告可以结合你的博客的内容，因此报告可以用到博客中的文字，但应该有实质性的扩展和新意
  - 引用别人的内容（包括网上）需要标注
- 欢迎课间讨论你的构思