

Escuela Superior de Cómputo Probabilidad y estadística



Formulario

1. Enfoque clásico de probabilidad

Sea h un evento a ocurrir de diferentes formas y n el número total de eventos posibles.

$$P(A) = \frac{h}{n} \tag{1}$$

2. Axiomas de probabilidad

La probabilidad de cualquier evento ${\cal A}$ dentro de un espacio muestral ${\cal S}$

$$P(A) \ge 0 \tag{2}$$

La probabilidad de un evento seguro S es igual a 1

$$P(S) = 0 (3)$$

Para cualquier número de eventos mutuamente excluyentes $A_1, A_2, ...$ de un espacio muestral

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ...) = P(A_1) + P(A_2) + ...$$
 (4)

3. Probabilidad condicional

Sean A y B dos eventos tales que P(A)>0, correspondiendo a la probabilidad del evento B dado que A ya ocurrió

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{5}$$

Entonces la ocurrencia de ambos eventos dependientes

$$P(B) * P(A|B) = P(A \cap B) \tag{6}$$

4. Eventos independientes

Sea P(B|A) = P(B) es decir la probabilidad de B no es afectada por el evento A, sea la ocurrencia de ambos eventos

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \tag{7}$$

5. Regla de Bayes

Sean $A_1,A_2,A_3...A_n$ eventos mutuamente excluyentes cuya unión es el espacio muestral y A un evento cualquiera

$$P(A_K|A) = \frac{P(A_k)P(A|A_k)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(A|A_j)}$$
(8)

6. Permutaciones

Sea n objetos diferentes a ordenar y se desea ordenar r de estos uno tras otro

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{9}$$

7. Combinaciones

Sea el numero total de combinaciones de r objetos seleccionados de n objetos

$${}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \binom{n}{r} \tag{10}$$

8. Coeficiente binomial

Sea una expansión binomial

$$(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n}y^n$$
(11)



Escuela Superior de Computo



9. Función de probabilidad

Función dada por

$$P(X = x) = F(x) \tag{12}$$

Para $x = x_k$, mas para otros valores de x, f(x) = 0En general cumpliendo

$$f(x) > 0 \tag{13}$$

$$\sum_{x} f(x) = 1 \tag{14}$$

10. Función de distribucion de variables aleatorias

La función de distribución acumulada, o brevemente, la función de distribución, de una variable aleatoria X se define como

$$F(X) = P(X \le x) \tag{15}$$

Donde X es cualquier numero real 1)Sus propiedades son si $x \leq y$

$$F(x) < F(y) \tag{16}$$

2)

$$Lim_{x->-\infty}F(x) = 0: Lim_{x->\infty}F(x) = 1$$
 (17)

3) F(x) es continua por la derecha

11. Función de distribución de variables aleatorias discretas

La función de distribución de una variable aleatoria discreta X puede obtenerse de su función de probabilidad observando que, para toda x en $(-\infty, \infty)$

$$F(x) = P(X \le x) = \sum_{u \le x} f(u)$$
 (18)

Donde se suma sobre todos los valores u tomados por X para los que $u \leq x$

12. Función de densidad

Se dice que una variable aleatoria no discreta X es absolutamente continua, o simplemente continua, si su función de distribución puede representarse como

$$P(a \le X \le b) = \int_{a}^{b} f(x)dx \tag{19}$$

Donde la función de distribución $f(\boldsymbol{x})$ tiene por propiedades

$$f(x) \ge 0 \tag{20}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \tag{21}$$

13. Función de de distribución acumulativa

La función de distribución acumulativa F(x) de una variable aleatoria X se obtiene integrando la función de densidad f(x)

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)d$$
 (22)

14. Esperanza matemática

La esperanza matemática (E(x)) esta dada por

$$E(X) = \int_0^1 x f(x) dx \tag{23}$$

del mismo modo que

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \tag{24}$$

15. Varianza (Var(X))

La varianza esta dada por

$$Var(X) = E(X^{2}) - (E(X))^{2}$$
 (25)

16. Desviación estándar

La desviación σ esta dada por

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \tag{26}$$



Escuela Superior de Computo



17. Función generadora de momentos

La función generadora de momentos $M_x(t)$ se define como

$$M_x(t) = E(e^{tX}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{xt} f(x) dx \qquad (27)$$

]

18. Distribución Geométrica

Siendo una distribución de probabilidad discreta que modela el número de ensayos necesarios para observar el primer éxito en una secuencia de ensayos de Bernoulli independientes.

Donde X es una variable aleatoria que representa el número de ensayos hasta el primer éxito.

p es la probabilidad de exito.

q es la probabilidad de fracaso.

Donde x son los valores posibles para la variable aleatoria.

$$P(X = x) = q^{x-1}p$$
 (28)

Donde la media, varianza y su función generadora de momentos están dadas de forma respectiva por.

$$\mu = \frac{1}{p} \tag{29}$$

$$\sigma^2 = \frac{q}{n^2} \tag{30}$$

$$M(t) = \frac{pe^t}{1 - qe^t} \tag{31}$$

19. Distribución Binomial

La probabilidad de que un evento ocurra exactamente K veces de n experimentos, donde p es la probabilidad de éxito y q la probabilidad de fallo

$$P(X=x) = \binom{n}{k} (q)^{n-k} (p)^k$$
 (32)

Donde la media, varianza y desviación estándar dadas por están dadas de forma respectiva por.

$$\mu = np \tag{33}$$

$$\sigma^2 = npq \tag{34}$$

$$\sigma = \sqrt{npq} \tag{35}$$

20. Distribución hipergeometrica

Definida por dar la probabilidad discreta que describe el número de éxitos en una muestra extraída sin reemplazo de una población finita que contiene éxitos y fracasos

donde k indica es el numero de éxitos observados M Elementos con características de interés N tamaño de la población n tamaño de la muestra extraída

$$P(X=k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$
 (36)

Donde la media Y varianza son.

$$\mu = n \frac{K}{N} \tag{37}$$

$$\sigma^2 = \frac{nK(N-n)(N-K)}{N^2(N-1)}$$
 (38)

21. Distribución de Poisson

Definida por darla probabilidad de que ocurra un determinado número de eventos durante un período de tiempo.

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$
 (39)

Donde la media Y varianza son.

$$\mu = \lambda \tag{40}$$

$$\sigma^2 = \lambda \tag{41}$$

22. Distribución de exponencial

Definida como una distribución de probabilidad continua que se utiliza para modelar el tiempo entre eventos en un proceso que ocurre a una tasa constante

Donde su función de densidad esta dada por

$$f(x;\lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \ge 0, \\ 0 & \text{si } x < 0, \end{cases}$$
 (42)



Escuela Superior de Computo



Donde x es la variable aleatorio en el tiempo y $\lambda>0$ es la tasa de ocurrencia de eventos Donde la media o esperanza y varianza son.

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \tag{43}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\alpha^2} \tag{44}$$

Ademas de la función de distribución acumulada esta dada por

$$f(x;\lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \ge 0, \\ 0 & \text{si } x < 0, \end{cases}$$
(45)