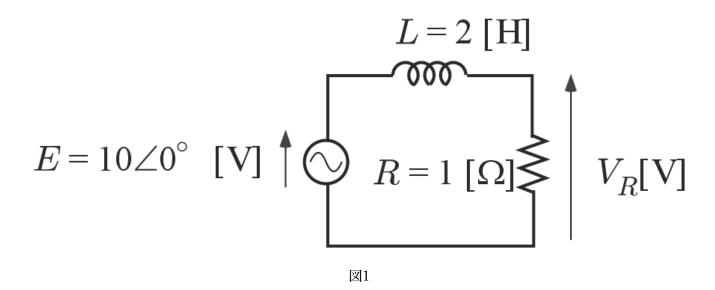
例題集/電気・電子/電気回路/周波数特性・ベクトル軌跡

LR直列回路

知識・記憶レベル 難易度:★

図1の L-R 直列回路の端子間に加える電圧 E の大きさを一定に保ち、周波数 f を 0 から広範囲に変化させた。以下の問いに答えよ。

- (1) R の両端間の電圧 V_R の大きさ $|V_R|$ について,f=0, $f o \infty$ のときの値をそれぞれ求めよ。
- (2) (1)の結果を用いて横軸 f、縦軸 $|V_R|$ の図を描け。
- (3) 電圧 V_R の E に対する位相角 heta について,f=0, $f o \infty$ のときの値をそれぞれ求めよ。
- (4) (3)の結果を用いて横軸 f、縦軸 θ の図を描け。
- (5) (1), (3)で求めた $|V_R|$, θ を用いてベクトル軌跡を描け。必ず矢印でベクトルの軌跡の向きを示すこと。



解答例・解説

(1) 電圧 V_R は

$$V_R = rac{R}{R+j\omega L} \ E = rac{R}{R+j2\pi f L} \ E$$

となるので、その大きさ $|V_R|$ は

周波数特性・ベクトル軌跡 | 数学活用大事典

$$|V_R| = rac{R}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi f L
ight)^2}} \, |E|$$

となる。f=0 のとき

$$|V_R|=rac{R}{\sqrt{R^2}}\,|E|=rac{R}{R}\,|E|=|E|={10}\,[{
m V}]$$

となる。 $f o\infty$ のとき

$$|V_R| = rac{R}{\sqrt{\left(2\pi f L
ight)^2}} \, |E| = rac{R}{2\pi L f} \, |E|
ightarrow rac{0}{2} \, [ext{V}]$$

となる。

- (2) 図2となる。
- (3) 位相角は

$$\theta = -\angle (R + j2\pi fL)$$

となる。 f=0 のとき

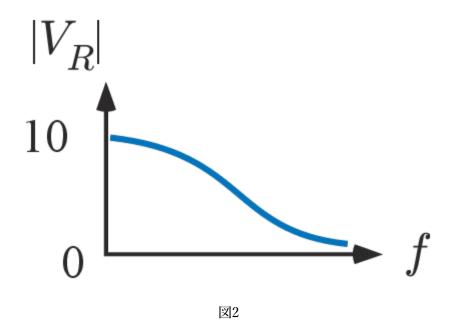
$$heta = -\angle R = \underline{0^{\circ}}$$

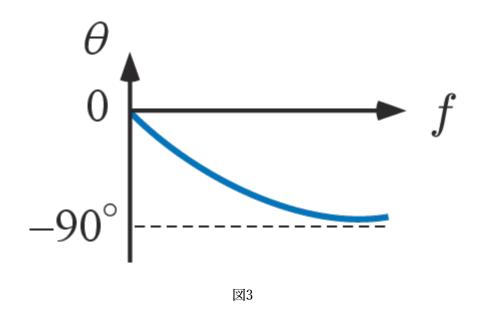
となる。また、 $f \to \infty$ のとき

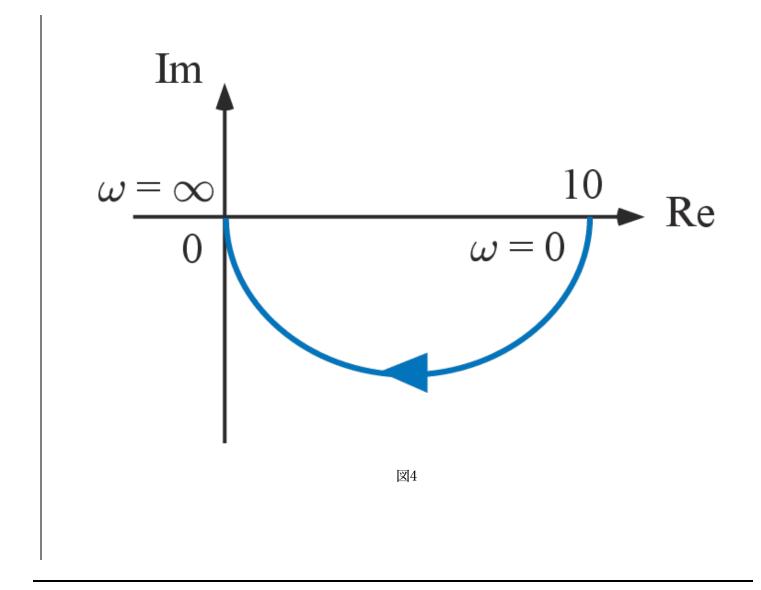
$$heta = - \angle (j2\pi f L) = \underline{-90^\circ}$$

となる。

- (4) 図3のようになる。
- (5) 図4のようになる。





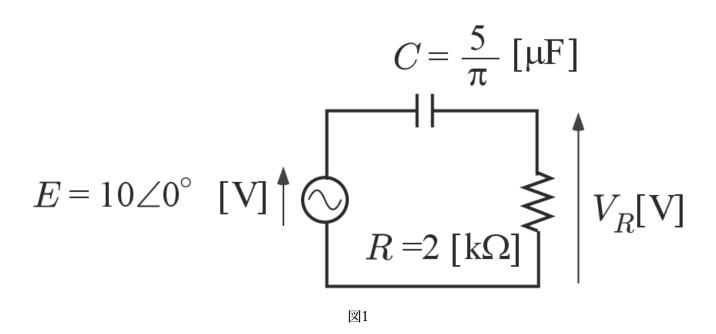


RC直列回路

知識・記憶レベル 難易度: ★

図1 の C-R 直列回路の端子間に加える電圧 E の大きさを一定に保ち、周波数 f を 0 から広範囲に変化させた。以下の問いに答えよ。

- (1) 電圧 V_R の大きさ $|V_R|$ が $|V_R|=rac{|E|}{\sqrt{2}}$ になる周波数 f_1 [Hz]を求めよ。
- (2) 電圧 V_R の E に対する位相角 θ について, $f=f_1$ のときの θ の値を求めよ。



解答例・解説

(1) V_R lt

$$V_R = rac{R}{R + rac{1}{j\omega C}} = rac{R}{R - jrac{1}{2\pi fC}}$$

となり、大きさ $|V_R|$ は

$$|V_R| = rac{R}{\sqrt{R^2 + \left(rac{1}{2\pi f C}
ight)^2}} \, |E|$$

となる。 $f=f_1$ のとき,

$$rac{|E|}{\sqrt{2}} = rac{R}{\sqrt{R^2 + \left(rac{1}{2\pi fC}
ight)^2}} \; |E|$$

が成り立つ。展開すると

$$egin{align} \sqrt{R^2 + inom{1}{2\pi f_1 C}}^2 &= \sqrt{2R} \ R^2 + inom{1}{2\pi f_1 C}^2 &= 2R^2 \ R^2 &= inom{1}{2\pi f_1 C}^2 \ f_1^2 &= inom{1}{2\pi RC}^2 \end{array}$$

となるので、 $f_1 \geq 0$ より次のようになる。

$$egin{array}{ll} f_1 &=& rac{1}{2\pi RC} = rac{1}{2\pi imes 2 imes 10^3 imes rac{5}{\pi} imes 10^{-6}} \ &=& rac{1}{20 imes 10^{-3}} = rac{1}{2} imes 10^2 \ &=& rac{50}{6} \, [ext{Hz}] \end{array}$$

(2) 位相角は

$$egin{array}{ll} heta &=& - igtriangle \left(R - j \, rac{1}{2\pi C f_1}
ight) \ &=& - igtriangle \left(R - j \, rac{1}{2\pi R C} \,
ight) \ &=& - igtriangle (R - j R) \ &=& - (-45^\circ) = 45^\circ \end{array}$$

となる。

RC直列回路(2)

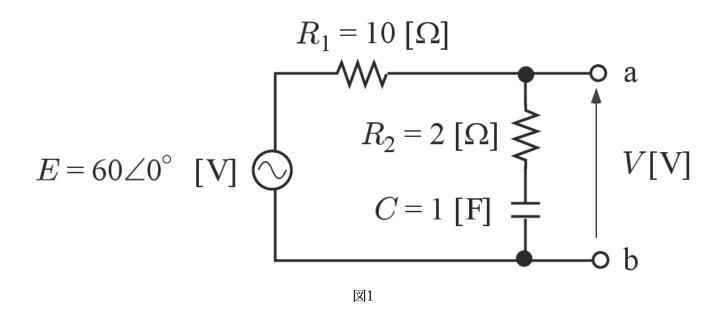
知識・記憶レベル 難易度:★

図1の回路で電源電圧 E の大きさを一定に保ち、周波数 f を広範囲に変化させた。以下の問いに答えよ。

- $(1) \ f = 0, \ f o \infty$ のときの電圧 V の大きさ|V| をそれぞれ求めよ。
- (2) 電圧 V の大きさ|V|は、どのように変化するか横軸 f、縦軸|V| で 描け。

6 / 11

(3) 電圧 V のベクトル軌跡の概形を描け。ただし、位相角 θ は電源電圧 E に対して考えること。



解答例・解説

(1) 電圧 V は

$$egin{aligned} V &=& rac{R_2 + rac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + rac{1}{j\omega C}} E = rac{R_2 - jrac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2 - jrac{1}{\omega C}} \ E &= rac{R_2 - jrac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2 - jrac{1}{2\pi f C}} E \end{aligned}$$

となり、大きさ |V| は次のようになる。

$$|V| = \sqrt{rac{R_2^2 + \left(rac{1}{2\pi f C}
ight)^2}{\left(R_1 + R_2
ight)^2 + \left(rac{1}{2\pi f C}
ight)^2}} |E| \quad (1)$$

 $f \to \infty$ のとき

$$egin{array}{ll} |V| &= \sqrt{rac{R_2^2 + 0}{\left(R_1 + R_2
ight)^2 + 0}} |E| = rac{R_2}{R_1 + R_2} \, |E| \ &= rac{2}{10 + 2} imes 60 = 2 imes 5 \ &= rac{10}{10} \, [ext{V}] \end{array}$$

f=0のときは、(1)式を変形する。

$$|V| = \sqrt{rac{{{{\left({2\pi fC{R_2}}
ight)}^2} + 1}}{{{{\left({2\pi fC({R_1} + {R_2})}
ight)^2} + 1}}}}|E|}$$

f=0 を代入すると

$$|V|=\sqrt{rac{1}{1}}|E|=|E|=\underline{60}~[\mathrm{V}]$$

となる。

- (2) 図2のようになる。
- (3) 電圧 Vの電源電圧 Eに対する位相角hetaは

$$egin{aligned} heta &= \ igtriangleq rac{R_2 - jrac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2 - jrac{1}{\omega C}} \ &= \ igtriangleq \left(R_2 - jrac{1}{\omega C}
ight) - igtriangleq \left(R_1 + R_2 - jrac{1}{\omega C}
ight) \ &= \ igtriangleq \left(R_2 - jrac{1}{2\pi f C}
ight) - igtriangleq \left(R_1 + R_2 - jrac{1}{2\pi f C}
ight) \end{aligned}$$

となる。 f=0 のとき,

$$egin{array}{ll} heta &=& \lim_{f
ightarrow 0} igselowdrepsilon \left(-j \, rac{1}{2\pi f C}
ight) - igselowdrepsilon \left(-j \, rac{1}{2\pi f C}
ight) \ &=& -90^\circ - (-90^\circ) = 0^\circ \end{array}$$

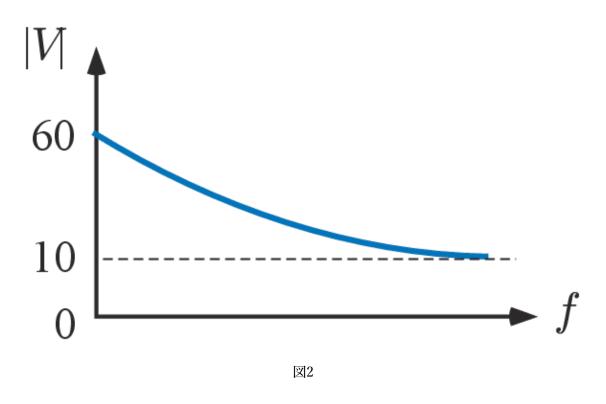
となり, $f \to \infty$ のとき,

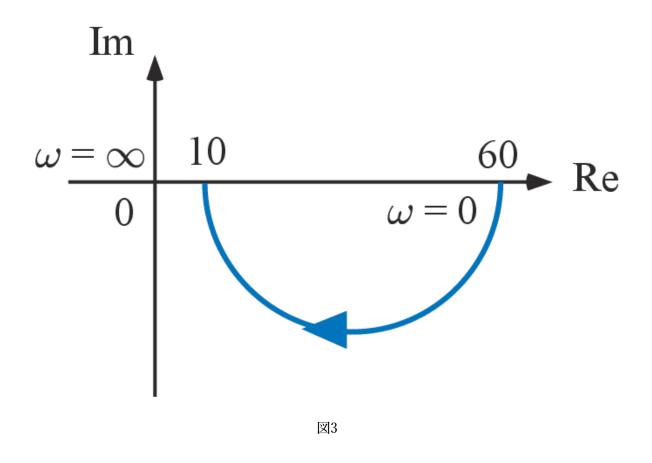
$$heta = \ eta R_2 - igtriangle (R_1 + R_2) = 0^\circ - (0^\circ) = 0^\circ$$

となる。fが $0\sim\infty$ の間では、

$$egin{aligned} igg (R_2 - j \, rac{1}{2\pi f C} igg) - igg (R_1 + R_2 - j \, rac{1}{2\pi f C} igg) \leq 0 \end{aligned}$$

の関係が成立するので、 $\theta \le 0$ となる。よって、図3のようになる。

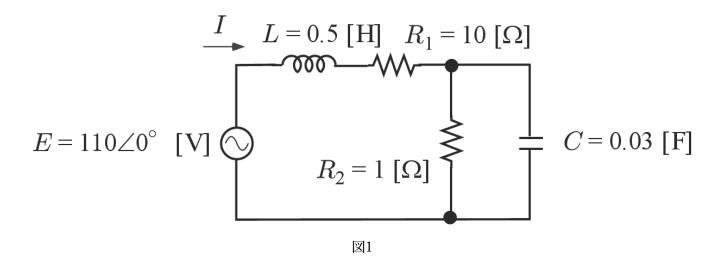




RLC直並列回路

知識・記憶レベル 難易度:★

図1の回路で電源電圧 E の大きさを一定に保ち,周波数 f を広範囲に変化させた。 $\omega=0,\ \omega\to\infty$ のときの電流 I の大きさ|I| をそれぞれ求めよ。



解答例・解説

電流 I は

$$egin{array}{lll} I &=& E & E \ R_1 + j\omega L + rac{R_2}{R_2 + rac{1}{j\omega C}} &= rac{E}{R_1 + j\omega L + rac{R_2}{1 + j\omega C R_2}} \ &=& rac{E(1 + j\omega C R_2)}{(R_1 + j\omega L)(1 + j\omega C R_2) + R_2} \ &=& rac{E(1 + j\omega C R_2)}{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2) + j\omega (L + C R_1 R_2)} \end{array}$$

となる。よって,大きさは

$$|I| \ = \ |E| \sqrt{rac{1 + \left(\omega C R_{2}
ight)^{2}}{\left(R_{1} + R_{2} - \omega^{2} L C R_{2}
ight)^{2} + \omega^{2} (L + C R_{1} R_{2})^{2}}}$$

となる。

 $\omega
ightarrow \infty$ のとき

10 / 11

2022/04/30 20:11

$$\begin{split} |I| &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \sqrt{\frac{1 + (\omega C R_2)^2}{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_1 R_2)^2}} \\ &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \sqrt{\frac{(\omega C R_2)^2}{(-\omega^2 L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_1 R_2)^2}} \\ &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \sqrt{\frac{(\omega C R_2)^2}{\omega^4 (L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_1 R_2)^2}} \\ &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \sqrt{\frac{\omega^2 (C R_2)^2}{\omega^4 (L C R_2)^2}} \\ &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \sqrt{\frac{1}{\omega^2 L^2}} \\ &= \lim_{\omega \to \infty} |E| \frac{1}{\omega L} = \lim_{\omega \to \infty} \frac{1}{\omega L} \\ &= 0 \text{ [A]} \end{split}$$

 $\omega = 0$ のとき

$$egin{array}{lll} |I| &=& |E| \sqrt{rac{1+0}{\left(R_1+R_2-0
ight)^2+0}} \ &=& |E| rac{1}{R_1+R_2} \ &=& rac{110}{10+1} = rac{10}{10} \, [{
m A}] \end{array}$$

となる。