۱.

$$L(s) = \frac{k(s+a)}{(s+b)(s+۲)^۲(s+۴)} \longrightarrow G(s) = \frac{s+a}{(s+b)(s+۲)^۲(s+۴)}$$

همه قطب‌ها باید منفی باشند ←

$a>۰$ $\boxed{b>۰} \leftarrow s+b>۰$

$$\Delta(s) = ۱ + L(s) = ۰ \longrightarrow (s+b)\underline{(s+۲)}^۲(s+۴) + k(s+a) =$$

$$(s^۲+۴s+۴)\xrightarrow{\checkmark} s^۳+۴s^۲+۴s+۴s^۲+۱۶s+۱۶$$

$$(s+b)(s^۳+۸s^۲+۲۰s+۱۶)+ks+ak \longrightarrow s^۴+۸s^۳+۲۰s^۲+۱۶s+bs^۳+۸bs^۲+۲۰bs$$

$$+۱۶b+ks+ak \longrightarrow s^۴+(۸+b)s^۳+(۲۰+۸b)s^۲+(۱۶+۲۰b+k)s+۱۶b+ak$$

$s^۴$	۱	$۲۰+۸b$	$۱۶b+ak$
$s^۳$	$۸+b$	$۱۶+۲۰b+k$	۰
$s^۲$	A	B	۰ ∞ $۸+b$
$s^۱$	C	D	۰
$s^۰$	E	F	۰

$$A = \frac{\begin{vmatrix} ۸+b & ۱۶+۲۰b+k \\ ۱ & ۲۰+۸b \end{vmatrix}}{۸+b} \rightarrow \frac{۱۴۴+۶۴b+۸b^۲-k}{۸+b} = \Big\{ ۱۴۴+۶۴b+۸b^۲ - k$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} ۸+b & ۰ \\ ۱ & ۱۶b+ak \end{vmatrix}}{۸+b} \rightarrow \frac{۱۲۸b+۸ak+۱۶b^۲+abk}{۸+b} = \Big\{ ۱۲۸b+۸ak+۱۶b^۲+abk$$

$$C = \frac{\begin{vmatrix} A & B \\ ۸+b & ۱۶+۲۰b+k \end{vmatrix}}{A}$$

$=$

$۸+b>۰ \rightarrow -۸>b$ $\quad A>۰ \rightarrow ۱۴۴+۶۴b+۸b^۲-k>۰$ $\quad C>۰$ $\quad E>۰$

۲. $G(s) = \frac{k(s+1)}{s^۳+۴s^۲+۵s} \longrightarrow \frac{k(s+1)}{s(s^۲+۴s+۵)} \rightarrow z_۱ = s = -۱$ $\boxed{k>۰}$

$$\frac{-۴ \pm \sqrt{۱۶-۲۰}}{۲} = \frac{-۴ \pm ۲i}{۲} = p_۲ = -۲+j$$

$$p_۳ = -۲-j$$

$p_۱ = ۰$

$n-m = ۳-۱ = \boxed{۲}$

۳ قطب ← ۳ شاخه ← ۲ تا میل به سمت بی‌نهایت

ادامه میره به $z_۱ = -۱$

۲ قطب
نسبت به محور حقیقی متقارن

$۰<k$ ← RL ←

$$\theta_k = \frac{(۲k+1)\pi}{n-m} = \frac{\pi}{۲} ,\ \frac{۳\pi}{۲}$$

۹۰ ، -۹۰

$$\sigma = \frac{-۲ \cancel{-j} -۲ \cancel{+j} + ۰ - (-۱)}{۲} = -\frac{۳}{۲}$$

شکست

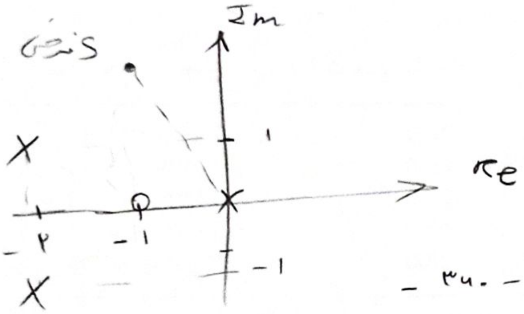
$$\frac{dG(s)}{ds} \rightarrow \frac{s^۳+۴s^۲+۵s - (۳s^۲+۸s+۵)(s+1)}{(s^۳+۴s^۲+۵s)^۲} = ۰ - [۳s^۳+۸s^۲+۵s+۳s^۲+۴s+$$

$$-۲s^۳-۳s^۲-۸s-۵ = ۰ \longrightarrow ۲s^۳+۳s^۲+۴s+۵ = ۰$$

$s_۱ = -۱٫۳۷۱$ ✓

$s_۲ = -۰٫۰۶۴ + ۱٫۳۴۹j$

$s_۳ = -۰٫۰۶۴ - ۱٫۳۴۹j$



$k=۰$

$$\theta_{p_۱} = ۰ - (\theta_{p_۱} + (\tan^{-1}\tfrac{۱}{۲}) + (\tan^{-1}\tfrac{۱}{۲}))$$

$$= ۰ - (\cancel{۳۳۴} + ۲۶ + \theta_{p_۱}) = \pi$$

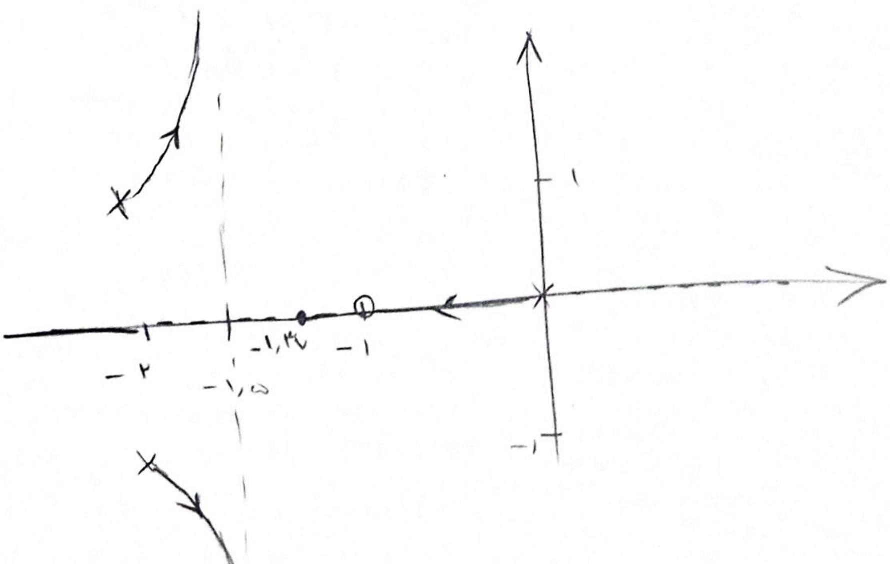
$$-۳۶۰ - \theta_{p_۱} = ۱۸۰ \qquad \theta_{p_۱} = \overset{۳۶۰}{-۵۴۰} \Rightarrow \boxed{۱۸۰ = \theta_{p_۱}}$$

$$\theta_{p_۲} = ۱۸۰ - \tan^{-1}(۱) - (۱۸۰ - \tan^{-1}(\tfrac{۱}{۲}) + \theta_{p_۲} + ۹۰) \Rightarrow \boxed{\theta_{p_۲} = ۷۱}$$

$$\theta_{p_۳} = \tan^{-1}(۱) - (\tan^{-1}(\tfrac{۱}{۲}) + ۲۷۰ + \theta_{p_۳}) = \pi$$

$$۴۵ - (۲۶ + ۲۷۰ + \theta_{p_۳}) = ۱۸۰ \qquad -۲۵۱ - ۱۸۰ = \theta_{p_۳} \qquad \boxed{\theta_{p_۳} = -۷۱}$$

$$\theta_{z_۱} = \theta_{z_۱} - (۰ + \underbrace{۹۰ + \overset{۱۸۰}{\tan^{-1}(۱) + \tan^{-1}(۱)}}_{۹۰}) = ۱۸۰ \rightarrow \boxed{\theta_{z_۱} = ۰}$$



۳.

$\Delta(s) = 1 + \cancel{L(s)}KG(s) = ۰ \qquad D(s) + N(s)K = ۰ \qquad G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ $\quad \boxed{k>۰}$

$\longrightarrow N(s) = s+۳ \qquad D(s) = s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)$

$$G(s) = \frac{s+۳}{s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)}$$

الف) $z_۱ = -۳ \quad p_۱ = ۰ \quad p_۲ = -۵ \quad p_۳ = -۶ \quad p_۴ = -۱+j \quad p_۵ = -۱-j$

$s^۲+۲s+۲ \longrightarrow \frac{-۲\pm\sqrt{\cancel{۴-۴\times۲}}}{۲} = \frac{-۲\pm۲j}{۲} = -۱\pm j$

$n-m = ۵-۱ = \boxed{۴}$

$\theta_k = \frac{(۲k+۱)\pi}{۴} = \quad \theta_۱ = ۴۵ \quad \theta_۲ = -۴۵ \quad \theta_۳ = ۱۳۵ \quad \theta_۴ = -۱۳۵$

$$\sigma = \frac{-۵-۶\overset{-۲}{\cancel{-۱+j-۱-j}}+۳}{۴} = -\frac{۵}{۲}$$

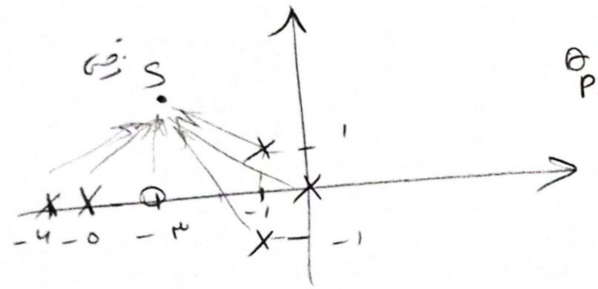
$$\frac{dG(s)}{ds} = \frac{-۲[۲s^۵+۲۷s^۴+۱۳۲s^۳+۲۸۴s^۲+۲۴۶s+۹۰]}{s^۲(s^۴+۱۳s^۳+۵۴s^۲+۸۲s+۹۰)^۲} = ۰$$

$s_۱ = -۵٫۵۲۶$ ✓ $\quad s_۲ = -۳٫۳۳+۱٫۲j \quad s_۳ = -۳٫۳۳-۱٫۲j \quad s_۴ = -۰٫۱۶۶+۰٫۴۷j$

$s_۵ = -۰٫۱۶۶-۰٫۴۷j$

$\theta_{z_۱} - \sum_{i=1}^{۵}\theta_{p_i} = \pi \longrightarrow ۹۰ - (۱۳۵ + ۹۰ + ۱۴ + \theta_{p_۴} + ۱۱٫۴) = \pi \longrightarrow \theta_{p_۴} = -۴۳٫۸$

$\theta_{p_۵} = +۴۳٫۸$



$\Delta(s) = s^۵ + ۱۳s^۴ + ۵۴s^۳ + ۸۲s^۲ + (۹۰+k)s + ۳k =$

$A = [۳۹۴۰ - ۱۰۵k - ۰٫۱۳۶۳k^۲] / ۶۵٫۶ - ۰٫۲۱۲۱$

$s^۵$	۱	۵۴	$۹۰+k$
$s^۴$	۱۳	۸۲	$۳k$
$s^۳$	۴۷٫۷	$۰٫۷۹۹k$	۰
$s^۲$	$۹۵٫۶ - ۰٫۲۱۲k$	$۳k$	۰
$s^۱$	A		۰
$s^۰$	$۳k$		۰

$۳k > ۰ \longrightarrow k > ۰$

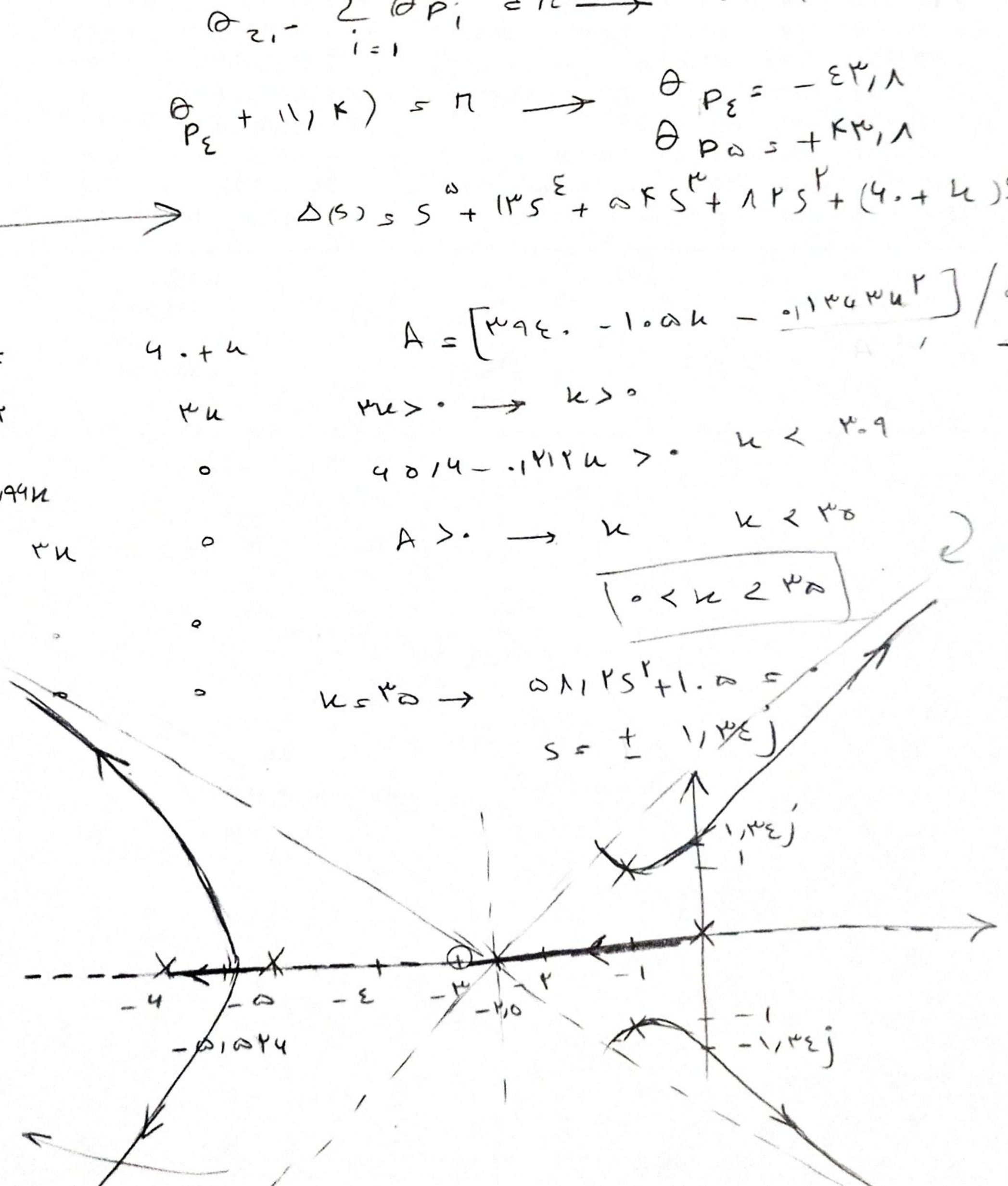
$۶۵٫۶ - ۰٫۲۱۲k > ۰ \quad k < ۳۰۹$

$A > ۰ \longrightarrow k \quad k < ۳۵$

$\boxed{۰ < k < ۳۵}$

$k = ۳۵ \rightarrow ۵۸٫۲s^۲ + ۱۰۵ = ۰$

$s = \pm ۱٫۳۴j$



ب

ب)

$$\frac{s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)}{-(s+۳)} = k$$

نوسانی $\rightarrow \zeta = ۰ \rightarrow \overset{۰}{\cancel{\zeta\omega_n}} \pm \omega_n\sqrt{\zeta^۲-۱} = \boxed{\pm\,\omega_n j}$ → ترم حقیقی نباید داشته باشد

$$\omega_n j = ۱,۳۴ \rightarrow ۲\pi f_۱ j = ۱,۳۴ \rightarrow -۰,۲۱۳\, j \text{ Hz}$$

$$\omega_n j = -۱,۳۴ \rightarrow ۲\pi f_۲ j = -۱,۳۴ \rightarrow +۰,۲۱۳\, j \text{ Hz}$$

$$k_۱ = \frac{(۱,۳۴)\times(۶,۳۴)\times(۷,۳۴)\times(۶,۴۷۵۶)}{-(۳,۳۴)} = -۱۲۰,۸۹$$

$$k_۲ = \frac{(-۱,۳۴)\times(۴,۶۶)(۳,۶۶)(۱,۱۱۵۶)}{-(۱,۶۶)} = ۱۵,۳۵$$

۴.

$$G(s) = \frac{s+۱}{s^۲(s+۲)(s+۵)} \qquad e_{ss} = \frac{۱}{k_a} \qquad k_a = \lim_{s\to ۰} s^۲ L(s)$$

$$L(s) = k\,G(s) \rightarrow k_a = \lim_{s\to ۰} \frac{\cancel{s^۲}(s+۱)k}{\cancel{s^۲}(s+۲)(s+۵)} = \frac{K}{۱۰} \qquad \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۰}{k} \Rightarrow \boxed{k=۱۰۰}$$

$$\Delta(s) = ۱+L(s) \rightarrow s^۲(s+۲)(s+۵)+k(s+۱) \Rightarrow$$

$$s^۴+۷s^۳+۱۰s^۲+ks+k=۰$$

$$\begin{array}{llll} s^۴ & ۱ & ۱۰ & k \\ s^۳ & ۷ & k & ۰ \\ s^۲ & ۱۰-\frac{k}{۷} & k & ۰ \\ s^۱ & A & ۰ & ۰ \\ s^۰ & k & ۰ & - \end{array}$$

$$\frac{\begin{vmatrix} ۱۰-\frac{k}{۷} & k \\ ۷ & k \end{vmatrix}}{۱۰-\frac{k}{۷}} = \frac{۱۰k-\frac{k^۲}{۷}-۷k}{۱۰-\frac{k}{۷}} = A$$

$$\frac{\begin{vmatrix} A & ۰ \\ ۱۰-\frac{k}{۷} & k \end{vmatrix}}{A} = \frac{Ak}{A} = k$$

$$\rightarrow k>۰ \qquad ۱۰-\frac{k}{۷}>۰ \qquad k<۷۰ \qquad ۳k-\frac{k^۲}{۷}>۰ \qquad ۲۱k-k^۲>۰$$

$$k(۲۱-k)>۰ \qquad ۰<k<۲۱ \Rightarrow ۰<k<۲۱ \rightarrow k=۱۰۰$$ امکان‌پذیر نیست ناپایدار است

۶.

$$G(s) = \frac{۰,۲}{s(s+۱)} \qquad \zeta = ۰,۴۵ \qquad k_v = ۱۰ \rightarrow k_v = \lim_{s\to ۰} s\,L(s)$$

$$\lim_{s\to ۰}\left[\frac{k(T_d s+۱)}{T_p s+۱}\times\frac{۰,۲}{\cancel{s}(s+۱)}\times\cancel{s}\right] = \frac{k\times ۰,۲}{۱} = \frac{۲k}{۱۰} = ۱۰ \rightarrow \boxed{k=۵۰}$$