



نمونه سوالات حل شده شماره یک

۱ مثال اول

بیشینه تشدید یک سیستم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.24s + 1}$ را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} |G(j\omega)| = 0 &\Rightarrow \frac{d}{d\omega} \left[(1 - \omega^2)^2 + (0.24\omega)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 0 \\ &\Rightarrow -\frac{1}{2} [4\omega(1 - \omega^2) + 2 \times 0.24^2 \omega] \left[(1 - \omega^2)^2 + (0.24\omega)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} = 0 \quad (1) \\ &\Rightarrow \omega = 0.94 \frac{rad}{sec} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} |G(j\omega)| &= (1 - \omega^2)^2 + (0.24\omega)^2 \\ \omega &= 0.94 \frac{rad}{sec} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_r = 12.5 \text{ dB} \quad (2)$$

۲ مثال دوم

پهنای باند یک سیستم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.24s + 1}$ را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2)^2 + (0.24\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &\Rightarrow (1 - \omega^2)^2 + (0.24\omega)^2 = 2 \quad (3) \\ &\Rightarrow \omega_{bw} = 1.5 \end{aligned}$$

۳ مثال سوم

حاشیه بهره یک سیستم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{1}{(s+2)^3}$ را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) = -\pi &\Rightarrow -3 \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{2} \right) = -\pi \quad (4) \\ &\Rightarrow \omega_p = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$|G(j\omega_p)| = \frac{1}{(\sqrt{\omega^2 + 2^2})^3} \Bigg\}_{\omega_p = 2\sqrt{3}} \Rightarrow |G(j\omega_p)| = \frac{1}{64} \Rightarrow GM = 36.1 \text{ dB} \quad (5)$$

۴ مثال چهارم

حاشیه فاز یک سیستم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{(s+4)^2}{(s+2)^3}$ را محاسبه کنید.

$$|G(j\omega_g)| = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\omega_g^2 + 16}^2}{(\sqrt{\omega_g^2 + 4})^3} = 1 \quad (6)$$

$$\Rightarrow \omega_g = 1.78$$

$$\angle G(j\omega_g) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\omega_g}{4} \right) - 3 \tan^{-1} \left(\frac{\omega_g}{2} \right) \Bigg\}_{\omega_g = 1.78 \text{ rad}} PM = 1.79 \text{ rad} \quad (7)$$

۵ مثال پنجم

حساسیت تابع حلقه باز یک سیستم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ نسبت به ζ را بیابید.

$$T = \frac{G}{1 + G} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} S_\zeta^T &= \frac{\zeta}{T} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \\ &= \frac{\zeta}{G} \frac{G}{T} \frac{\partial G}{\partial \zeta} \frac{\partial T}{\partial G} \\ &= \frac{\zeta}{G} \frac{1}{1 + G} \frac{\partial G}{\partial \zeta} \\ &= \frac{\zeta}{G} \frac{1}{1 + G} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \\ &= \frac{\zeta}{G} \frac{1}{1 + G} \frac{-2\omega_n s \omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2} \\ &= \frac{\zeta}{G} \frac{1}{1 + G} \left(-\frac{2G^2 s}{\omega_n} \right) \\ &= -\frac{2\zeta G s}{(1 + G)\omega_n} \\ &= -\frac{2\zeta\omega_n s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + 2\omega_n^2} \end{aligned} \quad (9)$$