
Отчет о численном решении краевой задачи
Дирихле для стационарного уравнения
диффузии.

Студента гр. 403 Александрова Михаила

2023

1 Постановка задачи

Необходимо решить двумерную задачу Дирихле для двумерного стационарного оператора диффузии.

$$\begin{cases} \nabla(-D\nabla u) = f, x \in \Omega \\ u = g, x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1)$$

$$\Omega = [0, 1]^2, D = \text{diag}(d_x, d_y)$$

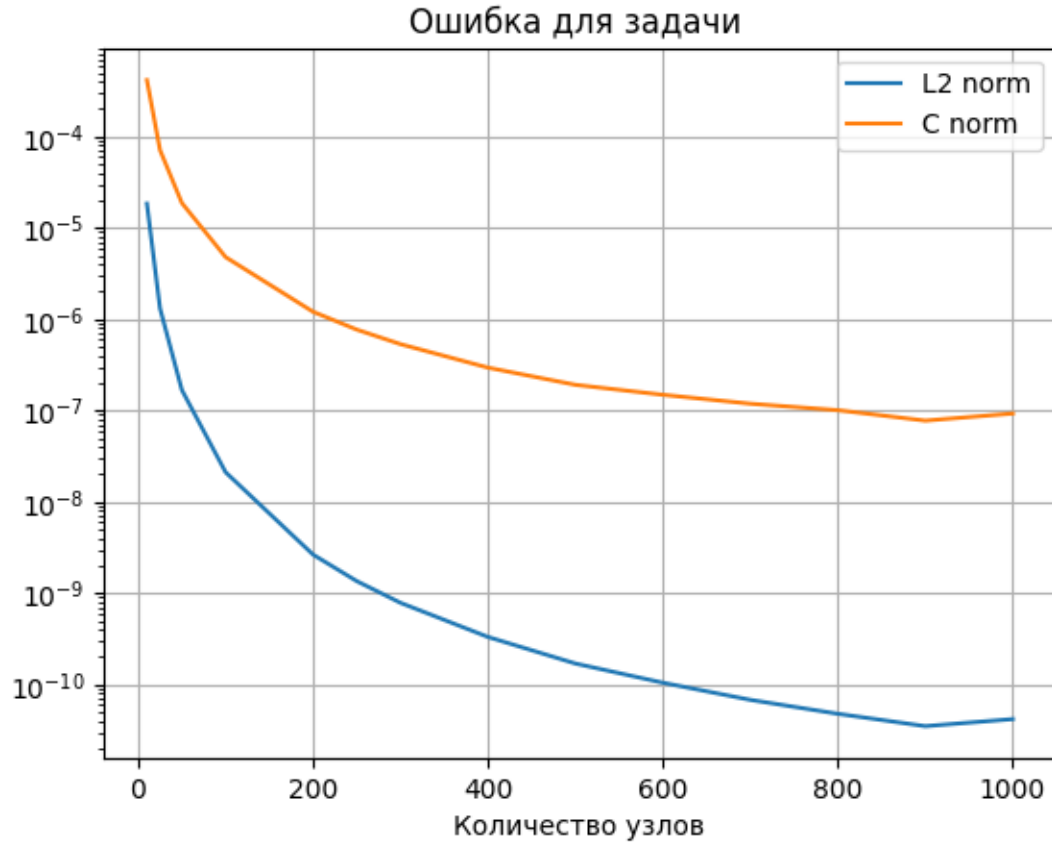
2 Метод решения

Задача решается методом конечных разностей на регулярной квадратной сетке с помощью пятиточечного шаблона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, y_j) = \frac{u_{i+1,j}^h - 2u_{i,j}^h + u_{i-1,j}^h}{h^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x_i, y_j) = \frac{u_{i,j+1}^h - 2u_{i,j}^h + u_{i,j-1}^h}{h^2}$$

3 Результаты

$$f = \sin(10x)\sin(10y), g = \frac{\sin(10x)\sin(10y)}{200}, d_x = 1, d_y = 1, u = \frac{\sin(10x)\sin(10y)}{200}$$



$$f = \sin(\pi x)\sin(\pi y), g = 0, d_x = 1, d_y = 1, u = \frac{\sin(\pi x)\sin(\pi y)}{2\pi^2}$$

