Introducere în transformarea Laplace

Ion Popescu¹

Rezumat. În lucrarea sunt prezentate elemente introductive privind transformarea Laplace și aplicațiile sale.

1. Introducere

Lucrarea prezinta o sinteză a proprietăților și aplicațiilor transformării Laplace, studiate în tratate privind studiul funcțiilor de variabilă complexă și calculul operațional [1].

2. Definiție și exemple de imagini Laplace

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, o funcție de tip original de variabila reală timp $t\in\mathbb{R}$. Notăm cu \mathbb{C} mulțimea numerelor complexe și fie $s=\sigma+j\omega$ variabila complexă. Fie f o funcție original de indice $a\in\mathbb{R}$ și fie semiplanul $D(a)=\{s=\sigma+j\omega\in\mathbb{C}:\sigma>a\}$. Conform [1], funcția complexă $F:D(a)\to\mathbb{C}$, definită prin

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$
 (1)

se numește transformata Laplace a funcției f.

Tabelul 1. Transformate Laplace ale unor funcții elementare [1].

| Nr.crt | Funcția original f | Transformata Laplace $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ |
|--------|------------------------------|---|
| 1 | 1(t) funcția treaptă unitară | $\frac{1}{s}$ |

În figura 1 este redat răspunsul sistemului de ordinul întâi $\dot{x}+2x=u$, cu funcția de transfer $H(s)=\frac{1}{s+2}$, la o intrarea treapta unitară u(t)=1(t), simulat în Octave. Se observă efectul constantei de timp T=0.5 sec și al factorului de amplificare K=0.5.

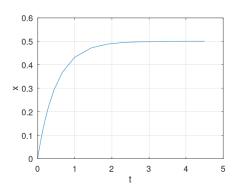


Figura 1. Răspunsul indicial al sistemului $H(s) = \frac{0.5}{0.5s+1}$.

3. Concluzii

Transformarea Laplace are aplicații importante în teoria sistemelor dinamice și în bazele electrotehnicii, în studiul circuitelor electrice liniare în regim tranzitoriu.

¹ grupa 315AC, Anul IAC, Facultatea de Automatică și Calculatoare, email:ion.popescu@upb.ro

Bibliografie

1 V. Brânzănescu, O. Stănășilă, "Matematici speciale – teorie, exemple, aplicații" Editura ALL, București, 1994.