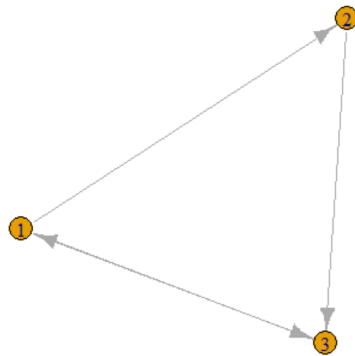


۱ سوال اول

الف

ابتدا از علّیت گرنجر استفاده میکنیم؛ گراف آن در زیر آمده است سپس با استفاده از اتورگرسیون ضرایب را محاسبه میکنیم که کورلیشن بالایی با مدل حقیقی داده شده دارد.



شکل ۱: Granger Causality

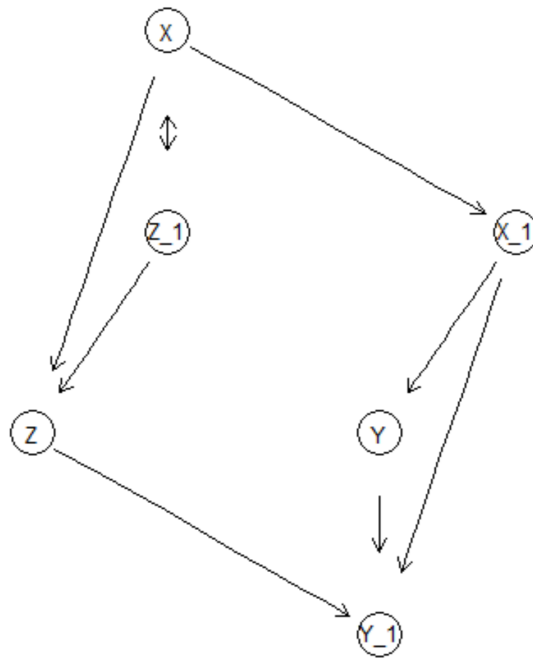
```

> pred
      X      Y      Z
X 0.20084326 -0.06976725 0.505018522
Y -0.37966654 0.24107928 0.001198838
Z -0.09127331 0.29407283 0.308015921
> cor(c(as.matrix(ground_truth)), c(as.matrix(pred)))
[1] 0.9938051

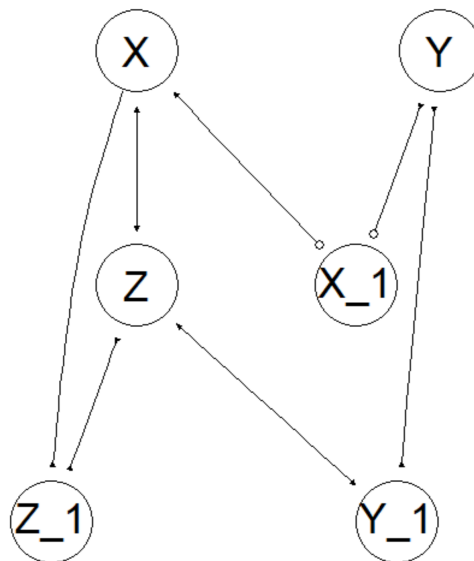
```

شکل ۲: auto regression coeffs

برای الگوریتم `pc` و `fci` و `lingam` تاخیر زمانی را میدانیم بنابراین علاوه بر ۳ متغیر داده شده، شیفت یافته های آنها با یک واحد زمانی را نیز میسازیم و سپس از این الگوریتم ها برای یادگیری ساختار استفاده میکنیم. گراف ها برای `pc` و `fci` گرافها در زیر آمده است و سپس ضرایب رگرسیون را محاسبه میکنیم.



شکل ۳: pc



شکل ۴: fci

```
> A
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,]  0.20189010 -0.06963698  0.50479774
[2,] -0.37569184  0.24336012 -0.00057659
[3,] -0.08824031  0.29555178  0.30679834
> cor(c(as.matrix(ground_truth)), c(A))
[1] 0.993507
`|`
```

شکل ۵: regression coeffs

به وسیله lingam ضرایب را محاسبه میکنیم و قسمت مربوط به متغیرهای حال بر گذشته را برمیداریم که نتیجه خوبی نمیدهد.

```
> B
      [,1] [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 0.0000000 0 0.000000 0.0000000 0.0000000 0.000000
[2,] 0.0000000 0 0.000000 -0.5480412 0.3219524 0.000000
[3,] 2.7981339 0 0.000000 -0.8654688 0.0000000 -1.020593
[4,] 0.6149443 0 0.000000 0.0000000 0.0000000 0.000000
[5,] -3.5440814 0 1.140541 0.6299292 0.0000000 1.522712
[6,] 1.3104781 0 0.000000 0.0000000 0.0000000 0.000000
> A
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 0.0000000 0.0000000 0.000000
[2,] -0.5480412 0.3219524 0.000000
[3,] -0.8654688 0.0000000 -1.020593
> cor(c(as.matrix(ground_truth)), c(A))
[1] 0.2560454
```

شکل ۶: lingam coefs

ب

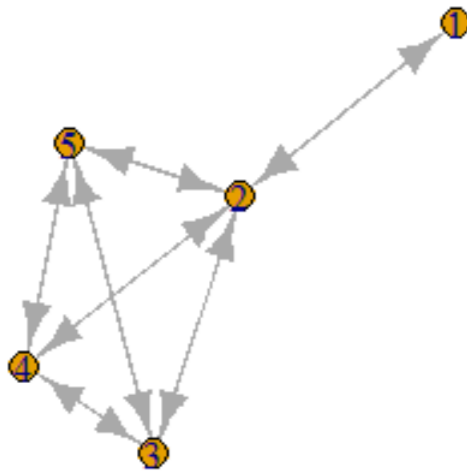
با رگرسیون ضرایب با مشابیت بالا به دست می آیند که چون تاخیر را میدانستیم واضح بود همچنین اتفاقی رخ دهد.

پ

مدل خواسته شده با استفاده از اتورگرسیون محاسبه و در graphModel02.txt ذخیره شده است.

۲ سوال دوم

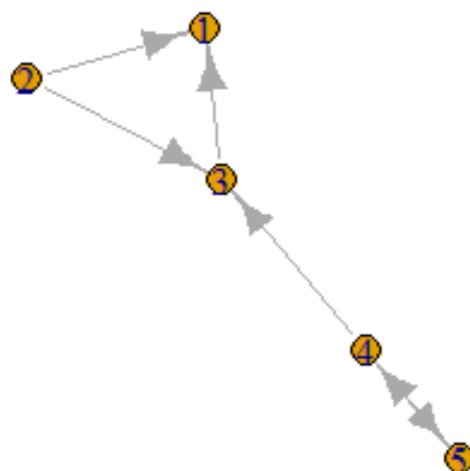
مطابق قواعد گفته شده توابع با نام های مشابه را در R پیاده سازی کردیم. تابع نهایی که باید از آن استفاده شود؛ SizeMECGraph است که باید ماتریس مجاورت گراف مربوطه به آن داده شود. برای تست نتایج خود تابع را بر روی $U'(5, 7)$ که در مقاله مربوطه (He, Yangbo Yu, B.. (2016). Formulas for Counting the Sizes of Markov Equivalence Classes of Directed Acyclic Graphs.) سائز کلاس مربوط به آن 30 گفته شده بود امتحان میکنیم که پاسخ درست را دریافت میکنیم و روی یک گراف دیگر که فقط یک یال جهت دار دارد و مطمئناً سائز کلاس آن 2 است نیز پاسخ درست را دریافت میکنیم.



شکل ۷: گراف اول

```
> U
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    0    1    0    0    0
[2,]    1    0    1    1    1
[3,]    0    1    0    1    1
[4,]    0    1    1    0    1
[5,]    0    1    1    1    0
> SizeMECGraph(U)
[1] 30
```

شکل ۸: پاسخ برای گراف اول که صحیح است.



شکل ۹: گراف دوم

```

> U
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    0    0    0    0    0
[2,]    1    0    1    0    0
[3,]    1    0    0    0    0
[4,]    0    0    1    0    1
[5,]    0    0    0    1    0
> SizeMECGraph(U)
[1] 2
~ |

```

شکل ۱۰: پاسخ برای گراف دوم که صحیح است.