بسم الله الرحمن الرحیم

پروژه درس سیستم های مخابراتی

استاد : دکتر بهروزی

موضوع : مخابرات نوری – Optical Communications

تهیه کنندگان :	شماره دانشجویی :
مهرسا پوریا	95101247
مهسا سیادتی	95101717
سحر ستاری	95101677

زمستان 1397

مقدمه و بیان هدف پروژه :

در درس سیستم های مخابراتی با برخی مدولاسیون های آنالوگ و دیجیتال و روش های آشکار سازی و تحلیل نویز در آنها آشنا شدیم ، ولتاژ الکتریکی ماده ی اصلی مورد انتقال و یا مدیوم مخابرات ما بود.حال به عنوان پروژه ی این درس قصد داریم با روشی دیگر در مخابره ی پیغام آشنا شویم ، این روش جدید در واقع همان مخابرات نوری است ، در واقع مدیوم ارسال در این روش ذرات سازنده نور یا فوتون ها هستند و از خواص فوتون ها برای تحلیل این مخابرات استفاده می کنیم.

بررسی منبع نوری مورد استفاده :

منبع مورد استفاده ی ما برخلاف عموم درس سیستم های مخابراتی یک منبع سینوسی یا یک منبع تولید پالس الکتریکی بود ، یک منبع نوری است که انرژی ساطع شده از آن یا در واقع تعداد الکترون های آزاد شده از آن برای ما دارای اهمیت است. این تعداد الکترون های ساطع شده از منبع از توزیع پواسون پیروی می کنند که این برخاسته از خاصیت پواسونی نور است.

تعداد الکترون های آزاد شده در مساحت A و زمان T به صورت زیر است :

$$p(k) = \frac{{m_\nu}^k e^{-m_\nu}}{k!}$$

که m_ν نرخ متوسط این توزیع است و به شدت نور بستگی دارد و از رابطه ی زیر محاسبه می شود.

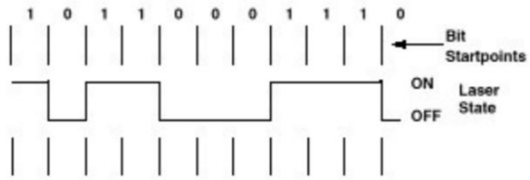
$$m_\nu = \alpha \int_0^T \int_{A_d} I_d(t,\vec{r})\, d\vec{r}\, dt \qquad \alpha = \frac{\eta}{hf}$$

η کارآیی کوآنتومی آشکارساز، h ثابت پلانک و f فرکانس نور تابیده شده

در این پروژه در هنگامی که منبع خاموش است نرخ متوسط این توزیع پواسون را برابر K_b در نظر می گیریم که به علت نویز های موجود در محیط و منبع است و هنگامی که این منبع روشن است این نرخ میانگین را برابر $K_b + K_S$ در نظر می گیریم که K_S در واقع همان الکترون های ساطع شده ناشی از سیگنال است.

حال به بررسی مدولاسیون های گفته شده در دستور کار پروژه و بررسی احتمالات خطا ها و پاسخ به سوال های خواسته شده می پردازیم.

مدولاسیون *ook* یا *on-off keying* :



در این مدولاسیون برای ارسال بیت 1 منبع را روشن می کنیم یعنی در واقع تعداد الکترون های آزاد شده یک توزیع پواسون با نرخ میانگین *K1=Kb+Ks* داریم و برای ارسال بیت 0 منبع خاموش است وتعداد الکترون ها یک توزیع پواسون با نرخ میانگین *K0=Kb* دارد.

در واقع داریم :

$$f_{Y|X}(k|0) = \frac{K_0^k e^{-K_0}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2 \cdots$$

$$f_{Y|X}(k|1) = \frac{(K_1)^k e^{-K_1}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2 \cdots$$

حال به سوال **5.1** پاسخ می دهیم.

احتمال خطا را برای این مدولاسیون محاسبه می کنیم این احتمال به صورت زیر است :

$$p_{error} = p_{error|x=0} \times p(x=0) + p_{error|x=1} \times p(x=1)$$

از آنجا که گفته شده منبع را متساوی الاحتمال فرض کنیم داریم:

$$p(x=0) = p(x=1) = 0.5$$

پس داریم :

$$p_{error} = 0.5(p(\breve{x} = 1|x = 0) + (p(\breve{x} = 0|x = 1))$$

قاعده ی تصمیم گیری این است که اگر تعداد الکترون دریافتی بیشتر یا مساوی یک سطح آستانه (Kth) بود تصمیم بگیریم 1 ارسال شده و اگر کمتر بود بگوییم صفر ارسال شده است و توزیع شرطی k به شرط ارسال 1 یا 0 را نیز که داریم پس می توانیم بنویسیم :

$$p_{error} = 0.5(p(k \geq k_{th}|x = 0) + (p(k < k_{th}|x = 1))$$

$$p_{error} = 0.5(\sum_{k\geq k_{th}} f(k|0) + \sum_{k<k_{th}} f(k|1))$$

با داشتن توزیع ها :

$$p_{error}(kth) = 0.5(\sum_{k\geq k_{th}} \frac{Kb^k \times e^{-Kb}}{k!} + \sum_{k<k_{th}} \frac{(Kb+Ks)^k e^{-(Kb+Ks)}}{k!})$$

حال k_{th} را باید از مینیمم کردن خطای نوشته شده محاسبه کنیم.

بدین منظور $p_{error}(kth+1) - p_{error}(kth) = 0$ قرار می دهیم.

داریم :

برای Kb!=0

$$\frac{Kb^{kth} \times e^{-Kb}}{kth!} = \frac{(Kb+Ks)^{kth} e^{-(Kb+Ks)}}{kth!}$$

$$(\frac{Kb+Ks}{Kb})^{kth} = \frac{e^{-Kb}}{e^{-(Kb+Ks)}} = e^{Ks}$$

$$kth = \frac{Ks}{\ln((\frac{Kb+Ks}{Kb}))}$$

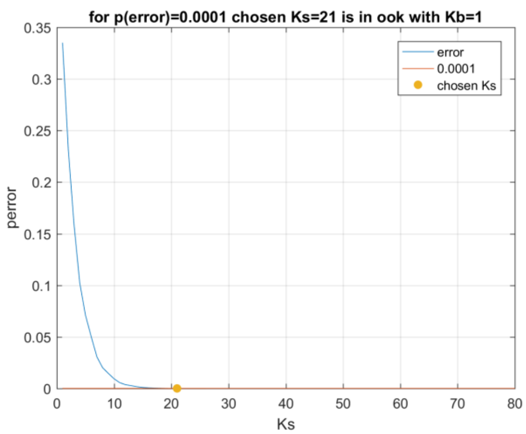
برای Kb=0 واضح است که Kth بهینه 1 است.

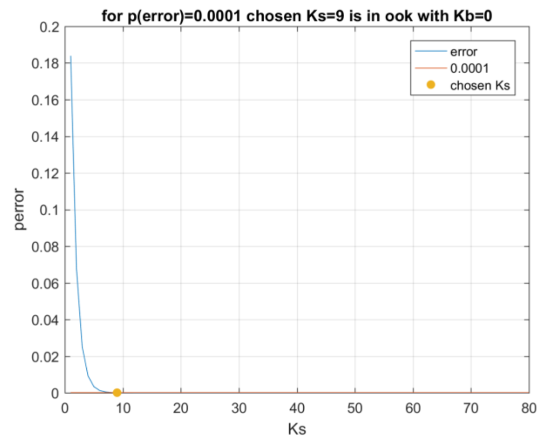
به ازای Kb=0,1,5,10 ،Ks مربوط به خطای 0.0001 را محاسبه می کنیم.

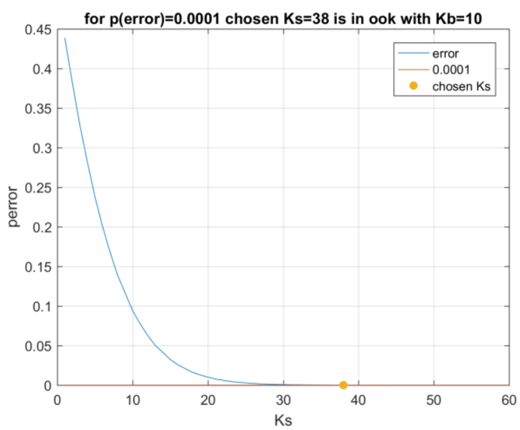
از آنجا که تحلیل عبارت سخت از از متلب بهره می بریم.

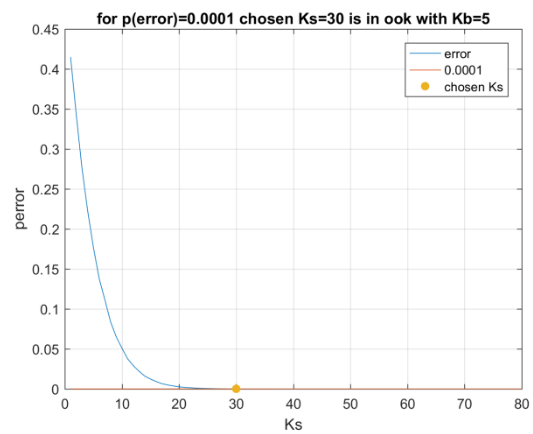
نتایج به صورت زیر به دست می آید همچنین نمودار های خطا بر حسب Ks را می توانید مشاهده کنید.

Kb	Chosen Ks for p(error)=0.0001
0	9
1	21
5	30
10	38







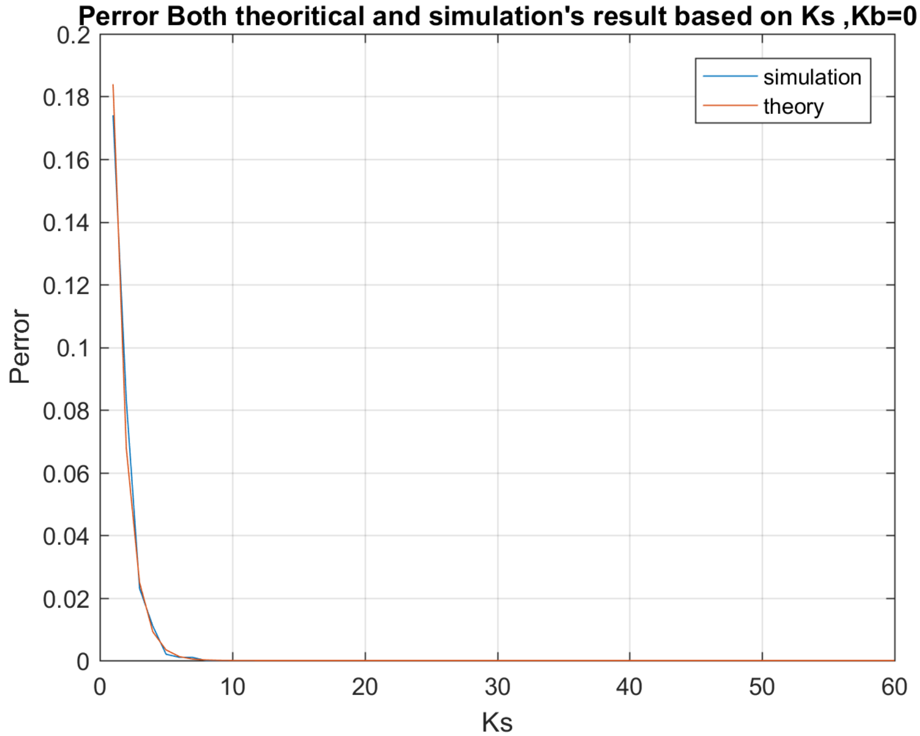


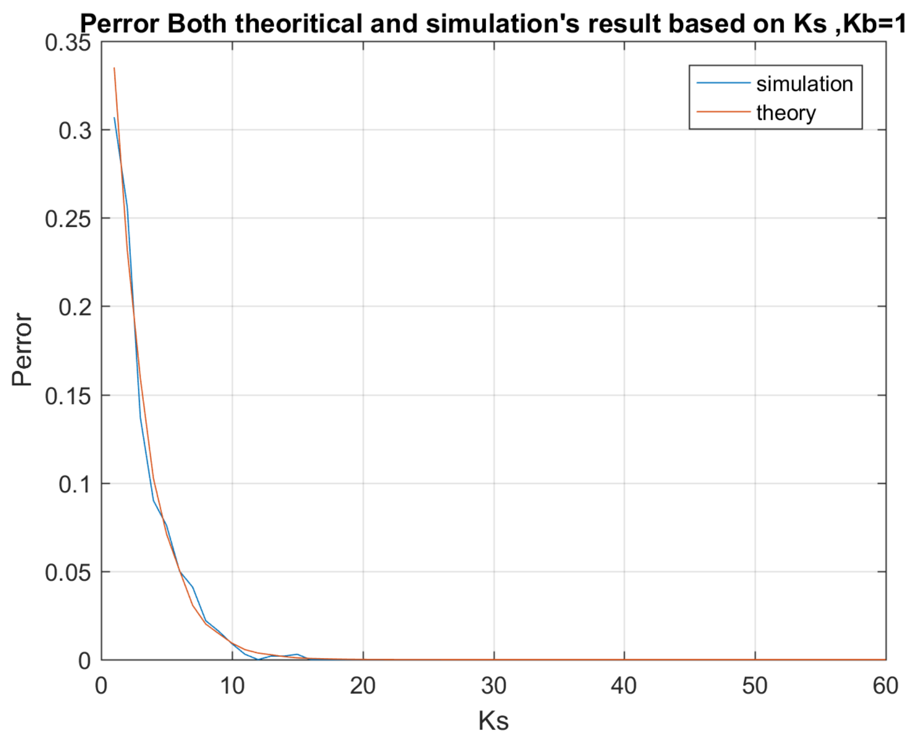
بخش اضافی : (این بخش در سوالها و متن دستور کار گفته نشده اما به علت علاقه انجام می شود.)

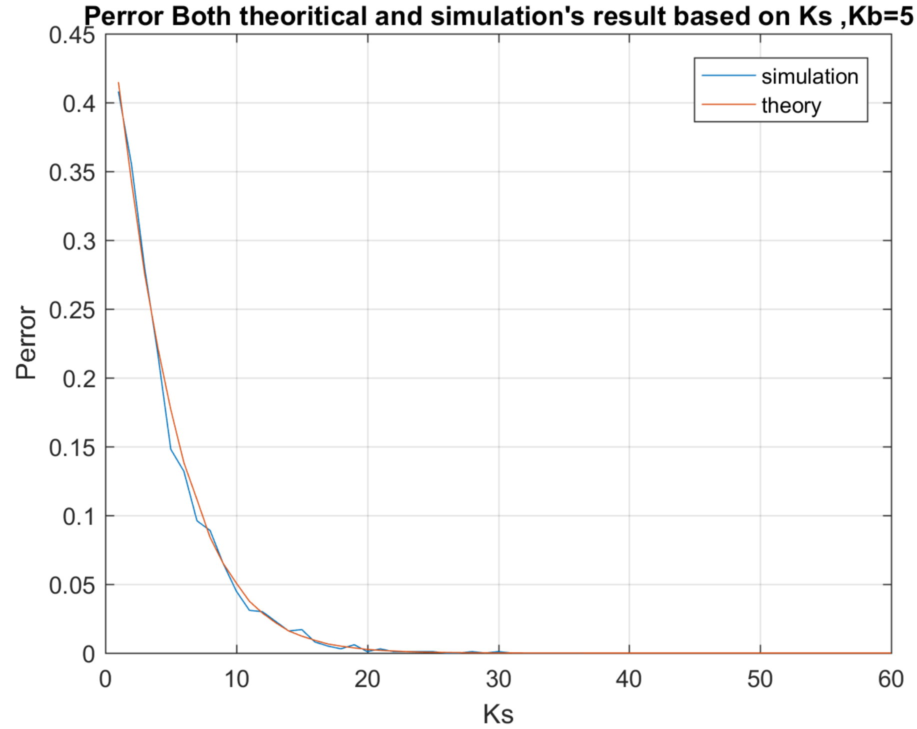
حال تصمیم داریم که مراحل این کدینگ را شبیه سازی کنیم و احتمال خطای شبیه سازی را بر حسب Ks محاسبه کنیم و با نتایج نظری بخش قبل مقایسه کنیم. بدین منظور دنباله ای تصادفی از 0 و 1 ها تولید می کنیم که احتمال وقوع هر بیت آن مستقل از دیگری 0.5 است سپس در صورت 1 بودن تعداد الکترون های ساطع شده متناظر را با تابع poissrnd و نرخ Kb+Ks به دست می آوریم و در صورت صفر بودن همین کار را با این تابع و نرخ Kb انجام می دهیم ، سپس با مقایسه با xth بحث شده در بخش قبل دیکودینگ را انجام می دهیم و از مقایسه ی سیگنال اشکار شده و پیغام اولیه خطا را به دست می اوریم و نمودار های قبلی یعنی احتمال خطا بر حسب Ks به ازای Kb های داده شده رسم می کنیم .

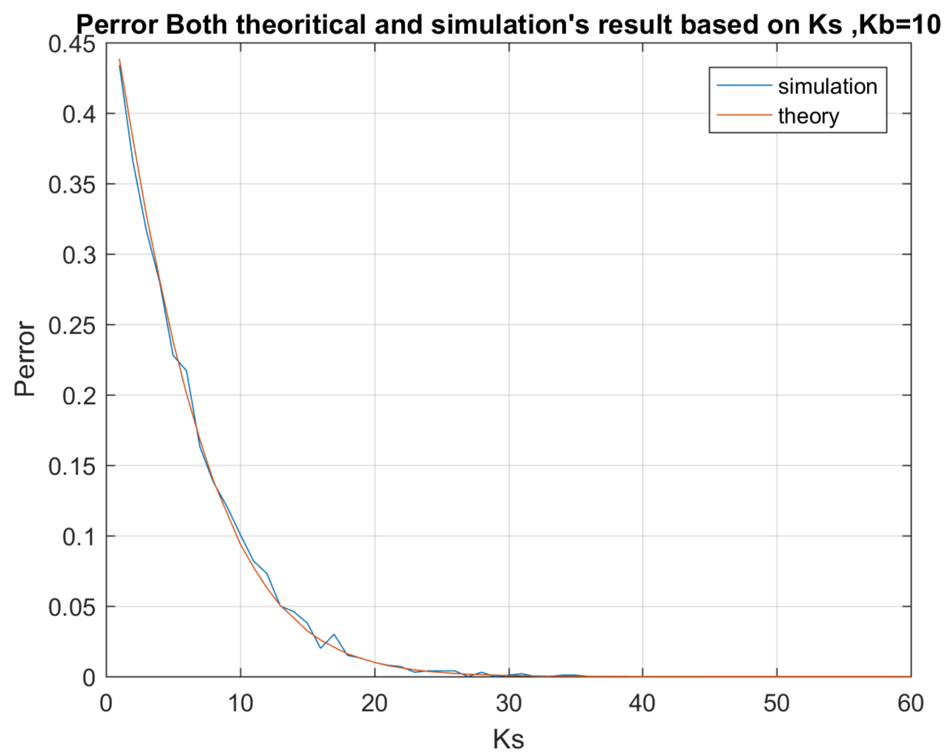
ملاحضه می شود نتایج شبیه سازی و نظری بخش قبل کاملا بر هم تطبیق دارند.

نمودار ها را به ازای Kb=0,1,5,10 در صفحه بعد مشاهده می شوند.

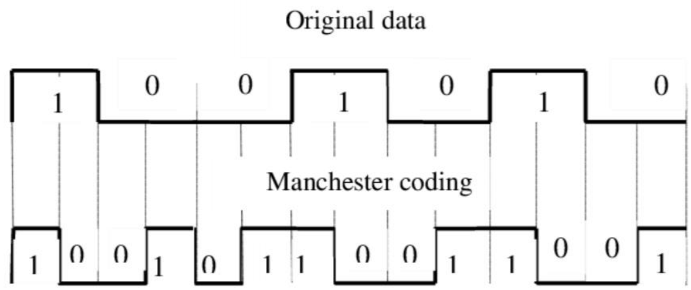

Perror Both theoritical and simulation's result based on Ks ,Kb=0
simulation
theory
Perror
Ks
0.2
0.18
0.16
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
0
10
20
30
40
50
60


Perror Both theoritical and simulation's result based on Ks ,Kb=1
simulation
theory
Perror
Ks
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
10
20
30
40
50
60


Perror Both theoritical and simulation's result based on Ks ,Kb=5
simulation
theory
Perror
Ks
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
10
20
30
40
50
60


Perror Both theoritical and simulation's result based on Ks ,Kb=10
simulation
theory
Perror
Ks
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
10
20
30
40
50
60

سیگنال دهی منچستر :



در این روش برای ارسال 1 بازه ی Tb را به دو قسمت تقسیم می کنیم و در نیمه ی اول منبع را روشن و در نیمه ی دوم خاموش می کنیم و برای ارسال 0 برعکس عمل می کنیم.

حال می خواهیم به سوال **5.2** پاسخ دهیم.

بنابر این احتمال خطا را برای سیگنال دهی منچستر محاسبه می کنیم.

در این سیگنال دهی در هم ارسال 0 و 1 خطا زمانی رخ می دهد که الکترون های ازاد شده هنگام خاموشی بیشتر از هنگام روشن شدن باشد بنابراین احتمال خطا را به صورت زیر می نویسیم.

$$Perror = Pe|0 * p(x=0) + Pe|1 * p(x=1)$$

با متساوی الاحتمال بودن منبع داریم و اگر تعداد الکترونهای دو طرف برابر بود فرض کنیم 1 ارسال شده داریم :

$$Perror = 0.5 * (Pe|0 + Pe|1)$$

برای ارسال 1 احتمال خطا برابر احتمال بیشتر بودن تعداد الکترون ها در حالت خاموش از حالت روشن است و برای ارسال مقدار صفر برابر این مقدار به علاوه حالت تساوی دو طرف است.

$$Perror = 0.5(p(koff \geq kon) + p(koff > kon))$$
$$Perror = p(koff > kon) + 0.5p(koff = kon)$$

حال از قاعده ی احتمال کل استفاده می کنیم و داریم.

باید توجه داشته باشیم نرخ فرایند به زمان وابسته است و با نصف شدن زمان آن نیز نصف می شود.

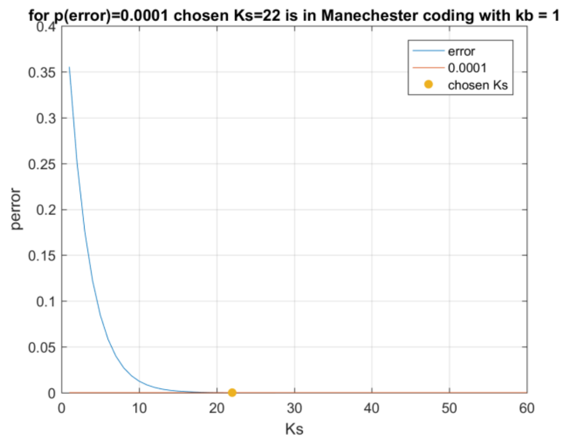
$$P(koff > kon) = \sum_{k=0}^{\infty} p(koff > kon|kon = k)p(kon = k)$$

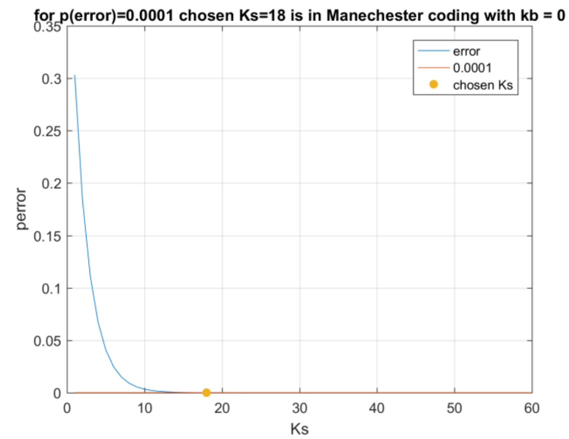
$$P(koff = kon) = \sum_{k=0}^{\infty} p(koff = kon|kon = k)p(kon = k)$$

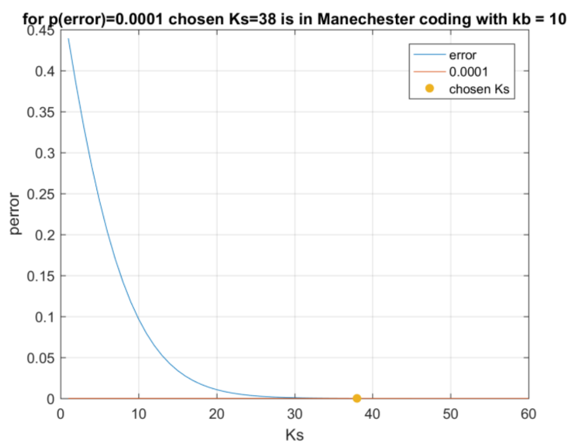
$$Perror = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\sum_{koff>k} \frac{(\frac{Kb}{2})^{koff} \times e^{-\frac{Kb}{2}}}{koff!} \right) * \frac{(\frac{Kb+Ks}{2})^{k} e^{-(\frac{Kb+Ks}{2})}}{k!} + 0.5 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\frac{Kb}{2})^{k} \times e^{-\frac{Kb}{2}}}{k!} * \frac{(\frac{Kb+Ks}{2})^{k} e^{-(\frac{Kb+Ks}{2})}}{k!}$$

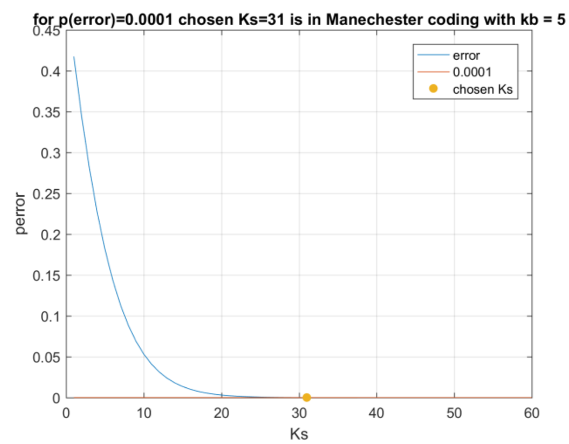
حال به ازای Kb=0,1,5,10 ، Ks مناسب برای خطای 0.0001 را می یابیم.

نتایج به صورت زیر است :









Kb	OOk Chosen Ks for p(error)=0.0001	Manchester Chosen Ks for p(error)=0.0001
0	9	1
1	21	22
5	30	31
10	38	38

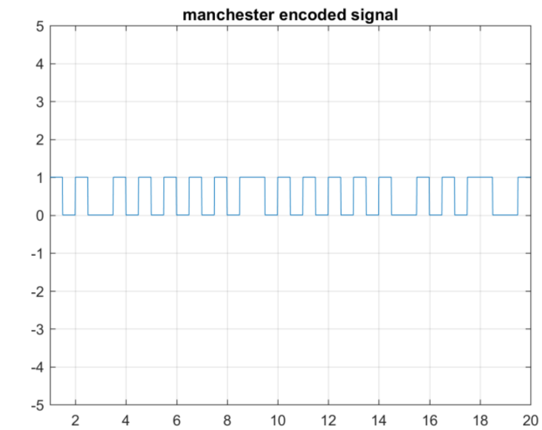
ملاحضه می کنیم که Ks مطلوب در کدینگ منچستر در Kb مخالف صفر برای مخابرات نوری در حدود همان خطای ook باقی مانده است اما برای Ks، Kb=0 مطلوب افزایش یافته (2 برابر شده) است که این امر طبیعی است زیرا در این حالت طرف خاموش همواره 0 انتشار دارد و فقط خطا زمانی رخ می دهد که طرف روشن هم 0 انتشار داشته باشد و 0 ارسال شده باشد و در ook در Kb=0 که خطا وقتی رخ می داد که در حالت ارسال یک ، 0 الکترون ساطع شود ، ملاحضه می شود که این دو احتمال به دلیل هم احتمالی ارسال 0 یا 1 در ظاهر یکی هستند اما چون زمان روشنی در کدینک منچستر نصف شده است نرخ توزیع پواسون مربوطه ی آن نیز نصف می شود و این باعث میشود برای رسیدن به یک خطای معین در حالت Kb=0 ، در کدینک منچستر Ks مطلوب دو برابر Ks مطلوب در حالت ook باشد ، اما در حالت های Kb مخالف صفر اثر نصف شدن زمان هم در Kb و هم در Ks ظاهر می شود و Ks مطلوب تقریبا برابر می ماند که این امر را به زیبایی در نتایج مشاهده می کنیم.

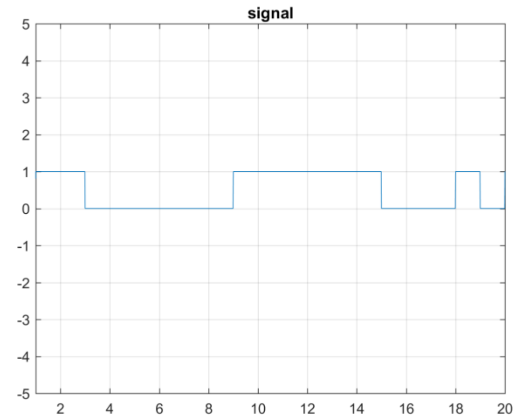
حال که در Kb های مخالف صفر کد منچستر به بهبود خطا کمک نمی کند این سوال پیش می آید که چرا از این کدینگ استفاده می شود. علت آن است که میانگین ارسال برای صفر و یک برابر است و اگر از کدینگ متقارن مثلا 1 و -1 استفاده کنیم میانگین پیغام ارسالی صفر می شود و در واقع DC پیغام ارسالی به پیغام هیچ وابستگی ندارد و میتوان بدون لطمه زدن به آشکار سازی حذف شود.

بخش اضافی : (این بخش در سوالها و متن دستور کار گفته نشده اما به علت علاقه انجام می شود.)

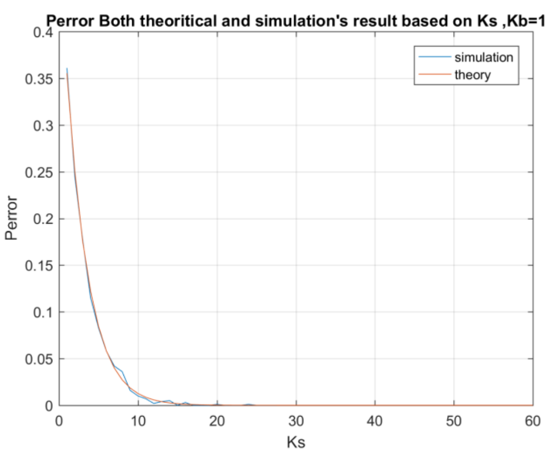
حال تصمیم داریم کدینگ منچستر را شبیه سازی کنیم به این منظور یک دنباله تصادفی به عنوان پیام تولید می کنیم و سپس توسط کدینگ منچستر و منطق بیان شده در ابتدای این بخش آنها را به دنباله ای با طول دوبرابر کد می کنیم و مکان های روشن و خاموش بودن منبع نوری را محاسبه می کنیم. و مشابه شبیه سازی ook برای مکان های روشن تعداد الکترون های ساطع شده متناظر را با تابع poissrnd و نرخ (Kb+Ks)/2 به دست می آوریم و در صورت صفر بودن همین کار را با این تابع و نرخ Kb/2 انجام می دهیم . نرخ ها نصف شده اند چون Kb و Ks مربوط به مدت زمان Tb هستند و چون این زمان نصف میشود و به علت تناسب این نرخ ها با زمان آنها نیز نصف می شوند. سپس از روی مقایسه تعداد الکترون های ساطع شده در نیمه ی اول و نیمه ی دوم و منطق تصمیم گیری گفته شده پیغام را اشکار و از روی تفاوت آن با پیغام اولیه خطا را به دست می آوریم . نمودار خطا برای Kb مشخص بر حسب Ks را را رسم می کنیم. ملاحضه می کنیم خطای عملی به دست آمده تطبیق بسیار خوبی بر خطای نظری محاسبه شده در بخش قبل دارد.

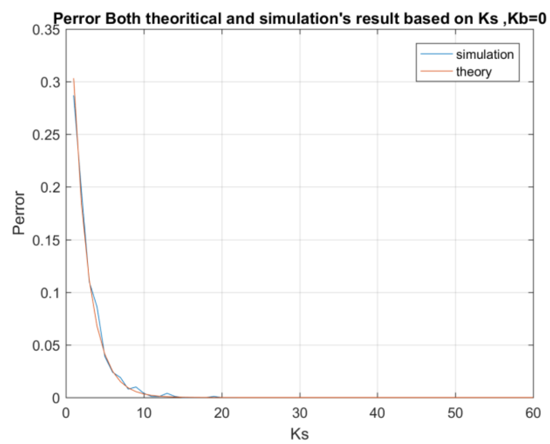
در بازه ای پیغام اصلی و پیغام کد منچستر شده به صورت زیر است :

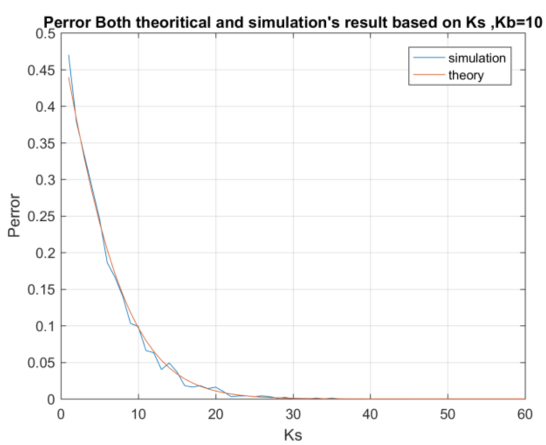


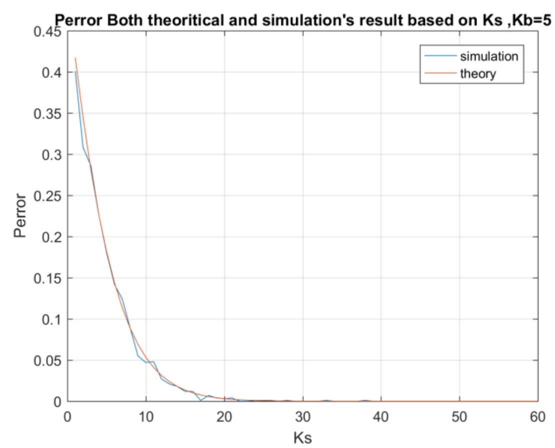


نمودار های خطای عملی (نتیجه ی شبیه سازی) و خطای نظری بخش قبل بر حسب Ks را در صفحه ی بعد مشاهده می کنیم.



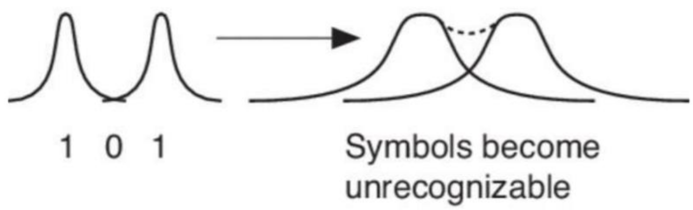






بررسی اثر پاشندگی نور

هنگام انتقال داده نیاز به اشغال کردن پهنای باند W داریم. فیبر نوری یک محیط پاشنده است. درمحیط های پاشنده، ضریب شکست برای امواج با بسامد های گوناگون متفاوت است و از این رو امواج با فرکانس های متفاوت در این محیط ها با سرعت های متفاوت حرکت کند که موجب پاشش یا پاشیدگی آنها می گردد. این پدیده باعث پهن شدن سیگنال ها می شود و زمان بندی سیستم را مختل می کند.



حال به سوال **5.3** پاسخ می دهیم.

فرض می کنیم بر اثر پاشندگی ، زمان بندی بیت های دریافتی در کلید زنی روشن خاموش به اندازه ی Δ جابجا شود.

حال احتمال خطا را محاسبه می کنیم.

طول ارسال هر پالس مربوط به یک بیت در ook ، Tb ثانیه است حال وقتی به اندازه ی Δ در زمان بندی ها جابه جایی رخ دهد Tb-Δ ثانیه از پالس خود آن بیت مورد نظر دریافت می کنیم و Δ ثانیه از پالس مجاور. در مجموع 4 حالت زیر رخ می دهد. و از انجا که الفبای متساوی الاحتمال در پیش گرفته ایم فرض می کنیم که احتمال این حالت ها با هم برابر و برابر 0.25 است.

احتمال رخ دادن این حالت	**Y قسمت مربوط به بیت مجاور،Δ ثانیه**	**X قسمت مربوط به آن بیت ،Tb-Δ ثانیه**
0.25	**1**	**1**
0.25	**0**	**1**
0.25	**1**	**0**
0.25	**0**	**0**

حال نرخ متوسط توزیع پواسون دریافتی هر حالت را محاسبه می کنیم.

Ks=nsTb

Kb=nbTb

نرخ متوسط توزیع پواسون دریافتی	**Y قسمت مربوط به بیت مجاور،Δ ثانیه**	**X قسمت مربوط به آن بیت ،Tb-Δ ثانیه**
$(ns+nb)\times(Tb-\Delta)+(ns+nb)\times\Delta=(ns+nb)Tb=Ks+Kb$	**1**	**1**
$(ns+nb)\times(Tb-\Delta)+nb\times\Delta=Ks+Kb-ns\Delta$	**0**	**1**
$nb\times(Tb-\Delta)+(ns+nb)\times\Delta=Kb+ns\Delta$	**1**	**0**
$nb\times(Tb-\Delta)+nb\times\Delta=nbTb=Kb$	**0**	**0**

حال حالت های وقوع خطا را می نویسیم.

شماره حالت N	X قسمت مربوط به آن بیت ،Tb-Δ ثانیه	Y قسمت مربوط به بیت مجاور،Δ ثانیه	$\breve{x}$ بیت تشخیص داده شده وقتی خطا رخ دهد	توزیع دریافتی
1	**1**	**1**	**0**	**Poisson(Ks)**
2	**1**	**0**	**0**	**Poisson($\boldsymbol{ns} \times (\boldsymbol{Tb} - \Delta) + \boldsymbol{nb} \times \Delta$)**
3	**0**	**1**	**1**	**Poisson($\boldsymbol{nb} \times (\boldsymbol{Tb} - \Delta) + \boldsymbol{ns} \times \Delta$)**
4	**0**	**0**	**1**	**Poisson(Kb)**

با توجه به اینکه قاعده تصمیم گیری مقایسه با یک ترشولد بود ؛ در صورت بزرگتر مساوی بودن تعداد الکترون های دریافتی (در اینجا با v نشان می دهیم) از ترشولد (vth) یک را آشکار می کنیم یعنی 1= $\breve{x}$ و در صورت کوچکتر بودن 0 = $\breve{x}$.

حال احتمال خطا با Δ ثانیه جابه جایی مینویسم . توجه کنید احتمال های شرطی به ازای حالت های مختلف خطا که در جدول قبلی مشخص شده است نوشته می شود.

$$Pe|\Delta = Pe|1\ P(N=1) + Pe|2\ P(N=2) + Pe|3P(N=3) + Pe|4P(N=4)$$

$$P(N=1) = P(N=2) = P(N=3) = P(N=4) = 0.25$$

$$Pe|\Delta = 0.25 \times (\mathrm{P}(v < vth|Ks + Kb) + P\big(v < vth\big|(Ks + Kb - ns\Delta)\big) +$$

$$P(v \geq vth|(Kb + ns\Delta)) + P(v > vth|Kb))$$

حال با فرض Kb=0 و K’s=ns(Tb-Δ) و K’’s=nsΔ داریم :

$$Pe|\Delta = 0.25 \times (\mathrm{P}(v < vth|Ks) + P(v < vth|K's) + P(v \geq vth|K''s) + P(v > vth|0))$$

که همان عبارت متن تمرین است که از ما خواسته شده بود آن را توجیه کنیم.

$$P_e|\Delta = \frac{1}{4}P(v < v_T|K_s) + \frac{1}{4}P(v > v_T|0) + \frac{1}{4}P(v < v_T|K_s') + \frac{1}{4}P(v > v_T|K_s'')$$

حال برای محاسبه ی احتمال خطا ابتدا باید ترشولد بهینه را تعیین کنیم. بدین منظور p(vth+1)- p(vth)=0 قرار می دهیم داریم.

$$Pe|\Delta = 0.25 \times (\sum_{v<v_{th}} \frac{(Kb+Ks)^v e^{-(Kb+Ks)}}{v!}) + \sum_{v<v_{th}} \frac{(Ks+Kb-ns\Delta)^v e^{-(Ks+Kb-ns\Delta)}}{v!} +$$

$$\sum_{v\geq v_{th}} \frac{(Kb+ns\Delta)^v \times e^{-(Kb+ns\Delta)}}{v!} + \sum_{v\geq v_{th}} \frac{Kb^v \times e^{-Kb}}{v!})$$

پس از ساده سازی p(vth+1)- p(vth)=0 داریم :

$$\frac{(Kb+Ks)^{vth}e^{-(Kb+Ks)}}{vth!}+\frac{(Ks+Kb-ns\Delta)^{vth}e^{-(Ks+Kb-ns\Delta)}}{vth!}=\frac{(Kb+ns\Delta)^{vth}\times e^{-(Kb+ns\Delta)}}{vth!}+\frac{Kb^{vth}\times e^{-Kb}}{vth!}$$

پس vth بهینه ریشه معادله ی زیر است.

$$(Kb+Ks)^{vth}e^{-(Kb+Ks)}+(Ks+Kb-ns\Delta)^{vth}e^{-(Ks+Kb-ns\Delta)}=(Kb+ns\Delta)^{vth}\times e^{-(Kb+ns\Delta)}+Kb^{vth}\times e^{-Kb}$$

از طرفین ln می گیریم :

$$vth\times ln(Kb+Ks)-(Kb+Ks)+vth\times ln(Ks+Kb-ns\Delta)-(Ks+Kb-ns\Delta)=vth\times ln(Kb+ns\Delta)-(Kb+ns\Delta)+vth\times ln(Kb)-(Kb)$$

پس از ساده سازی :

$$vth=\frac{2Ks-2ns\Delta}{ln\big(Kb+Ks\big)+ln\big(Ks+Kb-ns\Delta\big)-ln\big(Kb+ns\Delta\big)-ln(Kb)}$$

همچنین می دانیم:

$$Ks=nsTb$$

پس می توانیم بگوییم :

$$ns\Delta=Ks\times\frac{\Delta}{Tb}$$

پس :

$$vth=\frac{2Ks\times\frac{\Delta}{Tb}-2Ks}{ln\left(Kb+Ks\times\frac{\Delta}{Tb}\right)+ln(Kb)-ln(Kb+Ks)-ln\left(Ks+Kb-Ks\times\frac{\Delta}{Tb}\right)}$$

حال به ازای Kb=0.01 و مقادیر $\frac{\Delta}{Tb}$ و Ks داده شده احتمال خطا را در متلب می یابیم.

$$\frac{\Delta}{Tb}=0.1,0.2,0.3\qquad\qquad Ks=5,10,50$$

نتیجه در صفحه بعد مشاهده می شود.

```
Perror for Ks=5 , Delta/Tb=0.1 :
   0.0485

Perror for Ks=5 , Delta/Tb=0.2 :
   0.0997

Perror for Ks=5 , Delta/Tb=0.3 :
   0.2064

Perror for Ks=10 , Delta/Tb=0.1 :
   0.0674

Perror for Ks=10 , Delta/Tb=0.2 :
   0.1501

Perror for Ks=10 , Delta/Tb=0.3 :
   0.2025

Perror for Ks=50 , Delta/Tb=0.1 :
   0.0172

Perror for Ks=50 , Delta/Tb=0.2 :
   0.1671

Perror for Ks=50 , Delta/Tb=0.3 :
   0.2455
```

توجه داریم که روابط غیر خطی هستند بنابراین توجیه عدد های به دست امده کاملا بسته به عبارت های احتمالاتی نوشته شده است . به طور کلی می بینیم با افزایش زمان جابه جایی احتمال خطا زیاد می شود اما اثرات Ks غیر خطی است.