

تئوری جزیره راپانویی

ایده و اثبات:

میدانیم در درخت دودویی بیشنیه زیر درخت سمت چپ عنصر قبلی و کمینه زیر درخت سمت راست عنصر بعدی است. اگر دقت کنیم در هنگام ساختن درخت دودویی هنگامی که یک گره افزوده می شود اولین و تنها عضو زیر درخت سمت یا چپ پدرش است؛ بنابراین یا عنصر بعدی پدرش است و یا عنصر قبلی آن. همچنین اگر A قبلی (بعدی) B باشد می توان گفت B بعدی (قبلی) A است؛ پس می توانیم بگوییم پدر یک عنصر افزوده شده، یا عنصر قبلی آن بوده و یا بعدی. حال اگر اعداد درخت را در هر مرحله به صورت بازه در نظر بگیریم به این صورت که باهم اشتراک نداشته باشند و بر حسب ابتدای بازه مرتب شده و انتهای هر بازه اول بازه بعدی باشد؛ پدر یک عنصر افزوده یکی از دو سر بازهای است که آن عدد در آن می افتد. (معادل همان قبلی یا بعدی که استدلالشو بیان کردم.) اما کدام یک از این دو میتواند باشد؟ از آنجایی که با استقرا می توان گفت در هر بازه، یک سر بازه پدر سر دیگری است؛ سر بازه ای میتواند پدر عنصر افزوده باشد که پدر سر دیگر نباشد (چون اگر باشد به معنی دو فرزند بزرگتر و یا دو فرزند بزرگتر است که این تناقض است.) و این تنها در حالتی ممکن است که آن سر بازه دیرتر از دیگری افزوده شده باشد. بنابراین اینگونه پدر عنصر افزوده به صورت انتهای بازه که عدد افزوده در آن می افتد و دیر تر از سر دیگر اضافه شده باشد مشخص می شود.

باید دقت کنیم برای درستی راه گفته شده لازم است بازه های اولیه را $[0, \infty]$ و $[-\infty, 0]$ و صفر را آخرین عنصر افزوده شده در مرحله اول در نظر بگیریم. حال مثلاً اگر 19 را اضافه کنیم در بازه دوم افتاده، صفر که انتهای اخیر است به صورت پدر معرفی شده و بازه ها به صورت $[19, \infty]$ ، $[0, 19]$ و $[-\infty, 0]$ به روزرسانی می شوند. و سپس وقتی 3 اضافه می شود در بازه دوم می افتد و 19 که سر بازه اخیر است به عنوان قبلی معرفی می شود و بازه ها به صورت $[19, \infty]$ ، $[3, 19]$ ، $[0, 3]$ و $[-\infty, 0]$ در می آیند و به همین ترتیب برای بعدی ها.

پیاده سازی :

بازه های گفته شده (شامل ابتدا - انتها - آخری) اگر true باشد ابتدای بازه دیرتر اضافه شده و در غیر این صورت انتهای بازه)) را در درخت قرمز سیاه نگه می داریم که بر اساس ابتدای بازه مرتب شده اند، سپس باید کوچکترین عدد قبل عدد جدید را پیدا کنیم و با توجه به اینکه سر بازه اخیر آن کدام است پدر را معرفی و آن بازه را حذف و دو بازه جدید که اشتراکشان تهی و اجتماعشان قبلی و با عدد جدید جدا شده اند را اضافه می کنیم. خطوط (۳۴-۴۵) کد.

تحلیل زمانی :

از آنجا که از درخت قرمز سیاه استفاده کرده ایم و جست و جو $O(\log n)$ طول می کشد و n جست و جو انجام دهیم مرتبه زمانی روش گفته شده $O(n \log n)$ است.