

Тема: «Статистическое моделирование. Метод Монте-Карло. Визуализация результатов».

***n*-номер варианта по подгрупповому журналу.**

Задание 1.

Используя метод Монте-Карло, вычислить площадь треугольника, ограниченного линиями:

$$1) y = f(x), y = 0, x = 0,$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10x}{n}, & \text{если } x \in [0, n), \\ 10 \frac{x-20}{n-20}, & \text{если } x \in [n, 20), \end{cases}$$

для $n \leq 10$, n – номер варианта.

$$2) y = f_1(x), y = f_2(x), x = 0,$$

$$f_1(x) = \frac{10x}{n},$$

$$f_2(x) = 10 \frac{x-20}{n-20} + 20$$

для $n \geq 11$, n – номер варианта.

Указание.

1. Построить график функции $y = f(x)$ для $n \leq 10$, $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$, для $n \geq 11$. Определить размеры a и b прямоугольника, в котором целиком лежит фигура, площадь которой надо вычислить.
2. Выбрать количество случайных точек N , например $N=100$.
3. С помощью встроенного генератора случайных чисел получить N равномерно распределенных в прямоугольнике $a \times b$ случайных точек $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N$.
4. Вычислить количество M случайных точек, лежащих внутри фигуры S . Для этого нужно проверить выполнение условия $y_i < f(x_i)$ для $n \leq 10$, или для $n \geq 11$, $f_1(x_i) < y_i < f_2(x_i)$. Если это условие выполняется, то точка попадает в S .

5. Вычислить приближенно площадь фигуры по формуле $S \approx \frac{M}{N} \cdot a \cdot b$

или по формуле $S \approx \frac{a}{N} \cdot \sum_{i=1}^N f(x_i)$.

6. Оцените абсолютную и относительную погрешность по методу Монте-Карло.

Задание 2.

Вычислите приближенно интеграл по методу Монте-Карло:

1) $\int_0^5 \sqrt{11 - n \sin^2 x} dx$, для $n \leq 10$,

2) $\int_0^5 \sqrt{29 - n \cos^2 x} dx$, для $n \geq 11$, где n – номер варианта.

Указание.

Использовать указание для **Задание 1**.

Задание 3.

Вычислите приближенно значение числа π , исходя из вычисления площади круга радиуса $R = n$, n – номер варианта.

Указание. Т.к. площадь круга радиуса R , лежащего целиком в квадрате со стороной $2R$ и площадью $4R^2$ равна $S_R = \pi R^2$, то $S_R \approx \frac{M}{N} S$. Отсюда $\pi \approx 4 \frac{M}{N}$, где N – общее число точек квадрата $[-R, R] \times [-R, R]$, M – число случайных точек, попавших в круг радиуса R .

1. Выбрать количество случайных точек N , например $N=100$.
2. С помощью встроенного генератора случайных чисел получить N чисел равномерно распределённых на отрезке $2R$.
3. Вычислить количество M случайных точек, лежащих внутри фигуры круга S . Для чего проверить условие: $(x_i + R)^2 + (y_i - R)^2 < R^2$.
4. Построить окружность радиуса R , вписанную в квадрат $[-R, R] \times [-R, R]$,

Нанести на этот квадрат выбранные случайные точки с координатами (x_i, y_i) . Использовать параметрическое задание окружности:

$$x = R + R \cos \varphi, y = R + R \sin \varphi, \varphi \in [0, 2\pi].$$

Задание 4.

Вычислите приближенно по методу Монте-Карло площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией, заданной в полярных координатах:

$$A \cos^2 \varphi + B \sin^2 \varphi = \rho^2, \text{ где}$$

1) $A = 11 + n, B = 11 - n$, где $n \leq 10$, n – номер варианта.

2) $A = n = 10, B = n - 10$, для $n \geq 11$, n – номер варианта.

Указание.

1. Построить уравнение кривой, перейдя от полярной системы координат в декартову $x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, \rho \in [0, 2\pi]$
2. Определить размеры $[-a, a] \times [-b, b]$ прямоугольника, в котором лежит фигура S , ограниченная заданной замкнутой линией.
3. Выполнить пункты 2,3 из задания 1.
4. Вычислить количество M случайных точек, лежащих внутри фигуры S . Для этого нужно проверить выполнение условия: $r_i < \rho(\varphi_i)$, где (ρ_i, φ_i) – полярные координаты случайной точки (x_i, y_i) .