Elektrischer Strom

Elektrisches Feld

Elektrische Ladung

$$Q = N * e_0 = [C] = [As]$$

- $1C = (6,242 * 10^{18}) * e_0$
- $e_0 = 1,602 * 10^{-19} C$

Culombsches Gesetz

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} * (\vec{r_0}) = [N]$$

- $\epsilon_0 = 8,854 * 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$
- Ungleiche Ladungen (Q) ziehen sich an, gleich stoßen sich ab

Elektrisches Feldstärke

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \left[\frac{V}{m}\right] = \left[\frac{N}{C}\right]$$

- Kraft, die Probeladung q erfährt
- Feldlinien von kleineren Ladung zur größeren Ladung (Positiv zu Negativ); gleich der wirkenden Kraftrichtung

Elektrisches Potential

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} = (-\int_\infty^r \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr)$$

- Punktladung Q erzeugt Potential um sich
- Potential ist Steigung des E-Feld $E = -\frac{d\varphi}{dr}$

Elektrische Spannung

$$U = \frac{W}{q} = [V] = [\frac{Nm}{C}]$$

$$U_{r_1 \to r_2} = \varphi(r_1) - \varphi(r_2)$$

- Arbeit um q von r_1 nach r_2 zu bewegen $W_{r_1 \to r_2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} dr$

Elektrischer Strom

$$I = Q/t = [A] = \left[\frac{C}{s}\right]$$

- Gleichmäßig gerichteter Fluss von Elektronen von Minus nach Plus („physikalisch“)
- $1A = \frac{1}{1{,}602} * 10^{19}$ Elektronen pro Sekunde
- $\Rightarrow Q = \int_0^t i(t) dt$

Elektrische Arbeit

$$W = I * t * U = [Ws] = [J]$$

- Ladungstransport über Zeit mit Spannung
- Am Widerstand freigesetzte Energie $W = \frac{U^2}{R} * t$

Elektrische Leistung

$$P = \frac{W}{t} = U * I = [W] = [VA]$$

- Arbeit pro Zeit
- Am Widerstand $P = U^2/R$

Elektrisches Netz

Strom fließt per Definition („technisch“) von Plus ($+$) nach Minus ($-$)

Generator G gibt Energie frei $W < 0$

Verbraucher R verbraucht E. $W > 0$

Verbindungsleitungen nach Kirchhoff:

Knoten K Verzweigung der Verbindungsleitung

$$\sum_{i \in K} I_i = 0A$$

- Stromrichtung einmalig willkürlich festlegen
- Eingehende Ströme addieren, ausgehende subtrahieren

Masche M Geschlossener Pfad ohne Knotenwiederholung

$$\sum_{k \in M} U_k = 0V$$

- Pfad startet im Knoten
- Vorher Spannungsrichtung (= Stromrichtung) einzeichnen
- Spannungsrichtung in Maschenrichtung addieren, entgegen Maschenrichtung (Quellen) subtrahieren

Lösen Linearer Gleichungssysteme

Kirchhoff'sche Sätze schaffen Lineares Gleichungssystem der Form

$$Ax = b$$

- x ist der gesuchte Vektor der Ströme $I_k = x_k$
- A ist die Matrix der Koeffizienten (Widerstände)
- b sind vom Strom unabhängige Größen (Spannungen, $0A$ im Knoten)

Matrixmul. $(m \times n)(n \times p) = (m \times p)$

$$(AB)_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik} b_{kj}$$

(Zeile $\times$ Spalte)

Determinante

$$\det A = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} * a_{ij} * \det A_{ij}$$
$$= \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} * a_{ij} * \det A_{ij}$$

- Für Matrix $A = (n \times n)$
- „Entwickeln“ nach i-ter Zeile oder j-ter Spalte
- A_{ij} = Matrix A ohne i-te Zeile und j-te Spalte
- Zeile/Spalte wählen mit viel $a_{ij} = 0$, damit $\det A_{ij}$ nicht berechnet werden muss

(2×2) **Matrix**

$$\det A = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

(3×3) **Matrix (Regel von Sarrus)**

$$\begin{array}{ccc|cc} + & + & + & & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & & \end{array}$$

Cramer'sche Regel

$$x_k = (I_k) = \frac{\det A_k}{\det A} \qquad \det A_k \neq 0$$
$$A_k = (a_1 \mid \cdots \mid a_{k-1} \mid b \mid a_{k+1} \mid a_m)$$

- A_k ist Matrix A mit Vektor b statt k-ter Spalte

Wechselspannung

Elektromagnetisches Feld

Stromdurchflossene Leiter erzeugen Magnetfelder orthogonal zur Flussrichtung:

Rechte-Hand-Regel

- Daumen in (technische) Stromrichtung
- Gekrümmte Finger in Magnetfeldrichtung (Norden)

Magnetische Feldstärke

$$\vec{H} = \frac{\vec{I}}{2\pi r} = \left[\frac{A}{m}\right]$$

- Erzeugt durch stromdurchflossene Leiter $\vec{I}$
- Kreisradius $2\pi r$ beliebig

1. Maxwell'sche Gleichung: Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} ds = \iint_A \vec{j} dA$$

Geschlossene magnetische Feldlinien werden von Strom durchflutet

Magnetische Spannung

$$\vec{\Theta}_{s_1 \to s_2} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{H} ds = \vec{I} = [A]$$

- Zwischen Umfang s_1 (z.B $2\pi r_1$) und s_2

Elektrische Bauteile

Elektrischer Leiter

Elektrische Flussdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

- Frei bewegliche Ladungsträger verteilen sich gleichmäßig auf der Oberfläche
- $\Rightarrow Q = A * \iint_A Dd$
- $\vec{D} = \epsilon_0 * \epsilon_r * \vec{E}$ (r raumfüllendes Material)

Elektrische Stromdichte

$$J = \frac{I}{A}$$

- Querschnitt A senkrecht zum Stromfluss $\vec{I}$
- $\propto$ Erwärmung des Leiters
- Aber: Dünne Leitungen kühlen besser (Verhältnis Querschnitt zu Umfang) $\Rightarrow$ Dicke Leitungen haben geringeres zulässiges J

Metallischer Leiter

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

- Linearer Widerstand, abhängig vom Material ρ
- $\rho = [\Omega \frac{mm^2}{m}] \propto$ Länge, kleinere Oberfläche

Ohmsch: Lineare Widerstände

$$U = R * I$$

- Kurz „Uri“
- Strom $\propto$ Spannung, kleinerer Widerstand

$$R = [\Omega] = \left[\frac{V}{A}\right]$$

Leitwert $G = 1/R = [S] = \left[\frac{A}{V}\right]$

Schaltung

Reihe $R_G = \sum R_k$

- $I_k = I \Rightarrow U_k = I * R_k$

Parallel $R_G = 1/\sum \frac{1}{R_k}$

- $U_k = U \Rightarrow I_k = U/R_k$

Kennlinie Graph $I(U)$

- Je flacher desto stärker der Widerstand
- Für nicht-lineare Graphen gilt das Ohmsche Gesetz nicht!

Arbeitspunkt Schnittpunkt der Kennlinien

- Bestimmung der dynamischen Austarierung nicht-linearer Bauteile

Kapazitiv: Kondensator

$$Q = C * U$$

(„Kuh gleich Kuh“)

$$E = \frac{U}{d} = \frac{D}{\epsilon}$$

Kapazität

$$C = \frac{\epsilon * A}{d} = [F] = \left[\frac{C}{V}\right]$$

- Kondensator speichert elektrische Ladung
- $\propto$ Große Oberfläche, große Permittivität

Schaltung

Reihe $C_G = 1/\sum \frac{1}{C_k}$

Parallel $C_G = \sum C_k$

Influenz: Faraday'scher Käfig Das Innere eines metallischen Hohlraums ist feldfrei.

Induktiv: Spule

Quellen

Spannungsquelle

- Feste Spannung U_Q
- Ideal: $\lim_{R_L \to 0} I \geq \infty$

Klemmspannung Tatsächliche Spannung mit geringem Innenwiderstand R_{iQ}

$$U = U_Q - I * R_{iQ} \Rightarrow I = \frac{U_Q}{R_{iQ} + R_L}$$

Leerlauf Nicht geschlossen, $I = 0$

Kurzschluss Ohne Last geschlossen; da R_{iQ} gering $\Rightarrow$ gefährlich hohe Leistung $P = U_Q^2/R_{iQ}$

Stromquelle

- Fester Strom $\forall R_L : I_L =$ konst.

Reale Stromquelle Hoher Innenwiderstand R_{iQ}

- $I_L = I_Q - I_{iR}$
- Ideal: $\lim_{R_{iQ}} \to \infty I_L = I_Q$

Leerlauf Nicht geschlossen, $U = R_{iQ} * I_Q$

Kurzschluss Ohne Last geschlossen; $I_L = I_Q$, $U = 0$

Messgeräte

Spannung: Voltmeter

- Schaltung in Parallel
- Hoher Innenwiderstand $R_{iV} \Rightarrow$ Strom teilt sich auf, Spannung geringer gemessen
- $R_{iV} \gg R_L \Rightarrow U_L \approx R_L * I$

Strom: Amperemeter

- Schaltung in Reihe
- Geringer Innenwiderstand $R_{iA} \Rightarrow$ Strom geringer gemessen
- $R_{iA} \ll R_L \Rightarrow I_L \approx U/R_L$

Widerstand: Fehlerschaltungen

Zum Messen des Widerstands R wird I_R und U_R benötigt:

Kleiner Widerstand: Stromfehlerschaltung

- Erst Amperemeter in Reihe, dann Voltmeter parallel zum Widerstand
- $I \approx I_R$

Großer Widerstand: Spannungsfehlerschaltung

- Erst Voltmeter, dazu parallel der Widerstand und dazwischen in Reihe des Amperemeter
- $U \approx U_R$

Spezielle Kombinationen

Spannungsteiler

$$U_A = \frac{U_0}{\frac{R_1}{R_2} + 1}$$

Potentiometer $R_1 = R - R_2$

$$\Rightarrow U_A = U_0 * \frac{R_2}{R}$$

Potentiometer unter Last R_L $R_1 = R - (R_2 \parallel R_L)$

$$\Rightarrow U_A = U_0 * \frac{R_2}{R} * \frac{R_L}{R_L + R_2}$$

Transformator

Schwingkreis