

به نام خدا



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده برق و کامپیوتر



درس مبانی علوم شناختی

تمرین شماره ۳

نام و نام خانوادگی : مهیار ملکی

شماره دانشجویی : ۸۱۰۱۰۰۴۷۶

اردیبهشت ماه ۱۴۰۱

- سوال اول - مدل هاجکین هاكسلې :..... ۴ ..
- سوال دوم - مدل موريس لكار :..... ۱۱ ..
- سوال سوم - مدل فيتزهاگ :..... ۱۴ ..
- سوال پنجم - مدل ليف :..... ۱۵ ..

- شکل ۱- نمودار اختلاف پتانسیل بر واحد زمان (مدل هاجکین هاکسلی)..... ۶
- شکل ۲- اعمال جریان های مختلف به مدل هاجکین هاکسلی..... ۶
- شکل ۳- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۱ میلی ثانیه..... ۶
- شکل ۴- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۵ میلی ثانیه..... ۷
- شکل ۵- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۷ میلی ثانیه..... ۷
- شکل ۶- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۹ میلی ثانیه..... ۷
- شکل ۷- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۱۱ میلی ثانیه..... ۷
- شکل ۸- نمودارهای  $V, n, m, h$  بر واحد زمان..... ۸
- شکل ۹- جریان کانال های سدیمی و پتاسیمی (مدل هاجکین هاکسلی)..... ۹
- شکل ۱۰- اثر تغییرات ظرفیت خازنی در مدل هاجکین هاکسلی..... ۹
- شکل ۱۱- اثر افزایش دو برابری جریان ورودی در مدل هاجکین هاکسلی..... ۱۰
- شکل ۱۲- نمودار phase-plane و nullcline ها (مدل موریس لکار)..... ۱۱
- شکل ۱۳- اثر اعمال جریان های مختلف و رخداد اسپایک در مدل موریس لکار..... ۱۱
- شکل ۱۴- نمودار phase-plane و nullcline ها جریان زیر حد آستانه..... ۱۲
- شکل ۱۵- نمودار phase-plane و nullcline ها جریان بالای حد آستانه..... ۱۲
- شکل ۱۶- اثر اعمال تابع ضربه بر اختلاف پتانسیل حاصل (مدل موریس لکار)..... ۱۳
- شکل ۱۷- نمودار phase-plane مدل فیتز هاگ..... ۱۴
- شکل ۱۸- نمودار phase-plane و nullcline ها (مدل فیتز هاگ)..... ۱۴
- شکل ۱۹- جریان ورودی سینوسی..... ۱۵
- شکل ۲۰- نمودار دامنه اختلاف پتانسیل غشاء بر حسب فرکانس جریان سینوسی ورودی..... ۱۶
- شکل ۲۱- نمودار همبستگی اختلاف پتانسیل و جریان بر اساس زمان (مدل لیف)..... ۱۶
- شکل ۲۲- اثر اعمال جریان ها مختلف بر اختلاف پتانسیل و رخداد اسپایک (مدل لیف)..... ۱۷
- شکل ۲۳- منحنی F-I (مدل لیف)..... ۱۷

## سوال اول - مدل هاجکین هاكسلی :

مدل هاجکین هاكسلی یکی از مدل های شناخته شده ی علوم اعصاب محاسباتی می باشد. برای این مدلسازی با بررسی انتشار پتانسیل عمل در آکسون یک ماهی مرکب به این نتیجه دست یافته اند که آکسون حامل سه جریان عمده یونی می باشد:

۱. جریان یون پتاسیم با ۴ گیت فعالسازی ( $n^4$ )
۲. جریان یون سدیم با ۳ گیت فعال سازی و یک گیت غیرفعالسازی ( $m^4 * h$ )
۳. جریان نشت اهمی که عمدتاً حاوی آنیون های کلر است

### سوالات تحلیلی:

۱. جریان کمینه ای که باعث اسپایک زدن نورون می شود چیست؟  
نورون ها در حالت عادی و زمانی که تحت تاثیر جریان خارجی نباشند، در حالت استراحت قرار دارند. حال اگر جریانی بیشتر از حد آستانه نورون به آن وارد شود، پتانسیل عمل ایجاد شده و نورون اسپایک می زند. با افزایش جریان حد ولتاژ غشاء ثابت مانده و فرکانس اسپایک ها ( تعداد اسپایک ها در واحد زمان ) افزایش می یابد.
۲. چرا افزایش رسانایی کانالهای سدیمی حتی در غیاب جریان ورودی باعث ایجاد اسپایک می شود؟  
همانطور که می دانیم در خارج از سلول غلظت سدیم بسیار بیشتر از داخل آن می باشد. با افزایش رسانایی کانالهای سدیمی جریان عظیمی از یون های سدیم به داخل سلول راه پیدا می کند و باعث رسیدن مقدار ولتاژ به  $E_{Na}$  می شود. لذا این امر باعث ایجاد اسپایک می شود.

## مدل سازی:

برای مدلسازی نورون با روش هاجکین هاكسلی، پارامترها و فرمول‌های داده شده در سوال نتایج مطلوبی نداشتند، لذا در اینجا از فرمول‌ها و پارامترهای [این لینک](#)<sup>۱</sup> استفاده شده است. این موارد در

جدول ۱ قابل مشاهده است.

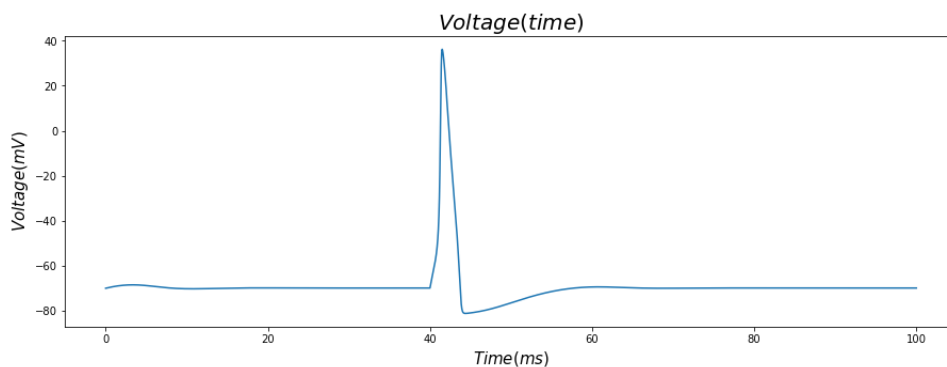
جدول ۱ - پارامترهای استفاده شده

Variables	Value	Equations
$V_0$	$-70\text{mv}$	$\alpha_n(V) = 0.01 \frac{V + 60}{1 - \exp\left(\frac{-(V + 60)}{10}\right)}$
$n_0$	0.3	
$h_0$	0.6	
$m_0$	0.05	$\beta_n(V) = 0.125 \exp\left(\frac{-V - 70}{80}\right)$
$E_{\text{Na}}$	45mv	$\alpha_m(V) = 0.1(V + 45)(1 - \exp\left(\frac{-(V + 45)}{10}\right))$
$E_k$	$-82\text{mv}$	$\beta_m(V) = 4 \exp\left(\frac{-V - 70}{18}\right)$
$E_L$	$-59\text{mv}$	
		$\alpha_h(V) = 0.07 \exp\left(\frac{-V - 70}{20}\right)$
$g_{\text{Na}}$	$120 \frac{\text{mS}}{\text{cm}^2}$	$\beta_h(V) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-(V + 40)}{10}\right)}$
$g_L$	$0.3 \frac{\text{mS}}{\text{cm}^2}$	
$g_K$	$36 \frac{\text{mS}}{\text{cm}^2}$	
$C$	$1\mu\text{F}$	

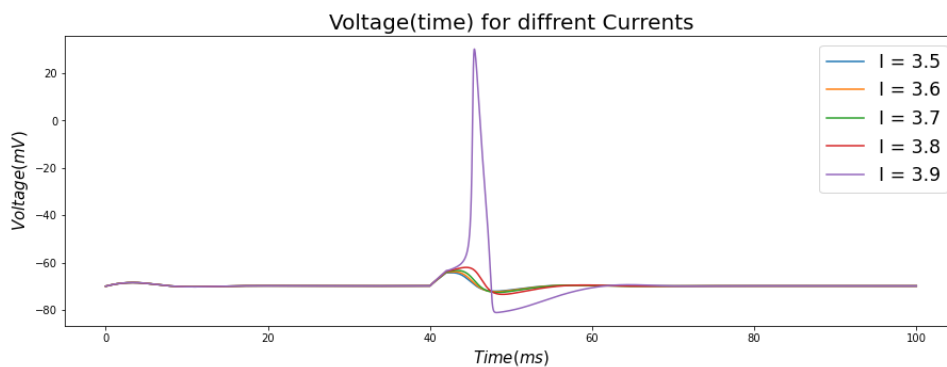
<sup>۱</sup> [https://github.com/ITNG/ModelingNeuralDynamics/blob/master/python/01\\_Modeling\\_a\\_Single\\_Neuron/HH\\_VOLTAGE\\_TRACE/main.py](https://github.com/ITNG/ModelingNeuralDynamics/blob/master/python/01_Modeling_a_Single_Neuron/HH_VOLTAGE_TRACE/main.py)

## سوالات شبیه سازی:

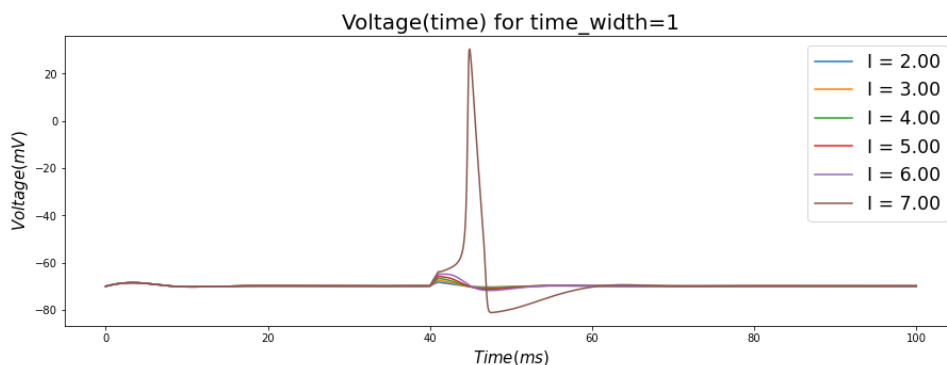
۱. در اینجا با اعمال جریان ۲۰ میکروآمپر در طی ۲ میلی ثانیه مطابق شکل ۱ یک اسپایک مشاهده می شود. با اعمال جریان های مختلف طبق شکل ۲ مشاهده می شود که کمترین مقدار جریان ورودی برای اینکه در این ۲ میلی ثانیه حداقل یک اسپایک مشاهده شود، ۳.۹ میکروآمپر می باشد. همچنین در شکل های ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در بازه های زمانی متفاوت ۱ و ۵ و ۷ و ۹ و ۱۱ میلی ثانیه کمترین جریان مورد نیاز برای رخداد یک اسپایک قابل مشاهده است.



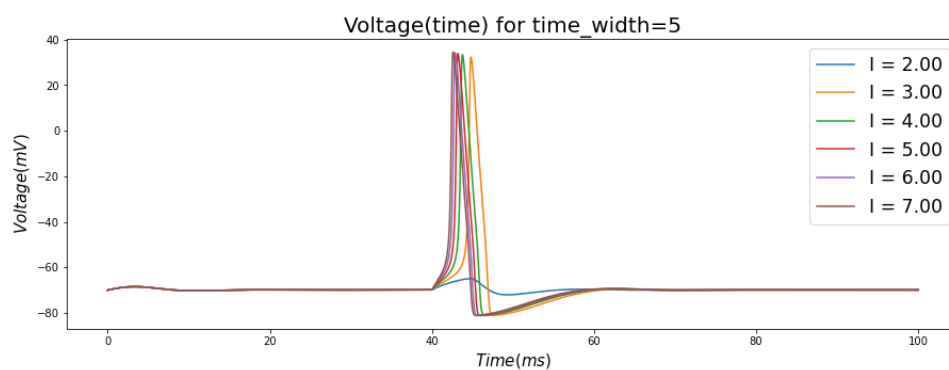
شکل ۱- نمودار اختلاف پتانسیل بر واحد زمان (مدل هاجکین هاکسلی)



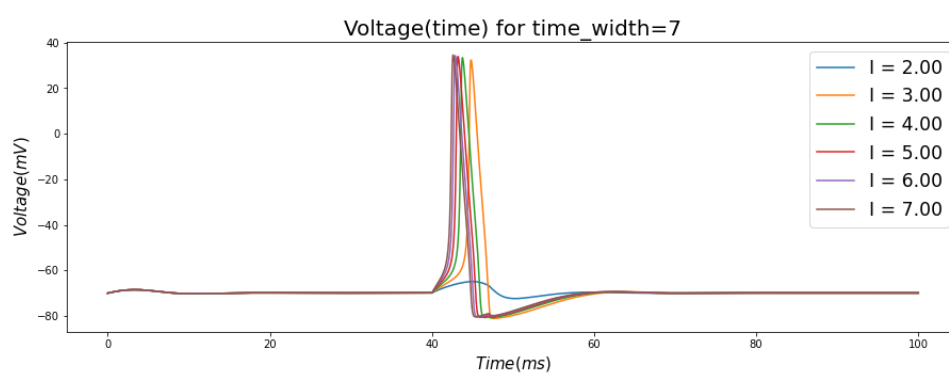
شکل ۲- اعمال جریان های مختلف به مدل هاجکین هاکسلی



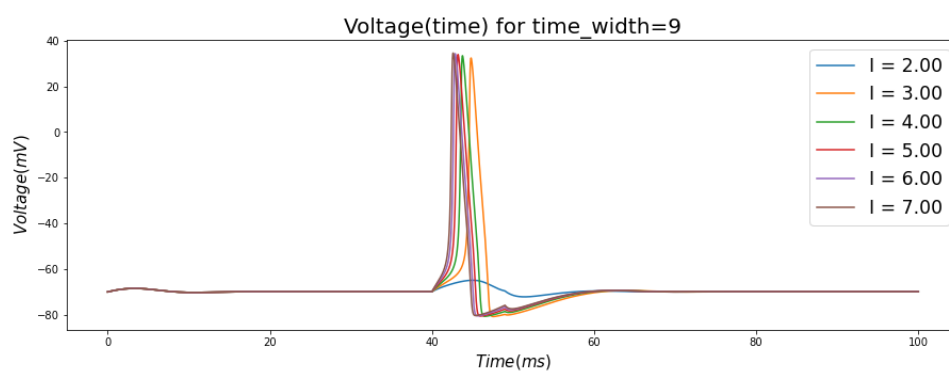
شکل ۳- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۱ میلی ثانیه



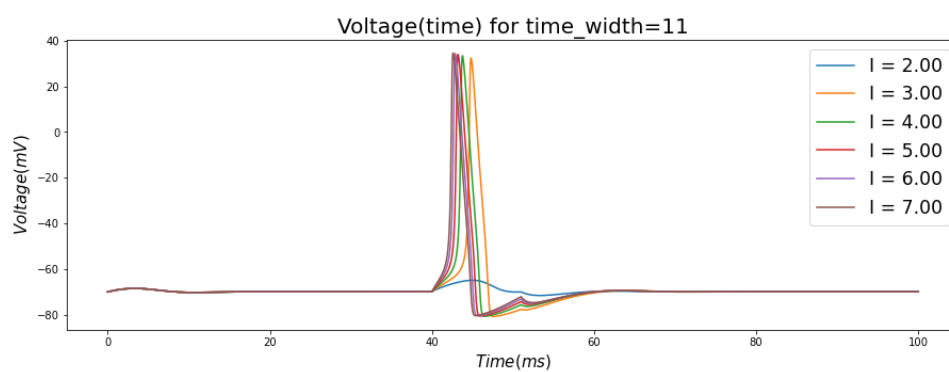
شکل ۴- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۵ میلی ثانیه



شکل ۵- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۷ میلی ثانیه



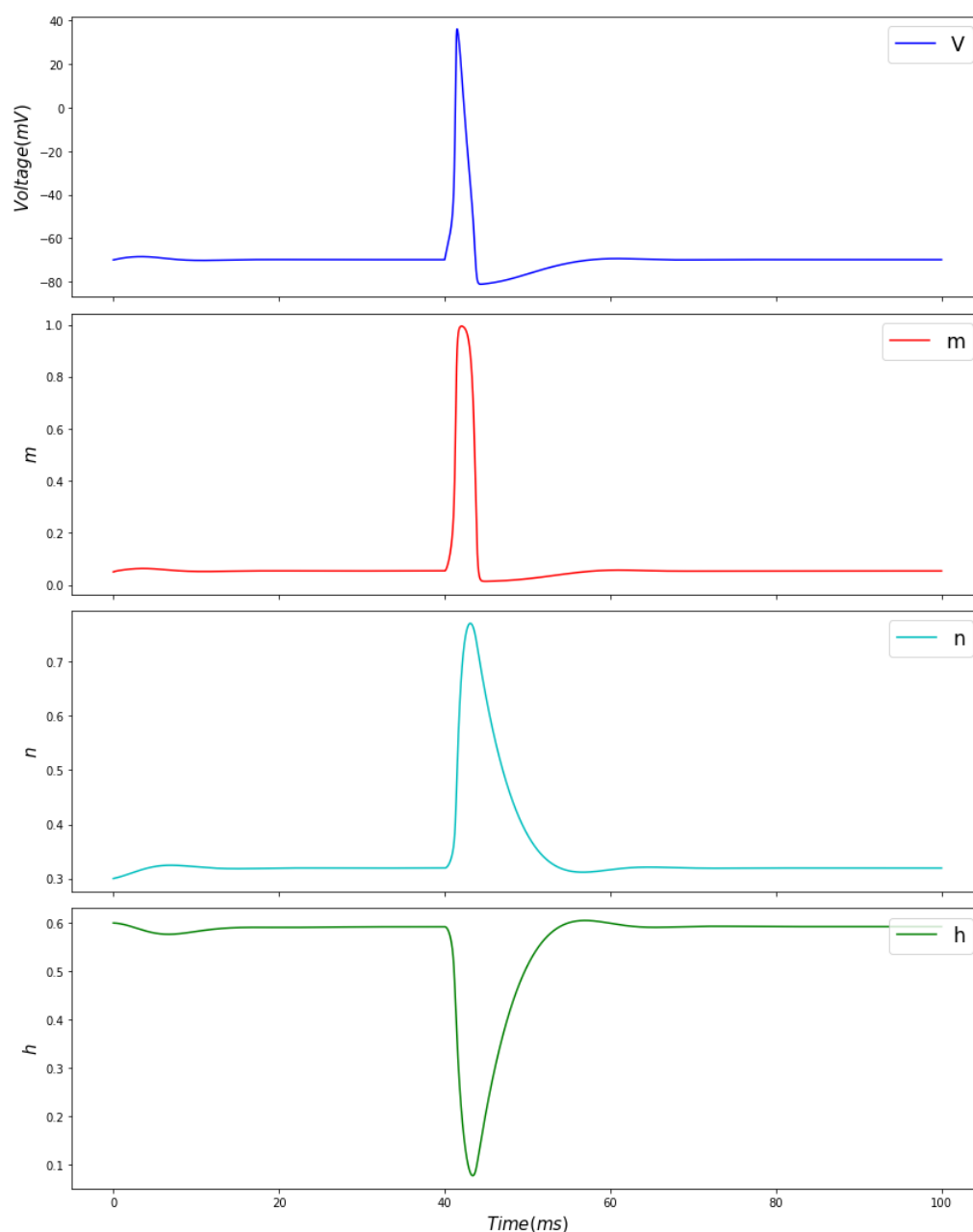
شکل ۶- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۹ میلی ثانیه



شکل ۷- نمودار اختلاف پتانسیل برای تحریک در ۱۱ میلی ثانیه

۲. متغیرهای  $n$  و  $m$  و  $h$  به ترتیب نشان دهنده دروازه های فعال سازی پتاسیم، فعال سازی سدیم و غیرفعال سازی سدیم می باشند. پتاسیم دارای ۴ دروازه فعال سازی ( $n^4$ ) و سدیم دارای ۳ دروازه فعال سازی و یک دروازه غیرفعال سازی ( $h$ ) است.

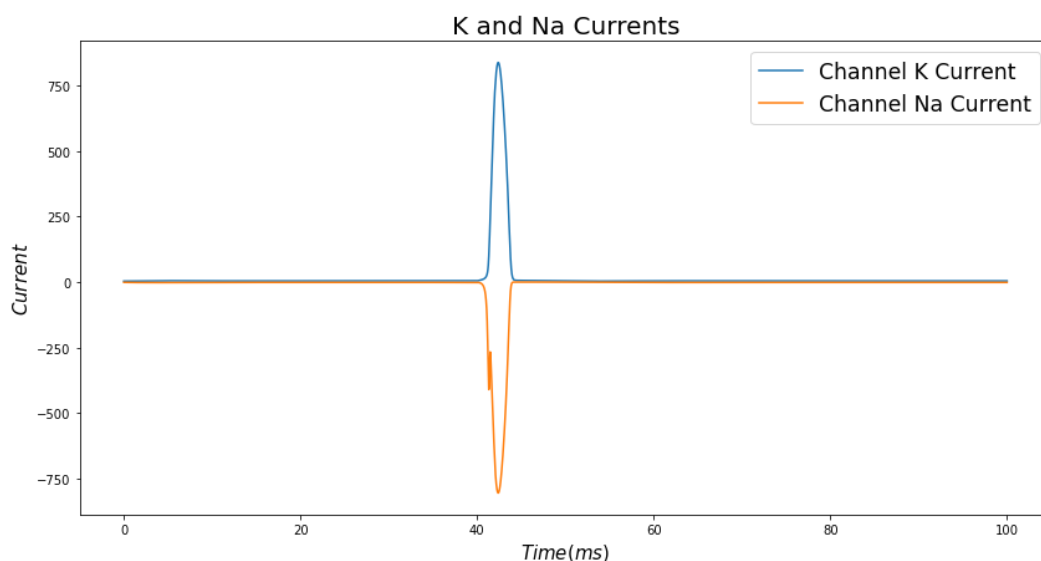
در شکل ۸ قابل مشاهده است که هنگام رخداد اسپایک، مقادیر دروازه های  $m$  و  $n$  افزایش پیدا کرده و مقدار دروازه  $h$  کاهش یافته است که این اتفاق منطبق بر نوع دروازه ها (فعال سازی یا غیر فعال سازی) می باشد.



شکل ۸- نمودارهای  $V, n, m, h$  بر واحد زمان

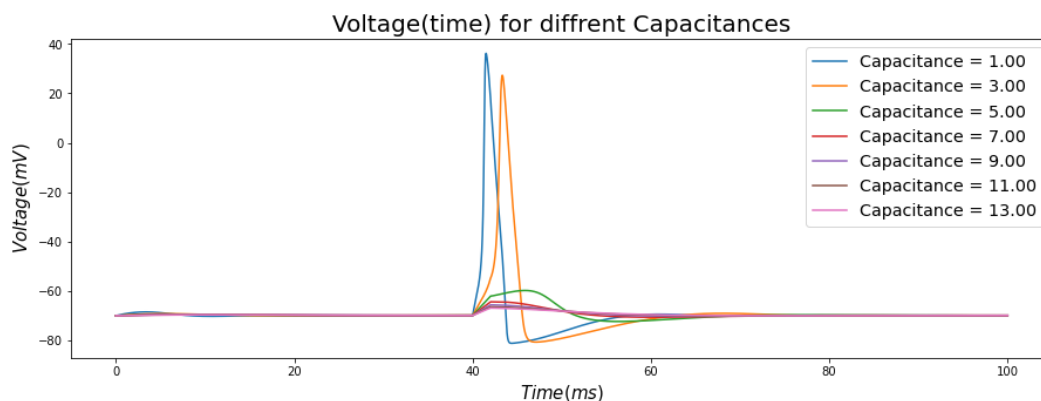


۳. در شکل ۹ جریان‌های ورودی و خروجی کانال‌های پتاسیمی و سدیمی قابل مشاهده است. هنگام اعمال جریان و رخداد اسپایک، جریان سدیم منفی و پتاسیم مثبت شده‌است. طبق انتظار این بدین معنی است که به دلیل اختلاف غلظت یون‌ها (غلظت بیشتر سدیم در خارج سلول و غلظت بیشتر پتاسیم در داخل سلول) جهت جریان پتاسیم و سدیم به ترتیب به سمت خارج و داخل می‌باشد.



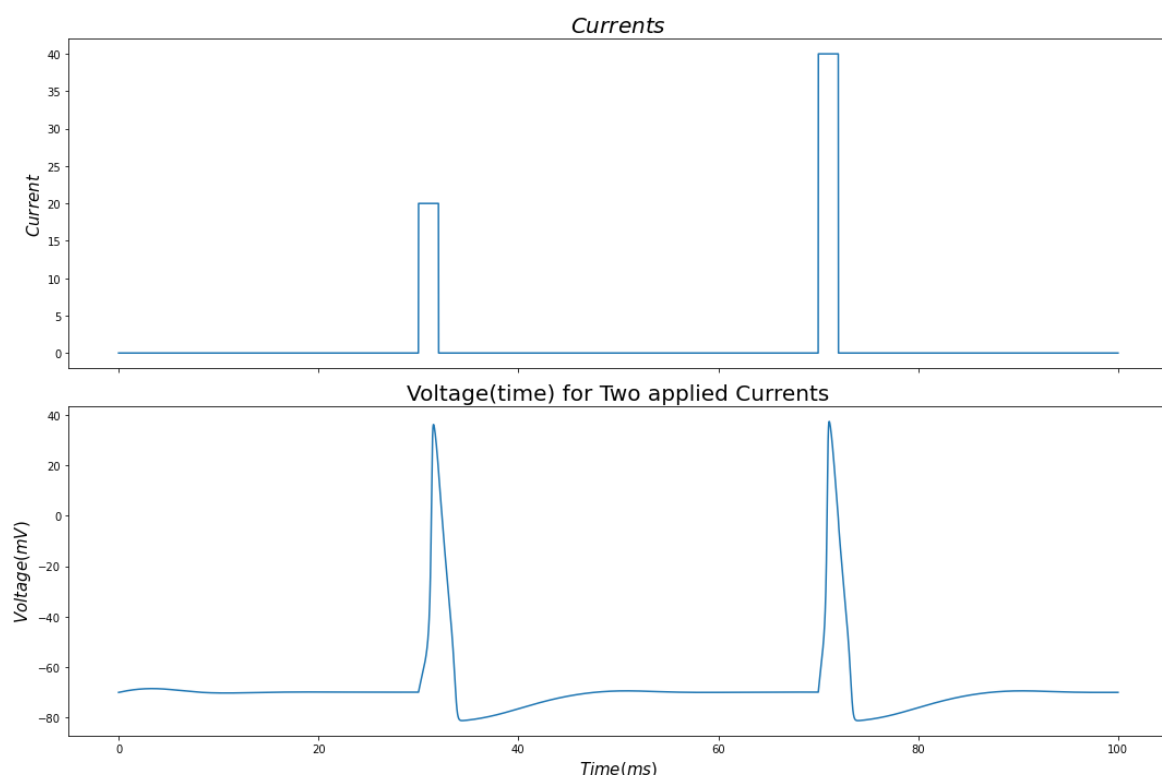
شکل ۹- جریان کانال‌های سدیمی و پتاسیمی (مدل هاجکین هاگسلی)

۴. در اینجا تاثیر تغییرات ظرفیت خازنی غشاء بررسی شده است. با اعمال یک جریان ورودی ثابت، مطابق شکل با افزایش ظرفیت خازنی مشاهده می‌شود که اسپایک نورون اتفاق نیفتاده و این امر نیازمند اعمال جریانی بزرگتر می‌باشد.



شکل ۱۰- اثر تغییرات ظرفیت خازنی در مدل هاجکین هاگسلی

۵. در اینجا با اعمال جریان پله‌ای ۲ برابر جریان قبلی، اثر افزایش جریان روی اسپایک‌ها بررسی می‌شود. در این مثال خاص تغییر به خصوصی دیده نمی‌شود. ولی به صورت کلی، در صورت کم بودن مقدار جریان ورودی ممکن است پتانسیل به حد آستانه نرسیده و اسپایک رخ ندهد ولی با افزایش جریان و رسیدن مقدار پتانسیل به حد آستانه، اسپایک اتفاق می‌افتد و با افزایش بیشتر جریان فقط فرکانس اسپایک‌ها افزایش می‌یابد.

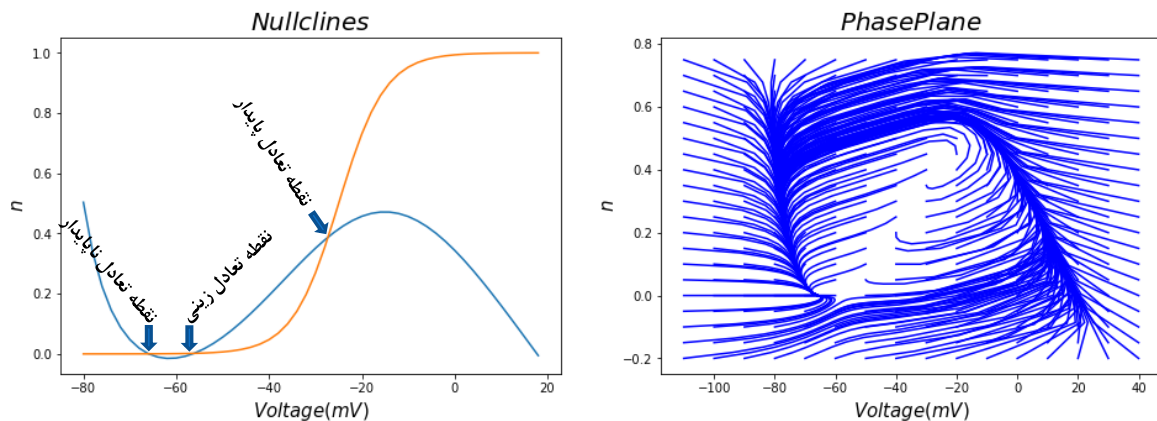


شکل ۱۱- اثر افزایش دو برابری جریان ورودی در مدل هاجکین هاکسلی

## سوال دوم - مدل موريس لكار :

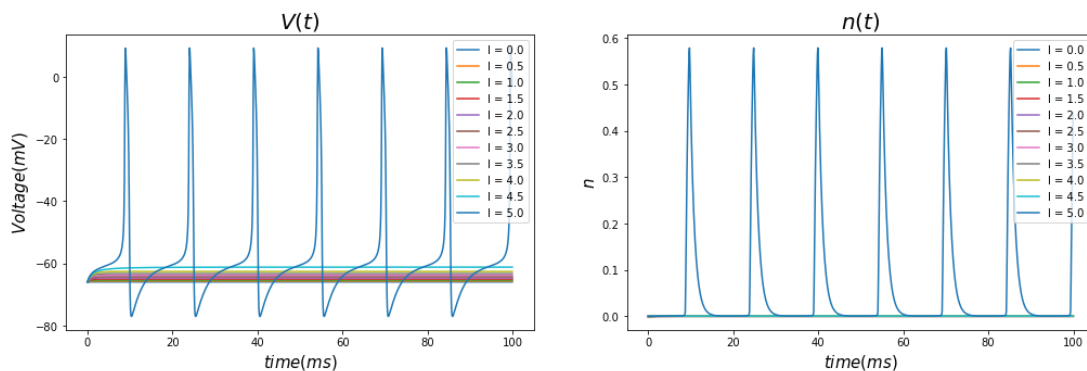
### سوالات شبیه سازی:

۱. در اینجا هدف رسم نمودار **phase-plane** و **nullclines** و پیدا کردن نقاط تعادل و نوع آن‌ها می‌باشد. نمودار **phase-plane** حاصل رسم پاسخ معادلات دیفرانسیلی موجود به ازای ورودی‌های مختلف می‌باشد. همچنین نمودار **nullcline** بدست آمده حاصل برابر صفر قرار دادن دو معادله دیفرانسیلی  $n$  و  $V$  می‌باشد. با توجه به شکل ۱۲ نقاط تعادل در واقع نقاط برخورد دو نمودار رسم شده، می‌باشند. نوع نقاط تعادل با توجه به نمودار **phase-plane** قابل تشخیص است و در شکل مشخص شده‌اند.



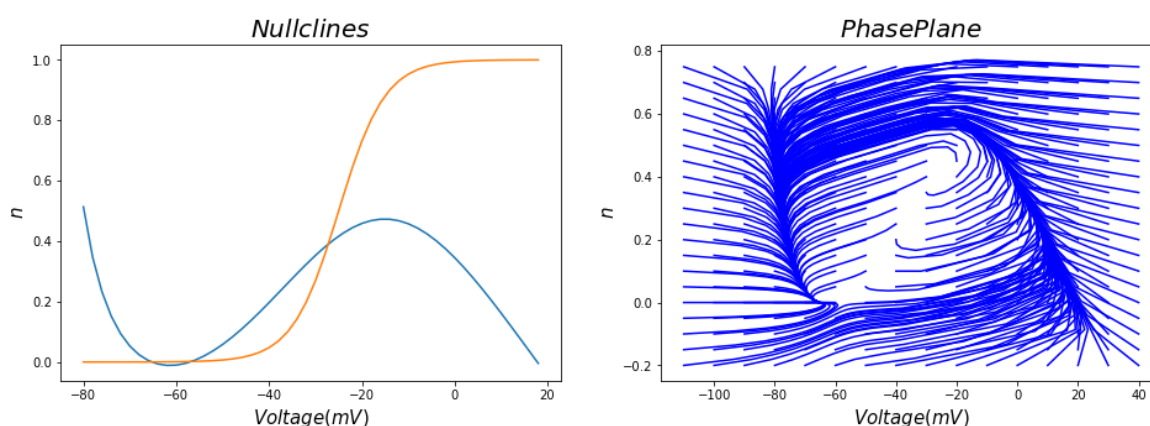
شکل ۱۲- نمودار **phase-plane** و **nullcline** ها (مدل موريس لكار)

۲. در این قسمت با اعمال جریان‌های مختلف به مدل، حد آستانه‌ی جریان برای رخداد اسپایک را بدست می‌آوریم. طبق شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که با اعمال جریان ۵ میلی‌آمپر اسپایک اتفاق می‌افتد و با مقادیر کمتر از آن اسپایکی رخ نمی‌دهد.

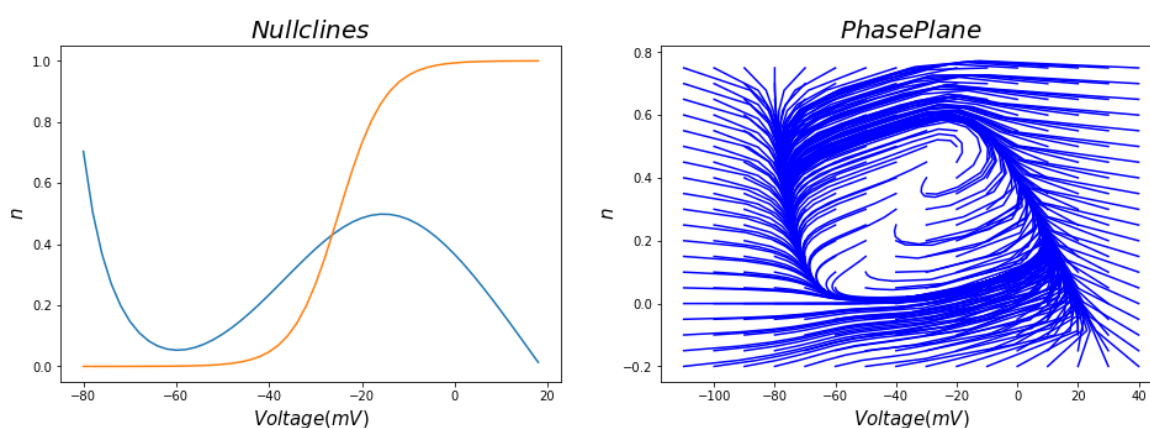


شکل ۱۳- اثر اعمال جریان‌های مختلف و رخداد اسپایک در مدل موريس لكار

۳. در اینجا نمودارهای Phase-plane و nullcline ها برای دو جریان زیر حد آستانه و بالای حد آستانه رسم شده است. این نمودارها به ترتیب در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ قابل مشاهده‌اند. همانطور که گفته شد و در شکل مشخص است در زیر جریان آستانه سه نقطه تعادل پایدار، زینی و ناپایدار قابل مشاهده است. با افزایش جریان به مقداری بیشتر از آستانه که باعث رخداد اسپایک می‌شود، نمودار درجه سه به بالا حرکت کرده و تعداد نقاط تعادل که حاصل از برخورد دو نمودار بودند، به یک عدد کاهش می‌یابد.

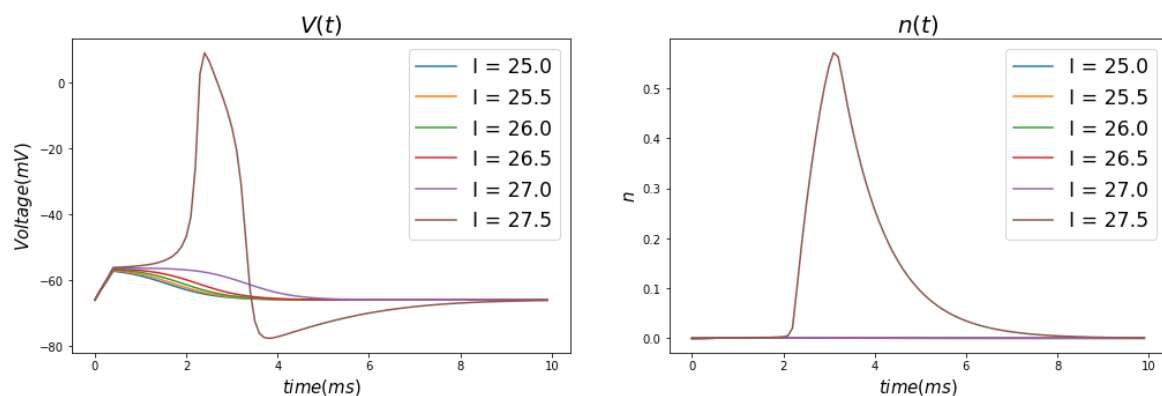


شکل ۱۴- نمودار phase-plane و nullcline ها جریان زیر حد آستانه



شکل ۱۵- نمودار phase-plane و nullcline ها جریان بالای حد آستانه

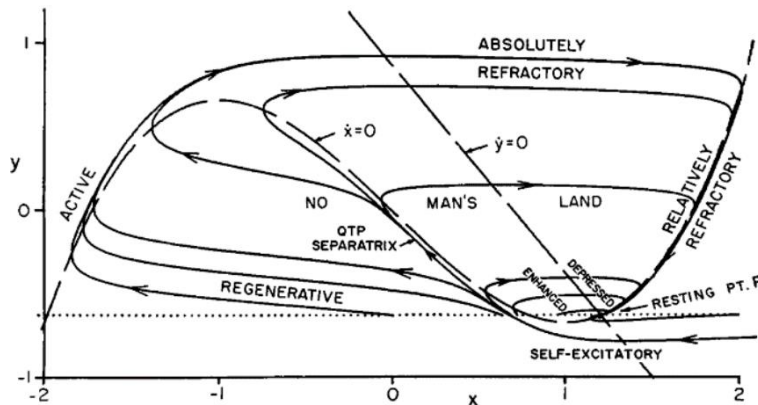
۴. در اینجا از یک تابع ضربه به عنوان ورودی جریان استفاده شده و رفتار نورون بررسی می‌شود. طبق صورت سوال جریان به مدت ۰.۴ میلی‌ثانیه اعمال می‌گردد. طبق شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که جریان تقریبی ۲۷.۵ میلی‌آمپر به عنوان حد آستانه جریان بدست آمده است و در جریان‌هایی با مقادیر کمتر اسپایک رخ نداده است.



شکل ۱۶- اثر اعمال تابع ضربه بر اختلاف پتانسیل حاصل (مدل موریس لکار)

## سوال سوم - مدل فیتزهاگ :

سوال تحلیلی:

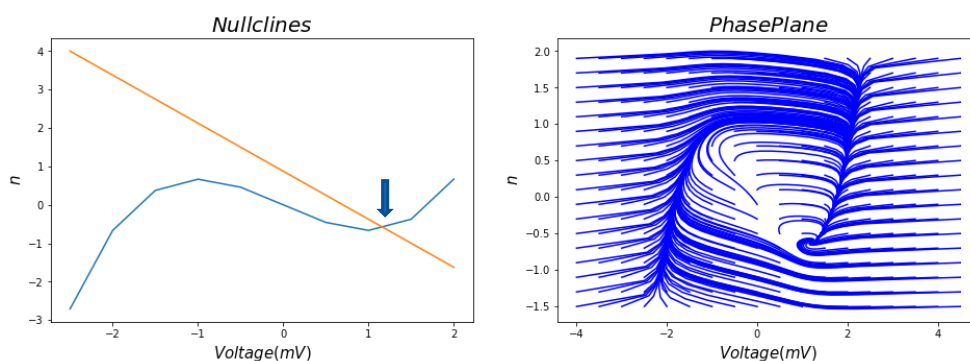


شکل ۱۷- نمودار phase-plane مدل فیتزهاگ

در صورت اعمال یک محرک به صورت شوکی، مسیر حرکت نقطه فازی در نمودار phase-plane شکل ۱۷ به این صورت است: با شروع از نقطه استراحت P، نقطه فاز به صورت افقی روی خط نقطه چین مشخص شده حرکت می‌کند (به سمت چپ در صورت اعمال یک شک کاتودی و به سمت راست در صورت اعمال یک شک آنودی) سپس در ادامه به ترتیب با گذر از مناطق regenerative و active و absolutely refractory و relatively refractory و بازگشت به نقطه استراحت یک چرخه کامل می‌شود. این چرخه بیانگر یک پتانسیل عمل کامل است و اگر هم زمان نمودار ولتاژ غشاء بر حسب زمان رسم شود مشاهده می‌شود که منحنی اسپایک شکل گرفته است. اگر محرک کوچک باشد اسپایک رخ نداده و چرخه ذکر شده به سرعت و از مسیر کوتاه‌تر enhanced و depressed به نقطه استراحت بازمی‌گردد.

سوال شبیه سازی:

اینجا نیز با اعمال شرایط اولیه مختلف نمودار phase-plane و با صفر قرار دادن توابع دیفرانسیل نمودار nullcline رسم شده است (شکل ۱۸) همانطور که مشاهده می‌شود، در اینجا به نکته تعادل پایدار داریم.



شکل ۱۸- نمودار phase-plane و nullcline (مدل فیتزهاگ)

## سوال پنجم – مدل لیف :

### سوالات تحلیلی:

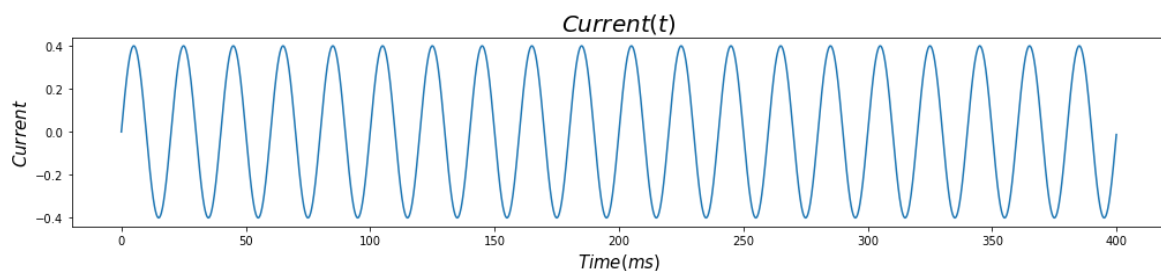
۱. با افزایش جریان ورودی در مدل های مرتبه دو و بالاتر، یک چرخه حدی خواهیم داشت. مدت زمان طی شدن این چرخه به بی نهایت میل می کند. همچنین با افزایش جریان به جایی می رسیم که فقط یک نقطه تعادل داریم. حال اگر این نقطه تعادل پایدار باشد، چرخه حدی حتما پایدار خواهد بود. این سیستم شباهت زیادی به مدل **leaky integrate-and-fire** دارد.

۲. محدودیت های مدل:

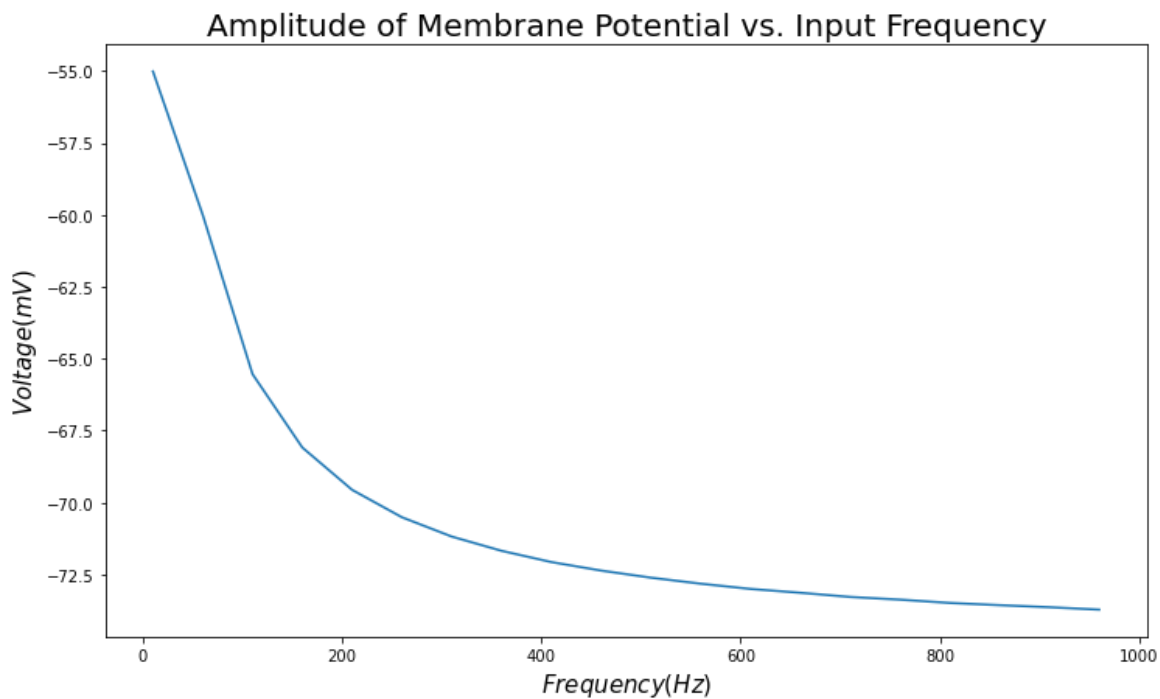
- مفاهیمی چون **Adaptation** و **Bursting** و **Inhibitory Rebound** را مدلسازی نمی کند
- در پتانسیل منفی اگر نورون در حالت رست باشد، یک اسپایک ورودی به سختی بر روی پتانسیل غشاء تاثیر می گذارد
- رسانایی کانال های یونی مختلف مدلسازی نشده است
- **Spatial Structure**

### سوالات شبیه سازی:

۱. در اینجا با اعمال یک جریان سینوسی مانند شکل ۱۹ به نورون با دامنه ۰.۴ میلی آمپر و در بازه فرکانسی ۱۰ تا ۱۰۰۰ هرتز، تغییرات حداکثر اختلاف پتانسیل را بر اساس فرکانس رسم می کنیم (شکل ۲۰). چنانچه در شکل پیداست با افزایش فرکانس مقدار پتانسیل کاهش یافته و از مقدار آستانه فاصله می گیرد. به عبارت دیگر با این دامنه جریان ورودی دیگر امکان رخداد اسپایک وجود نخواهد داشت.

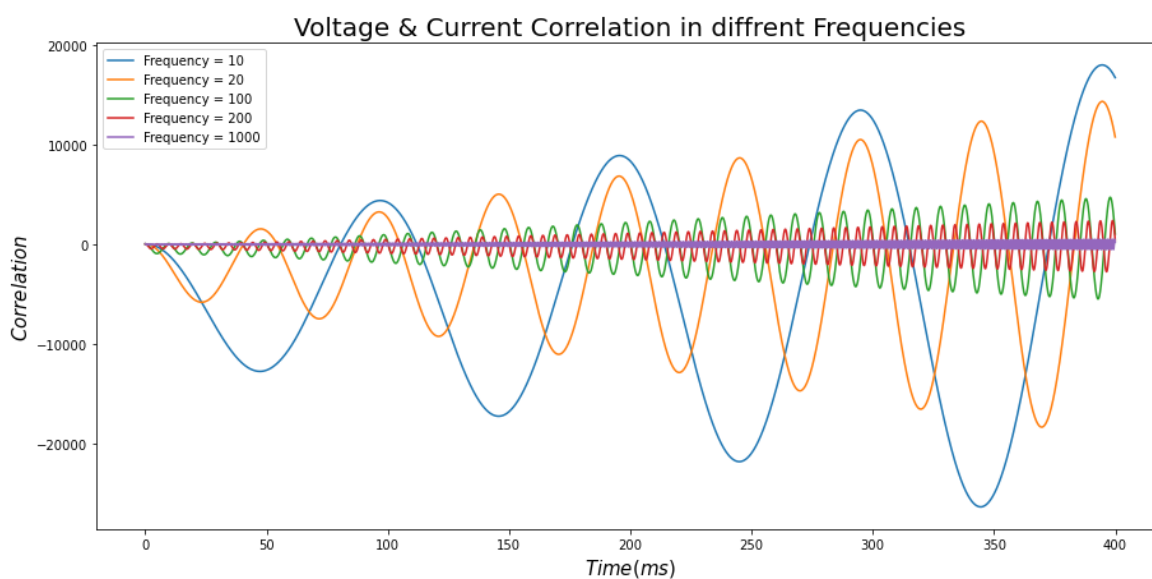


شکل ۱۹- جریان ورودی سینوسی



شکل ۲۰- نمودار دامنه اختلاف پتانسیل غشاء بر حسب فرکانس جریان سینوسی ورودی

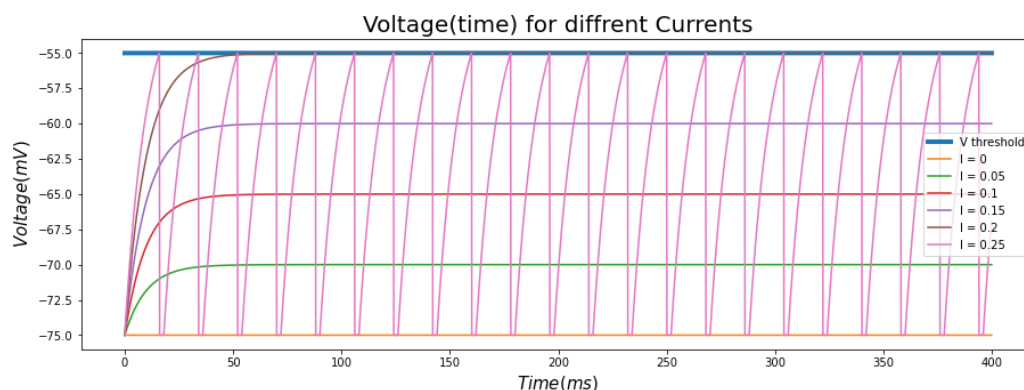
۲. برای پی بردن به نوع فیلتر می‌توان از همبستگی دو متغیر اختلاف پتانسیل و جریان ورودی استفاده کرد. با توجه به شکل ۲۱ با کاهش فرکانس این همبستگی افزایش می‌یابد، لذا می‌توان نتیجه گرفت که این فیلتر پایین گذر است.



شکل ۲۱- نمودار همبستگی اختلاف پتانسیل و جریان بر اساس زمان (مدل لیف)



۳. در این بخش جریان های ورودی مختلف را به سیستم اعمال می کنیم. با توجه به شکل ۲۲ مشاهده می شود که در جریان ۰.۲۵ میلی آمپر با رسیدن اختلاف پتانسیل به حد آستانه (-55mV) اسپایک رخ داده است. لذا حد آستانه جریانه ورودی برای رخداد اسپایک تقریباً ۰.۲۵ میلی آمپر می باشد.

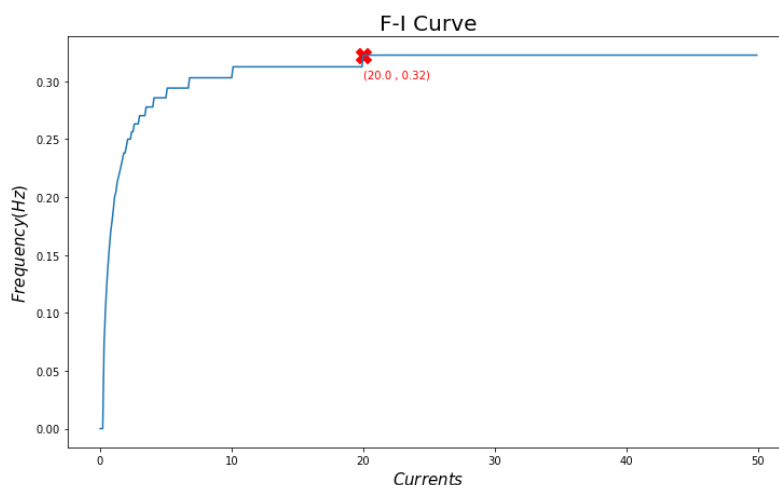


شکل ۲۲- اثر اعمال جریان ها مختلف بر اختلاف پتانسیل و رخداد اسپایک (مدل لیف)

۴. در این بخش به ازای جریان های مختلف، فرکانس اختلاف پتانسیل غشاء را محاسبه می کنیم. با رسم مقادیر به دست آمده بر حسب جریان، نمودار F-I بدست می آید (شکل ۲۳). نمودار بدست آمده صعودی بود و با افزایش جریان، فرکانس نیز افزایش می یابد، اما از جریان ۲۰ به بعد اختلاف پتانسیل ثابت شده و تغییری نمی کند. از این نقطه به بعد دیگر اسپایک نخواهیم داشت. زمان Absolute Refractory Period با استفاده از فرکانس این نقطه محاسبه می شود:

$$(1/0.32=3.1\text{ms})$$

این عدد بیانگر این است که بعد از رخداد یک اسپایک ۳.۱ میلی ثانیه زمان لازم است تا اختلاف پتانسیل به حالت استراحت بازگردد، یعنی فاصله زمانی هیچ دو اسپایکی از این مقدار کمتر نیست.



شکل ۲۳- منحنی F-I (مدل لیف)