# Topology

枫聆

2020 年 11 月 29 日

## 目录



## 写在最前面

拓扑对我来说是新名字,我对它几乎一无所知,虽然我嘴上总是吵吵着代数拓扑是我的终极目标(~ o ~)~zZ,终于今天抱着巨大的勇气翻开了包志强老师的《点集拓扑和代数拓扑引论》,被文中老师幽默的行文,深深折服了,似乎拓扑也并没有想象中那么难,我想这是还不错的开始,我的第一直观感受拓扑也是给定一堆对象,在上面用一些公理弄些不一样的结构和代数一样,但是我暂时还不知道这堆结构要拿来干什么?有什么有趣的性质?

好吧,前面的路还很长,路漫漫,不过一想到前路那些绮丽的景色,多少还是有些兴奋的!虽然这路上没有一起分享喜悦的人...

2020 年 11 月 29 日 23:12:17

## Topology Space

### Definition of Topology Space

- 对于开集 $U$ 的理解,首先它是 $X$ 的子集,并且对于 $\forall x \in U$, 存在 $x$ 的邻域包含于 $U$。包老师的书里解释为 $U$ 是每一个 $x$ 的邻域,我感觉在这里似乎有点强了。wiki 上解释为实数轴上的开区间的一般性推广。

- 那邻域是什么？在邻域之前，应该先理解基准开邻域结构 (base open neighborhood), 像定义代数结构一样，基准开邻域结构是一个映射 $\mathcal{N}\colon X \to 2^{(}2^{X})$, 把每一个点 $x \in X$ 对应到一个子集族 $\mathcal{N}(x)$ 上，满足下面几条公理
  - $\forall x \in X, \mathcal{N}(x) \neq \emptyset$, 并且 $\forall U \in \mathcal{U}(x), x \in U$
  - 若 $U, V \in \mathcal{U}(x)$, 则存在 $W \in \mathcal{U}(x)$, 使得 $W = U \cap V$
  - 若 $y \in U \in \mathcal{U}(x)$, 则存在 $V \in \mathcal{N}(y)$，使得 $V \subseteq U$