

Übungsaufgaben – Sitzung 9

Aufgabe 1a

Nach der letzten Landtagswahl in NRW wurde beklagt, dass die Wahlbeteiligung erneut gesunken sei. Sie interessieren sich für die Frage, wovon Wahlberechtigte abhängig machen, ob sie wählen gehen. Einer gängigen Hypothese nach, steigt die Wahrscheinlichkeit an der Wahl teilzunehmen mit steigendem Einkommen. Um diese Hypothese zu überprüfen, erheben Sie in einer Umfrage mit 100 Befragten, ob diese an der letzten Landtagswahl teilgenommen haben und über welches Einkommen die Befragten verfügen. Für eine vereinfachte Auswertung teilen Sie die Befragten in drei Einkommensgruppen ein. Folgende Verteilungen ergeben sich in Ihrer Umfrage:

- 8 Befragte haben an der Wahl teilgenommen und verfügen über ein geringes Einkommen. 12 Befragte, die gewählt haben, verfügen über ein mittleres Einkommen und 36 über ein hohes Einkommen.
- 32 Befragte, die nicht an der Wahl teilgenommen haben, verfügen über ein geringes Einkommen, 8 über ein mittleres Einkommen. 4 Nichtwähler*innen verfügen über ein hohes Einkommen.

Legen Sie eine entsprechende Kreuztabelle an und analysieren Sie die Randverteilungen. Berechnen Sie dann ein angemessenes Zusammenhangsmaß und interpretieren Sie ihr Ergebnis vor dem Hintergrund der oben genannten Hypothese.

	Geringes EK	Mittleres EK	Hohes EK	Σ
Wähler*in	8	12	36	56
Nicht-Wähler*in	32	8	4	44
Σ	40	20	40	100

40 Befragte verfügen über geringes Einkommen, 20 über ein Einkommen mittlerer Höhe und 40 über ein hohes Einkommen. In der Stichprobe finden sich 56 Wähler*innen und 44 Nicht-Wähler*innen.

Die Variable Wahlteilnahme ist nominal, die Variable Einkommen ordinal. Deswegen muss ein nominales Zusammenhangsmaß berechnet werden. Aufgrund der Größe der Kreuztabelle kommt nur Chi-Square infrage.

1. Berechnung erwarteter Häufigkeiten

	Geringes EK	Mittleres EK	Hohes EK
Wähler*in	$\frac{56 * 40}{100} = 22,4$	$\frac{56 * 20}{100} = 11,2$	$\frac{56 * 40}{100} = 22,4$
Nicht-Wähler*in	$\frac{44 * 40}{100} = 17,6$	$\frac{44 * 20}{100} = 8,8$	$\frac{44 * 40}{100} = 17,6$

2. Hilfstabelle

i Wert von Y Wahlteilnahme	j Wert von Einkommen	f_{ij}	e_{ij}	$f_{ij} - e_{ij}$	$(f_{ij} - e_{ij})^2$	$\frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$
Wähler*in	Gering	8	22,4	-14,4	207,36	9,26
Wähler*in	Mittel	12	11,2	0,8	0,64	0,06
Wähler*in	Hoch	36	22,4	13,6	184,96	8,26
Nicht-Wähler*in	Gering	32	17,6	14,4	207,36	11,78
Nicht-Wähler*in	Mittel	8	8,8	-0,8	0,64	0,07
Nicht-Wähler*in	Hoch	4	17,6	-13,6	184,96	10,51
						$\Sigma = X^2 = 39,94$

3. Berechnung von Cramers V

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{n(q-1)}} = \sqrt{\frac{39,94}{100 * (2-1)}} = 0,63$$

Die Teilnahme an der Landtagswahl in dieser Stichprobe hängt vom Einkommen ab ($X^2 = 39,94 \neq 0$). Es handelt sich, dem Wert von Cramers V nach, um einen starken Zusammenhang.

Aufgabe 1b

Sie wollen sich den oben analysierten Zusammenhang nun noch einmal mit einem stärkeren Fokus eines eventuellen Einflusses von Armut auf die Entscheidung, an einer Wahl teilzunehmen, anschauen. Deshalb teilen Sie die Variable Einkommen nun nur noch in zwei Gruppen ein: Eine Gruppe, die über weniger als 60 Prozent des Medianeinkommens verfügt und damit nach gängigen sozialwissenschaftlichen Definitionen von relativer Armut betroffen ist, und eine Gruppe, die nicht von relativer Armut betroffen ist.

Weiterhin nehmen Sie an, dass ihr bisheriges Modell unterkomplex ist und noch andere Einflussfaktoren eine Rolle spielen könnten, zum Beispiel das Vertrauen in das politische System. Dabei vermuten Sie, dass Menschen, die generell wenig Vertrauen in das politische System haben, eher unabhängig vom Einkommen auch Nicht-Wähler*innen sind, wohingegen mit steigendem Vertrauen auch der Einfluss des Einkommens auf die Entscheidung zur Wahl zu gehen, steigen könnte.

Deshalb erheben Sie auch diese Drittvariable und teilen die Befragten in drei Gruppen ein: Zum einen Befragte, die kein Vertrauen in das politische System haben. Zum anderen solche Befragte, die mäßiges Vertrauen in das politische System haben sowie Befragte, die starkes Vertrauen in das politische System haben. Sie erhalten dadurch folgende Zahlen.

- Insgesamt 24 Befragte haben kein Vertrauen in das politische System. Davon sind 4 Befragte arm und Wähler*innen, 12 arme Befragte hingegen sind Nichtwähler*innen. 2 Befragte, die nicht arm sind, sind auch Wähler*innen. 6 Personen haben nicht gewählt und sind auch nicht arm.
- Weitere 36 Personen haben mittleres Vertrauen in das politische System. 4 arme Befragte wählten nicht, während 8 arme Befragte an der Wahl teilnahmen. Weiterhin haben 20 Befragte an der Wahl teilgenommen, die nicht arm sind. 4 Personen, die nicht von Armut betroffen sind, haben auch nicht gewählt.
- In Ihrer Stichprobe finden Sie 40 Befragte, die starkes Vertrauen in das politische System haben, von denen 8 arm sind und zur Wahl gegangen sind. 10 von Armut betroffene Befragte

dieser Gruppe waren nicht bei der Wahl. Von Befragten, die nicht arm sind, haben 12 gewählt, 10 jedoch nicht gewählt.

Überprüfen Sie einen möglichen Zusammenhang zwischen der individuellen Betroffenheit von Armut und der Entscheidung zur Wahl zu gehen unter dem eventuellen Einfluss des Vertrauens in das politische System. Legen Sie dazu entsprechende Partialtabellen an und berechnen Sie für diese ein angemessenes Zusammenhangsmaß und – falls nötig – dessen Normierung. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Um welche Art des Drittvariableneinflusses handelt es sich?

Kein Vertrauen

Z=0	arm	n. arm	Σ
W.	4	2	6
n. W.	12	6	18
Σ	16	8	24

$$Odds_1 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$Odds_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$OR = \frac{0,33}{0,33} = 1$$

$$Yule's\ Q = \frac{1-1}{1+1} = 0$$

Mittleres Vertrauen

Z=1	arm	n. arm	Σ
W.	8	20	28
n.W.	4	4	8
Σ	12	24	36

$$Odds_1 = \frac{8}{4} = 2$$

$$Odds_2 = \frac{20}{4} = 5$$

$$OR = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$Q = \frac{0,4-1}{0,4+1} = -0,43$$

Starkes Vertrauen

Z=2	arm	n. arm	Σ
W.	8	12	20
n.W.	10	10	20
Σ	18	22	40

$$Odds_1 = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$Odds_2 = \frac{12}{10} = 1,2$$

$$OR = \frac{0,8}{1,2} = 0,67$$

$$Q = \frac{0,67-1}{0,67+1} = -0,2$$

Für Personen, die kein Vertrauen in das politische System haben, kann kein Einfluss einer individuellen Betroffenheit von Armut auf die Entscheidung zur Wahl zu gehen, nachgewiesen werden ($OR = 1$). Ein bedeutender Teil der Befragten, die dem politischen System grundsätzlich misstrauen, sind Nicht-Wähler*innen (18 von 24, d.h. 75% und damit ein deutlich höherer Anteil als in der Gesamtverteilung).

Bei Personen, die dem politischen System mittelmäßig stark vertrauen, kann ein Einfluss von Armut auf die Wahlteilnahme beobachtet werden. Es handelt sich um einen mittleren Zusammenhang (Yule's $Q = -0,43$). Für die Gruppe der Befragten mit mittelmäßigem Vertrauen könnte – exakt formuliert – gesagt werden: Die Chance, an der Wahl teilzunehmen, im Verhältnis dazu, nicht an der Wahl teilzunehmen, kommt unter der Bedingung von Armut betroffen zu sein, nur 0,4 mal so häufig vor, wie unter der Bedingung, nicht von Armut betroffen zu sein. Einfach formuliert: In der Gruppe der Befragten mit mittlerem Vertrauen, sind arme Befragte seltener Wähler*innen als nicht arme Befragte.

Für Personen, die starkes Vertrauen in das politische System haben, kann ein schwacher Zusammenhang zwischen der Betroffenheit von Armut und der Teilnahme an der Landtagswahl gesehen werden ($Q = -0,2$). Ganz exakt beträgt die Chance zur Wahl zu gehen, im Vergleich dazu, nicht zur Wahl zu gehen, für arme Befragte nur ein 0,67-faches der Chance, die nicht arme Befragte

haben. Oder einfacher: In der Gruppe der Befragten mit starkem Vertrauen in das politische System sind arme Befragte etwas öfter Nicht-Wähler*innen als nicht arme Befragte, obwohl in dieser Gruppe der Anteil der Wähler*innen und Nicht-Wähler*innen ausgeglichen ist (jeweils 20 von 40).

Insgesamt kann also gesagt werden, dass ein Moderationseffekt des Vertrauens in das politische System auf den Zusammenhang von Armut und Wahlteilnahme vorliegt. Der Einfluss der Armut auf die Wahlteilnahme ist unter der Bedingung mittleren Vertrauens am stärksten. Menschen mit wenig Vertrauen tendieren anscheinend in dieser Stichprobe grundsätzlich eher zur Nichtwahl.

Aufgabe 2a

Nach dem Wahlsieg der CDU bei der Landtagswahl beauftragt der Parteivorstand Sie zu evaluieren, welche Faktoren zum guten Abschneiden der CDU beigetragen haben, um zukünftige Wahlen ähnlich erfolgreich bestreiten zu können. Eine Vermutung der Partei ist, dass sie vor allem mit ihrem Wahlprogramm überzeugen konnte. Die Wunschvorstellung dahinter ist, dass die Älteren das Wahlprogramm gut finden sollten – da die Älteren in der Mehrzahl der Wählenden sind, könnte so das gute Ergebnis zustande gekommen sein. Unter den von Ihnen Befragten lassen sich vier Gruppen einteilen – die 18-30jährigen, die 31-45jährigen, die 46-60jährigen und die Befragten mit 61+ Jahren.

- Aus der Gruppe der 18-30jährigen finden 100 das Wahlprogramm der CDU gut, 300 aber nicht.
- In der Gruppe der 31-45jährigen mögen 300 das Wahlprogramm nicht, 200 aber schon.
- Aus der Gruppe der 46-60jährigen sympathisieren 300 Personen mit dem CDU-Wahlprogramm, 200 finden es nicht so klasse.
- Und in der Gruppe der über 60jährigen favorisieren 400 Personen das CDU-Wahlprogramm, während 200 nicht mit dem Wahlprogramm zufrieden sind.

Bitte stellen Sie die beiden Verteilungen zunächst in einer Kreuztabelle dar und interpretieren Sie die Marginalverteilungen. Wie viele Personen sind in den jeweiligen Altersgruppen (absolut und relativ), und wie viele Personen finden insgesamt das Wahlprogramm gut bzw. schlecht (absolut und relativ). Wie könnte man die beiden Verteilungen grafisch darstellen lassen?

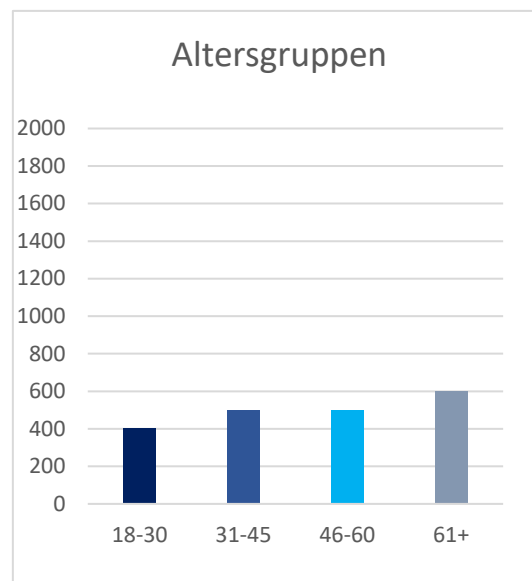
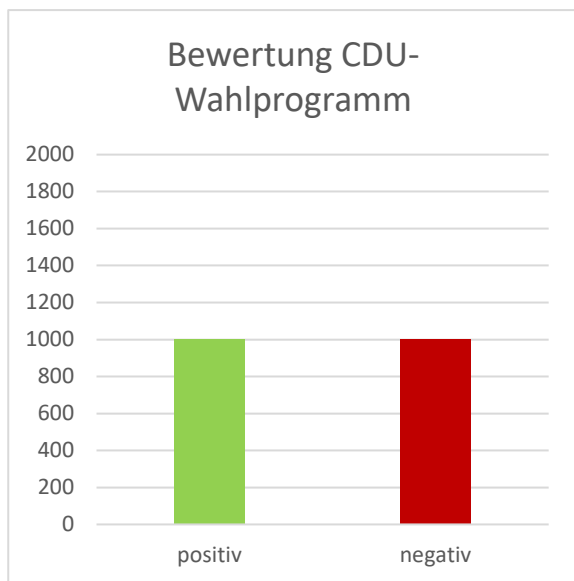
Bitte berechnen Sie den Zusammenhang zwischen der Altersgruppe der Befragten und ihrer Einschätzung des CDU-Wahlprogramms. Welche Berechnungsform ist notwendig? Wie lässt sich das Zusammenhangsmaß normieren?

	18-30	31-45	46-60	61+	Σ
CDU-Programm positiv	100	200	300	400	1000
CDU-Programm negativ	300	300	200	200	1000
Σ	400	500	500	600	2000

1000 Befragte (d.h. 50%) mögen das Programm der CDU, die andere Hälfte, ebenfalls 100 Befragte, mag das Programm nicht.

400 Befragte befinden sich in der jüngsten Altersgruppe (entspricht 20%), jeweils 500 Befragte in der Gruppe der 31-45jährigen und der 46-60jährigen (jeweils 25%) und 600 Befragte, also 30 Prozent, sind 61 Jahre alt oder älter.

Die Bewertung des CDU Wahlprogramms ist eine nominale Variable, das Alter in Gruppen eine ordinale Variable. Beide Verteilungen ließen sich mittels Säulendiagrammen darstellen. Diese sähen so aus (von Ihnen nicht in dieser Aufgabe gefordert):



Auch in dieser Aufgabe ist Chi-Square das angemessene Zusammenhangsmaß.

1. Berechnung der erwarteten Häufigkeiten

	18-30	31-45	46-60	61+
CDU-Programm positiv	$\frac{1000 * 400}{2000} = 200$	$\frac{1000 * 500}{2000} = 250$	$\frac{1000 * 500}{2000} = 250$	$\frac{1000 * 600}{2000} = 300$
CDU-Programm negativ	$\frac{1000 * 400}{2000} = 200$	$\frac{1000 * 400}{2000} = 250$	$\frac{1000 * 500}{2000} = 250$	$\frac{1000 * 600}{2000} = 300$

2. Hilfstabelle

i Wert von Y Bewertung Wahlprogramm	j Wert von Alter	f_{ij}	e_{ij}	$f_{ij} - e_{ij}$	$(f_{ij} - e_{ij})^2$	$\frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$
positiv	18-30	100	200	-100	10 000	50
positiv	31-45	200	250	-50	2 500	10
positiv	46-60	300	250	50	2 500	10
positiv	61+	400	300	100	10 000	33,33
negativ	18-30	300	200	100	10 000	50
negativ	31-45	300	250	50	2 500	10
negativ	46-60	200	250	-50	2 500	10
negativ	61+	200	300	-100	10 000	33,33
						$\sum = \chi^2 = 206,66$

3. Berechnung von Cramer's V

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{n(q-1)}} = \sqrt{\frac{206,66}{2000 * (2-1)}} = 0,32$$

Die Präferenz für das CDU-Wahlprogramm hängt mit dem Alter zusammen ($X^2=206,66 \neq 0$). Es handelt sich um einen mittleren Zusammenhang.

Aufgabe 2b

In früheren Zeiten spielte die Religiosität einer Person eine wesentliche Rolle, da die Kirche lange noch Wahlempfehlungen (zugunsten der christlich-konservativen) Parteien abgegeben hat. Wenn dies heute auch noch so wäre, würden Befragte, die häufiger in die Kirche gehen, häufiger das Wahlprogramm gut finden, als Befragte, die selten oder gar nicht in die Kirche gehen. Wir kontrollieren für diese Drittvariable, in dem wir in der Umfrage auch die Kirchengangshäufigkeit abfragen. Dabei stellt sich heraus, dass unter den Befragten 500 Personen häufig, 1020 Personen selten, und 480 Personen gar nicht in die Kirche gehen. Um die Drittvariablenkontrolle etwas zu erleichtern, unterteilen wir die Befragten nur noch in junge (18-45jährige) und alte (>45 Jahre) Befragte.

- Dann stellen wir fest, dass unter den nie zur Kirche gehenden Personen 200 junge Befragte (von denen 40 das WP gut und 160 das WP nicht gut finden) und 280 ältere Befragte (von denen 80 das WP gut und 200 das WP nicht gut finden) sind.
- Unter den selten zur Kirche gehenden Befragten sind 410 junge Befragte (von denen 110 das CDU-WP gut und 300 das WP schlecht finden) und 610 ältere Befragte (von denen 510 das CDU-WP gut, und 100 das CDU-WP schlecht finden) sind.
- Unter den häufig zur Kirche gehenden Befragten sind 250 junge Befragte (von denen 145 das WP gut finden und 105 nicht) sowie 250 ältere Befragte (von denen 150 das CDU-WP gut finden und 100 nicht).

Bitte erstellen Sie zunächst die Partialtabellen und berechnen Sie dann die dazu gehörigen Odds Ratio bzw. Yules Q. **Was lässt sich im Hinblick auf den Einfluss der Drittvariable Religiosität auf den Zusammenhang zwischen Alter und Einschätzung des CDU-Wahlprogramms aussagen?**

Nie (Z=0)	Jung	Alt	
CDU pos	40	80	120
CDU neg	160	200	360
	200	280	480

Selten (Z=1)	Jung	Alt	
CDU pos	110	510	620
CDU neg	300	100	400
	410	610	1020

Häufig (Z=2)	jung	Alt	
CDU pos	145	150	295
CDU neg	105	100	205
	250	250	500

$$Odds_1 = \frac{40}{160} = 0,25$$

$$Odds_2 = \frac{80}{200} = 0,4$$

$$OR = \frac{0,25}{0,4} = 0,63$$

$$Odds_1 = \frac{110}{300} = 0,37$$

$$Odds_2 = \frac{510}{100} = 5,1$$

$$OR = \frac{0,37}{5,1} = 0,07$$

$$Odds_1 = \frac{145}{105} = 1,38$$

$$Odds_2 = \frac{150}{100} = 1,5$$

$$OR = \frac{1,38}{1,5} = 0,92$$

$$Q = \frac{0,63-1}{0,63+1} = -0,22$$

$$Q = \frac{0,07-1}{0,07+1} = -0,87$$

$$Q = \frac{0,92-1}{0,92+1} = -0,04$$

Unter denjenigen, die nie in die Kirche gehen, gibt es einen mittleren Zusammenhang zwischen Alter und der Bewertung des CDU-Wahlprogramms, wobei jüngere Befragte das Programm seltener befürworten als ältere.

Für Befragte, die selten in die Kirche gehen, gibt es einen sehr deutlichen Unterschied hinsichtlich der Bewertung des Programms in Abhängigkeit des Alters. Es liegt ein starker Zusammenhang vor und auch hier bewerten jüngere Befragte das Programm seltener positiv als ältere.

Für die häufigen Kirchenbesucher scheint es beinahe keinen Zusammenhang zwischen Alter und der Wahrnehmung des Wahlprogramms zu geben. Wenn überhaupt, dann gibt es nur einen sehr schwachen Zusammenhang.

Insgesamt kann beobachtet werden, dass die Kirchengangshäufigkeit den Zusammenhang von Alter und der Bewertung des CDU Wahlprogramms moderiert.