Lineárna algebra
Domáca úloha #1.
Martin Zavadzan

1. a)

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -13 & | & 12\\ 1 & -2 & -5 & 1 & 0 & | & 1\\ 2 & -4 & -10 & 2 & -1 & | & 11\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -13 & | & 12\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & | & -11\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & | & -13\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -13 & | & 12\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -\frac{11}{13}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{106}{13}\end{pmatrix}$$

Tento system nema riesenie ako mozem vidiet podla posledneho riadka, kedze $0 \neq \frac{106}{13}$

b)

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & 1 & -2 & | & 12\\ 2 & -2 & 2 & 1 & 0 & | & 1\\ 3 & -4 & 5 & 2 & -2 & | & 13\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 2 & -4 & -1 & 4 & | & -23\\ 0 & 2 & -4 & 1 & 4 & | & -23\end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 1 & -2 & -0,5 & 2 & | & -11,5\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0\end{pmatrix}$$

Tento system ma nekonecne vela rieseni a to su tie, ktore vyhovuju nasledovnym podmienkam: $x_3 = p, x_4 = q, x_5 = r$ kde $p, q, r \in R$, potom:

$$x_1 - 2x_2 + 3p + q - 2r = 12 \tag{1}$$
$$x_1 = 2x_2 - 3p - q + 2r + 12 \tag{2}$$
$$\tag{3}$$
$$x_2 - 2p - 0,5q + 2r = -11,5 \tag{4}$$
$$x_2 = 2p + 0,5q - 2r - 11,5 \tag{5}$$

a teda, riesenie je

$$\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x_2 - 3p - q + 2r + 12\\ 2p + 0,5q - 2r - 11,5\\ p\\ q\\ r\end{pmatrix} \tag{6}$$

c)

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -2 & | & 12\\ 1 & -2 & -5 & 1 & 0 & | & 1\\ 0 & -4 & -10 & 2 & -2 & | & 11\\ 11 & 0 & -5 & 1 & -2 & | & 11\\ 1 & -2 & -5 & 0 & -2 & | & 12\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & | & -11\\ 0 & -4 & -10 & 2 & -2 & | & 11\\ 0 & 22 & 50 & 10 & 20 & | & -121\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & | & 0\end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 1 & 2,5 & -0,5 & 0,5 & | & -2,75\\ 0 & 22 & 50 & -10 & 20 & | & -121\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 1 & 2,5 & -0,5 & 0,5 & | & -2,75\\ 0 & 0 & -5 & 1 & 9 & | & -60,5\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & -2 & | & 12\\ 0 & 1 & 2,5 & -0,5 & 0,5 & | & -2,75\\ 0 & 0 & 1 & -0,2 & -1,8 & | & 12,1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 1 & 0 & | & 1\\ 0 & 1 & 2,5 & -0,5 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 1 & -0,2 & 0 & | & 2,2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -5 & 0 & 0 & | & 1\\ 0 & 1 & 2,5 & 0 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 2,2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 0 & 0 & | & 12\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & -5,5\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 2,2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & -5,5\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 2,2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & -5,5\end{pmatrix}$$

Uloha ma prave jedno riesenie, kde

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5,5 \\ 2,2 \\ 0 \\ -5,5 \end{pmatrix}$$