



به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پروژه سیستم های کنترل دیجیتال

| | |
|--------------------|--------------------------------|
| نام و نام خانوادگی | محمد عسکری مهدی معراجی شهپر |
| شماره دانشجویی | 810198441 810198474 |
| تاریخ ارسال گزارش | 1403/04/22 |

سوال 1

$$y = x_1 = 0.002$$

$$\dot{x}_1 = x_2 = 0$$

$$\dot{x}_2 = 0 = -9.81 + 82938 \frac{x_3^2}{0.0052}$$

$$9.81 = 15949615x_3^2$$

$$x_3 = \pm 7.838 * 10^{-4}$$

$$\dot{x}_3 = 0 = 8.7(-10x_3 + u)$$

$$u = \pm 7.838mV$$

$$x_2^* = 0$$

$$x_3^* = \pm 0.000789$$

$$U^* = \pm 0.00789$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.838 * 10^{-3} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0 \\ \pm 7.838 * 10^{-4} \end{bmatrix} = \text{نقطه تعادل}$$

خطی سازی حول نقطه تعادل

$$\dot{x}' = A'x' + B'u \rightarrow x' = x - x^*$$

$$y' = C'x' + Du \rightarrow y' = y - y^*$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{m} \frac{x_3^{*2}}{(0.0072 - x_1^*)^2} & 0 & \frac{c}{m} \frac{2x_3^*}{0.0072 - x_1^*} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8.7 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0],$$

$$gp =$$

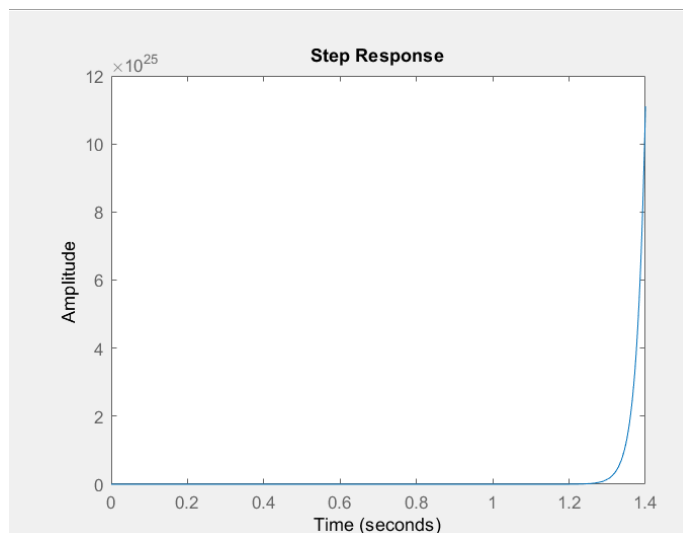
$$2.174e05$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D =$$

$$\frac{2.174e05}{s^3 + 86.96 s^2 - 1885 s - 1.639e05}$$

سوال 2

همان طور که مشاهده میشود سیستم ناپایدار است:



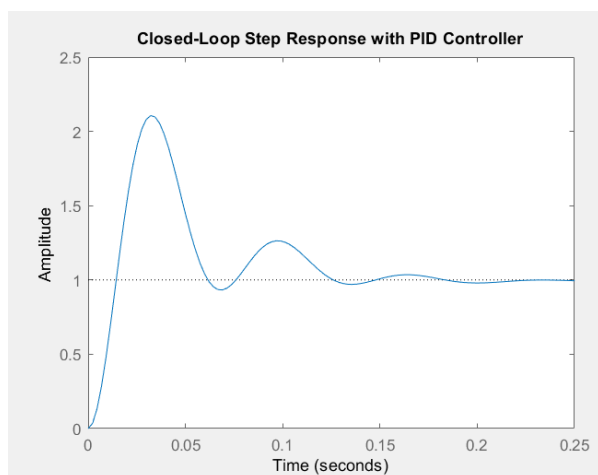
به کمک ابزار PID Tuner یک کنترلر PID طراحی می‌کنیم. ضرایب کنترلی بصورت زیر است:

K_p : 2.6403

K_i : 27.2600

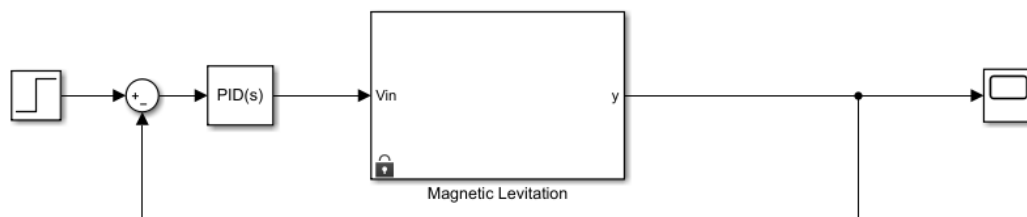
K_d : 0.0639

با اضافه کردن کنترلر نتیجه زیر برای پاسخ پله بدست می‌آید:

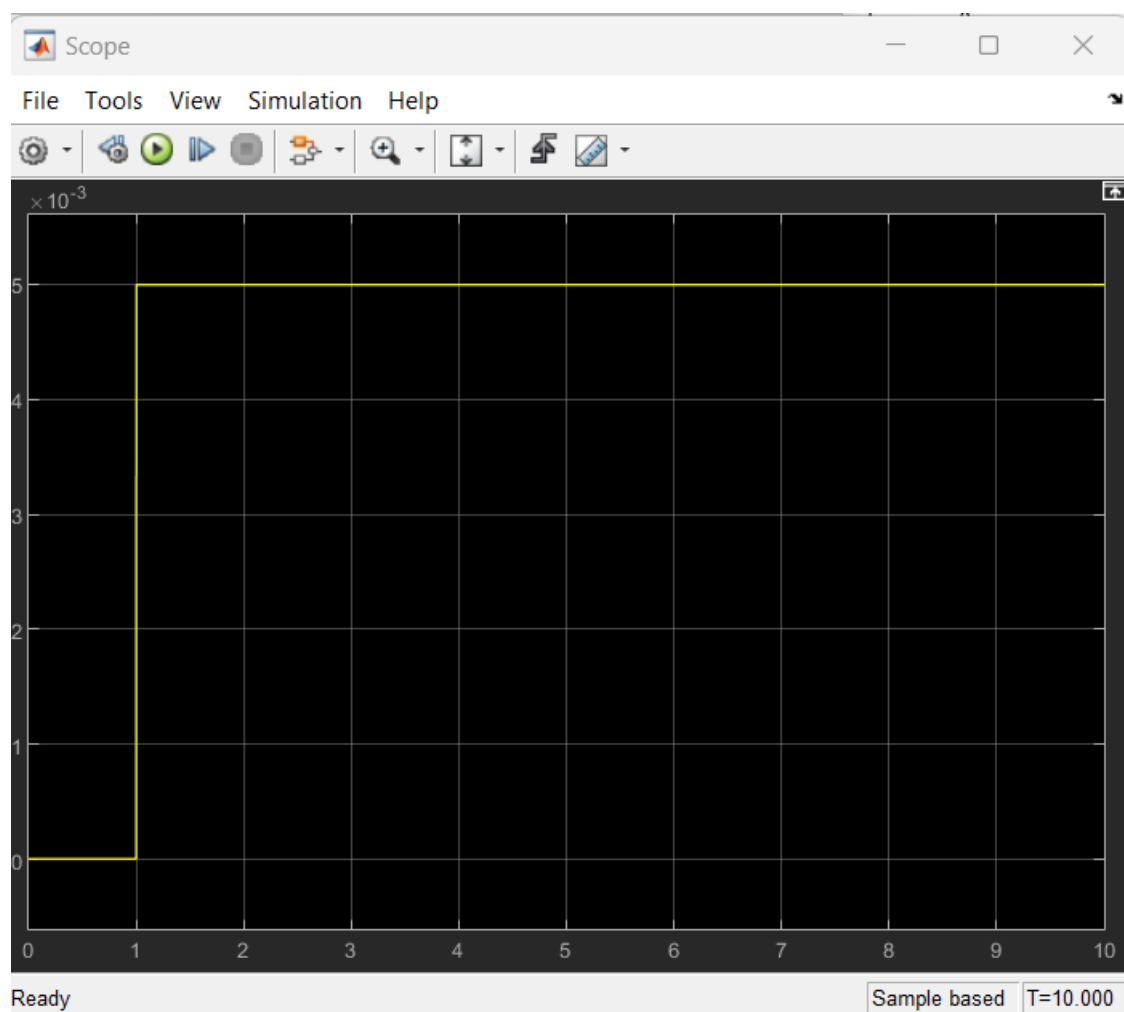


RiseTime: 0.0097
SettlingTime: 0.1743
SettlingMin: 0.9330
SettlingMax: 2.1064
Overshoot: 110.6421
Undershoot: 0
Peak: 2.1064
PeakTime: 0.0322

در قسمت غیر خطی:



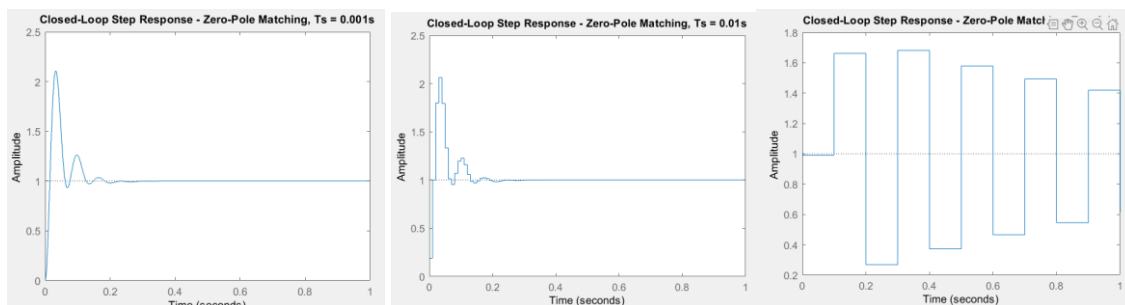
مشاهده می کنیم خروجی پاسخ پله پایدار شده است.



سوال 3

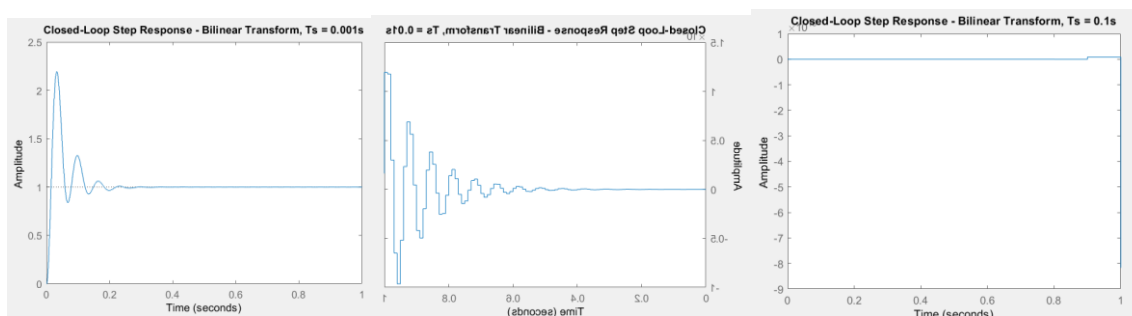
با 3 نرخ نمونه برداری 0.1 و 0.01 و 0.001 گسسته سازی را انجام دادیم. می دانیم که تغییر نرخ نمونه برداری قطب های سیستم را جابجا می کند. و کاهش آن باعث ناپایداری سیستم میشود.

ابتدا با روش گسسته سازی صفر و قطب تطبیق یافته کنترلر را طراحی میکنیم:



مشاهده می شود با افزایش دوره تناوب نمونه برداری سیستم به زمان بیشتری برای پایدار شدن احتیاج دارد.

روش تبدیل دوخطی:



همین اتفاق در کنترلر های طراحی شده بر اساس تبدیل دوخطی نیز افتاده است.

منطقی ترین سیستمی که مشاهده میکنیم سیستم شماره 1 است که با روش جایابی صفر و قطب طراحی شده و دوره تناوب 0.001 دارد.

ویژگی های این سیستم را بررسی میکنیم:

```
--- Zero-Pole Matching, Ts = 0.001s ---
RiseTime: 0.0090
SettlingTime: 0.1740
SettlingMin: 0.9027
SettlingMax: 2.1067
Overshoot: 110.6664
Undershoot: 0
Peak: 2.1067
PeakTime: 0.0320
```

زمان خیز این سیستم نسبت به سیستم پیوسته کمی کمتر است.

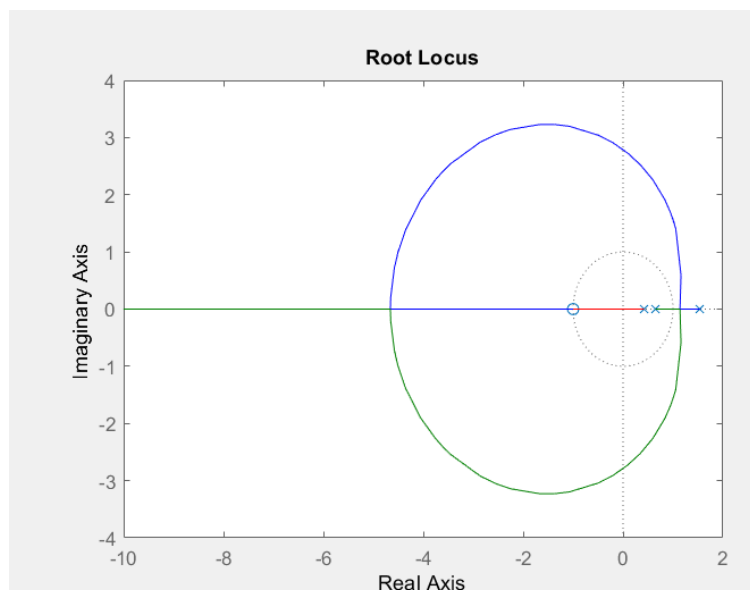
بقیه مشخصه ها بسیار به همدیگر نزدیکند.

سوال 4

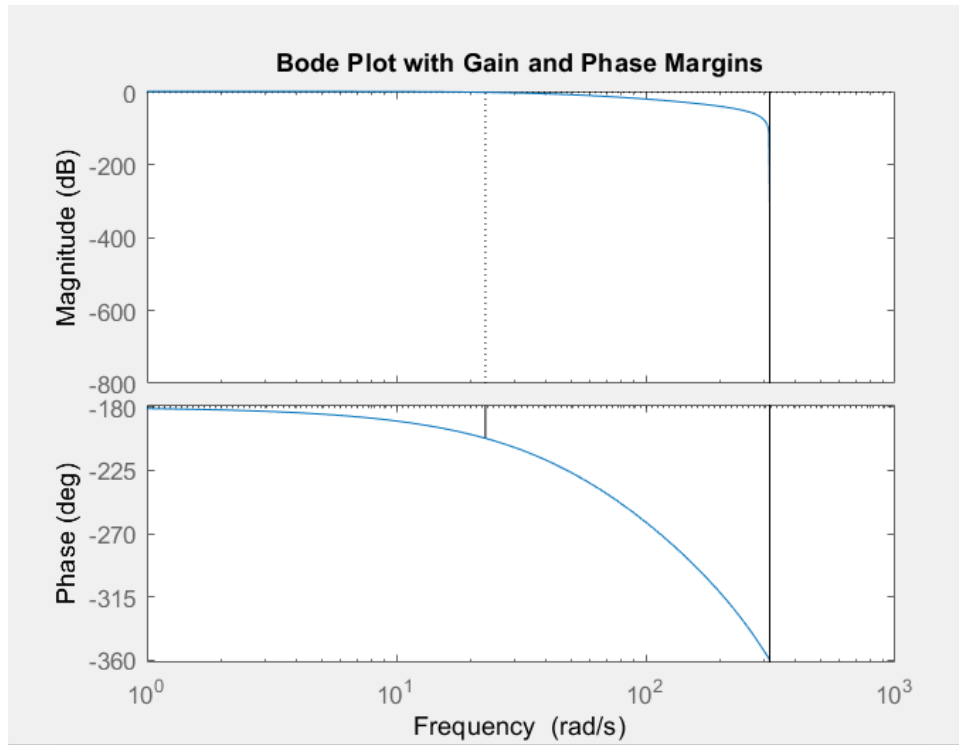
تابع تبدیل گسسته شده سیستم اصلی پیوسته را به روش صفر و قطب تطبیق یافته و نرخ نمونه برداری 0.001 بدست می آوریم:

$$G_{pd} = \frac{0.03689 z^2 + 0.07377 z + 0.03689}{z^3 - 2.611 z^2 + 1.919 z - 0.4191}$$

نمودار مکان ریشه سیستم دیجیتال شده برای بهره مثبت



سیستم یک قطب خارج از دایره واحد دارد.



حد بهره: -2.4555db

حد فاز: -22.1269 deg

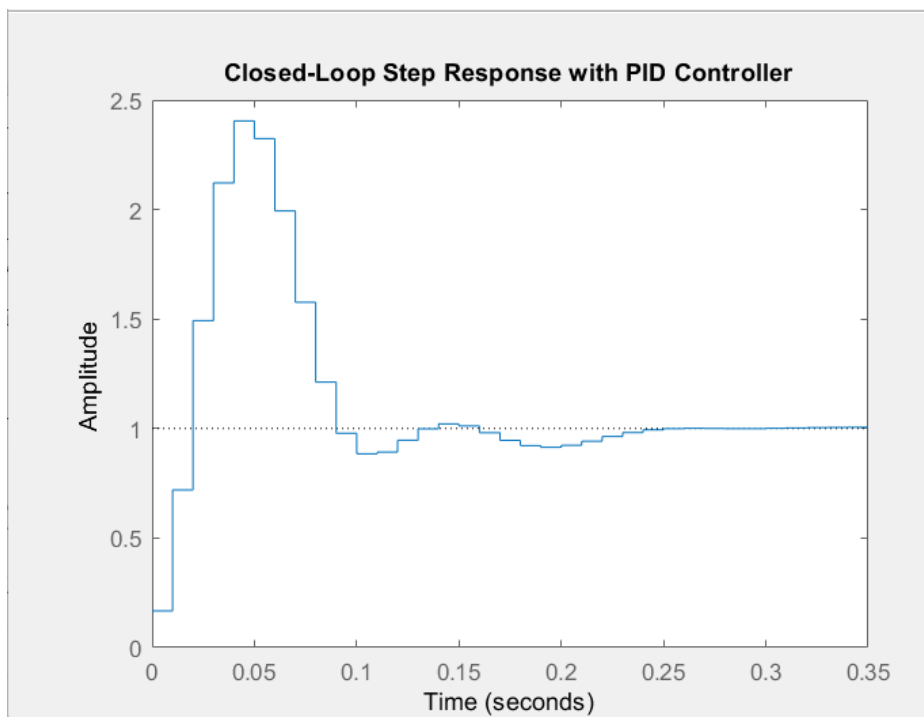
پهنای باند: 25.4762Hz

سوال 5

کنترلر گسسته PID را به کمک PID Tuner طراحی می کنیم تا مشخصات شبیه سیستم آنالوگ شود.

$$G_{cd} = K_p + T_s K_i * \frac{1}{z-1} + K_d * \frac{N}{1 + T_s * \frac{N}{z-1}}$$

$$= 1.9432 + 0.01 * 17.3462 * \frac{1}{z-1} + 0.0544 * \frac{100}{1 + 0.01 * \frac{100}{z-1}}$$

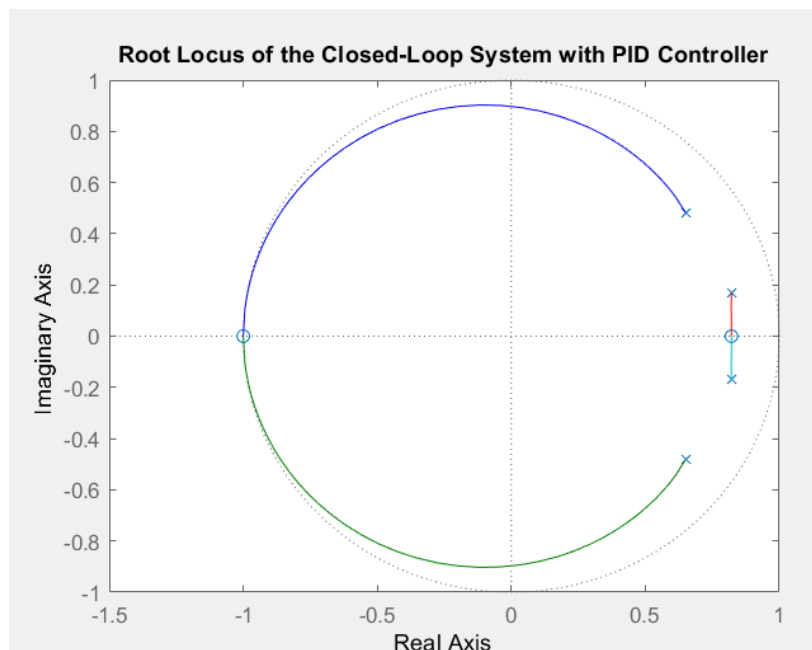


بعد از طراحی کنترلر سیستم پایدار شده است و مشخصات تا حدود زیادی به مشخصات سیستم پیوسته شباهت دارد:

```
RiseTime: 0.0100
SettlingTime: 0.2300
SettlingMin: 0.8847
SettlingMax: 2.4042
Overshoot: 140.4227
Undershoot: 0
Peak: 2.4042
PeakTime: 0.0400
```

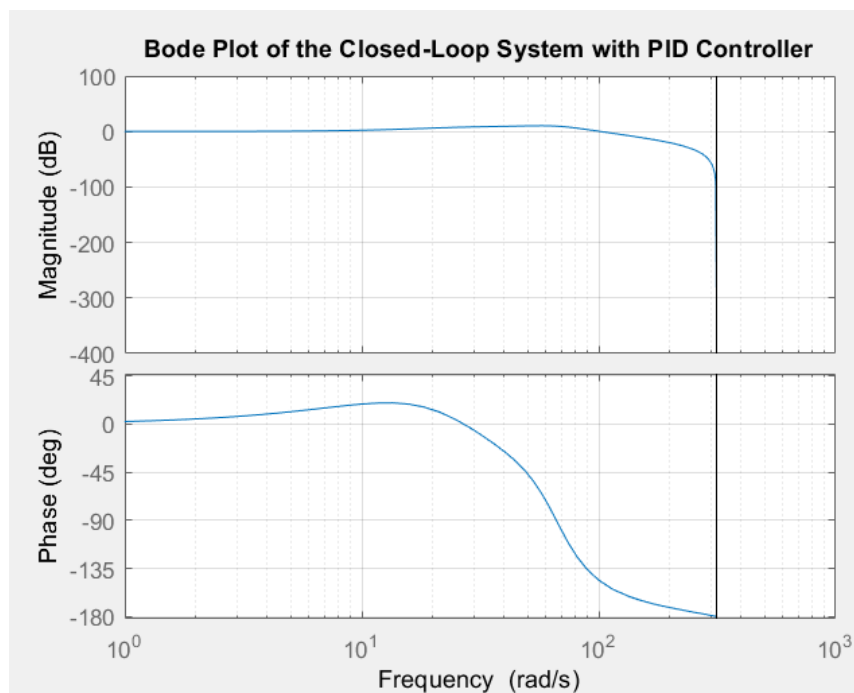
سوال 6

مشاهده می کنیم مکان ریشه های سیستم کنترل شده داخل دایره واحد قرار گرفته اند و سیستم پایدار شده است



حد فاز به 32 افزایش یافته است و حد بهره به بینهایت رفته است.

همچنین پهنای باند نیز افزایش داشته است.



حد بهره: ∞

حد فاز: 32.6653deg

پهنای باند: 113.7384Hz

سوال 7

$$G_{discrete} = \frac{0.029855(z + 3.085)(z + 0.2099)}{(z - 1.544)(z - 0.6478)(z - 0.4191)}$$

$$F(z) = \frac{C(z)G_a(z)}{1 + C(z)G_a(z)}$$

$$F(z) = f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + f_3 z^{-3}$$

صفر ناپایدار در 3- داریم. و قطب ناپایدار در 1.5 داریم.

$$F(z) = f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + f_3 z^{-3} = (1 + 3z^{-1})M(z) = (1 + 3z^{-1})\beta_1 z^{-1}(1 + \beta_2 z^{-1})$$

$$f_1 = \beta_1, \quad f_2 = 3\beta_1 + \beta_1\beta_2, \quad f_3 = 3\beta_1\beta_2$$

$$f_2 = 3f_1 + \frac{f_3}{3}$$

$$1 - F(z) = (1 - z^{-1})N(z)$$

$$1 - F(z) = (1 - 1.5z^{-1})T(z)$$

$$1 - F(z) = 1 - f_1 z^{-1} - f_2 z^{-2} - f_3 z^{-3} = (1 - 1.5z^{-1})(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1})$$

$$= \frac{z^3 + (-a - 2.5)z^2 + (1.5 + 2.5a)z + 1.5a}{z^3}$$

$$= 1 + (-a - 2.5)z^{-1} + (1.5 + 2.5a)z^{-2} + (1.5a)z^{-3}$$

$$f_1 = -a - 2.5, \quad f_2 = 1.5 + 2.5a, \quad f_3 = 1.5a$$

$$F(1) = 1 \rightarrow f_1 + f_2 + f_3 = 1$$

$$f_1 = 1.009, \quad f_2 = 2.3486, \quad f_3 = -2.3577$$

$$a = -2.267, \quad \beta_1 = 1.009, \quad \beta_2 = -1.019$$

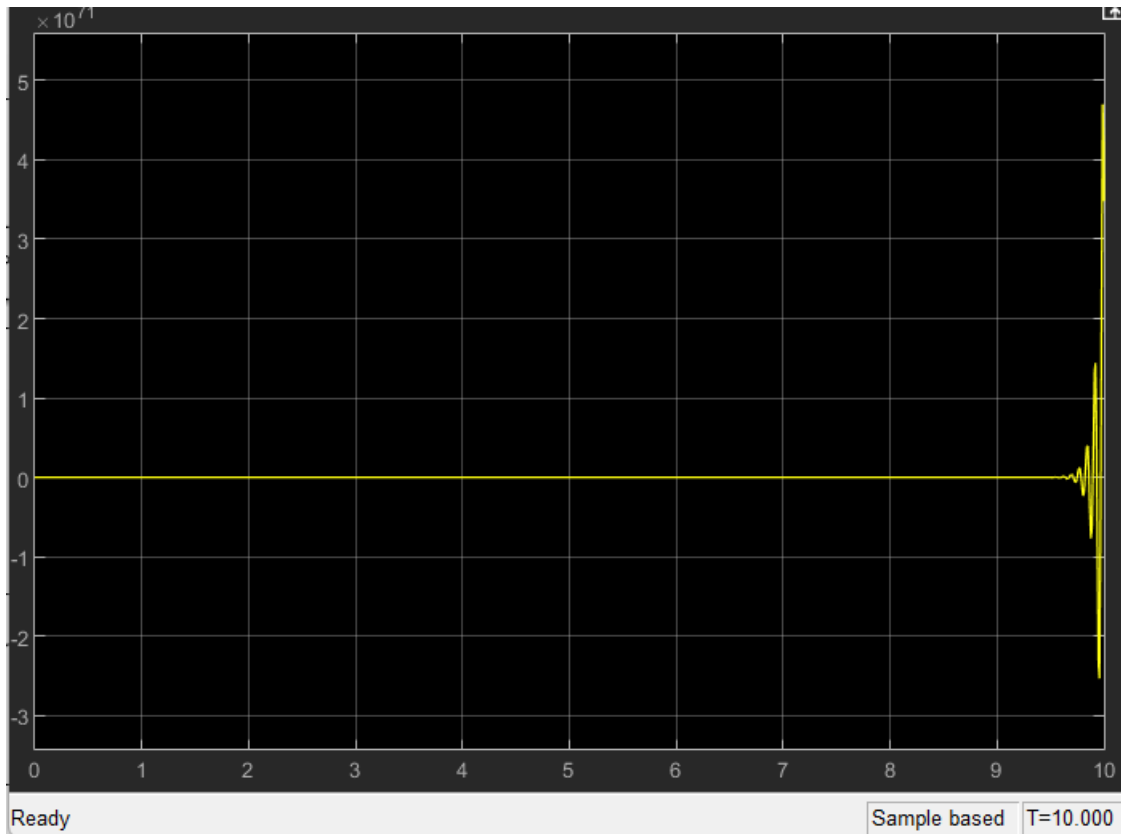
$$F(z) = z^{-1} + 2.34z^{-2} - 2.35z^{-3}$$

$$C(z) = \frac{F(z)}{G_D(z)[1 - F(z)]}$$

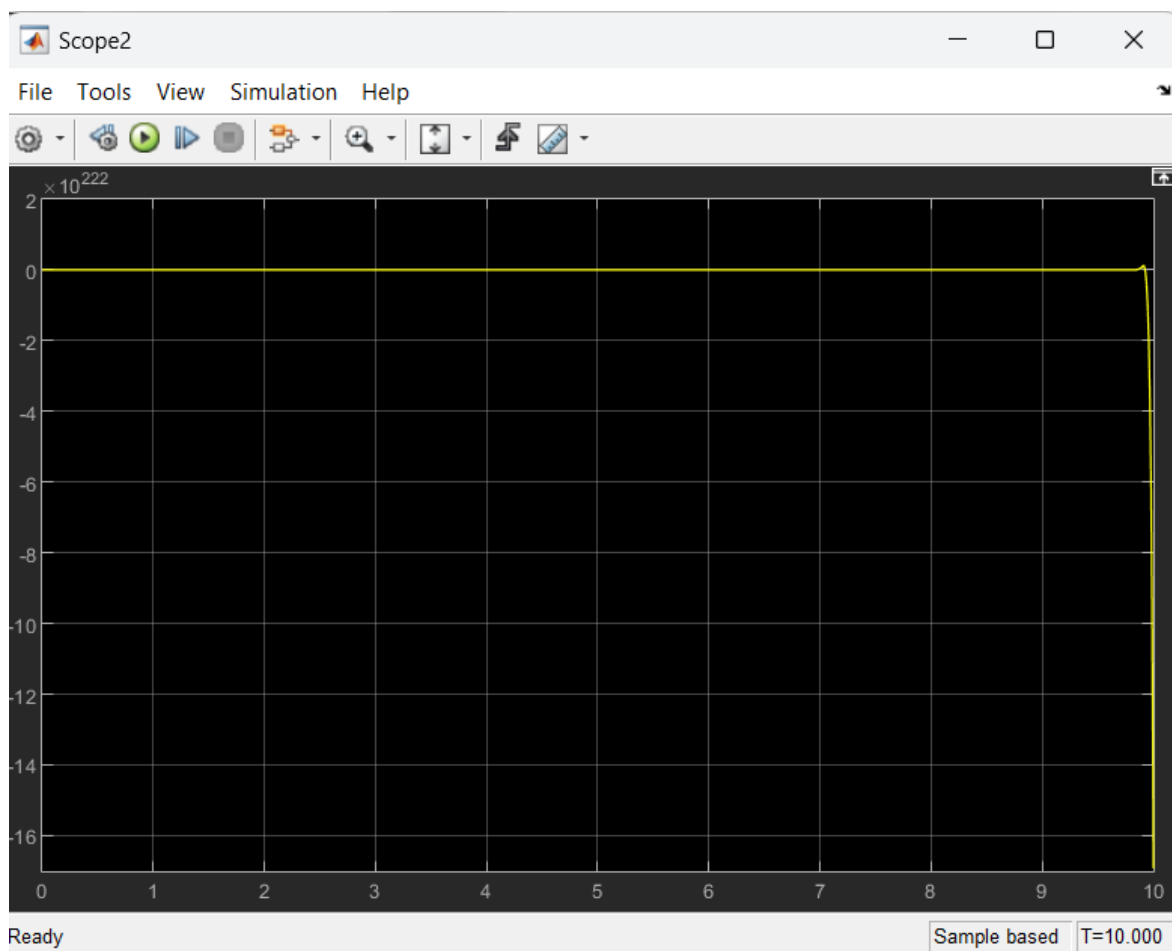
$$C_z = \frac{z^{-1} + 2.34z^{-2} - 2.35z^{-3}}{(1 - z^{-1} - 2.34z^{-2} + 2.35z^{-3}) * \left(\frac{0.029855(z+3.085)(z+0.2099)}{(z-1.544)(z-0.6478)(z-0.4191)} \right)} =$$

سوال 8

نویز پایداری سیستم آنالوگ را به هم میریزد.



در قسمت طراحی دیجیتال هم ناپایداری با حضور نویز مشاهده میکنیم



اما در قسمت deadbit انتظار می رود نویز روی پایداری سیستم ما اثری نداشته باشد

سوال 9

روابط پیوسته به صورت زیر به دست آمده بود.

$$\dot{x}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 16 & -1.8 * 10^{-4} & 0.42 \\ 0 & 0 & -250 \end{bmatrix} x' + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} u', \quad x' = \begin{bmatrix} x_1 - 0.002 \\ x_2 \\ x_3 - 7.8 * 10^{-4} \end{bmatrix},$$

$$u' = (u - 233)$$

$$y' = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 - 0.002 \\ x_2 \\ x_3 - 7.8 * 10^{-4} \end{bmatrix}, \quad y' = y - 0.002$$

برای گسسته سازی از زمان نمونه برداری بخش های قبلی یعنی 0.01 استفاده میکنیم و با کمک متلب

روابط زیر را حل میکنیم.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x[k+1] = Gx[k] + Hu[k] \\ y[k] = Cx[k] + Du[k] \end{cases}$$

$$G = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1.0957 & 0.0103 & 0.9715 \\ 19.4459 & 1.0957 & 173.5098 \\ 0 & 0 & 0.4191 \end{bmatrix}, \quad H = \int_0^T e^{A\tau} B d\tau = \begin{bmatrix} 0.0299 \\ 8.4479 \\ 0.0581 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس کنترل پذیری را با کمک متلب به دست آورده و رنک آن را حساب میکنیم. میبینیم که کنترل پذیر است.

```
M = 3×3
    0.0299    0.1763    0.4223
    8.4479   19.9158   29.4750
    0.0581    0.0243    0.0102

rank_M = 3
```

سپس ماتریس رویت پذیری را محاسبه میکنیم و رنک آن را حساب میکنیم. میبینیم که رویت پذیر نیز هست.

```
N = 3×3
    1.0000    0    0
    1.0957    0.0103    0.9715
    1.4013    0.0226    3.2618

rank_N = 3
```

سوال 10

با استفاده از روش آکرمن فیدبک حالت را طراحی میکنیم:

$$K = [0 \ 0 \ 1]M^{-1}\varphi(G)$$

برای اینکه پاسخ مرده نوش داشته باشد باید $\varphi(G) = G^3$ شود. بنابراین K به صورت زیر به دست می آید.

```
phi = Ge*Ge*Ge;
k = [0, 0, 1]*inv(M)*phi
```

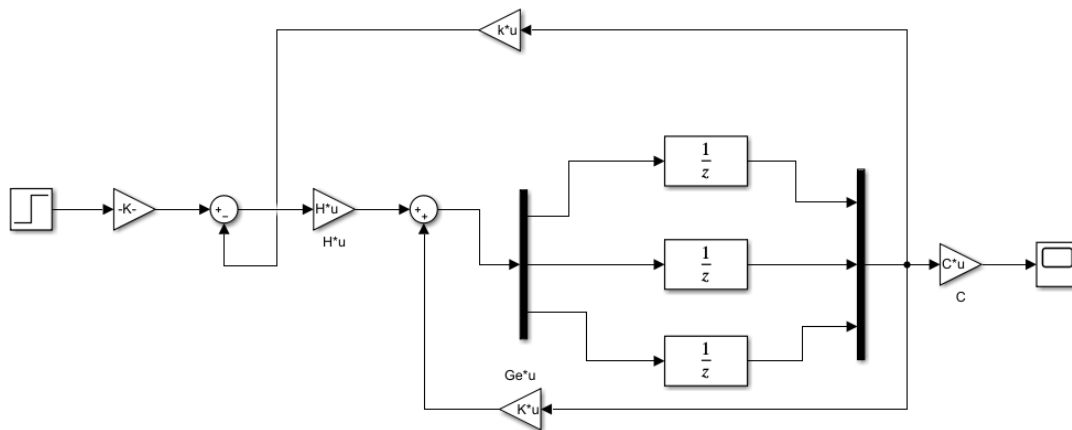
$$K = [9.01 \ 0.14 \ 19.64]$$

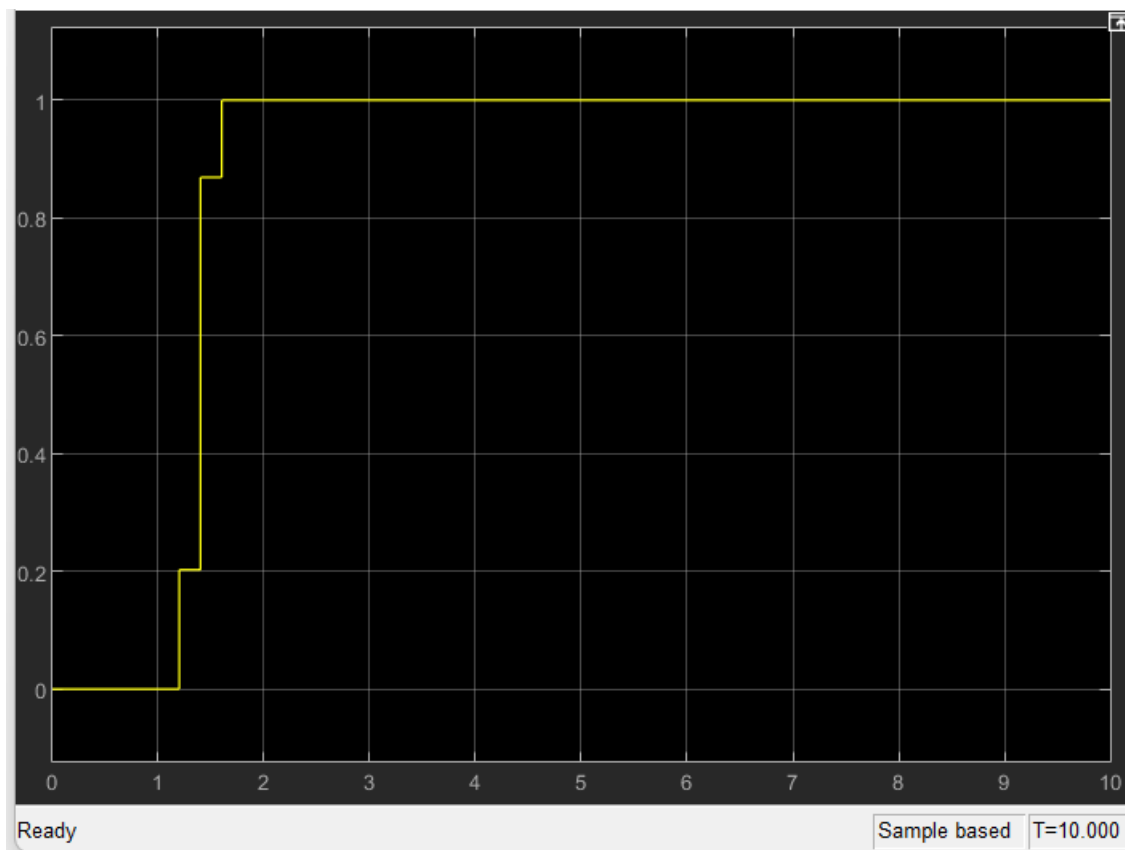
برای اینکه خروجی حتما ورودی که پله است را دنبال کند نیز یک K_{follow} باید بر سر ورودی قرار دهیم. این ضریب از معکوس مقدار نهایی سیستم در $z=1$ به دست می آید.

```
k_follow= (C*(eye(3)-Ge+H*K)^-1*H)^-1;
```

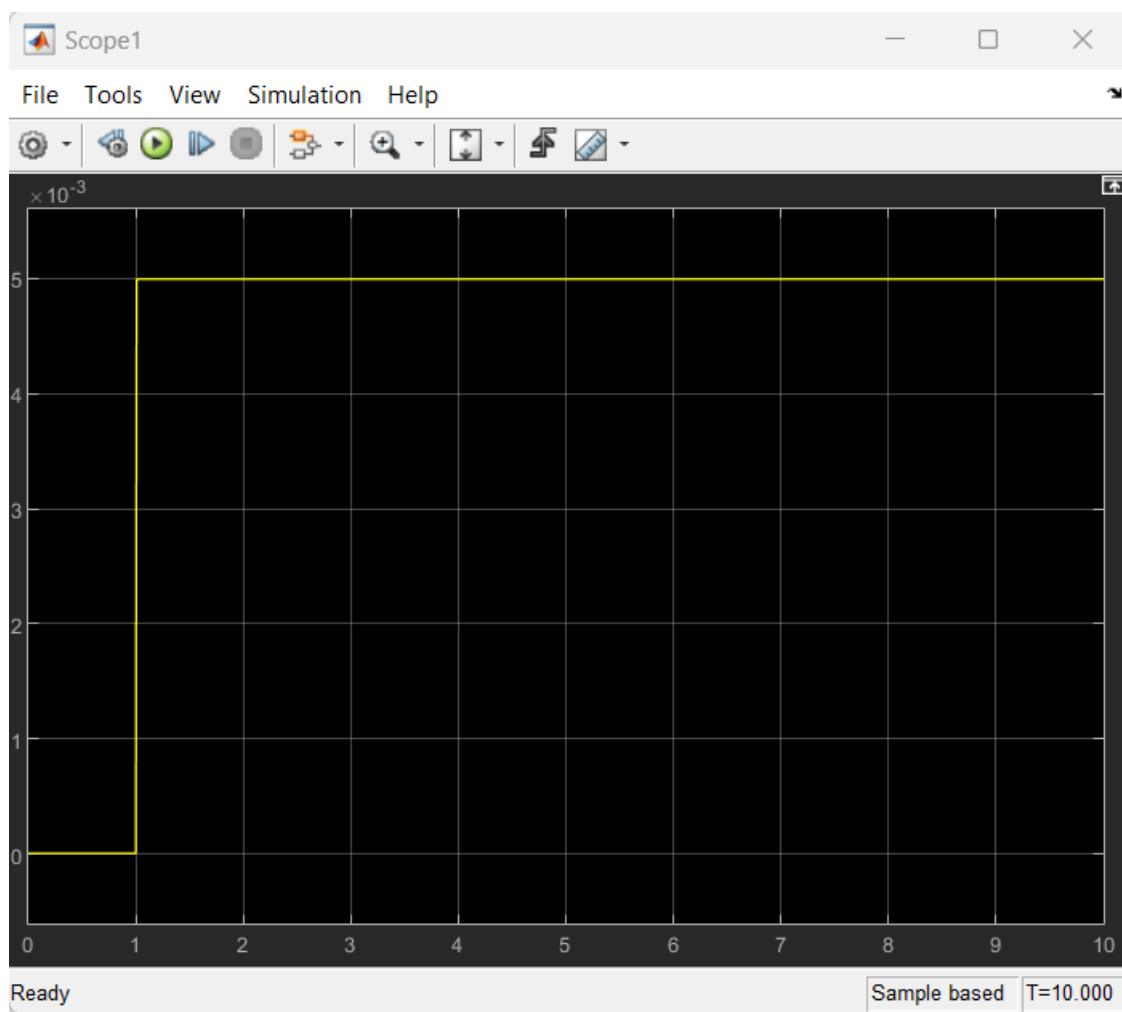
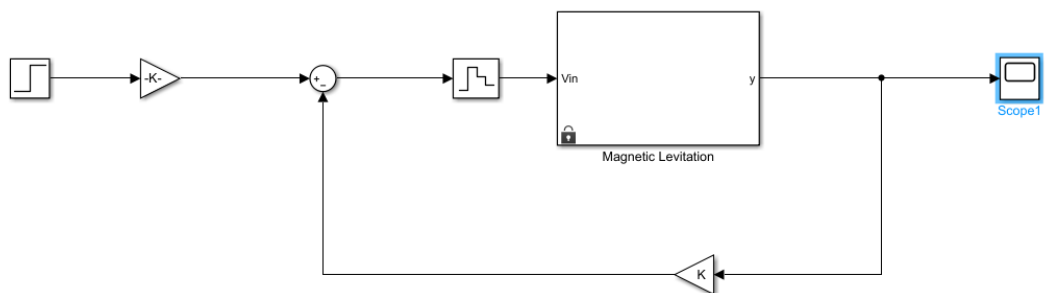
$$K_{\text{follow}} = 6.7775$$

در محیط سیمولینک فیدبک حالت را برای قسمت خطی پیاده سازی میکنیم:





K را برای سیستم غیرخطی هم اعمال میکنیم:



سوال 11

برای به دست آوردن L از رابطه آکرمن استفاده میکنیم و به صورت زیر می شود.

$$L = \varphi(G)N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

برای اینکه پاسخ مرده نوش داشته باشد باید $\varphi(G) = G^3$ شود. بنابراین L به صورت زیر به دست می آید.

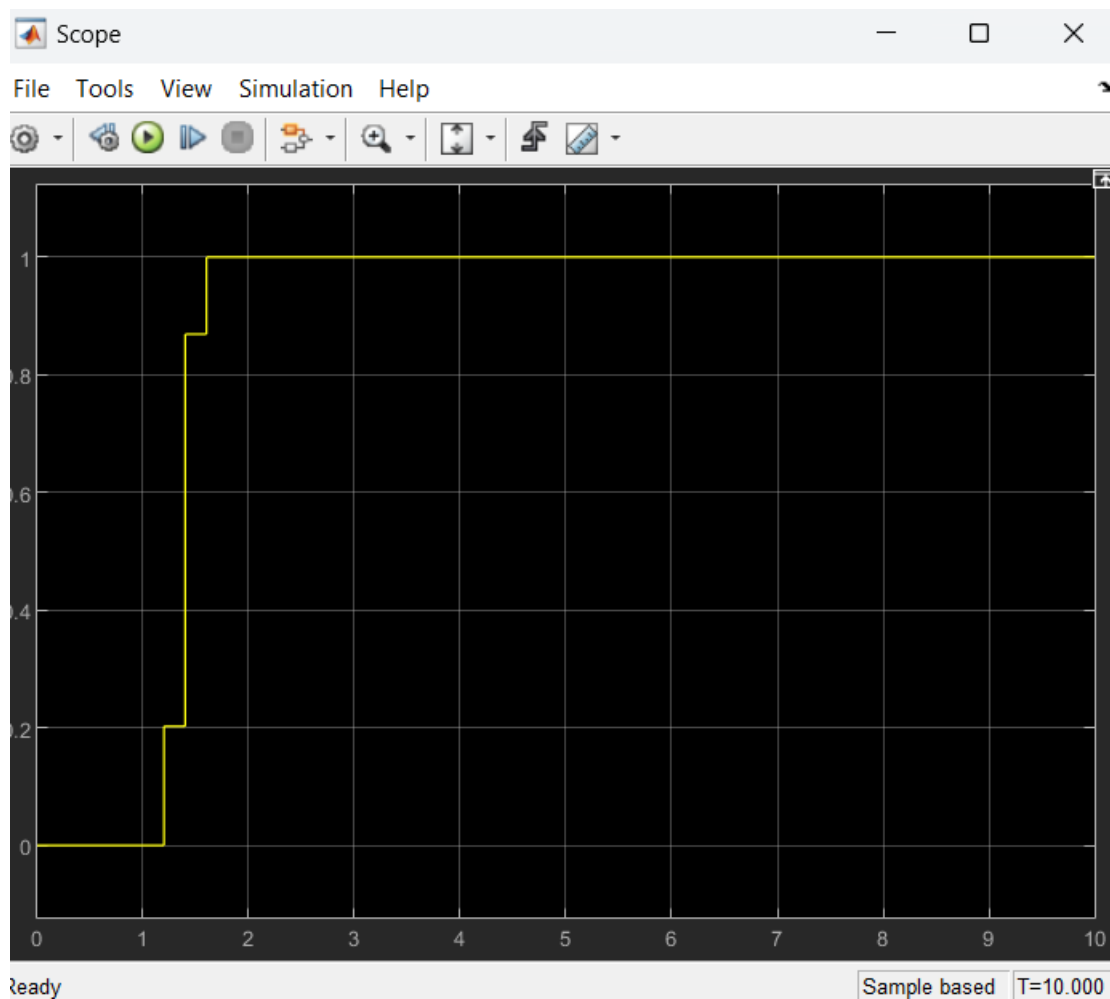
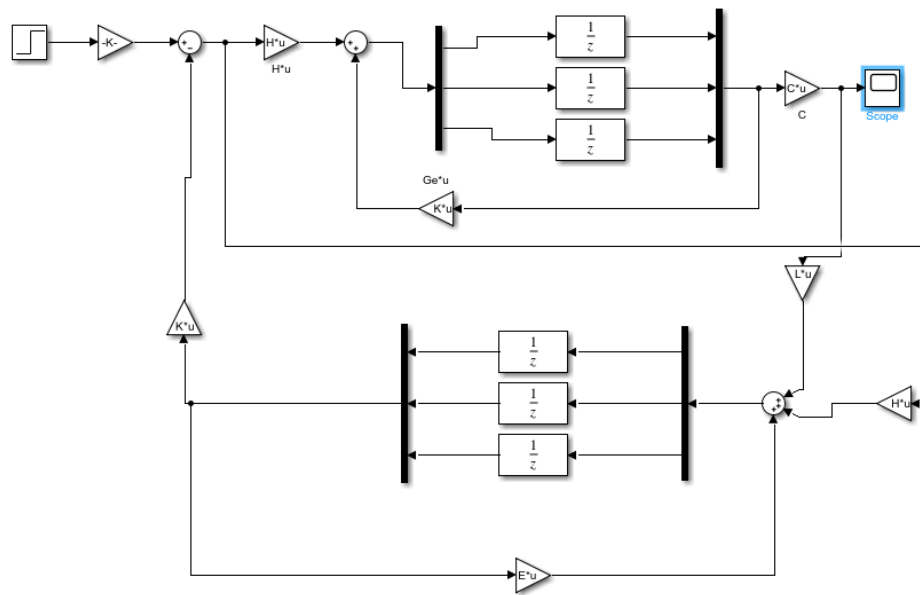
$$L = \begin{bmatrix} 3 \times 1 \\ 2.6106 \\ 191.2391 \\ 0.0650 \end{bmatrix}$$

```
phi = Ge*Ge*Ge;
l = phi*inv(N)*[0;0;1]
```

ماتریس E را هم محاسبه میکنیم:

$$\begin{aligned} E_- &= G_- - L_- * C_-; \\ E &= T * E_- * T^{-1}; \end{aligned}$$

رویتگر را به این شکل در محیط سیمولینک پیاده سازی میکنیم:



برای سیستم غیرخطی:

