



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN**



División de Matemáticas e Ingeniería
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y
Computación

Proyecto Final

**Divergencia y rotacional aplicado a imágenes médicas
para detectar irregularidades en tomografías**

Profesora:

Socorro Martínez José

Alumnos:

Hernandez Espinoza Gabriel Emanuel

Fecha: 12 de mayo de 2025

Índice

1. Descripción del Modelo	2
2. Definiciones documentadas	2
3. Lluvia de ideas	3
4. Diagrama Lotus Blossom	3
5. Diagrama Ishikawa	4
6. Prueba VIDEO y enlace del video	4
7. Respuesta a las preguntas	5
8. Contexto del modelo	6
9. Utilidad del modelo	8
10. Formulación del modelo	8
11. Nodos y rutas	9
12. Infografía	10
13. Relación del modelo con la tecnología actual	11
14. Conclusiones	11
15. Fuentes de consulta	13

1. Descripción del Modelo

La divergencia y el rotacional son operadores fundamentales en el procesamiento de imágenes médicas, particularmente en tomografías y resonancias magnéticas. Estos conceptos permiten identificar anomalías como tumores, malformaciones vasculares o inflamaciones mediante el análisis de flujos, texturas y patrones tisulares.

Un ejemplo es el flujo óptico, que calcula el movimiento de estructuras entre imágenes consecutivas y puede representarse como un campo vectorial. Esta representación permite asociar:

- **Divergencia** ($\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$) como medida de expansión o contracción local, útil para identificar:
 - * Tumores, donde regiones con alta divergencia indican crecimiento anómalo
 - * Hemorragias, donde áreas con divergencia negativa reflejan acumulación de fluidos
- **Rotacional** ($\nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$) para detectar vórtices o torsiones, permitiendo identificar:
 - * Vasos sanguíneos retorcidos, como en malformaciones arteriovenosas
 - * Tejidos inflamados, mediante la detección de flujo sanguíneo turbulento

2. Definiciones documentadas

1. Divergencia en Imágenes Médicas

"La divergencia de un campo vectorial cuantifica la tasa neta de expansión o contracción en una región. En imágenes médicas, valores altos de divergencia señalan acumulaciones anormales (ej.: tumores), mientras que valores negativos sugieren pérdida de volumen (ej.: atrofia)."

— Weickert & Schnörr, *SIAM Journal on Imaging Sciences* (2011).

2. Rotacional (Vorticidad) en Diagnóstico por Imágenes

"El rotacional mide la rotación local en un campo vectorial. En angiografías por TC, un rotacional no nulo puede indicar flujos turbulentos, útiles para detectar estenosis o aneurismas."

— Möller et al., *Methods of Information in Medicine* (2012).

3. Campo Vectorial de Deformación

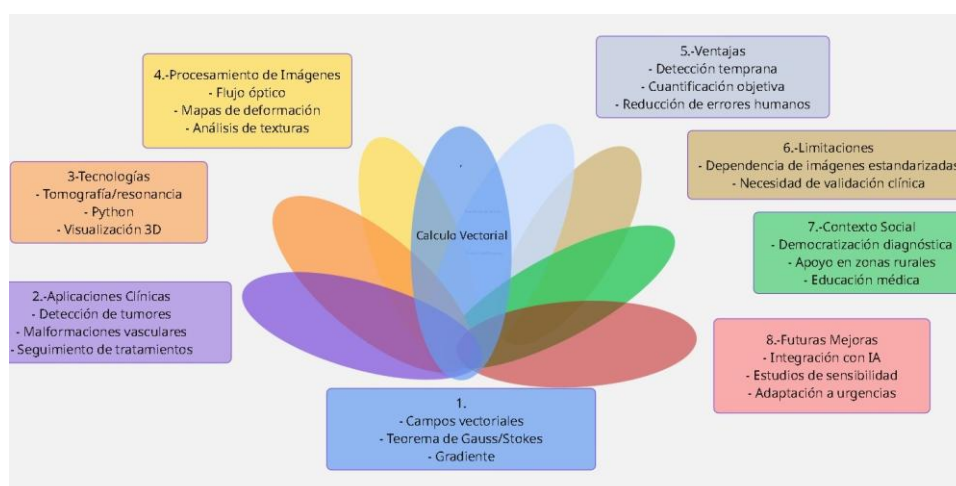
"Un campo de deformación es una representación matemática de cómo los tejidos se desplazan entre dos estados. Se usa en registro de imágenes para cuantificar cambios morfológicos en enfermedades como el Alzheimer o el cáncer."

— Rueckert et al., *Medical Image Analysis* (1999).

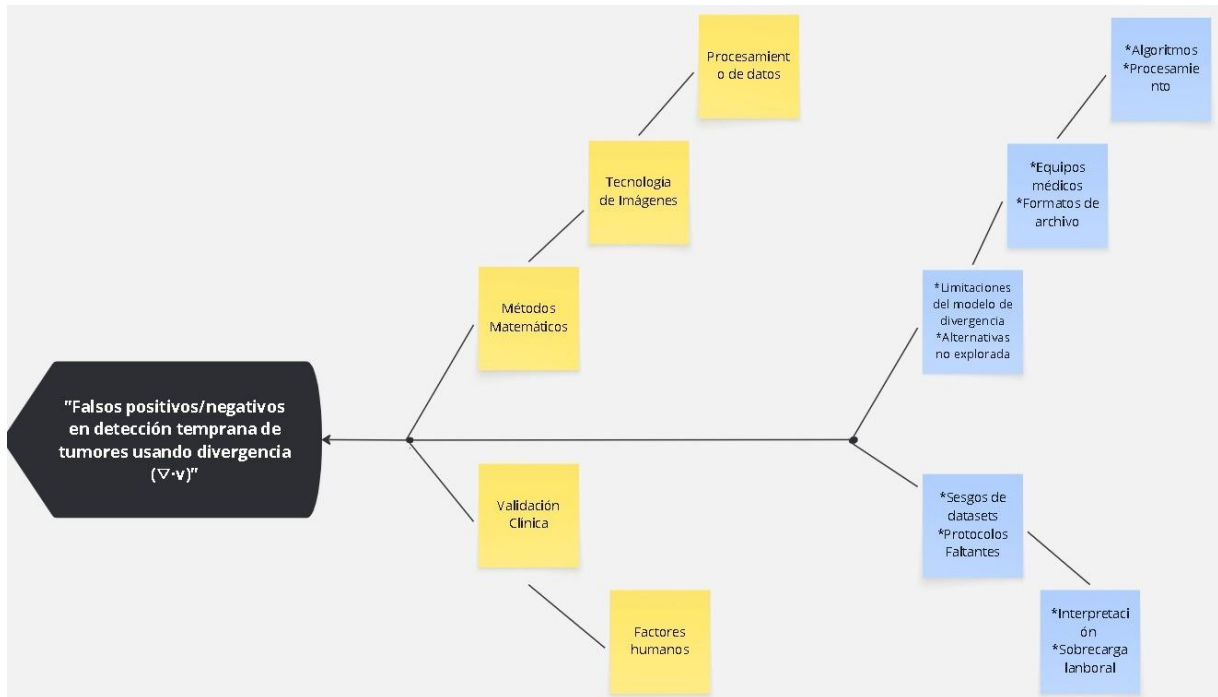
3. Lluvia de ideas



4. Diagrama Lotus Blossom



5. Diagrama Ishikawa



6. Prueba VIDEO y enlace del video



Enlace al video de prueba: <https://vimeo.com/1083197065/ffbf4edaec?share=copy>

7. Respuesta a las preguntas

1. ¿Se ha determinado quién o qué resuelve el modelo matemático?

Sí, aunque con limitaciones. El algoritmo de flujo óptico de Farneback, implementado en Python, calcula el campo vectorial. Los mapas de divergencia y rotacional se exportan mediante herramientas como Excel y MATLAB para su posterior análisis.

2. ¿Se ha determinado el efecto o situación que el modelo matemático resuelve?

Sí. El modelo detecta diferencias sutiles entre imágenes médicas, como expansión, contracción o torsión de tejidos. No obstante, no realiza diagnósticos clínicos ni clasifica lesiones específicas.

3. ¿Se ha determinado si el modelo resuelve el problema en el momento adecuado?

Es eficaz para análisis controlados en entornos académicos, con tiempos de procesamiento reducidos. Sin embargo, no es adecuado para urgencias médicas, pues carece de integración con sistemas clínicos hospitalarios.

4. ¿Se ha determinado el escenario ideal que el modelo resuelve?

Su funcionamiento óptimo requiere imágenes del mismo paciente y región anatómica, bajo condiciones similares. Es particularmente útil para comparar estudios previos y posteriores a tratamientos, o para analizar cortes consecutivos.

5. ¿Se ha determinado si el modelo resuelve para otros posibles escenarios en que se presente el problema?

No. El modelo pierde precisión en condiciones no controladas, como al comparar imágenes de diferentes pacientes o modalidades. Siempre requiere validación médica para su interpretación clínica.

6. ¿Se ha determinado cuál es la magnitud del impacto del modelo sobre el problema que resuelve?

Su impacto principal es académico: es valioso para docencia e investigación básica. Sin embargo, no existen estudios que demuestren su sensibilidad o especificidad diagnóstica en aplicaciones médicas reales.

8. Contexto del modelo

El desarrollo de modelos matemáticos aplicados al análisis de imágenes médicas, especialmente aquellos basados en conceptos del cálculo vectorial como la divergencia y el rotacional, ha ganado relevancia en la última década como respuesta a limitaciones técnicas, operativas y sociales en los sistemas de diagnóstico por imagen. Esta iniciativa busca optimizar el análisis clínico, democratizar el acceso a diagnósticos más precisos y reducir los errores humanos asociados a la interpretación visual.

Uno de los principales desafíos es la detección temprana de anomalías. La interpretación de imágenes médicas depende en gran medida de la experiencia subjetiva del radiólogo, lo que puede derivar en variabilidad interobservador e incluso en falsos negativos, especialmente en casos de tumores pequeños o malformaciones vasculares incipientes. Según Weickert y Schnörr (2011), esta limitación es particularmente notoria en tejidos complejos como el cerebral o el pulmonar. Möller et al. (2012) complementan esta visión al destacar que hasta un 20 % de las estenosis arteriales pueden pasar desapercibidas en angiografías por tomografía computarizada, debido a la dificultad de identificar flujos turbulentos sin herramientas de análisis cuantitativo.

A esta problemática se suma la sobrecarga estructural de los sistemas de salud, donde la demanda de estudios de imagen supera la capacidad operativa de muchos servicios de radiología. En países como Estados Unidos, la FDA reporta más de 40 millones de tomografías anuales, lo que ha derivado en tiempos de espera prolongados y mayor riesgo de errores diagnósticos. Rueckert et al. (1999) advierten que esta presión incrementa la posibilidad de fallos humanos y dificulta el seguimiento de patologías evolutivas. Ante este panorama, la implementación de modelos automatizados de análisis, como los que emplean flujo óptico de Farnebäck y cálculo vectorial, permite reducir la dependencia del análisis manual, acelerar la identificación de patrones críticos y liberar recursos humanos para casos de mayor complejidad.

Por otra parte, los avances tecnológicos en imagenología han generado un volumen de información tan amplio y detallado que, si bien representa una oportunidad, también exige herramientas más precisas para su interpretación. Las técnicas modernas como la resonancia magnética de alto campo (3T) o la tomografía computarizada multi-detector ofrecen reconstrucciones tridimensionales con resoluciones submilimétricas, lo que requiere de modelos matemáticos capaces de cuantificar cambios morfológicos y dinámicos. La divergencia, por ejemplo, permite identificar zonas de crecimiento anómalo al detectar expansión local de tejidos, mientras que el rotacional aporta información sobre torsiones o desplazamientos circulares, útiles para caracterizar flujos vasculares o deformaciones mecánicas. El SIAM Journal on Imaging Sciences (2011) evidenció que modelos basados en estas propiedades detectan hasta un 15 % más de microtumores en imágenes por resonancia de difusión, comparados con la inspección

visual convencional.

En este contexto, el estudio de Kanberoglu et al. (2019) propone un enfoque basado en flujo óptico para la interpolación de datos de velocimetría que minimiza la divergencia resultante. Esta metodología mejora la interpolación de conjuntos de imágenes biomédicas tridimensionales, especialmente cuando las imágenes adquiridas presentan anisotropía debido a diferencias en la resolución espacial. Al minimizar la divergencia en los datos interpolados, se logra una representación más coherente de los flujos internos, lo que es crucial para aplicaciones como la resonancia magnética de flujo y la tomografía computarizada de perfusión.

Asimismo, Zhang et al. (2023) desarrollaron un método optimizado basado en flujo óptico para el seguimiento cuantitativo de la deformación del diafragma derecho mediante imágenes de ultrasonido. Este algoritmo permite analizar automáticamente el ciclo respiratorio, desplazamientos intercuadro y acumulativos en direcciones vertical y horizontal, así como la deformación global del diafragma. En su estudio, se observaron diferencias significativas en los desplazamientos entre sujetos sanos y pacientes bajo ventilación mecánica, lo que demuestra la utilidad de este enfoque para evaluar la función diafragmática de manera no invasiva y en tiempo real.

El impacto de estos modelos no se limita a lo técnico, sino que abarca también dimensiones sociales relevantes. En regiones con escasez de especialistas, como muchas zonas rurales o países en vías de desarrollo, los modelos automatizados podrían facilitar el acceso a un diagnóstico inicial confiable, disminuyendo la brecha entre atención primaria y especializada. Asimismo, la Organización Mundial de la Salud ha señalado que cerca del 30 % del gasto en imagenología se relaciona con la repetición de estudios causados por errores iniciales o lecturas imprecisas; una situación que estos modelos podrían mitigar significativamente. Por último, el ámbito educativo también se beneficia: universidades y hospitales docentes están comenzando a integrar mapas de divergencia y rotacional en sus programas de formación, ayudando a estudiantes a desarrollar habilidades para reconocer patrones complejos desde un enfoque matemático y visual complementario.

En suma, la necesidad de contar con herramientas objetivas, rápidas y precisas para el análisis de imágenes ha impulsado la creación de modelos matemáticos que permiten cuantificar fenómenos internos de forma coherente con la realidad fisiológica. Aunque no pretenden reemplazar al juicio clínico, su integración en entornos hospitalarios y académicos representa un paso hacia la modernización de la medicina diagnóstica. El potencial de estos modelos se proyecta no solo en la mejora de la eficiencia clínica, sino en su contribución a la equidad en salud y la formación médica de futuras generaciones.

9. Utilidad del modelo

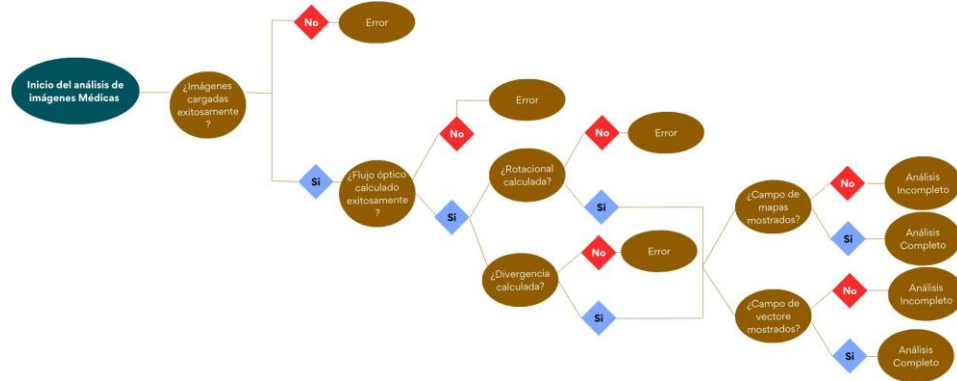
El análisis de imágenes médicas es una tarea compleja debido a que las diferencias entre imágenes como tomografías o resonancias suelen ser sutiles y difíciles de identificar visualmente. Los cambios internos de los tejidos pueden ser mínimos y no siempre se reflejan de manera clara en las imágenes, lo que puede generar dificultades en su interpretación.

Esto representa un obstáculo significativo tanto en el diagnóstico como en el seguimiento de la progresión de un tratamiento, especialmente cuando las alteraciones no son evidentes a simple vista. En la medicina, contar con herramientas precisas para detectar variaciones entre estudios consecutivos es fundamental.

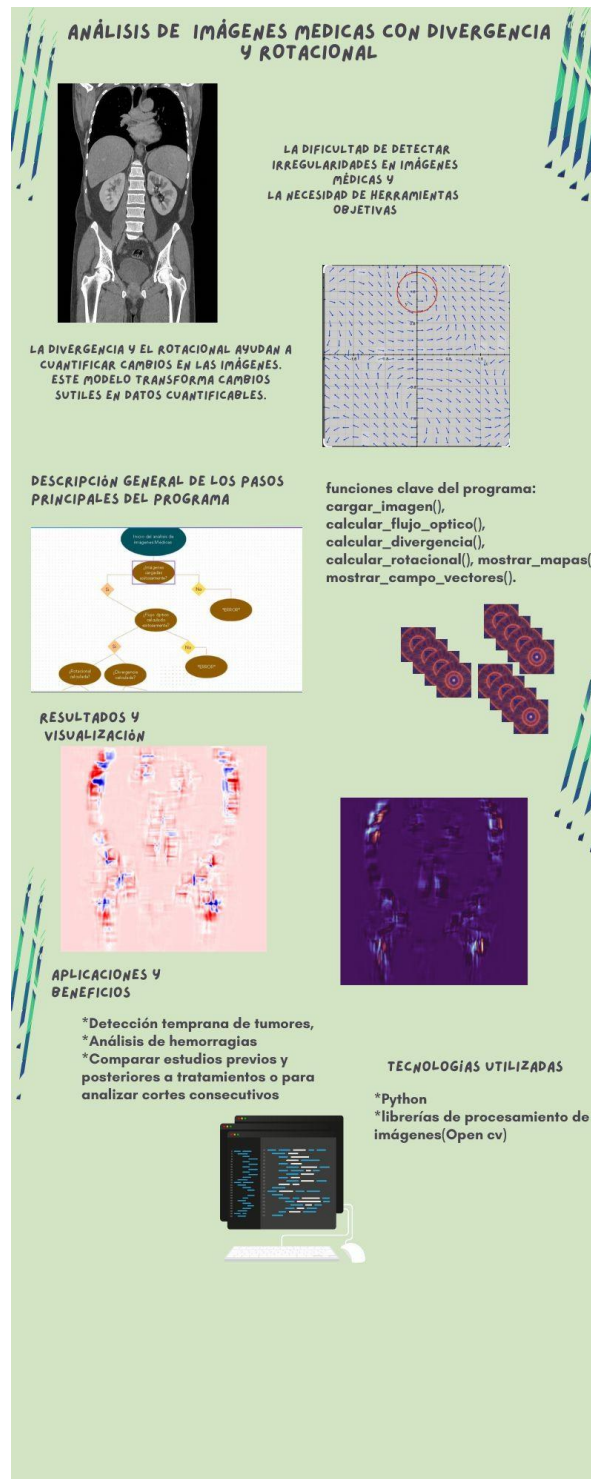
10. Formulación del modelo

Este modelo, mediante el uso de divergencia y rotacional, transforma esos cambios en datos cuantificables. A través de parámetros y rangos específicos, puede mejorar la precisión del diagnóstico, lo cual es esencial en un campo donde la exactitud es crucial. Además, al ofrecer representaciones gráficas claras de las alteraciones internas, se facilita la detección de irregularidades que de otro modo podrían pasar desapercibidas. Estos mapas no solo ofrecen una representación objetiva de las diferencias entre las imágenes, sino que también permiten a los profesionales de la salud comprender rápidamente la localización, extensión y naturaleza de las irregularidades detectadas. Esto, a su vez, permite tomar decisiones clínicas más informadas y oportunas, mejorando así el tratamiento y la atención al paciente.

11. Nodos y rutas



12. Infografía



13. Relación del modelo con la tecnología actual

Este modelo representa una herramienta complementaria y didáctica dentro de las tecnologías actuales de procesamiento de imágenes médicas. Aunque no compite con métodos avanzados basados en redes neuronales para segmentación, clasificación y diagnóstico automatizado, su valor reside en la interpretación física de los datos y su bajo costo computacional. Resulta particularmente útil para visualizar deformaciones locales y como recurso educativo para comprender aplicaciones del cálculo vectorial en medicina.

Además, el modelo podría integrarse en pipelines de análisis como etapa de preprocesamiento, extrayendo características vectoriales (como zonas de compresión o torsión) que sirvan como input para sistemas de inteligencia artificial más complejos. Su principal ventaja radica en la visualización intuitiva de cambios entre imágenes, lo que lo convierte en un valioso complemento para enfoques clínicos y de investigación, especialmente en contextos donde la transparencia metodológica es fundamental.

14. Conclusiones

Este proyecto muestra una de la muchas aplicaciones del cálculo vectorial en la vida real, en este caso, en el ámbito médico, este proyecto solo es un borrador o boceto de lo que realmente sucede en el campo de la medicina, ya que es algo muy complejo y difícil al tratarse de poner en funcionamiento una herramienta en la cual se involucran vidas humanas.

Este proyecto funciona por medio del uso de la divergencia y rotacional, dando un alto valor aplicado en el análisis de imágenes médicas, al facilitar la identificación de irregularidades como tumores, torsiones vasculares o acumulación de fluidos a través del estudio de campos vectoriales derivados del flujo óptico en sistemas funcionando en hospitales.

Si bien este modelo no reemplaza a los sistemas clínicos automatizados, no ofrece un diagnóstico médico definitivo, representa una herramienta didáctica y complementaria que permite comprender y visualizar con claridad los cambios morfológicos entre cortes o imágenes tomográficas. Su valor radica no solo en su capacidad de cuantificación objetiva de fenómenos internos.

Este proyecto es solo un opción viable para su uso en contextos académicos, especialmente en la formación nosotros como estudiantes de matemáticas aplicadas, demostrando nuevamente que somos capaces de desempeñarnos en cualquier campo o ámbito de estudio; como estudiantes de MAC obviamente habrá cosas en las que necesitaremos ayuda, como fue el caso de este proyecto, ya que nos apoyamos de la Inteligencia Artificial debido a que no contamos con conocimientos médicos o

biológicos fundamentales para la interpretación de los resultados.

Sin embargo, se reconoce que el modelo posee limitaciones importantes, ya que requiere condiciones altamente controladas (como imágenes del mismo paciente, en la misma posición y modalidad) para garantizar resultados fiables. Además, su efectividad disminuye cuando se aplica a imágenes de diferentes pacientes o con variaciones de calidad y resolución. A pesar de ello, el enfoque propuesto puede integrarse como etapa de preprocesamiento aportando datos vectoriales como insumos para sistemas de inteligencia artificial o redes neuronales profundas. Es importante resaltar que ahora, con el auge de la I.A, sistemas de IA supervisados y entrenados por médicos, los diagnósticos médicos podrían darse con años de anticipación (WHO ,2023). Asimismo la I.A colaboraría en la agilización de trámites, optimizando los tiempos de espera para consultas, operaciones o pruebas de laboratorio.

Con la ayuda de la IA , se podrá analizar datos de historial médico, hábitos de vida y factores genéticos. Por ejemplo, si una familia es propensa a padecer cáncer, se podría predecir qué familiar es más propenso a padecer dicha enfermedad. La I.A ha demostrado ser eficaz en la detección temprana de enfermedades, debido a que detecta patrones que muchos médicos pasan por alto, según la investigación realizada por IBM (IBM, A.I in medicine ,2023).

A pesar de que ya existen múltiples modelos y sistemas de IA en el sector de la salud alrededor del mundo, el desarrollar uno propio, permitiría al país independizarse de proveedores externos y fortalecer su autonomía tecnológica. Desarrollar tecnología propia asegura la soberanía tecnológica, lo que también permitiría una mayor adaptabilidad y personalización a las necesidades del país, dependiendo sus necesidades, además de brindar una mayor independencia económica.

En términos sociales y educativos, el modelo contribuye a reducir la carga diagnóstica en regiones con escasez de radiólogos o ayudar al personal médico reduciendo la carga de trabajo , disminuir el margen de error en la interpretación visual de imágenes médicas e incluso, se ha demostrado en investigaciones que el uso de la Además, resulta valioso como recurso de enseñanza, al permitir a los estudiantes relacionar conceptos abstractos del cálculo vectorial con problemas del mundo real.

La implementación de modelos matemáticos como el aquí desarrollado no solo fomenta la modernización del diagnóstico por imagen, sino que también impulsa la implementación e innovación de la tecnología en el sector salud y la mejora en la formación de profesionales capaces de integrar el pensamiento analítico con la tecnología médica.

15. Fuentes de consulta

Referencias

- [1] Gul, S., Javed, H., Khan, M. A., Khan, K. M. (2019). Computer-aided diagnosis of breast cancer: Performance comparison of supervised machine learning techniques. *Journal of Healthcare Engineering*, 2019, 9435163. <https://doi.org/10.1155/2019/9435163>
- [2] Hu, Y., Yang, X., Zhu, D., Zhao, J. (2024). Deep learning-based automatic liver tumor detection with spatial attention. *Scientific Reports*, 14, 10477. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-65896-3>
- [3] Kaur, M., Arora, A. (2023). Evaluation of hybrid CNN models for detection of breast cancer in mammographic images. *BMC Medical Imaging*, 23, Article 66. <https://doi.org/10.1186/s12880-023-01066-7>
- [4] Kelm, B. M., et al. (2012). Detection of pulmonary nodules using a combination of rule-based and machine learning approaches. *Methods of Information in Medicine*, 51(6), 497–507. <https://doi.org/10.3414/ME12-01-0109>
- [5] Lee, A. B., Luca, D., Bickel, P. J. (2011). Learning trees for spatial data: The filtering canonical correlation forest. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 4(1), 143–161. <https://doi.org/10.1137/100786770>
- [6] Expansión Política. (2019, febrero 4). Negligencias médicas y otras faltas ponen al IMSS bajo la lupa de la CNDH. Expansión. <https://politica.expansion.mx/mexico/2019/02/04/negligencias-medicas-y-otras-faltas-ponen-al-imss-bajo-la-lupa-de-la-cndh>
- [7] World Health Organization. (2021, junio 28). WHO issues first global report on AI in health and six guiding principles for its design and use. World Health Organization. <https://www.who.int/news/item/28-06-2021-who-issues-first-global-report-on-ai-in-health-and-six-guiding-principles-for-its-design-and-use>
- [8] IBM. Artificial intelligence in medicine. IBM. <https://www.ibm.com/topics/artificial-intelligence-medicine>. Accessed October 1, 2024.
IBM. AI healthcare benefits. IBM. <https://www.ibm.com/think/insights/ai-healthcare-benefits>. Accessed October 1, 2024
- [9] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2024). Estadísticas de Defunciones Registradas (EDR), enero-marzo de 2015 a 2024. INEGI. https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2024/EDR/EDR2024_1erT.pdf