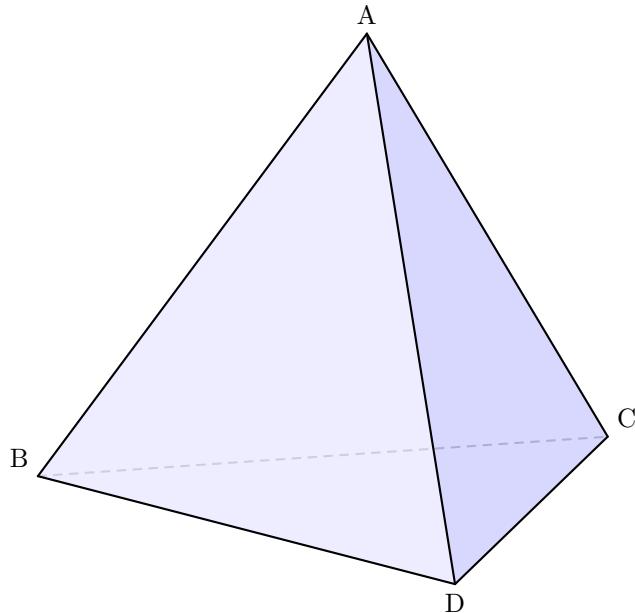


【チェック問題：正四面体】

1辺の長さが 6 の正四面体 T_1 を考える。



- (1) T_1 において、頂点から底面に下した垂線は底面の重心を通る。このことを証明せよ。
- (2) T_1 の底面積 A_1 , 体積 V_1 , 内接球の半径 r_1 , 外接球の半径 R_1 をそれぞれ求めよ。
- (3) T_1 の底面と側辺のなす角を θ とするとき、 $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ を求めよ。
- (4) T_1 の二つの面のなす角度を ϕ とする。 $\tan\phi$ を求めることにより、 $\phi = \pi - 2\theta$ であることを示せ。

各辺の中点を結んでできる正四面体を T_2 とする。同様にして T_3, T_4, \dots, T_n を作る。

- (5) T_2 の体積 V_2 を V_1 を用いて表せ。
- (6) T_n の体積 V_n を求めよ。
- (7) $S_n = \sum_{k=1}^n V_k$ を求めよ。

T_1 の頂点を A, B, C, D とする。各頂点には、それぞれランプが設置されている。ある頂点のランプが点灯したとき、その 1 秒後には、現在点灯している頂点に隣接する 3 つの頂点のうち、いずれか 1 つのランプが等確率で点灯し、それまで点灯していたランプは消灯するものとする。0 秒のとき、 A のランプが点灯を開始した。 n 秒後に A のランプが点灯する確率を p_n とし、以下の問いに答えよ。

- (8) p_0, p_1 を求めよ。
- (9) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。
- (10) p_n を求めよ。