2025-11-A3

2 次関数 $f(x) = -x^2 + 6x + 2a - 12$ と 2 次不等式 $x^2 - 3ax + 2a^2 \leq 0 \cdots$ ① がある．ただし，a は定数とする．

(1) $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ．また，そのときの x の値を求めよ．

(2) 不等式①を解け．

(3) $a > 0$ とする．不等式①を満たすすべての x について，$f(x) < 0$ となるような a の値の範囲を求めよ．

2025-11-A4

多項式 $P(x) = x^3 - (2a+1)x^2 + (a+6)x + a - 6$ がある．ただし，a は実数の定数とする．

(1) $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りを求めよ．

(2) $P(x)$ を因数分解せよ．また，方程式 $P(x) = 0$ が $x = 1$ を 2 重解にもつような a の値とそのときの $x = 1$ 以外の解を求めよ．

(3) 方程式 $P(x) = 0$ の解がすべて実数であり，それらがすべて 1 以上になるような a の値の範囲を求めよ．

2025-11-A6

$a=\dfrac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$ とし，a の小数部分を b とする．

(1) a の分母を有理化せよ．

(2) b の値を求めよ．また，b^2+8b の値を求めよ．

(3) a^2-b^2-a+b の値を求めよ．また，$(b+2)(b+3)(b+5)(b+6)$ の値を求めよ．

2025-11-A7

箱の中に，$1, 1, 2, 2, 2, 2$ の 6 枚のカードが入っている．この箱から 2 枚のカードを同時に取り出し，取り出したカードに書かれた 2 つの数を記録してから元に戻す試行を 2 回行う．1 回目に記録した 2 つの数の和を a，2 回目に記録した 2 つの数の和を b とし，$X = a \times b$ とする．

(1) $a = 2$ である確率を求めよ．また，$a = 3$ である確率を求めよ．

(2) $X = 4$ である確率を求めよ．また，$X = 8$ である確率を求めよ．

(3) $X > 8$ であるとき，$a > b$ である条件付き確率を求めよ．

2025-11-B3

2 つの多項式 $P(x) = x^3 - ax^2 + 11x - 6$ と $Q(x) = (x-2)(x+1)$ があり，$P(2) = 0$ である．ただし，a は実数の定数とする．

(1) a の値を求めよ．また，方程式 $P(x) = 0$ を解け．

(2) k は実数の定数とする．方程式 $P(x) + kQ(x) = 0 \cdots$① の解がすべて実数であるような k の値の範囲を求めよ．

(3) (2) のとき，方程式①の 3 つの実数解を α, β, γ とする．

$$\alpha + \beta + \gamma = |\alpha| + |\beta| + |\gamma| = 16$$

であるとき，k の値を求めよ．また，このとき方程式①を解け．

2025-11-B4

座標平面上に 2 点 $A(4,0), B(0,4)$ がある．線分 AB の中点を M とし，2 点 A, B を直径の両端とする円を C とする．また，直線 $l : y = x + 2$ があり，円 C と直線 l の 2 つの交点を D, E とする．

(1) 点 M の座標を求めよ．また，線分 AB の長さを求めよ．

(2) 円 C の方程式を求めよ．また，線分 DE の長さを求めよ．

(3) 点 $F(6,2)$ とし，円 C 上に点 Q をとり，線分 QF の中点を P とする．点 Q が円 C 上を動くとき，点 P の描く図形の方程式を求めよ．また，このとき，$\triangle DEP$ の面積の最大値を求めよ．

2025-11-B5

$t = \sin\theta - \cos\theta$ がある．

(1) $\sin\theta\cos\theta$ を t を用いて表せ．

(2) t を $t = r\sin(\theta + \alpha)$ $(r > 0, -\pi \leq \alpha < \pi)$ の形で表せ．また，$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき，t のとり得る値の範囲を求めよ．

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ とする．関数 $y = 2(\sin\theta - \cos\theta) - 2\sin\theta\cos\theta + 3$ のとり得る値の範囲を求めよ．また，$y = a$ を満たす θ の値がちょうど 4 個となるような定数 a の値の範囲を求めよ．

2025-11-B6

関数 $f(x)=2x^3-3ax^2+12x+1$ があり，$f'(3)=12$ を満たしている．ただし，a は定数とする．

(1) a の値を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ の極大値，極小値をそれぞれ求めよ．また，関数 $f(x)$ の極大値を p とすると，$f(x)=p$ を満たす x の値を求めよ．

(3) k を正の定数とする．$0 \leq x \leq k$ における関数 $f(x)$ の最大値を M とする．$M=10k$ のとき，k の値を求めよ．

2025-11-B7

等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_1 = 1, a_2 + a_3 = 14$ を満たしている．また，等比数列 $\{b_n\}$ があり，公比は 1 より大きく，$b_2 = 4, b_1 + b_2 + b_3 = 14$ を満たしている．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ．

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ．

(3) $a_n < 100$ を満たす最大の自然数 n を N とする．N の値を求めよ．また，$c_n = b_n + 1$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ とし，数列 $\{a_n\}$ の項のうち，数列 $\{c_n\}$ の項を除いて小さいものから順に並べた数列を $\{d_n\}$ とする．$\sum_{k=1}^{N} d_k$ を求めよ．

2025-11-B8

平行四辺形 $OACB$ があり，辺 OA を三等分する点を O に近い方から順に D, E とし，辺 AC の中点を F とする．また，$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ とおく．

(1) $\overrightarrow{OE}$ を $\overrightarrow{a}$ を用いて表せ．また，$\overrightarrow{BE}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ を用いて表せ．

(2) 直線 BE 上に点 P をとり，$\overrightarrow{BP} = s\overrightarrow{BE}$（ s は実数）とおく．$\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, s$ を用いて表せ．さらに，点 P が直線 DF 上にあるとき，s の値を求めよ．

(3) (2) の点 P が直線 DF 上にあるとする．また，$|\overrightarrow{a}| = 3, |\overrightarrow{b}| = 2$ ，内積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$ とし，さらに，点 P から直線 OB に垂線を引き，直線 OB との交点を H とする．$\overrightarrow{PH}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ を用いて表せ．また，このとき，$|\overrightarrow{PH}|$ を求めよ．

2026-1-A1

3 つの不等式

$$2x+7 \geq 3x+4 \cdots ①$$
$$(\sqrt{2}+1)x > -1 \cdots ②$$
$$\left| x-\frac{1}{2} \right| \leq k \cdots ③$$

がある．ただし，k は正の定数である．

(1) 不等式①を解け．また，不等式①，②を同時に満たす整数 x の個数を求めよ．

(2) 不等式①，②，③を同時に満たす整数 x がちょうど 3 個となるような k の値の範囲を求めよ．

2026-1-A3

2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+2a$ がある．ただし，a は正の定数とする．

(1) $y=f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ．

(2) $y=f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ．

(3) a の値の範囲を (2) で求めたものとする．$f(-2a)=f(a+3)$ となるような a の値を求めよ．また，$-2a\leq x\leq a+3$ における $f(x)$ の最大値を M ，最小値を m とする．$M-m=16$ となるような a の値を求めよ．

2026-1-A4

円 K に内接する四角形 $ABCD$ があり，$AB = AD, BC = 6, BD = 3\sqrt{7}, \angle BAD = 120^\circ$ である．

(1) 円 K の半径を求めよ．

(2) 辺 AB の長さを求めよ．また，辺 CD の長さを求めよ．

(3) 線分 BE が円 K の直径となるように点 E をとり，辺 CD と直線 BE の交点を F とする．線分 CF の長さを求めよ．

2026-1-A5

$P=|3x+1|, Q=|2x+5|$ がある．

(1) $x=-1$ のとき，P の値を求めよ．また，$x=-\sqrt{7}$ のとき，Q の値を求めよ．

(2) 方程式 $P=2$ を解け．また，$x>0$ のとき，方程式 $P=Q$ を解け．

(3) 方程式 $P+2Q=8$ を解け．

2026-1-A6

座標平面上において，円 $K_1 : x^2+y^2-4x+2y-20=0$ と直線 $l : 3x-4y+a=0$ が接している．また，円 K_1 の中心を A，直線 l と x 軸の交点を B とする．ただし，a は正の定数である．

(1) 点 A の座標と円 K_1 の半径を求めよ．

(2) a の値を求めよ．また，点 B の座標を求めよ．

(3) 円 K_1 と直線 l の接点を C とし，3 点 A, B, C を通る円を K_2 とする．円 K_2 の中心の座標と半径を求めよ．また，点 P が円 K_2 上を動くとき，四角形 $ACBP$ の面積の最大値を求めよ．

2026-1-A7

α は第 4 象限の角であり，$\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ である．また，θ の関数

$$y = 3\sin(\theta - 2\alpha) + \sin\theta \cdots ①$$

がある．

(1) $\cos\alpha$ の値を求めよ．また，$\sin 2\alpha$ の値を求めよ．

(2) 関数①を $\sin\theta, \cos\theta$ を用いて表せ．

(3) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき，関数①の最大値と最小値を求めよ．

2026-1-A8

1 枚の硬貨を 6 回投げる．

(1) 6 回表が出る確率を求めよ．また，4 回表，2 回裏が出る確率を求めよ．

(2) 5 回以上表が連続して出る確率を求めよ．

(3) 4 回だけ表が連続して出る確率を求めよ．また，4 回だけ表が連続して出たとき，1 回目に表が出ている条件付き確率を求めよ．

2026-1-B1

2 つの多項式 $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 5, g(x) = x^2 - 2x + 3$ がある．また，方程式 $g(x) = 0$ の 2 つの解を α, β とする．

(1) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ の値をそれぞれ求めよ．また，$f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの商と余りを求めよ．

(2) $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ．また，$\{f(\alpha)\}^2 + \{f(\beta)\}^2$ の値を求めよ．

2026-1-B3

1 枚の硬貨を 6 回投げる．

(1) 6 回表が出る確率を求めよ．また，4 回表，2 回裏が出る確率を求めよ．

(2) 5 回以上表が連続して出る確率を求めよ．

(3) 4 回だけ表が連続して出る確率を求めよ．また，4 回だけ表が連続して出たとき，1 回目に表が出ている条件付き確率を求めよ．

2026-1-B4

座標平面上に，円 $K : x^2 + y^2 = 5$ があり，円 K 上に x 座標が 1 で，y 座標が正である点 A がある．また，点 A における円 K の接線を l_1 とする．

(1) 点 A の座標を求めよ．また，接線 l_1 の方程式を求めよ．

(2) 接線 l_1 上に x 座標が 2 である点 B をとる．点 B から円 K に引いた 2 本の接線のうち，l_1 と異なる接線を l_2 とし，接線 l_2 と円 K の接点を C とする．このとき，接線 l_2 の方程式を求めよ．また，接点 C の座標を求めよ．

(3) (2) のとき，$\triangle ABC$ の周および内部を表す領域を D とする．x 軸，y 軸ともに接し，さらに，領域 D と共有点をもつ円の半径を r とする．このとき，r の最小値とそのときの円と領域 D の共有点の座標を求めよ．

2026-1-B5

1 より小さい正の数からなる数列 $\{a_n\}$ があり，次のように群に分かれている．

$$\{a_n\} := \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \Big| \ \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}, \Big| \ \frac{1}{18}, \frac{5}{18}, \frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{13}{18}, \frac{17}{18}, \Big| \ \frac{1}{24}, \ldots$$

第 k 群には，分母が $6k$ で，分子が 6 で割ると 1 または 5 余るような $6k$ 未満の自然数であるすべての分数が小さい順に並んでいる（ $k = 1, 2, 3, \ldots$ ）．ただし，各項は約分されていないものとする．

(1) 第 4 群に含まれる項数，項の総和をそれぞれ求めよ．

(2) 第 k 群に含まれる項数，項の総和をそれぞれ k を用いて表せ．

(3) a_{1000} は第何群に含まれるか答えよ．また，

$$\sum_{k=1}^{1000} a_k$$

を求めよ．

2026-1-B6

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ があり，辺 AB を $3:1$ に内分する点を D，辺 OC を $1:3$ に内分する点を E とし，線分 DE の中点を M とする．また，$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする．

(1) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ．また，$\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AM}$（$k$ は実数）となる点 P をとる．$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, k$ を用いて表せ．また，点 P が平面 OBC 上にあるとき，k の値を求めよ．

(3) (2) のとき，点 P から直線 OA に引いた垂線と直線 OA の交点を H とする．$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ．

2026-1-B7

a, b を実数の定数とし，$a > 2$ とする．3 次関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+2)x^2 + bx$ があり，$f'(2) = 0$ を満たしている．

(1) b を a を用いて表せ．

(2) $f(x)$ の極大値と極小値を a を用いて表せ．

(3) $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値を M とする．M を求めよ．

2026-1-B8

実数 x, y があり，等式 $\log_2 y = 2\log_4(1-x)+1 \cdots$① を満たしている．

(1) $x=-3$ のとき，等式①を満たす y の値を求めよ．

(2) 等式①が成り立つとき，x のとり得る値の範囲を求めよ．また，y を x を用いて表せ．

(3) k を実数の定数とする．等式①と等式 $2^{-y+3}-3\cdot 2^x = k$ をともに満たす x と y の値の組がちょうど 2 組存在するような k の値の範囲を求めよ．

2026-1-B2　三角関数の学習を終えた太郎さんと花子さんは，先生に次の $\boxed{\text{問題 A}}$ を与えられた．

> **問題 A**　a を定数とする．θ についての方程式 $\sin\theta + a\sin^2\theta = 0 \quad (0 \leqq \theta < 2\pi) \cdots\cdots$ ①
> があり，1 つの解が $\frac{\pi}{6}$ である．a の値を求めよ．また，方程式①の他の解をすべて求めよ．

2 人は次のように話している．

> 太郎：まず，方程式①は $\sin\theta(1 + a\sin\theta) = 0$ と変形できるから，$\sin\theta = 0$ または $1 + a\sin\theta = 0$ のときに分けることができるね．
> 花子：そうだね．$\sin\theta = 0$ を満たす θ の値に $\frac{\pi}{6}$ は含まれないから，$1 + a\sin\theta = 0$ に $\theta = \frac{\pi}{6}$ を代入すると，a の値がわかりそうだね．
> 太郎：なるほど．それなら解けるかもしれないね．

(1) 次の $\boxed{\text{（ア）}}$，$\boxed{\text{（イ）}}$，$\boxed{\text{（ウ）}}$ に当てはまる最も適当な数を答えよ．

$\sin\frac{\pi}{6}$ の値は $\boxed{\text{（ア）}}$ であるから，$1 + a\sin\theta = 0$ に $\theta = \frac{\pi}{6}$ を代入して，$a = \boxed{\text{（イ）}}$ がわかる．
したがって，方程式①の他の解をすべて求めると，$\theta = \boxed{\text{（ウ）}}$ である．

> 先生：次の $\boxed{\text{問題 B}}$ も解いてみましょう．

> **問題 B**　b を定数とする．θ についての方程式 $\sin\theta + b\sin 2\theta = 0 \quad (0 \leqq \theta < 2\pi) \cdots\cdots$ ②
> があり，1 つの解が $\frac{2}{3}\pi$ である．b の値を求めよ．また，方程式②の他の解をすべて求めよ．

(2) $\boxed{\text{問題 B}}$ を解け．

2025-11-B2

[1]　実数 x に関する条件 p, q を次のように定める．ただし，a は正の定数とする．

$$p : x^2 < a^2 \quad \cdots\cdots ①$$
$$q : x < a^2$$

(1) $a = 3$ のとき，不等式①を解け．

(2) p が q であるための十分条件であるような a の値の範囲を求めよ．

[2]　次の太郎さんと花子さんの会話を読んで，以下の問いに答えよ．

太郎：三角形の線分の長さや角の大きさを求めるには

「正弦定理や余弦定理を利用する」　$\cdots\cdots$ ①

こと以外に別の方法はないのかな．

花子：①のように解くだけでなく

「三角形の面積を 2 通りに表す」　$\cdots\cdots$ ②

ことで，線分の長さや角の大きさを求めることができる場合があるよ．

$\mathrm{AB} = \sqrt{2}$, $\mathrm{BC} = \sqrt{10}$, $\mathrm{CA} = 2$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ を例にして考えてみよう．

太郎：$\angle\mathrm{A}$ の大きさを求めるなら，①の方法で余弦定理を用いればいいね．

$\cos A = \boxed{（ア）}$ より，$A = \boxed{（イ）}$ と求めることができるね．

花子：次に，$\angle\mathrm{A}$ の三等分線と辺 BC の 2 つの交点のうち，B に近い方を D とするとき，

線分 AD の長さを求めてみよう．これは②の方法で解けるよ．

太郎：$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を 2 通りに表してみればいいのかな．まず，$A = \boxed{（イ）}$ である

ことから，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を S とすると $S = \boxed{（ウ）}$ と求められるね．

花子：次に，線分 AD の長さを x とおいて $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を x を用いて表して，これを

S と比べれば，線分 AD の長さ x を求めることができるね．

(1) $\boxed{（ア）}$ に当てはまる数を答えよ．また，$\boxed{（イ）}$ に当てはまるものを，次の **1** ～ **6** のうちから一つ選び，番号で答えよ．

1　30°	**2**　45°	**3**　60°
4　120°	**5**　135°	**6**　150°

(2)　(i) $\boxed{（ウ）}$ に当てはまる数を答えよ．

(ii) 線分 AD の長さを求めよ．

2026-1-A2　m, n を自然数とする．m, n に関する 3 つの条件 p, q, r を次のように定める．

p : $m,\ n$ はともに偶数
q : $3mn$ は偶数
r : $m + 3n$ は偶数

条件 p, q の否定をそれぞれ $\bar{p}, \bar{q}$ で表す．
太郎さんと花子さんがこれらの条件について話している．

太郎：命題「$p \Longrightarrow q$」は真だよね．
花子：そうだね．命題「$q \Longrightarrow p$」はどうかな．
太郎：うーん，偽だと思うけど，どうだろう．
花子：r についても考えてみよう．
太郎：p であることは r であるための $\boxed{\text{（ア）}}$ ね．
花子：r であることは $\bar{q}$ であるための $\boxed{\text{（イ）}}$ ね．

(1)　(i) 会話文中の下線部分について，命題「$q \Longrightarrow p$」の反例を，次の **1** ～ **5** のうちから 2 つ選び，番号で答えよ．

1　$m = 1,\ n = 1$　　**2**　$m = 2,\ n = 1$　　**3**　$m = 2,\ n = 2$
4　$m = 4,\ n = 3$　　**5**　$m = 4,\ n = 4$

(ii) $\boxed{\text{（ア）}}$, $\boxed{\text{（イ）}}$ に当てはまるものを，次の **1** ～ **4** のうちから 1 つずつ選び，番号で答えよ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

1 必要十分条件である
2 必要条件であるが十分条件ではない
3 十分条件であるが必要条件ではない
4 必要条件でも十分条件でもない

花子：命題「$p \Longrightarrow q$」が真ならば，命題「$\bar{q} \Longrightarrow \bar{p}$」も真だよね．
太郎：なぜそのように言えるのかな．
花子：もとの命題とその対偶は真偽が一致するからだよ．
太郎：次の $\boxed{\text{問題}}$ を考えてみよう．

問題　n を自然数とする．命題 P「$n^2 + 2$ が 3 の倍数ならば，n は 3 の倍数でない」の対偶を述べよ．また，この対偶が真であることを示すことによって，命題 P が真であることを証明せよ．

(2) $\boxed{\text{問題}}$ を解け．