

【チェック問題：最大・最小】

a, b, c, d, e は実定数, x, y, z, w, θ は実変数, \vec{u}, \vec{v} は二次元実定ベクトル, n, m は正の整数とする.
以下に指定する対象の最大値 M ・最小値 m の有無とその値, そのときの条件をそれぞれ述べよ.

- (1) $2bx + c$ ($d \leq x < e$)
- (2) $ax^2 + 2bx + c$ ($d \leq x < e$)
- (3) $|x^2 - 2|x||$ ($d \leq x < 2$)
- (4) $|\vec{u} - x\vec{v}|$
- (5) $x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y$
- (6) $(x^2 + y^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)$
- (7) $\frac{x}{x^2 + a}$
- (8) $|x| \leq a, |y| \leq b$ のとき, $x + y$
- (9) $|x| + |y| \leq a$ のとき, xy
- (10) $x^2 + y^2 = a$ のとき,
 - (i) $x + y$, (ii) xy , (iii) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ (iv) $cx + dy$
- (11) $\cos^2 \theta + 3 \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)
- (12) $\sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)
- (13) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$
- (14) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)
- (15) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$
- (16) $(\sin \theta + \cos \theta)^4 + (\sin \theta - \cos \theta)^4$
- (17) $a > 0, a \neq 1$ とする.
 - (i) $a^{2x} + 2a^x + 2a^{-x} + a^{-2x}$
 - (ii) $a^{3x} + 3a^{2x} + 3a^x + 3a^{-x} + 3a^{-2x} + a^{-3x}$
- (18) $x + y = 1$ ($0 < x < 1$) のとき, $\log_a x + \log_a y$
- (19) $xy = a$ ($a, x, y > 0, a \neq 1$) のとき,
 $\log_a x \cdot \log_a y$
- (20) $\log_a x + \log_x a$ ($a, x > 1$)
- (21) $|\vec{u} - \vec{v}| = 1, |a\vec{v} + b\vec{u}| = 1$ のとき, $|\vec{u} + \vec{v}|$
- (22) $\frac{10^n}{n!}$
- (23) $f(x) = \max(2x + 1, -x + 4, x^2 - 4x + 5)$
- (24) $A(a, 0), B(b, 0)$ のとき, $y = cx$ 上の点 P に対する $AP + PB$
- (25) $|(x, y)| = 1, |(z, w) - (a, a)| = 1$ のとき,
 - (i) $xz + yw$ (ii) $xy + zw$
- (26) $x^2 + y^2 \leq a$ のとき, $x + y + xy$
- (27) $x + y + z = 1, xy + yz + zx = -1$ のとき,
 $x^3 + y^3 + z^3$
- (28) $y = |x^2 - 2|x||$ と $y = ax$ が異なる 3 点で交わるとき, この二つのグラフに囲まれる面積
- (29) $x + y = 1$ ($x, y > 0$) のとき,
 $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right)$
- (30) $x^2 - xy + y^2 = 1$ のとき, $x^2 + y^2$
- (31) $x + y = a$ ($x, y > 0$) のとき, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
- (32) $x + y = 1$ ($x, y > 0$) のとき,
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$
- (33) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$ のとき, $\frac{y}{x}$
- (34) $x^2 + y^2 = 1$ のとき, $\frac{y-2}{x-3}$
- (35) $x + y + z = 1, x, y, z \geq 0$ のとき, $x^2 + y^2 + z^2$
- (36) $f(a) = \int_0^1 |x(x-a)| dx$ ($0 \leq a \leq 1$)
- (37) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ のとき, $x + 2y + 2z$
- (38) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$
- (39) $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$
- (40) $A(2, 0)$ と $y = x^2$ 上の点 P との距離 AP
- (41) コインを $2n$ 回投げたとき, 表が m 回出る確率
($0 \leq m \leq n$) (裏表が公平なコインとする.)
- (42) $\triangle ABC$ ($a < b < c$) の周上の二点を結んでできる線分が $\triangle ABC$ の面積を二等分線するとき, その線分の長さ