

## 【チェック問題：最大・最小】

$a, b, c, d, e$  は実定数,  $x, y, z, w, \theta$  は実変数,  $\vec{u}, \vec{v}$  は二次元実定ベクトル,  $n, m$  は正の整数とする.  
以下に指定する対象の最大値  $M$ ・最小値  $m$  の有無とその値, そのときの条件をそれぞれ述べよ.

- (1)  $2bx + c \quad (d \leq x < e)$
- (2)  $ax^2 + 2bx + c \quad (d \leq x < e)$
- (3)  $|x^2 - 2|x|| \quad (d \leq x < 2)$
- (4)  $|\vec{u} - x\vec{v}|$
- (5)  $x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y$
- (6)  $(x^2 + y^2) \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)$
- (7)  $\frac{x}{x^2 + a}$
- (8)  $|x| \leq a, |y| \leq b$  のとき,  $x + y$
- (9)  $|x| + |y| \leq a$  のとき,  $xy$
- (10)  $x^2 + y^2 = a$  のとき,  
(i)  $x + y$ , (ii)  $xy$ , (iii)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$  (iv)  $cx + dy$
- (11)  $\cos^2 \theta + 3 \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$
- (12)  $\sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$
- (13)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$
- (14)  $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$
- (15)  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$
- (16)  $(\sin \theta + \cos \theta)^4 + (\sin \theta - \cos \theta)^4$
- (17)  $a > 0, a \neq 1$  とする.  
(i)  $a^{2x} + 2a^x + 2a^{-x} + a^{-2x}$   
(ii)  $a^{3x} + 3a^{2x} + 3a^x + 3a^{-x} + 3a^{-2x} + a^{-3x}$
- (18)  $x + y = 1 \quad (0 < x < 1)$  のとき,  $\log_a x + \log_a y$
- (19)  $xy = a \quad (a, x, y > 0, a \neq 1)$  のとき,  
 $\log_a x \cdot \log_a y$
- (20)  $\log_a x + \log_x a \quad (a, x > 1)$
- (21)  $|\vec{u} - \vec{v}| = 1, |\vec{a}\vec{v} + b\vec{u}| = 1$  のとき,  $|\vec{u} + \vec{v}|$
- (22)  $\frac{10^n}{n!}$
- (23)  $f(x) = \max(2x + 1, -x + 4, x^2 - 4x + 5)$
- (24)  $A(a, 0), B(b, 0)$  のとき,  $y = cx$  上の点  $P$  に対する  $AP + PB$
- (25)  $|(x, y)| = 1, |(z, w) - (a, a)| = 1$  のとき,  
(i)  $xz + yw$  (ii)  $xy + zw$
- (26)  $x^2 + y^2 \leq a$  のとき,  $x + y + xy$
- (27)  $x + y + z = 1, xy + yz + zx = -1$  のとき,  
 $x^3 + y^3 + z^3$
- (28)  $y = |x^2 - 2|x||$  と  $y = ax$  が異なる 3 点で交わる  
とき, この二つのグラフに囲まれる面積
- (29)  $x + y = 1 \quad (x, y > 0)$  のとき,  
 $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right)$
- (30)  $x^2 - xy + y^2 = 1$  のとき,  $x^2 + y^2$
- (31)  $x + y = a \quad (x, y > 0)$  のとき,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
- (32)  $x + y = 1 \quad (x, y > 0)$  のとき,  
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$
- (33)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$  のとき,  $\frac{y}{x}$
- (34)  $x^2 + y^2 = 1$  のとき,  $\frac{y - 2}{x - 3}$
- (35)  $x + y + z = 1, x, y, z \geq 0$  のとき,  $x^2 + y^2 + z^2$
- (36)  $f(a) = \int_0^1 |x(x - a)| dx \quad (0 \leq a \leq 1)$
- (37)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  のとき,  $x + 2y + 2z$
- (38)  $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$
- (39)  $\sqrt{x - 1} + \sqrt{6 - x}$
- (40)  $A(2, 0)$  と  $y = x^2$  上の点  $P$  との距離  $AP$
- (41) コインを  $2n$  回投げたとき, 表が  $m$  回出る確率  
( $0 \leq m \leq n$ ) (裏表が公平なコインとする.)
- (42)  $\triangle ABC$  ( $a < b < c$ ) の周上の二点を結んで  
できる線分が  $\triangle ABC$  の面積を二等分線する  
とき, その線分の長さ