

【チェック問題：最大・最小】

a, b, c, d, e は実定数、 x, y, z, θ は実変数とする。以下の設定において、最大値・最小値とそれをとりうる変数の値を、その有無まで含めてそれぞれ求めよ。

$$(1) \ y = 2bx + c \quad (d \leq x < e)$$

$$(18) \ x + y = 1 \ (0 < x < 1) \ のときの \log_a x + \log_a y$$

$$(2) \ y = ax^2 + 2bx + c \quad (d \leq x < e)$$

$$(19) \ xy = a \ (a, x, y > 0, a \neq 1) \ のとき \log_a x \cdot \log_a y$$

$$(3) \ y = |x^2 - 2|x|| \quad (d \leq x \leq e)$$

$$(20) \ \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

$$(4) \ z = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y$$

$$(21) \ x + y + z = 1, xy + yz + zx = -1 \ のときの \\ P = x^3 + y^3 + z^3$$

$$(5) \ x^2 + y^2 = 1 \ のときの$$

$$x + y, \ xy, \ x^{-2} + y^{-2}$$

$$(22) \ y = a^{3x} + 3a^{2x} + 3a^x + 3a^{-x} + 3a^{-2x} + a^{-3x}$$

$$(6) \ y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$(23) \ y = |x^2 + x| \ と \ y = ax + b \ が 3 \ 点で交わるとき \\ に囲まれる面積$$

$$(7) \ y = \cos^2 \theta + 3 \sin \theta \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

$$(24) \ \min_{t \in \mathbb{R}} |\mathbf{a} - t\mathbf{b}|$$

$$(8) \ P_k = \binom{n}{k} 2^{-n}$$

$$(25) \ |\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 1, |k\mathbf{a} + l\mathbf{b}| = 1 \ のときの \ |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$$

$$(9) \ \triangle ABC(a \geq b \geq c) \ の面積二等分線 PQ \ の最 \\ 小値$$

$$(26) \ x^2 + y^2 = 1 \ のときの \ kx + ly$$

$$(10) \ (x^2 + y^2)(x^{-2} + y^{-2})$$

$$(27) \ |\mathbf{x}| = 1, |\mathbf{y} - (a, a)| = 1 \ のときの \ x_1y_1 + x_2y_2$$

$$(11) \ y = cx \ 上の点 P に対する AP + PB \ の最小 \\ ただし A(a, 0), B(b, 0)$$

$$(28) \ x^2 - xy + y^2 = 1 \ のときの \ x^2 + y^2$$

$$(12) \ |x| + |y| \leq 1 \ のときの \ x + y$$

$$(29) \ x + y = 1 \ (x, y > 0) \ のとき \ (1 + \frac{1}{x}) \left(1 + \frac{1}{y}\right)$$

$$(13) \ x^2 + y^2 \leq 1, u = x + y, v = xy \ の領域を図示し \\ u + v$$

$$(30) \ y = \sin^3 \theta - \cos^3 \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

$$(14) \ a \sin \theta + b \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

$$(31) \ (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2 \ のときの \ \frac{y}{x}$$

$$(15) \ x^2 + y^2 = 1 \ のときの \ ax + by$$

$$(32) \ f(a) = \int_0^1 |x(x - a)| dx \quad (0 \leq a \leq 1)$$

$$(16) \ y = \sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

$$(33) \ y = (\sin \theta + \cos \theta)^4 + (\sin \theta - \cos \theta)^4$$

$$(17) \ y = a^{2x} + 2a^x + 2a^{-x} + a^{-2x} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$(34) \ x + y = 1 \ (x, y > 0) \ のときの \ \frac{1}{x} + \frac{4}{y}$$

$$(35) \ y = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 24x + 153}$$

$$(36) \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ のときの } x + 2y + 2z$$

$$(37) \quad y = \sin^4 \theta + \cos^4 \theta$$

$$(38) \quad x, y, z \geq 0, x + y + z = 3 \text{ のときの } xyz$$

$$(39) \quad y = \log_2 x + \log_x 8 \quad (x > 1)$$

$$(40) \quad y = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$$

$$(41) \quad f(x) = \max(2x+1, -x+4, x^2-4x+5) \text{ の最小}$$

$$(42) \quad x+y=1 \quad (x, y > 0) \text{ のとき } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$$

$$(43) \quad x^2 + y^2 = 1 \text{ のとき } \frac{y-2}{x-3}$$

$$(44) \quad x + y + z = 1, x, y, z \geq 0 \text{ のときの } x^2 + y^2 + z^2$$

$$(45) \quad y = \sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$$

$$(46) \quad a_n = \frac{10^n}{n!} \quad (n \in \mathbb{N}) \text{ の最大}$$

$$(47) \quad A(2, 0) \text{ と } y = x^2 \text{ 上の点 } P \text{ との距離 } AP$$