

【チェック問題：接線の方程式】

【1】

点 (5, 4) から $y = x^2$ にひいた接線の方程式を求める。

(1) 求める接線の傾きを m とすると、この接線の方程式は

$$y = m(x - 5) + 4$$

とかける。それはなぜか。

(2) 方程式

$$x^2 = m(x - 5) + 4$$

の解は何を表すか。

(3) (2) の方程式の判別式を 0 とすると m が求まるのはなぜか。

(4) この接線の方程式を求めよ。

【2】

点 (5, 4) から $y = x^3$ にひいた接線の方程式を求める。

(1) 接点の x 座標を a とおくと、接線の方程式はどうかけるか。

(2) a の値を求めよ。

(3) $a = 4 + 2\sqrt{3}$ のとき、 a^2 , a^3 をそれぞれ a の一次式で表せ。

(4) この接線の方程式を求めよ。

(5) 【1】の解き方との違いを述べよ。

【3】

【1】、【2】の接線をそれぞれ図示せよ。

【解答】

【1】

(1) $y = mx$ は傾き m で原点を通る直線の方程式であり、この直線を x 軸方向に $+5$ 、 y 軸方向に $+4$ だけ平行移動した直線は求める直線と一致するから。

(2) 接点の x 座標

(3) 二次関数とその接線との共有点は一点であり、二次方程式の解の公式より、共有点が一点となるのは判別式が 0 となるときだから。

(4)

$$y = (10 \pm 2\sqrt{21})x - (46 \pm 10\sqrt{21}) \quad (\text{複号同順})$$

【2】

(1)

$$y = 3a^2(x - a) + a^3$$

(2)

$$a = -\frac{1}{2}, 4 \pm 2\sqrt{3}$$

(3)

$$a^2 = 8a - 4, \quad a^3 = 60a - 32$$

(4)

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}, \quad y = (84 \pm 48\sqrt{3})x - (416 \pm 240\sqrt{3}) \quad (\text{複号同順})$$

(5) 【1】では二次関数なので、判別式でも計算できる。【2】では微分を用いることで、より一般的に接線を求めている。

【3】

接線を図示する。

