

【チェック問題】

(a_n) を数列とし, c を定数とし, $a_1 = c$ とする。 次のとき, (a_n) の一般項はそれぞれどうかけるか。

(1) $a_{n+1} = a_n$

(2) $a_{n+1} = a_n + c$

(3) $a_{n+1} = ca_n$

(4) $a_{n+1} = ca_n + c$

(5) $\sum_{n=1}^k a_n = kc$

(6) $\sum_{n=1}^k a_n = (k+1)c$

【おまけ：入試問題】

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 正の整数 k, l に対して

$$\frac{k}{k+l-1} a_{k+1} a_l + \frac{l}{k+l-1} a_k a_{l+1} = a_k a_l$$

が成り立つことを示せ。

(2) 正の整数 m に対して

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m-k+1} = 1$$

が成り立つことを示せ。