

【チェック問題：共通接線】

2つの曲線 $C_1 : y = 8x^3 - 24x$ と $C_2 : y = 8x^3 - 24x^2 - 7$ の両方に接する直線（共通接線）の方程式をすべて求めよ。

【解答】

$f(x) = 8x^3 - 24x$, $g(x) = 8x^3 - 24x^2 - 7$ とおく。それぞれの接点を $(a, f(a)), (b, g(b))$ とし、傾きと y 切片の一致条件を処理すると、以下の 5 本の共通接線が得られる。

接線	傾き m	方程式 $y = mx + n$
L_1	-23	$y = -23x + \frac{\sqrt{6}}{18}$
L_2	-23	$y = -23x - \frac{\sqrt{6}}{18}$
L_3	$-\frac{45}{2}$	$y = -22.5x - \frac{1}{4}$
L_4	$-18 - 3\sqrt{3}$	$y = (-18 - 3\sqrt{3})x + \frac{3\sqrt{3}-5}{2}$
L_5	$-18 + 3\sqrt{3}$	$y = (-18 + 3\sqrt{3})x - \frac{3\sqrt{3}+5}{2}$

共通接線の可視化

