

13. DOMAĆA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 1

Izračunati sljedeće integrale ili utvrditi da su divergentni:

1. a) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 1}$, b) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)(2x+1)}$.

2. a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$, b) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$.

3. a) $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$, b) $\int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{-x} dx$.

4. a) $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$, b) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$.

5. a) $\int_0^{\pi} \operatorname{tg}^2(2x) dx$, b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{2 + \sin x}$.

6. a) Izračunati ploštinu lika omeđenog parabolom $y = 2 - x - x^2$ i osi x . Nacrtati sliku!

b) Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljom $y = x^4$ i pravcem $y = 1$. Nacrtati sliku!

7. Izračunati ploštinu lika omeđenog parabolom $x = (y - 3)^2$ i pravcem $y = 2x$.

8. Izračunati ploštinu lika omeđenog parabolama $y = x^2$, $y = 2x^2$ i pravcem $y = 4x$. Nacrtati sliku!

9. Izračunati ploštinu lika omeđenog jednim poluvalom sinusoide $y = \sin(ax)$ i osi x . Nacrtati sliku!

10. Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljama $y = \sin x$ i $y = \cos x$ između dviju susjednih točaka njihovog presjeka.

11. Nejednadžbama $y \geq \operatorname{sh} x$ i $y \leq \operatorname{ch} x$, $x \geq 0$ određeno je neomeđeno područje u ravnini čija je ploština konačna. Izračunati tu ploštinu!

12. Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljama $y = \ln x$, $y = \ln(6 - 2x)$ i osi x . Nacrtati sliku!

13. Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljom $y = \ln(4 - x^2)$ i osi x . Nacrtati sliku!

14. Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljom $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$ (jedan svod cikloide) i osi x . Nacrtati sliku!

15. Izračunati ploštinu lika omeđenog kardiodom $r = a(1 + \cos \varphi)$. Nacrtati sliku!


16. a) Izračunati volumen tijela koje nastaje vrtnjom lika omeđenog krivuljom $y = 1 - x^2$ i osi x oko osi x .

b) Izračunati volumen tijela koje nastaje vrtnjom lika omeđenog krivuljom $y = 1 - x^2$ i osi x oko osi y .

Nacrtati sliku!

17. Izračunati volumen tijela koje nastaje vrtnjom lika omeđenog dijelom krivulje $y = \cos x$ između točaka $A(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$ i $B(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$ i dužinom \overline{AB} oko osi y . Nacrtati sliku!

18. Izračunati duljinu luka parabole $y = x^2$ od $x = 0$ do $x = 1$.

 19. Izračunati duljinu luka astroide $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$. Nacrtati sliku!

20. Izračunati duljinu luka krivulje $r = a\varphi$, $\varphi \in [0, 2\pi]$ (prvi zavoje Arhimedove spirale). Nacrtati sliku!