

1. zadatak

$$P=2x \cdot f(x)$$

$$P(\max) = \sqrt{2} e^{-\frac{1}{2}} \text{ za } x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

2. zadatak

$$O=2r+c+2b$$

$$b^2 = \frac{a-c}{2} \cdot a = (2r-c) \cdot r$$

izrazi c pomocu b i r; uvrsti u O i deriviraj po b

O min je za b=r;

$$O_{\min} = 5r$$

3. zadatak

$$P(x) = \frac{4+2x}{2} \cdot \sqrt{4-x^2}$$

$$P(\max) \text{ je za } x=1; P(\max) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

4. zadatak

$$P = 2x(2 - x^2 - x)$$

$$P(\max) \text{ je za } \frac{-1+\sqrt{7}}{3}.$$

5. zadatak

$$O=10$$

$$a=2b; c;$$

$$O = 4b^2 + 6bc$$

$$c=...$$

$$V = abc = 2b^2c = \frac{10b - 4b^3}{3}$$

$$V(\max) \text{ je za } b = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

6. zadatak

Svaki takav trokut je jednakokraca (vrhovi su mu) (y,y) ; (x,x) i vrh nasuprot hipotenuzi (x,y)

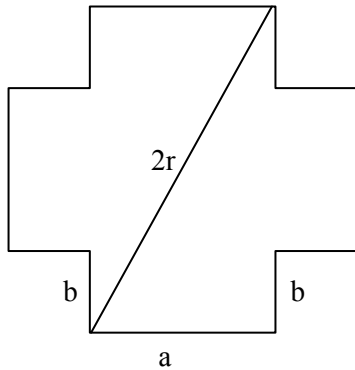
$$P = \frac{(x-y)^2}{2}$$

uvrsti $y = \ln(x-1)$ i deriviraj.

$(x - \ln(x-1))$ nije nula ni za koji x iz \mathbb{R} ; pa je za $x=2$ P_{\min} i $P(\min)=2$

7. zadatak

Površina tog lika je $P = 4ab + a^2$



stranice a i b se mogu napisati pomoću promjera i kuta koji zatvara promjer i str a

$$\rightarrow a = 2r \cos x$$

$$\rightarrow 2r \sin x = 2b + a \rightarrow b = r(\sin x - \cos x)$$

$$P = 4r^2 * (\sin 2x - (\cos x)^2)$$

P ima max kad funkcija $\sin 2x - (\cos x)^2$ ima svoj max.

$$f(x) = \sin 2x - (\cos x)^2$$

$$f'(x) = 2\cos 2x + 2\sin x \cos x = 2\cos 2x + \sin 2x$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \tan 2x = -2$$

$\tan 2x = 2\tan x / (1 - (\tan x)^2) = -2 \rightarrow \tan x = (1 + \sqrt{5})/2$ (iz kvadratne rjednadžbe uzimamo pozitivno rješenje jer je očito kut x manji od 90°).

$$(\cos x)^2 = 1 / (1 + (\tan x)^2) = (5 - \sqrt{5})/10$$

$$\sin 2x = 2\tan x / (1 + (\tan x)^2) = (1 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})/10$$

$$P = 2(\sqrt{5} - 1)r^2.$$

8. zadatak

Skica: presjek tijela i ravnine koja prolazi dijagonalom osnovice piramide i okomita je na osnovicu. Zadatak je sličan jednom s Burićevih predavanja (ali mislim da je tad bio stožac u pitanju).

$$V = \frac{6a^2\sqrt{3}v}{4 \times 3}$$

$$R^2 = (R - v)^2 + (a)^2$$

za V max $v=4R/3$

9. zadatak

Skica, presjek tijela i ravnine koja prolazi promjerom baze i okomita je na bazu.

znaci. ovaj.. trebalo bi crtati da se sve skuži.

ako je kruznica upisana u trokut, to znaci da je udaljenost središta kruznice i stranica trokuta jednaka i baš je R (radijus kruznice).

Pricam o kruznicama i trkutima jer se u principu svo rješavanje extrema s prijemerima iz stereometrije svodi na planimetriju; tako i ovdje; gledamo presjek; trokute i kruznicu.

$$V = \frac{r^2}{3} \pi v$$

iz slicnosti trokuta:

$$\frac{(v - R)^2}{R^2} = \frac{v^2 + r^2}{r^2}$$

→ $v=4R$ za min Volumen.

10. zadatak

Pravac $y=kx$ i krivulja sjeku se u tockama

$$(0,0) \text{ i } (\frac{1}{k^2}, \frac{1}{k})$$

Gledamo kut koji zatvaraju krivulje u ovoj drugoj tocki, odnosno tangens tog kuta.

derivacija pravca: k

derivacijadruga krivulje u tocki gdje se sjeku: $\frac{k}{2}$

-> za $k=$ korijen iz dva je taj kut najveći.

11. zadatak

Neka je točka D točka na ordinati iz kojeg su povučene tangente

$D(0,y)$.

ova funkcija je parna (pravac $x=0$ joj je os simetrije)

pa sam gledala samo prvi i četvrti kvadrant, (jednu tangentu; jedno diralište, jedno sjecište s osi apscisa)

iz tangente iz točke D na krivulju: $y-(1-x_0^2)=-2x_0(0-x_0)$

x_0 je ordinata točke T; dirališta tangente na krivulju.

$$\rightarrow y(\text{ordinata točke D})=x_0^2+1$$

Neka je S točka sjecišta tangente i osi apscisa. za nju vrijedi

$$0-(1-x_0^2)=-2x_0(x-x_0)$$

$$\rightarrow x=\frac{x_0}{2} + \frac{1}{2x_0}$$

$$P=2x \cdot y/2=x \cdot y$$

za stacionarne točke se dobije bikvadratna jednadžba čije je jedino realno i moguće rješenje (ono pozitivno) $x=1/\text{korijen iz } 3$; odnosno $P=8/(3^{3/2})$

12. zadatak

napisati jednadžbu tangente. (Diralište je $D=(x_0, 1/(\text{korijen iz } x_0))$)

<http://www.halapa.com/pravipdf/pravac.pdf>

napisati jednadžbu u segmentnom obliku ($x/m+y/n=1$) gdje su m i n odsječci koordinatnih osi koje sjece tangenta. za $f(x)$, funkciju koju deriviramo, trebalo bi uzeti m^2+n^2 jer je to ljepše derivirati. ja sam za x_0 dobila $(1/2)$. $d=3\sqrt{3}/2$.

Nadam se da ste uživali =)