4. ŠKOLSKA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 2, 07.06.2010.
grupe 02,04 B

1. (3 boda) Odredite ortogonalne trajektorije familije krivulja

$$y = \frac{C}{x}.$$

2. (3 boda) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' + 2xy = \frac{x \cos x}{e^{x^2}}.$$

3. (4 boda) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' = -\frac{3x^2 e^y}{x^3 e^y - 1}.$$

---

4. ŠKOLSKA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 2, 07.06.2010.
grupe 02,04 A

1. (3 boda) Odredite ortogonalne trajektorije familije krivulja

$$x^2 - 2y^2 = C.$$

2. (3 boda) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' + 2xy = \frac{x \sin x}{e^{x^2}}.$$

3. (4 boda) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' = -\frac{2x \cos^2 y}{2y - x^2 \sin 2y}.$$

RJEŠENJA B GRUPA

(3)

$$(3x^2e^y)dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 3x^2e^y \qquad \frac{\partial Q}{\partial x} = 3x^2e^y \quad \checkmark \text{ EGZAKTNA}$$

$$u(x,y) = \int 3x^2e^y\,dx = 3e^y\int x^2\,dx = \cancel{3}e^y\frac{x^3}{\cancel{3}} = e^yx^3 + \varphi(y) \Big/ \frac{\partial}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^yx^3 + \varphi'(y)$$

$$\varphi'(y) = \cancel{-e^yx^3} + \cancel{x^3e^y} - 1 \quad \Big/ \int dy$$

$$\boxed{\varphi(y) = -y}$$

$$\boxed{e^yx^3 - y = c}$$

(2)

$$y' + 2xy = \frac{x\cos x}{e^{x^2}}$$

$$y' = -2xy$$

$$\frac{dy}{y} = -2x \quad \Big/ \int$$

$$\ln|y| = -\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} + c$$

$$\ln|y| = -x^2 + c \quad \Big/ e^{()}$$

$$y = \frac{e^c}{e^{x^2}}$$

$$\boxed{y = c\,\frac{1}{e^{x^2}}} = \boxed{c\cdot e^{-x^2}}$$

RJEŠENJE PRIPADNE HOMOGENE JEDNADŽBE

$$\boxed{y' = \frac{c'}{e^{x^2}} - \frac{2xc}{e^{x^2}}}$$

$$\frac{c'}{e^{x^2}} - \cancel{\frac{2cx}{e^{x^2}}} + \cancel{\frac{2xc}{e^{x^2}}} = \frac{x\cos x}{e^{x^2}} \Big/ e^{x^2}$$

$$c' = x\cos x \quad \Big/ \int$$

$$\int x\cos x = \begin{vmatrix} x = u & dx = du \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{vmatrix}$$

$$= x\sin x - \int \sin x\,dx = \boxed{x\sin x + \cos x}$$

$$c = x\sin x + \cos x$$

$$\boxed{y = \frac{x\sin x + \cos x}{e^{x^2}}}$$

RJEŠENJE LINEARNE