3. školska zadaća

Grupe 1.05, 1.07

— A —

1. **(2 boda)** Nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu

$$z = x^2 - y^2$$

u točki $T(1, 1, 0)$.

2. **(2 boda)** Izračunajte približnu vrijednost izraza

$$\ln\left((0.1)^2 + (0.9)^2\right)$$

pomoću diferencijala.

3. **(3 boda)** Nađite onu točku na krivulji

$$\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = 4t \\ z = -t^2 \end{cases}$$

u kojoj je tangenta paralelna s ravninom $3x + 4y - z + 2 = 0$.

4. **(3 boda)** Neka je

$$I(\alpha) = \int_0^{\sqrt{\alpha}} x \left(\int_0^x \sin \alpha t \, dt\right) dx .$$

Nađite derivaciju integrala $I(\alpha)$ po parametru α.

3. školska zadaća

Grupe 1.05, 1.07

— B —

1. **(2 boda)** Nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu

$$z = x - y^2$$

u točki $T(1, 1, 0)$.

2. **(2 boda)** Izračunajte približnu vrijednost izraza

$$\operatorname{arctg}\left((0.1)^2 + (0.9)^2\right)$$

pomoću diferencijala.

3. **(3 boda)** Nađite onu točku na krivulji

$$\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = 4t^2 \\ z = -2t^2 \end{cases}$$

u kojoj je tangenta paralelna s ravninom $4x - 3y + 7 = 0$.

4. **(3 boda)** Neka je

$$I(\alpha) = \int_{-\alpha^2}^{\alpha^2} \frac{1}{x} \left(\int_0^x e^{\alpha t} \, dt\right) dx .$$

Nađite derivaciju integrala $I(\alpha)$ po parametru α.

3. školska zadaća

Grupa 1.MAT

— A —

1. **(3 boda)** Zadane su dvije funkcije $z = f(x,y)$ i $z = g(x,y)$, od kojih samo jedna ima limes u točki $(0,0)$, gdje su:

$$f(x,y) = \frac{x^2 - 2y^2}{\sqrt{x^4 + y^4}} \quad \text{i} \quad g(x,y) = xy \sin \frac{1}{x+y}.$$

Za jednu od funkciju $z = f(x,y)$ i $z = g(x,y)$ koja nema limes u točki $(0,0)$, obrazložiti zašto ga nema?

2. **(2 boda)** Neka je $f = f(x,y)$ i $z = z(u,v) = f(u + \cos v, u - \sin v)$. Ako se zna da je

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,0) = 2 \quad \text{i} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1,0) = -1,$$

izračunati koliko je

$$4 \cos v \frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v}$$

u točki $u = 0$ i $v = 0$.

3. **(3 boda)** Primjenom diferencijala funkcije približno izračunati:

$$(0.98)^{0.99}$$

4. **(2 boda)** Koristeći derivaciju integrala po parametru izračunati integral:

$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{1 - e^{\alpha x}}{x e^{4x}} dx, \ \alpha < 4.$$

3. školska zadaća

Grupe 1.02, 1.04

— A —

1. **(2 boda)** Odredite sve $a \in \mathbb{R}$ tako da funkcija

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3+x^2y}{x^2+y^2}, & \text{ako je } (x,y) \neq (0,0) \\ a, & \text{inače} \end{cases}$$

bude neprekinuta u točki $O(0,0)$.

2. **(3 boda)**
   a) Napišite definiciju parcijalne derivacije $\frac{\partial f}{\partial z}$ funkcije

   $$u = f(x,y,z)$$

   u točki $T(x_0, y_0, z_0)$.

   b) Odredite gradijent funkcije $f(x,y) = x \arcsin(x^2 y) + y \cos(xy^2)$ u točki $T(0,0)$.

3. **(2 boda)** Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = x^y \ln x$ u točki $T(e,1,e)$.

4. **(3 boda)**
   a) Odredite $\frac{\partial z}{\partial u}$ ako je $z = f(x,y)$, pri čemu je $x = u \cdot v^2$ i $y = \ln(uv)$.

   b) Primijenite rezultat dobiven u a) na funkciju $z = f(x,y) = \frac{y}{x}$ u točki za koju je $(u,v) = (e,1)$.