

1. (2 boda) Odredite dz ako je funkcija $z = z(x, y)$ zadana implicitno jednađbom

$$x^2 y^2 z^2 + 3x^2 + 3y^2 + z^2 = 1.$$

2. (3 boda) Rabeći Taylorovu formulu izrazite polinom trećeg stupnja

$$f(x, y) = xy^2 + 2xy - y^2 + 4x - 4y$$

po potencijama od $(x - 1)$ i $(y + 1)$.

3. (5 bodova) Koristeći metodu Lagrangeovog mutiplikatora nađite i karakterizirajte sve lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = 5x^4 + x^2 + 2y^2$$

definirane na hiperboli

$$x^2 - 5y^2 = 16.$$

1. (2 boda) Odredite dz ako je funkcija $z = z(x, y)$ zadana implicitno jednađbom

$$x^2 y z + x^2 z^2 = y^3 z + y^3.$$

2. (3 boda) Rabeći Taylorovu formulu izrazite polinom trećeg stupnja

$$f(x, y) = x^2 y - 2x^2 - 2xy + 6x - 2y$$

po potencijama od $(x - 1)$ i $(y - 2)$.

3. (5 bodova) Koristeći metodu Lagrangeovog mutiplikatora nađite i karakterizirajte sve lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = 4x^4 + x^2 + 2y^2$$

definirane na hiperboli

$$x^2 - 3y^2 = 9.$$

4. (3 boda) Neka je

$$I(\alpha) = \int_0^{\sqrt{\alpha}} x \left(\int_0^x \sin \alpha t \, dt \right) dx.$$

Nađite derivaciju integrala $I(\alpha)$ po parametru α .

4. (3 boda) Neka je

$$I(\alpha) = \int_{-\alpha^2}^{\alpha^2} \frac{1}{x} \left(\int_0^x e^{\alpha t} \, dt \right) dx.$$

Nađite derivaciju integrala $I(\alpha)$ po parametru α .

4. **(2 boda)** Koristeći derivaciju integrala po parametru izračunati integral:

$$I(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{\alpha x}}{xe^{4x}} dx, \quad \alpha < 4.$$

1. **(2 boda)** Funkcija $w(x, y)$ zadana je implicitno izrazom

$$x + y + w(x, y) = -\ln(x + y + w(x, y)).$$

Izračunajte $\nabla w(x, y)$.

2. **(3 boda)** Odredite Taylorov polinom drugog stupnja funkcije

$$f(x, y) = (x + 1)e^{x/y}$$

oko točke $(0, 1)$

3. **(5 bodova)** Nađite i karakterizirajte sve lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = x^4 - y^2$$

na kružnici

$$x^2 + y^2 = 1.$$

1. (3 boda) Odredite d^2z ako je $z = z(x, y)$ zadana implicitno jednadžbom

$$x^4 - x^2 - y^2 z^2 = 0.$$

2. (3 boda) Odredite točke u kojima linearna funkcija

$$f(x, y) = -3x - 4y + 5$$

definirana na skupu

$$S = \{(x, y) \mid (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 4\}$$

poprima najveću vrijednost.

3. (4 boda) Nađite i karakterizirajte sve lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = e^{-x^4 - x^2 - y^2}.$$