Programiranje (C) (vježbe)

Sadržaj

1. Ponavljanje	1
1.1. Osnovni programi	1
1.2. Petlje	4
1.3. Nizovi	7
1.4. Funkcije	9
1.5. Zadaci za samostalnu vježbu	13
2. Rekurzije	16
2.1. Uvod	16
2.2. Evaluiranje rekurzija	18
2.3. Kreiranje rekurzija	21
2.4. Statičke varijable	28
3. Višedimenzionalna polja	33
4. Varijabilni argumenti funkcija	44
5. Dinamičke varijable	48
5.1. Uvod	48
5.2. Dinamička jednodimenzionalna polja	53
5.3. Dinamička višedimenzionalna polja	61
5.4. Relokacija memorije	70
6. Stringovi	77
6.1. Osnovne operacije	77
6.2. Dinamički alocirani stringovi	79
6.3. Direktno baratanje sa stringovima	80
6.4. String-specifične funkcije	85
6.5. Nizovi stringova	91
7. Strukture	96
8. Vezane liste	103
9. Datoteke	115

1. Ponavljanje

1.1. Osnovni programi.

Zadatak 1.1. Što ispisuju slijedeći isječci kôda (poštujte eventualne razmake, skokove u novi red i sl!), te koje će vrijednosti varijable poprimiti nakon što se taj kôd izvrši?

```
a) int a = 1, b = 2, c = 3, d = 4;

printf("%d\n%d", ((a /= 2) ? b++ : d++), --c);
```

- b) int a = 4, b = 3, c = 2, d = 1; printf("%d\n%d", b++, ((c /= 6) ? --d : --a));
- c) int a = 4, b = 3, c = 2, d = 1; printf("%d\n%d", ((b /= 6) ? a++ : d++), --c);
- d) int a = 1, b = 2, c = 3, d = 4; printf(" $d\ndel{m}$ ", ++a, ((d /= 8) ? c-- : b--));

RJEŠENJE. Riješit ćemo podzadatak a).

Prvi redak izraza deklarira četiri varijable: a, b, c i d, sve tipa int (cijeli broj). Odmah po deklaraciji, varijablama se pridružuju vrijednosti: 1 (varijabli a), 2 (varijabli b), itd. Pogledajmo sada drugi redak.

Izraze treba analizirati "iznutra", kao u matematici (prvo se evaluira ono što je najdublje u zagradama, uz poštivanje prioriteta među operatorima tamo gdje zagrada nema). Izraz koji gledamo je oblika:

"A" objašnjava kako se vrijednosti ispisuju. Sve što piše između navodnika ispisuje se točno kako piše osim znakova koji se nalaze iza % i \. Da podsjetimo, izrazi oblika %nesto zovu se formati i zamjenjuju se vrijednostima izraza koji se nalaze iza A (ovdje B i C). Pri tome, %d označava cjelobrojni izraz. Znakovi ispred kojih se nalazi \ su specijalni znakovi. Ovdje imamo \n što označava skok u novi redak.

Drugi izraz, koji smo ovdje označili s B, je

$$((a /= 2) ? b++ : d++)$$

Očito, vanjske zagrade ovdje nemaju svrhu (postavljene su radi preglednosti), pa je naš izraz ekvivalentan izrazu

$$(a /= 2) ? b++ : d++$$

Ovdje je riječ o uvjetnom operatoru, koji ima opći oblik

Prvo se evaluira UVJET; kod nas je to izraz a /= 2. To je skraćeni zapis izraza

$$a = a / 2$$

Pridruživanje ima manji prioritet od dijeljenja, pa ovaj izraz odgovara izrazu

$$a = (a / 2)$$

Dakle, prvo se a dijeli s 2, a zatim se rezultat ponovno posprema u varijablu a. Drugim riječima, izraz a /= 2 znači "podijeli a s 2".

Pošto su i a i 2 cijeli brojevi, dijeljenje je cjelobrojno, tj. 1/2 = 0. To znači da je nova vrijednost varijable a nula.

Povratna vrijednost svakog pridruživanja je upravo vrijednost koja je pridružena, pa će tako vrijednost cijelog izraza a /= 2 biti nula. No, to je naš UVJET koji služi kao uvjet uvjetnog operatora.

Vrijednost 0 označava LAŽ, pa se evaluira IZRAZ2. Vrijednost cijelog izraza B će biti upravo ono što vrati IZRAZ2. Pri tome, IZRAZ1 se uopće ne evaluira. Da je UVJET bio bilo što različito od nule (dakle, ISTINA), evaluirao bi se IZRAZ1 i njegov rezultat bi bio povratna vrijednost izraza B.

IZRAZ2 je d++. Riječ je o inkrement operatoru koji:

- 1. poveća d za 1
- 2. vrati **staru** vrijednost varijable d (onu prije povećanja), jer su plusevi iza varijable

U našem slučaju, varijabla d ima vrijednost 4, pa će se povećati na 5, a rezultat izraza IZRAZ2, pa time i cijelog izraza B, bit će 4.

Preostaje još evaluirati izraz C, tj. --c - dekrement operator koji:

- 1. smanji c za 1
- 2. vrati **novu** vrijednost varijable c (onu nakon povećanja), jer su minusi ispred varijable

U našem slučaju, varijabla c ima vrijednost 3, pa će se smanjiti na 2, što će biti i povratna vrijednost izraza C.

Ostaje vidjeti što će se ispisati. To vidimo uvrštavanjem vrijednosti izraza B i $\tt C$ u početni izraz:

printf("A", B, C);
$$\Rightarrow$$
 printf("%d\n%d", 4, 2);

Dakle, programski isječak će ispisati:

2

a vrijednosti varijabli će biti (čitamo posljednje vrijednosti varijabli iz prethodnog razmatranja):

$$a = 0$$
, $b = 2$ (nije se mijenjala), $c = 2$, $d = 5$.

Zadatak 1.2. Napišite program koji:

a) učitava dva cijela broja i, ako su oba parna ispisuje njihovu sumu; inače treba ispisati produkt

- b) učitava tri realna broja i ispisuje najvećeg među njima
- c) učitava tri cijela broja i ispisuje najbližeg nuli (najmanjeg po apsolutnoj vrijednosti)

RJEŠENJE. Ponovno ćemo riješiti podzadatak a).

Da bismo računalu objasnili što treba raditi, potrebno je prvo objasniti sebi, na razini "recepta". Kako bismo mi (umjesto računala) riješili zadani problem? Po koracima:

- 1. pitati korisnika koje brojeve želi zadati
- 2. provjeriti jesu li učitani brojevi parni
- 3. ovisno o odgovoru na prethodno pitanje, ispisati sumu ili produkt

C ne zna općenito "pitati korisnika za brojeve", dok ne zna koliko brojeva ima i koji je njihov tip, pa se točka 1 svodi na:

"Pitaj korisnika za prvi broj. Pitaj korisnika za drugi broj."

Prevedeno na sintaksu C-a:

```
printf("Unesite prvi broj: ");
scanf("%d", &prvi_broj);
printf("Unesite drugi broj: ");
scanf("%d", &drugi_broj);
```

C nema niti funkciju koja će reći je li broj paran, ali zna izračunati ostatak djeljenja s nekim brojem, pa se drugo pitanje svodi na

"Ako je prvi broj djeljiv s 2 i ako je drugi broj djeljiv s 2... inače..." tj.

"Ako je ostatak pri dijeljenju prvog broja s 2 jednak nuli i ako je ostatak pri dijeljenju drugog broja s 2 jednak nuli... inače..."

Prevedeno na sintaksu C-a:

```
if ((prvi_broj % 2 == 0) && (drugi_broj % 2 == 0))...
else...
```

Suma, odnosno produkt, se ispisuju direktno, pa treću točku možemo odmah "prevesti" u C:

```
Ako su brojevi parni: printf("%d\n", prvi_broj + drugi_broj);
Inače: printf("%d\n", prvi_broj * drugi_broj);
```

Svakom programu potrebno je dodati nekakva zaglavlja, koja se u početku uče "na pamet", a kasnije se objašnjavaju dijelovi. Uz njih, treba dodati i deklaracije varijabli: popisi varijabli koje mislimo koristiti u programu, uz navedene tipove podataka koji će se pohranjivati

u tim varijablama. Ovdje, mi namjeravamo koristiti dvije cjelobrojne varijable (deklaracija se nalazi u liniji 4 rješenja).

Konačno, rješenje izgleda ovako:

```
#include <stdio.h>
1
2
   int main(void) {
3
     int prvi_broj , drugi_broj ;
4
5
     printf("Unesite prvi broj: ");
6
     scanf("%d", &prvi_broj);
7
     printf("Unesite drugi broj: ");
8
     scanf("%d", &drugi_broj);
9
10
     if ((prvi_broj % 2 = 0) && (drugi_broj % 2 = 0))
11
       printf("%d\n", prvi_broj + drugi_broj);
12
13
       printf("%d\n", prvi_broj * drugi_broj);
14
15
     return 0;
16
17
```

UPUTA. Podzadatak b) možete riješiti jednostavnom provjerom slijedećih uvjeta:

П

- 1. $a \geq b$ i $a \geq c$,
- 2. b > a i b > c,
- 3. $c \ge a \text{ i } c \ge b$,

te ispisom odgovarajućeg broja ako je neki uvjet zadovoljen (a bit će barem jedan). Između if()-ova stavite else-ove, da ne bi došlo do više od jednog ispisa ako je više uvjeta zadovoljeno (npr. kad su dva broja međusobno jednaki i veći od trećeg).

U podzadatku c) treba samo spretno izračunati apsolutne vrijednosti. To je najlakše napraviti upotrebom uvjetnog operatora. Na primjer, za varijablu a:

$$abs_a = (a < 0 ? -a : a);$$

Naravno, pomoćnu varijablu abs_a treba deklarirati i ona mora biti istog tipa kao varijabla a.

1.2. Petlje.

Zadatak 1.3. Napišite dio programa koji učitava cijele brojeve dok ne učita nulu. Program treba ispisati:

- a) koliko je neparnih brojeva učitano
- b) sumu svih prostih učitanih brojeva
- c) koliko je učitanih brojeva strogo veće od prvog

d) sumu svih znamenaka svih učitanh brojeva

RJEŠENJE. Riješit ćemo podzadatke a) i b). Svi zadaci, u osnovi, kažu isto:

- 1. učitaj broj
- 2. ako je broj jednak nuli, prekini učitavanje i ispiši rezultat
- 3. napravi nešto s brojem
- 4. ponovi opisano

Ovdje je najpraktičnije koristiti while() petlju koja kaže "dok je zadovoljen neku uvjet, radi nešto". Petlju možemo postaviti na dva načina:

1. "Učitaj prvi broj; dok je zadnji učitani broj različit od nule, napravi što treba i učitaj idući broj."

```
scanf("%d", &x);
while (x != 0) {
  napravi sto vec treba s x;
  scanf("%d", &x);
}
```

2. "Radi (bezuvjetno) slijedeće: učitaj broj, ako je učitani broj jednak nuli, prekini; ako nije, napravi što treba."

```
while (1) {
   scanf("%d", &x);
   if (x == 0) break;
   napravi sto vec treba s x;
}
```

Mi ćemo koristiti drugi pristup.

Riješimo sada onaj dio "napravi što već treba s x". U podzadatku a), to se svodi na "provjeri je li učitani broj neparan i, ako je, povećaj neki brojač (označit ćemo ga s br_nep):

```
if (x \% 2 == 1) br_nep++;
```

Oprez: Na početku (prilikom deklaracije), nužno moramo zadati početnu vrijednost za br_nep i ona mora biti nula (što je početna vrijednost svakog brojanja, na primjer kad nešto brojimo "na prste")!

Podzadatak b) je malo složeniji: treba provjeriti da li je broj x prost. To radimo tako da provjerimo postoji li neki broj strogo veći od 1 i strogo manji od x (po apsolutnoj vrijednosti) s kojim je x djeljiv. Ako postoji, treba zapamtiti (npr. u varijabli prost) da broj nije prost. Ako nismo "ništa zapamtili", to znači da nismo mijenjali vrijednost varijable prost, što znači da njena početna vrijednost mora biti ISTINA (u C-u, to je 1):

```
prost = 1;
aps_vr_od_x = (x < 0 ? -x : x);
for (i = 2; i < aps_vr_od_x; i++)</pre>
```

```
if (x % i == 0) {
  prost = 0;
  break;
}
```

Ovdje break nije nužan, ali nekako je logično prekinuti provjeru čim otkrijemo da broj nije prost (brže je od nepotrebnog provjeravanja do kraja).

Primijetimo da će prikazani dio programa zaključiti da su 0 i 1 prosti brojevi. Da bismo to ispravili, najlakše je promijeniti početnu vrijednost varijable prost, tako da ne bude 1 nego da ovisi o tome je li x nula ili jedan (pa nije prost) ili je veći (pa **možda** je prost). Također, ako smo već zaključili da nije prost, ne treba ulaziti u petlju. Sve zajedno:

```
aps_vr_od_x = (x < 0 ? -x : x);
prost = (aps_vr_od_x <= 1 ? 0 : 1);
if (prost)
  for (i = 2; i < aps_vr_od_x; i++)
    if (x % i == 0) {
      prost = 0;
      break;
  }</pre>
```

Nakon petlje znamo je li broj x prost, pa možemo reći: "ako je x prost, povećaj sumu prostih brojeva za x".

```
if (prost) suma_prostih += x;
```

Konačno, zajedničko rješenje podzadataka a) i b) izgleda ovako:

```
int x, i, br_nep = 0, suma_prostih = 0, prost,
1
       aps_vr_od_x;
2
3
   while (1)
4
     scanf("%d", &x);
5
     if (x = 0) break;
6
7
8
     if (x \% 2 == 1) \text{ br_nep++};
9
     aps_vr_od_x = (x < 0 ? -x : x);
10
     prost = (aps_vr_od_x \le 1 ? 0 : 1);
11
     if (prost)
12
       for (i = 2; i < aps_vr_od_x; i++)
13
          if (x \% i = 0) {
14
            prost = 0;
15
            break;
16
17
     if (prost) suma_prostih += x;
```

```
printf("Broj neparnih: %d\n", br_nep);
printf("Suma prostih: %d\n", suma_prostih);
```

Naravno, za napisati cijeli program (a ne samo dio programa), treba dodati i zaglavlja (kao u prethodnom zadatku). □

Napomena 1.1. Izraz

možemo zapisati i ovako:

$$prost = (aps_vr_od_x > 1);$$

Naravno, ovo skraćivanje nije nužno; dulja verzija je podjednako ispravna.

1.3. Nizovi.

Zadatak 1.4. Napišite programski isječak koji učitava prirodni broj $n \leq 17$, te n cijelih brojeva i zatim:

- a) sortira i ispisuje brojeve uzlazno po vrijednosti zadnje znamenke
- b) ispisuje sve brojeve koji su veći ili jednaki zadnjem učitanom
- c) ispisuje produkt svih brojeva koji su veći ili jednaki predzadnjem učitanom (pretpostavite da je n > 1)
- d) pomoću Hornerovog algoritma izračunava i ispisuje vrijednost $p(a_1)$, gdje su $(a_i)_{i=0}^{n-1}$ učitani brojevi i

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i^2 x^i.$$

RJEŠENJE. Riješit ćemo podzadatke a) i b).

Nizove deklariramo kao i obične varijable, uz dodatak navođenja maksimalne duljine niza:

```
int n;
int a[17];
```

Ako maksimalna duljina niza nije poznata, zadatak treba riješiti bez upotrebe nizova ili pomoću dinamičkih nizova!

Elementima niza pristupamo kao i običnim varijablama, uz navođenje indeksa (indeksi kreću od nule!):

```
Ispis drugog elementa niza: printf("%d", a[1]);
```

Učitavanje tećeg elementa niza: scanf("%d", &a[2]);

Dakle, učitavanje niza od $n \le 17$ realnih brojeva je rutina:

```
int n, i, a[17];
scanf("%d", &n);
for (i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);</pre>
```

U podzadatku a) traži se uzlazni sort niza. Postoji mnogo sortova, od kojih su neki lakši za napisati, a neki se brže izvršavaju. Mi ćemo upotrijebiti klasični (engl. selection) sort koji kaže:

"Za sve indekse i, j takve da je i < j provjeri je li $a_i > a_j$ (tj. jesu li brojevi a_i i a_j u pogrešnom redoslijedu); ako da, onda ih zamijeni."

Pri tome treba paziti da je kriterij sorta vrijednost zadnje znamenke, pa izraz $a_i > a_j$ ne znači " a_i strogo veće od a_j , nego "zadnja znamenka od a_i strogo veća od zadnje znamenke od a_i ".

Zadnju znamenku možemo izračunati kao ostatak pri dijeljenju s 10. Naš sort izgleda ovako:

```
for (i = 0; i < n - 1; i++)
  for (j = i + 1; j < n; j++)
    if (a[i] % 10 > a[j] % 10) {
      int temp = a[i];
      a[i] = a[j];
      a[j] = temp;
}
```

Primijetimo da ovaj dio kôda mijenja niz (tj. poredak njegovih elemenata), što narušava uvjet zadatka b) (jer se može promijeniti pozicija zadnjeg elementa). Zbog toga prvo treba riješiti podzadatak b) (ako ih rješavamo u jednom programu)!

Podzadatak b) zapravo kaže: "protrči po svim brojevima i ispiši one koji su veći ili jednaki a_{n-1} ":

```
for (i = 0; i < n; i++)
  if (a[i] >= a[n-1])
    printf("%d\n", a[i]);
```

Konačno zajedničko rješenje podzadataka a) i b) je:

```
int n, i, j, a[17];
1
2
   scanf("%d", &n);
3
   for (i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);
5
   printf("Svi brojevi veci ili jednaki %d:\n", a[n-1]);
6
   for (i = 0; i < n; i++)
7
     if (a[i] >= a[n-1])
8
       printf("%d\n", a[i]);
9
10
   for (i = 0; i < n - 1; i++)
11
     for (j = i + 1; j < n; j++)
12
       if (a[i] \% 10 > a[j] \% 10) {
13
         int temp = a[i];
14
         a[i] = a[j];
```

```
16     a[j] = temp;
17     }
18     printf("Sortirani niz:\n");
19     for (i = 0; i < n; i++)
20         printf("%d\n", a[i]);</pre>
```

U podzadatku d) spominje se Hornerov algoritam. Riječ je o poznatom algoritmu za brzo računanje vrijednosti polinoma u zadanoj točki (ponoviti samostalno).

1.4. Funkcije. S funkcijama se u C-u nužno srećemo od prvog programa. Naime, famozni main() je obična funkcija, samo što ima specijalno ime.

Zadatak 1.5. Napišite funkciju koja kao argumente uzima dva realna broja, te vraća većeg od njih. Dodatno, napišite program koji prikazuje kako se funkcija upotrebljava.

RJEŠENJE. Funkcije imaju standardizirano zaglavlje:

```
tip_povratne_vrijednosti ime_funkcije(argumenti)
```

gdje se argumenti navode slicno kao i deklaracije varijabli. Razlika je u tome što svakom argumentu treba zadati tip, te što se argumenti odvajaju zarezima (a ne točka-zarezima). Ako argumenata nema, zagrade svejedno treba navesti, a unutar njih se navodi ključna riječ void.

Naša funkcija uzima dva realna broja, te vraća realnu vrijednost, pa će njena deklaracija (nazovimo funkciju max) biti:

```
double max(double x, double y)
```

Da bi funkcija vratila vrijednost, potrebno je u tijelu navesti:

```
return vrijednost_koja_se_vraca;
```

Ključna riječ return prekida izvršavanje funkcije i postavlja zadanu vrijednost kao povratnu vrijednost funkcije. Konačno, funkcija izgleda ovako:

```
double max(double x, double y) {
  double veci = (x > y ? x : y);
  return veci;
}
```

U return možemo navesti i cijeli izraz, a ne nužno samo varijablu, pa funkciju možemo zapisati i ovako:

```
double max(double x, double y) {
  return (x > y ? x : y);
}
```

Ovako definiranu funkciju pozivamo jednako kao i funkcije koje "dolaze s C-om" (npr. printf()), tj. kao obične izraze. Na primjer, prikazanu funkciju možemo pozvati iz glavnog programa ovako:

```
double veci, a, b;
...
veci = max(a, b);
```

Pri tome će se parametri a i b proslijediti u funkciju redom kojim su zadani. To znači da će varijabla x (ona u funkciji max()) poprimiti vrijednost koju ima varijabla a iz glavnog programa, dok će y (opet, iz funkcije max()) poprimiti vrijednost koju ima varijabla b iz glavnog programa.

Time varijable x i y postaju **kopije** varijabli a i b (dakle **NE** iste varijable, nego nove varijable s istom vrijednošću).

Prilikom poziva, funkcija se izvršava, te se njena povratna vrijednost pridružuje varijabli veci.

Naravno, funkcija se može pozivati i iz drugih funkcija (a ne samo iz glavnog programa). Također, prilikom poziva funkcije, kao argumente možemo zadati i izraze. Na primjer:

```
double veci, a, b, c, d;
...
veci = max(a + b * c, d);
```

Nakon izvršavanja ovog dijela kôda, u varijabli veci će biti veća od vrijednosti $a + b \cdot c$ i d.

Konačno rješenje zadatka ćemo napraviti direktnim ispisom povratne vrijednosti funkcije:

```
#include <stdio.h>
2
   double max(double x, double y) {
3
     return (x > y ? x : y);
4
5
6
   int main(void) {
7
     double a, b;
8
9
     printf("a = "); scanf("%lf", &a);
10
     printf("b = "); scanf("%lf", \&b);
11
12
     printf("Veci je %g.\n", max(a, b));
13
14
     return 0;
15
16
```

Napomena 1.2. Kako smo rekli, argumenti u funkciji su kopije onih s kojima je funkcija pozvana. To znači da promjene vrijednosti argumenata se u C-u ne odražavaju na varijable koje su zadane kao parametri prilikom poziva funkcije. Na primjer, ako imamo funkciju

```
int f(int a) {
  a++;
  return a;
}
te ju pozovemo s
int x = 17;
printf("1: %d", x);
printf("2: %d", f(x));
printf("3: %d", x);
ispis će biti
1: 17
2: 18
3: 17
a ne
1: 17
2: 18
3: 18
```

Svojevrsna iznimka su elementi nizova. Ako elementu niza promijenimo vrijednost, promjena će se odraziti na odgovarajući element pozivnog parametra! Ovakvo ponašanje nije neobično, a zašto do njega dolazi, vidjet ćemo u kasnijim poglavljima.

Zadatak 1.6. Napišite funkciju koja kao argumente uzima niz realnih brojeva i cijeli broj n (koji označava duljinu niza). Funkcija treba uzlazno sortirati niz.

Napišite i kako se funkcija poziva (pretpostavite da imate učitan niz a s n elemenata).

RJEŠENJE. Očito, funkcija ne vraća ništa (jer se u zadatku ne navodi što bi trebala vratiti). To znači da je tip njene povratne vrijednosti void.

Kad u funkciju želimo "poslati" niz, argument funkcije deklariramo na slijedeći način:

```
tip_elementa_niza ime_varijable[];
```

dakle jednako kao deklaracija nizovne varijable, ali bez navođenja najveće duljine.

Konačno rješenje zadatka:

```
#include <stdio.h>
2
void sort(double x[], int n) {
```

```
int i, j;
4
     for (i = 0; i < n - 1; i++)
5
       for (j = i + 1; j < n; j++)
6
          if (x[i] > x[j]) {
7
            int temp = x[i];
8
            x[i] = x[j];
9
            x[j] = temp;
10
11
12
```

Poziv funkcije: sort(a, n)

Dakle, funkciju pozivamo uobičajenim popisivanjem parametara, bez obzira što je jedan od njih niz. Česte $\mathbf{GRE\breve{S}KE}$ su:

```
sort(a[], n); i
sort(a[n], n);
```

Zadatak 1.7. Napišite funkciju koja kao parametre prima prirodne brojeve a i b, a,b>1, a kao rezultat ne vraća ništa. Funkcija treba "nacrtati" graf za sve brojeve k takve da je $b < k \le a+b$, koji u svakom retku ispisuje broj k, te f(k) "povisilica" (znak "#"), pri čemu s f(k) označavamo broj brojeva x takvih da je $a \le x \le b$ i k djeljiv s x (f(k) služi za opis zadatka, te ga ne morate definirati kao posebnu funkciju!), te preko trećeg parametra vratiti najveći broj "povisilica" ispisanih u jednom retku (ako nije ispisana niti jedna, treba vratiti nulu). Na primjer, za a=3, b=9, treba ispisati (bez objašnjenja koja su u zagradama):

```
10: # (od brojeva iz skupa {3,4,...,9}, broj 10 je djeljiv samo s brojem 5)
11: (broj 11 nije djeljiv s niti jednim brojem iz skupa {3,4,...,9})
12: ### (od brojeva iz skupa {3,4,...,9}, broj 12 je djeljiv s brojevima 3, 4 i 6)
te preko trećeg parametra vratiti vrijednost 3 (= max{1,0,3}).
```

Napomene: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i nizova! Ako ne znate napisati funkciju, onda napišite dio programa (koji umjesto vraćanja vrijednosti ima ispis), no takvo rješenje donosi najviše 15 bodova. Ako ne znate napisati funkciju koja vraća vrijednost preko parametara, napišite ju tako da vraća vrijednost pomoću return, no takvo rješenje nosi najviše 20 bodova.

RJEŠENJE. Ovdje je upotrijebljen naizgled komplicirani način ispisa: preko nekakvog "grafa". No, crtanje "grafa" u formatu

```
k: ###...#
je jednostavno:

printf("%d: ", k);
for (i = 0; i < k; i++) printf("#");
printf("\n");</pre>
```

Ostatak zadatka je kombiniranje već viđenih zadataka, pa je konačno rješenje:

```
int f(int k, int a, int b) {
1
     int cnt = 0, x;
2
     for (x = a; x \le b; x++)
3
        if (k \% x == 0) cnt++;
4
     return cnt;
5
6
7
   void zad(int a, int b, int *br) {
8
     int k, i;
9
     *br = 0;
10
     for (k = b + 1; k \le a + b; k++)
11
       int fk = f(k, a, b);
12
        if (fk > *br) *br = fk;
13
        printf("%d: ", k);
14
       for (i = 0; i < fk; i++) printf("#");
15
        printf(" \ n");
16
17
18
```

Primjer programa za testiranje funkcije:

```
int main(void) {
  int res;

zad(3, 9, &res);
 printf("Rezultat: %d\n", res);

return 0;
}
```

1.5. Zadaci za samostalnu vježbu.

Zadatak 1.8. Napišite program (ne samo dio programa!) koji učitava niz cijelih brojeva x dok ne učita broj 17 ili ukupno 314 brojeva. Program treba niz x sortirati silazno prema sumi druge (s lijeva) i zadnje znamenke (ako broj nema neku od traženih znamenaka, za njenu vrijednost se uzima nula), te ispisati tako dobiveni niz.

Napomena: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i dodatnih nizova!

Zadatak 1.9. Napišite program (ne samo dio programa!) koji učitava niz realnih brojeva x dok ne učita broj 3.14 ili ukupno 17 brojeva. Program treba niz x sortirati uzlazno prema broju znamenaka cjelobrojnog dijela broja (tj. prema broju znamenaka lijevo od decimalne točke),

te ispisati tako dobiveni niz.

Napomena: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i dodatnih nizova!

Zadatak 1.10. Napišite program (ne samo dio programa!) koji učitava niz cijelih brojeva x dok ne učita broj 314 ili ukupno 17 brojeva. Program treba ispisati one elemente niza x za koje je druga znamenka (s lijeva) jednaka znamenci jedinica (npr. 12342).

Napomena: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i dodatnih nizova! Ako broj nema neku od traženih znamenaka, za njenu vrijednost uzima se nula.

Zadatak 1.11. Napišite program (ne samo dio programa!) koji učitava niz cijelih brojeva x dok ne učita broj 17 ili ukupno 314 brojeva. Program treba ispisati one elemente niza x za koje je treća znamenka (s lijeva) manja od znamenke desetica (npr. 12342).

Napomena: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i dodatnih nizova! Ako broj nema neku od traženih znamenaka, za njenu vrijednost uzima se nula.

Zadatak 1.12. Napišite funkciju koja kao parametre prima prirodne brojeve a i b, a, b > 1, a kao rezultat ne vraća ništa. Funkcija treba "nacrtati" graf koji za sve brojeve k, takve da je $a < k \le b$, u svakom retku ispisuje broj k, te onoliko križića (malo slovo "x") koliko k ima različitih prostih djelitelja, te preko trećeg parametra vratiti ukupan broj ispisanih križića (ako nije ispisana niti jedan, treba vratiti nulu).

Na primjer, za a=27, b=30, treba ispisati (bez objašnjenja koja su u zagradama):

28: XX (različiti prosti djelitelji od 28 su 2 i 7)

29: x (29 je jedini prosti djelitelj od 29)

30: xxx (različiti prosti djelitelji od 30 su 2, 3 i 5)

te preko trećeg parametra vratiti vrijednost 6 (= 2+1+3).

Napomene: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i nizova! Ako ne znate napisati funkciju, onda napišite dio programa (koji umjesto vraćanja vrijednosti ima ispis), no takvo rješenje donosi najviše 15 bodova. Ako ne znate napisati funkciju koja vraća vrijednost preko parametara, napišite ju tako da vraća vrijednost pomoću return, no takvo rješenje nosi najviše 20 bodova.

Zadatak 1.13. Napišite funkciju koja kao parametre prima prirodne brojeve a i b, a, b > 1, a kao rezultat ne vraća ništa. Funkcija treba "nacrtati" graf za sve brojeve k takve da je $a < k \le a + b$, koji u svakom retku ispisuje broj k, te $\binom{a+b}{k}$ minusa (znak "-"), pri čemu je $\binom{x}{y} = \frac{x!}{y!(x-y)!}$, a $n! = 1 \cdot 2 \cdots n$ (po definiciji je 0! = 1), te preko trećeg parametra vratiti ukupni broj minusa ispisanih u jednom retku

(ako nije ispisan niti jedan, treba vratiti nulu).

Na primjer, za a=4, b=3, treba ispisati (bez objašnjenja koja su u zagradama):

te preko trećeg parametra vratiti vrijednost 29 (= 21 + 7 + 1).

Napomene: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i nizova! Ako ne znate napisati funkciju, onda napišite dio programa (koji umjesto vraćanja vrijednosti ima ispis), no takvo rješenje donosi najviše 15 bodova. Ako ne znate napisati funkciju koja vraća vrijednost preko parametara, napišite ju tako da vraća vrijednost pomoću return, no takvo rješenje nosi najviše 20 bodova.

Zadatak 1.14. Napišite funkciju koja kao parametre prima prirodne brojeve a i b, a,b>1, a kao rezultat ne vraća ništa. Funkcija treba "nacrtati" graf za sve brojeve k takve da je $1 < k \le b$, koji u svakom retku ispisuje broj k, te M(a,k) kružića (malo slovo "o"), pri čemu je M(a,k) najveća zajednička mjera brojeva a i k (najveći prirodni broj $n \le a,k$ takav da su i a i k djeljivi s n), te preko trećeg parametra vratiti najveći broj kružića ispisanih u jednom retku (ako nije ispisana niti jedan, treba vratiti nulu).

Na primjer, za a=9, b=4, treba ispisati (bez objašnjenja koja su u za-gradama):

```
2: 0 (M(9,2) = 1 jer je 1 najveći prirodni broj s kojim su djeljivi i 9 i 2)
3: 000 (M(9,3) = 3 jer je 3 najveći prirodni broj s kojim su djeljivi i 9 i 3)
4: 0 (M(9,4) = 1 jer je 1 najveći prirodni broj s kojim su djeljivi i 9 i 4)
te preko trećeg parametra vratiti vrijednost 3 (= max{1,3,1}).
```

Napomene: Nije dozvoljeno korištenje funkcija iz math.h i nizova! Ako ne znate napisati funkciju, onda napišite dio programa (koji umjesto vraćanja vrijednosti ima ispis), no takvo rješenje donosi najviše 15 bodova. Ako ne znate napisati funkciju koja vraća vrijednost preko parametara, napišite ju tako da vraća vrijednost pomoću return, no takvo rješenje nosi najviše 20 bodova.

2. Rekurzije

2.1. Uvod. Rekurzije (rekurzivne funkcije) su funkcije koje pozivaju same sebe. Na primjer:

Primjer 2.1 (Fibonaccijevi brojevi (rekurzivno)). Fibonaccijeve brojeve definiramo slijedećom formulom:

$$F_n := \begin{cases} 0, & n = 0, \\ 1, & n = 1, \\ F_{n-2} + F_{n-1}, & n \in \mathbb{N}, n > 1. \end{cases}$$

Napišimo funkciju za računanje Fibonaccijevih brojeva direktno prema prikazanoj definiciji:

```
long int fib (long int n) {
   if (n <= 1) return n;
   return fib (n-1) + fib (n-2);
}</pre>
```

Kako se evaluiraju rekurzije?

Prije nego krenemo analizirati rekurziju, potrebno je prisjetiti se gdje i kada varijable "žive". Na primjer:

```
#include <stdio.h>
2
   int a = 1, b = 2, c = 3, d = 4;
3
4
   void f(int a) {
5
     int b = 12;
6
7
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n", a, b, c, d);
8
     a++; b++; c++;
9
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n", a, b, c, d);
10
11
12
   int main(void) {
13
     int a = 21, b = 22, d = 24;
14
15
     printf("main() 1. put:\n");
16
     printf(" a=%d, b=%d, c=%d, d=%d\n", a, b, c, d);
17
     printf("Funkcija 1. put:\n");
18
19
     printf("Funkcija 2. put:\n");
20
21
     printf("main() 2. put:\n");
22
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n", a, b, c, d);
23
24
```

```
return 0;
}

Ispis ovog programa će biti:
main() 1. put:
    a = 21, b = 22, c = 3, d = 24
Funkcija 1. put:
    a = 3, b = 12, c = 3, d = 4
    a = 4, b = 13, c = 4, d = 4
Funkcija 2. put:
    a = 4, b = 12, c = 4, d = 4
    a = 5, b = 13, c = 5, d = 4
main() 2. put:
    a = 21, b = 22, c = 5, d = 24
```

Primijetimo nekoliko detalja:

- 1. Imena varijabli ne igraju ulogu između poziva funkcije i tijela funkcije. Zbog toga, te zbog poziva f(c), varijabla a u funkciji poprima vrijednost varijable c iz glavnog programa.
- 2. Varijabla b u funkciji f() "živi" samo dok živi i funkcija, tj. njena vrijednost se ne čuva između dva poziva funkcije.
- 3. Varijabla c pripada cijelom programu, pa njena vrijednost raste sa svakim evaluiranjem izraza c++ (tj. vrijednost se ne gubi)
- 4. Postoje dvije varijable d: jedna pripada cijelom programu, a druga samo funkciji main(). Pošto funkcija main() ima svoju varijablu d, u njoj se ne "vidi" globalna varijabla d. Funkcija nema svoju varijablu d, pa pod tim imenom vidi onu globalnu.

Funkciju smo mogli napisati i na slijedeći način (koristeći različite nazive za sve različite varijable):

```
#include <stdio.h>
1
2
   int glob_a = 1, glob_b = 2, glob_c = 3, glob_d = 4;
3
4
   void f(int f_a) {
5
     int f_b = 12;
6
7
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n",
8
       f_a, f_b, glob_c, glob_d);
9
     f_a++; f_b++; glob_c++;
10
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n",
11
       f_a, f_b, glob_c, glob_d);
12
13
14
   int main(void) {
15
     int main_a = 21, main_b = 22, main_d = 24;
16
```

```
printf("main() 1. put:\n");
17
              a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d n,
     printf("
18
       main_a, main_b, glob_c, main_d);
19
     printf("Funkcija 1. put:\n");
20
     f(glob_c);
21
     printf("Funkcija 2. put:\n");
22
     f(glob_c);
23
     printf("main() 2. put:\n");
24
     printf(" a=\%d, b=\%d, c=\%d, d=\%d\n",
25
       main_a, main_b, glob_c, main_d);
26
27
     return 0;
28
29
```

Dakle, u funkciji fib() iz primjera 2.1, varijabla n je lokalna.

Napomena 2.1. Izuzetno je važno zapamtiti da svaki poziv funkcije dobija svoju varijablu n, tj. promjena varijable n u nekom pozivu rekurzije ne mijenja vrijednost varijable n u funkciji koja je taj poziv izvršila!

2.2. Evaluiranje rekurzija.

ZADATAK 2.1. Koju vrijednost vraća poziv funkcije fib(5), pri čemu je funkcija fib() ona koju smo definirali u primjeru 2.1?

RJEŠENJE. Idealno je pozive zapisati "stablasto", slično prikazu direktorija u Konqueroru, Windows Exploreru i sličnim programima. Pri tome za svaki poziv neke funkcije (najčešće rekurzije) zapisujemo stanja ulaznih argumenata, a "ispod" toga (kao podstablo) zapisujemo stanja lokalnih varijabli (po kojima možemo "šarati" ako se vrijednosti mijenjaju tijekom izvođenja funkcije), te daljnje pozive funkcija.

```
main:
| n=5
| printf("...", fib(5))
| fib(5) = ?
+ fib(5):
 l n=5
    return fib(n-1)+fib(n-2)=fib(4)+fib(3)
    fib(4)+fib(3)=?
 | fib(4) = ?
 + fib(4):
    | n=4
    \mid \text{return fib(3)+fib(2)=?}
    + fib(3):
    | | n=3
| | | | return fib(2)+fib(1)=?
| | | + fib(2):
```

```
| | | n=2
| | | | return fib(1)+fib(0)=?
| | | | fib(1):
| | | n=1
| \ | \ | \ | + fib(0):
| \ | \ | \ | \ | return fib(1)+fib(0)=1+0=1 (=>fib(2) vraca 1)
| | | n=1
| | | \ return fib(2)+fib(1)=1+1=2 (=>fib(3) vraca 2)
| | + fib(2):
| | | ovdje prepisujemo cijeli "blok" fib(2)!
| | + fib(1):
| | | n=1
| | | fib(0):
| | | n=0
| \ | \ | \ | return fib(1)+fib(0)=1+0=1 (=>fib(2) vraca 1)
| \ | \ | return fib(3)+fib(2)=2+1=3 (=>fib(4) vraca 3)
| + fib(3):
| | | ...
| | \ return 2
| \text{ return fib}(4) + \text{fib}(3) = 3 + 2 = 5
+ printf("...", fib(5)) -> ispisuje 5
```

U ovom prikazu smo znakom "plus" ("+") označili ulazak u funkciju, dok kosa crta ("\") označava kraj funkcijskog poziva. Okomita crta ("|") označava tijek funkcijskog poziva. Tako, na primjer,

označava tijek funkcijskog poziva fib(5) koji ima lokalnu varijablu n vrijednosti 5 i u kojem se (između ostalog) izvršava izraz fib(4), pozivom funkcije. Taj poziv ima svoju lokalnu varijablu n koja nema direktne veze s varijablom n iz poziva fib(5)! Na kraju izvršavanja, poziv fib(4) vraća vrijednost 3, dok poziv fib(5) vraća vrijednost 5.

Slijedeća modifikacija rekurzije iz primjera 2.1 ispisuje stanja varijabli na sličan način:

```
long int fib(long int n, int dubina_rekurzije) {
     int i;
2
     long int temp;
3
     for (i = 0; i < dubina_rekurzije; i++) printf("</pre>
4
     printf("n=\%d\n", n);
5
     if (n \le 1)
6
       for (i = 0; i < dubina_rekurzije; i++)
7
         printf(" ");
8
       printf("return %d\n", n);
       return n;
10
     }
11
     temp =
12
       fib(n-1, dubina_rekurzije+1) +
13
       fib (n-2, dubina_rekurzije+1);
14
     for (i = 0; i < dubina_rekurzije; i++) printf("
15
     printf("return %ld\n", temp);
16
     return temp;
17
18
```

Da bismo postigli "stablastu" strukturu ispisa, potrebno je znati koliko smo duboko u rekurziji. U tu svrhu koristimo još jednu lokalnu varijablu (dubina_rekurzije) koju povećavamo prilikog svakog rekurzivnog poziva. Pri tom nije potrebno varijablu smanjivati kad se izlazi iz rekurzije, jer je ona lokalna za svaki funkcijski poziv, pa se gubi priliko kraja izvršavanja funkcijskog poziva, te nas ponovno "dočeka" stara vrijednost (tj. istoimena varijabla nadređenog poziva).

Ovu varijantu funkcije iz glavnog programa pozivamo s fib(n, 0), a sličan princip ispisa možemo primijeniti na sve rekurzivne funkcije (korisno za vježbanje rekurzija)!

NAPOMENA 2.2. Iako se računanje Fibonaccijevih brojeva pomoću rekurzije čini prirodno (jer je i definicija rekurzivna), ono je izuzetno neefikasno! Kao što možemo vidjeti u prethodnom primjeru, vrijednosti fib(n) računamo mnogo puta za većinu vrijednosti argumenta n (što manja vrijednost od n, to je više redundantnih računanja fib(n)). Ovdje je daleko efikasniji nerekurzivni pristup:

```
long int fib(int n) {
long int fib1 = 0, fib2 = 1, fib3;
int i;
```

```
if (n <= 1) return n;
for (i = 2; i <= n; i++) {
    fib3 = fib1 + fib2;
    fib1 = fib2;
    fib2 = fib3;
}
return fib2;
}</pre>
```

Na testom računalu (Pentium 4, 1.7GHz) nerekruzivna verzija programa računa fib(100000) za jednu stotinku. Rekurzivna varijanta programa se "sruši" zbog prevelike dubine rekurzije, dok za n=40 rekurzivnoj verziji programa treba 4.5 sekunde. Za n=41 treba 7.7 sekundi, što je čak 70%-tno povećanje!

Naravno, ovo ne znači da su rekurzije općenito loše, nego samo da treba paziti kad se primjenjuju. Neki problemi čak niti nemaju nerekurzivno rješenje!

2.3. Kreiranje rekurzija. Prilikom kreiranja rekurzivnih funkcija treba biti oprezan, kako rekurzija ne bi završila u beskonačnoj petlji i srušila program.

Napomena 2.3. Svaka rekurzija mora imati i terminalne uvjete, tj. način izvršavanja koji nema rekurzivnih poziva! Kod računanja Fibonaccijevih brojeva, to je uvjet

```
if (n \le 1) return n;
```

Takav uvjet je nužan kako se rekurzija ne bi pozivala u nedogled. Također, treba paziti da svaki poziv rekurzije prije ili poslije može dovesti do nekog od terminalnih uvjeta. Na primjer, da je uvjet u primjeru 2.1 bio samo

```
if (n = 0) return 0;
```

onda bismo kod evaluiranja izraza (na primjer) fib(2) imali:

```
fib(2) = fib(1) + fib(0)
= fib(0) + fib(-1) + fib(0)
= fib(0) + fib(-2) + fib(-3) + fib(0)
= ...
```

Rekurzije zadane formule rješavamo jednostavnim "prepisivanjem u C". U praksi treba paziti da je rekurzija korektno zadana (tj. da za svaki ulaz završava u konačnom vremenu), no ovdje ćemo se baviti samo implementacijom u C-u, bez formalne provjere korektnosti.

ZADATAK 2.2. Napišite rekurzivnu funkciju f(a,b) koja je definirana slijedećom formulom:

$$f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$$

$$f(a,b) = \begin{cases} 1 & , a = b = 0, \\ -f(-a,b) & , a < 0, b \ge 0, \\ -f(a,-b) & , a \ge 0, b < 0, \\ f(-a,-b) & , a < 0, b < 0, \\ f(b,a-1) + 2, inače. \end{cases}$$

RJEŠENJE. Kad je zadana rekurzivna formula, rješenje zadatka je jednostavno i svodi se na prepisivanje matematičke formule u C:

```
int f(int a, int b) {
   if (a == 0 && b == 0) return 1; else
   if (a < 0 && b >= 0) return -f(-a,b); else
   if (a >= 0 && b < 0) return -f(a,-b); else
   if (a < 0 && b < 0) return f(-a,-b); else
   if (a < 0 && b < 0) return f(-a,-b); else
   return f(b, a - 1) + 2;
}</pre>
```

Očito, ovdje nam else-ovi zapravo ne trebaju, jer return prekida izvršavanje funkcije. Oni su tu samo zbog preglednosti. □

Zadatak 2.3. Napišite rekurzivnu funkciju f(a,b) koja je definirana slijedećom formulom:

$$f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$$

$$f(a,b) = \begin{cases} 1 & , |a-b| < 5, \\ -f(-2a,b) & , a < 0, b \ge 0, \\ -f(-2b,a) & , a \ge 0, b < 0, \\ f(a+1,0) + f(0,b-3), a < 0, b < 0, \\ f(7-b,a) & , inače. \end{cases}$$

No, gotove formule rijetko nalazimo u praksi. Često su zadaci zadani opisno ("pričicom" od koje treba izgraditi rekurziju).

Zadatak 2.4. Napišite rekurzivnu funkciju koja za skup cijelih brojeva (zadan pomoću niza) vraća broj podskupova čija je suma djeljiva sa 17. Uz niz i njegovu duljinu, funkcija smije primati i druge argumente.

Na primjer, za skup $\{5,7,12\}$, funkcija treba vratiti 2, jer traženi uvjet zadovoljavaju podskupovi \emptyset (suma elemenata je nula) i $\{5,12\}$ (suma elemenata je 17).

Obavezno napišite i kako se funkcija poziva!

RJEŠENJE. Ovdje je najjednostavnije isprobati sve mogućnosti (tj. proći po svim podskupovima zadanog skupa i brojati one koji imaju sumu elemenata djeljivu sa 17).

```
int rek(int niz[], int n, int suma) {
   if (n) return
    rek(niz, n-1, suma + niz[n-1]) +
    rek(niz, n-1, suma);
   return (suma % 17 ? 0 : 1);
}
```

Poziv funkcije:

```
int niz[] = {-12, -11, -5, -2, 1, 3, 5, 8};
int duljina_niza = 8;
printf("Takvih podskupova ima %d.\n",
    rek(niz, duljina_niza, 0));
```

Pogledajmo malo kako ova funkcija u stvari radi. Najprije provjeravamo da niz nije prazan (tj. da li je n različito od nule). Ako ima elemenata, onda gledamo zadnjeg (niz[n-1]): njega možemo staviti u podskup ili ga izostaviti.

• Linija 3:

Ako zadnjeg stavimo u podskup, onda ukupna suma raste za vrijednost niz[n-1], te nastavljamo (rekurzivnim pozivom) za niz bez zadnjeg elementa (zbog toga u rekurzivnom pozivu prosljeđujemo n-1), ali sa sumom uvećanom za niz[n-1].

• Linija 4:

Ako zadnjeg **ne** stavimo u podskup, onda ukupna suma ostaje nepromijenjena, te nastavljamo (rekurzivnim pozivom) za niz **bez** zadnjeg elementa (zbog toga i u ovom rekurzivnom pozivu prosljeđujemo n-1), s nepromijenjenom sumom.

Nakon što smo izračunali koliko podskupova imamo u oba slučaja, zbrajamo dobivene vrijednosti i rezultat vraćamo kao rezultat funkcije (linija 3).

Ako uvjet u liniji 2 nije bio zadovoljen, to znači da je n=0, tj. niz je prazan ("potrošili" smo sve elemente skupa). U varijabli suma se nalazi suma elemenata koji su u podskupu. Ako ta suma odgovara uvjetu zadatka (djeljiva je sa 17), brojimo taj podskup kao jedan (pa funkcija vraća 1); u protivnom, taj podskup ne brojimo (tj. vraćamo nulu).

Napomena 2.4. Primijetite da se nigdje ne čuvaju podskupovi, nego samo suma "pokupljenih" brojeva i oznaka do kojeg broja smo stigli (varijabla n)!

Zadatak 2.5 (pismeni ispit, 28.11.2005). Napišite rekurzivnu funkciju koja uzima barem jedan argument $x \in \mathbb{N}$. Funkcija treba vratiti broj na koliko različitih načina se x može prikazati kao suma brojeva 2, 3 i 5, neovisno o redoslijedu sumanada (tj. 2+3+3 je isto što i 3+2+3 i 3+3+2, pa se to broji samo kao jedan način).

Napišite i program kojim se testira funkcija (treba samo učitati broj, pozvati funkciju i ispisati rezultat).

Napomena: Uz argument x, funkcija smije primati dodatne pomoćne argumente, ali nije dozvoljeno korištenje polja, lista, te globalnih i static varijabli!

RJEŠENJE. Pogledajmo prvo rješenje koje broji sve mogućnosti (i one redundantne):

```
#include <stdio.h>
  int part(int x) {
     if (x < 0) return 0; // ovako ne ide
     if (x = 0) return 1; // jedan uspjesan nacin
4
     return part (x-2) + part (x-3) + part (x-5);
5
6
7
   int main(void) {
8
     int n;
9
10
     printf("Upisite broj n: "); scanf("%d", &n);
11
12
     printf("Takvih rastava ima %d.\n", part(n));
13
14
     return 0;
15
16
```

Kao što vidimo, ideja je identična onoj u prethodnom zadatku: isprobavamo sve mogućnosti i pratimo što nam je ostalo. Postavlja se pitanje kako osigurati da se redundantni rastavi ne ponavljaju?

Jednostavan način je primijetiti da svaki rastav među svojim redundantnim verzijama ima točno jedno uzlazno sortirano pojavljivanje. Npr. kod 2+3+3 su brojevi poredani uzlazno, dok kod 3+2+3 i 3+3+2 nisu. Drugim riječima, jednom kad upotrijebimo broj 3, više ne smijemo upotrebljavati broj 2 (u tom rekurzivnom pozivu, te onima koji proizlaze iz njega).

U tu svrhu pratimo koji je prvi (tj. najmanji) broj koji smijemo koristiti. U početku, to je broj 2 (najmanji od svih koje uopće smijemo koristiti), pa je zato drugi parametar u pozivu rek() u liniji 20 (u idućoj varijanti rješenja) jednak 2. Jednom kad iskoristimo broj 3, on postaje najmanji (zbog toga je drugi parametar rekurzivnog poziva u liniji 10 jednak 3). Analogno, kad iskoristimo broj 5, on postaje najmanji broj koji smijemo koristiti (pa je drugi parametar rekurzivnog poziva u liniji 11 jednak 5).

Sumu računamo kumulativno, tj. prvo ju inicijaliziramo na nulu, te zatim povećavamo za one brojeve koje smijemo koristiti (to ostvarujemo if()—ovima u linijama 9—11).

```
1 #include <stdio.h>
```

```
2
   int part(int x, int prvi) {
3
     int cnt = 0;
4
     if (x < 0) return 0; // ovako ne
5
     {f if} (x ==0) {f return} 1; // jedan uspjesan nacin
6
     // Kreni od zadnjeg koristenog sumanda (tj. gledamo
7
     // samo uzlazne poretke, pa nema ponavljanja):
9
     if (prvi \le 2) cnt += part(x - 2, 2);
     if (prvi \leq 3) cnt += part(x - 3, 3);
10
     if (prvi \leq 5) cnt += part(x - 5, 5);
11
     return cnt;
12
13
   int main(void) {
14
     int n;
15
16
     printf("Upisite broj n: "); scanf("%d", &n);
17
18
     // Prvi sumand za koji testiramo je 2
19
     printf("Takvih rastava ima %d.\n", part(n, 2));
20
21
     return 0;
22
23
```

Slično prethodnom zadatku:

ZADATAK 2.6. Napišite rekurzivnu funkciju koja uzima barem jedan argument $x \in \mathbb{N}$. Funkcija treba ispisati sve različite načine na koje se x može prikazati kao suma brojeva 2, 3 i 5, neovisno o redoslijedu sumanada (tj. 2+3+3 je isto što i 3+2+3 i 3+3+2, pa se to broji samo kao jedan način).

Napišite i program kojim se testira funkcija (treba samo učitati broj i pozvati funkciju).

Napomena: Uz argument x, funkcija smije primati dodatne pomoćne argumente, ali nije dozvoljeno korištenje globalnih i static varijabli!

UPUTA. Uvedite još jedan niz (u koji ćete spremati sumande) i pomoćni parametar (u kojem ćete čuvati trenutnu duljinu početnog niza). Prilikom poziva funkcije, pomoćni niz ograničite na 1000 elemenata (ovo ograničenje ćete moći ukloniti pomoću dinamičkih nizova).

Zadatak 2.7. Napišite rekurzivnu verziju Euklidovog algoritma za računanje najvećeg zajedničkog djelitelja (engl. GCD, greatest common divisor) dva prirodna broja.

Rješenje.

```
int gcd(int a, int b) {
   if (b == 0)
    return a;
   else
    return gcd(b, a % b);
}
ili, kraće

int gcd(int a, int b) {
   return (b ? gcd(b, a % b) : a);
}
```

ZADATAK 2.8 (pismeni ispit, 27.6.2005). Napišite rekurzivnu funkciju koja uzima barem jedan argument $x \in \mathbb{N}$. Funkcija treba vratiti broj na koliko različitih načina se x može prikazati kao umnožak prirodnih brojeva većih od 1. Na primjer, za x=12, funkcija treba vratiti 4 $(2 \cdot 2 \cdot 3, 2 \cdot 6, 3 \cdot 4 \ i \ 12)$, za x=30 treba vratiti 5 $(2 \cdot 3 \cdot 5, 2 \cdot 15, 3 \cdot 10, 5 \cdot 6, 30)$, a za x=24 treba vratiti 7 $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, 2 \cdot 2 \cdot 6, 2 \cdot 12, 2 \cdot 3 \cdot 4, 3 \cdot 8, 4 \cdot 6, 24)$.

Napišite i program kojim se testira funkcija (treba samo učitati broj, pozvati funkciju i ispisati rezultat).

Napomena: Uz argument x, funkcija smije primati dodatne pomoćne argumente, ali nije dozvoljeno korištenje polja, lista, te globalnih i static varijabli!

ZADATAK 2.9. Napišite funkciju koja kao argument prima niz cijelih brojeva duljine $n=3^k$ za neki $k \in \mathbb{N}$ (ne treba provjeravati da je duljina zaista potencija broja 3), te eventualne pomoćne argumente (koje možete sami odabrati). Funkcija treba srednju trećinu niza ispuniti nulama, a rubne jedinicama. Zatim za rubne trećine treba primijeni isti postupak (dok te trećine ne postanu jednočlane). Vrijednosti niza koje treba dobiti za neke vrijednosti n su:

Napišite i kako se funkcija poziva.

Rješenje.

```
void niz(int x[], int from, int to) {
int i;
if (from == to) {
```

```
4     x[from] = 1;
5     return;
6   }
7   for (i = from; i <= to; i++) x[i] = 0;
8   niz(x, from, (2*from+to)/3);
9   niz(x, (from+2*to)/3 + 1, to);
10 }</pre>
```

Poziv funkcije (za $n = 3^4 = 81$):

```
int x[81];
niz(x, 0, 80);
```

Zadatka za vrijednosti $3^1, 3^2, \dots, 3^5$.

Rješenje.

```
int main(void) {
1
     int x[243], i, n;
2
3
     n = 3;
4
     while (n \le 243) {
5
       niz(x, 0, n-1);
6
       printf("%3d: %d", n, x[0]);
       for (i = 1; i < n; i++) printf("%d", x[i]);
8
       printf("\n");
9
       n = 3;
10
11
12
     return 0;
13
14
```

Zadatka 2.11. U funkciji iz zadatka 2.9 isti se elementi niza nepotrebno mnogo puta postavljaju na nulu. Pokušajte ispraviti taj nedostatak.

UPUTA. Uvedite jednu nerekurzivnu funkciju koja će "pripremiti" niz (postaviti mu sve elemente na vrijednost nula) i zatim pozvati rekurzivnu funkciju koja će postavljati samo jedinice.

Alternativno, moguće je riješiti zadatak tako da se i vrijednost 0 i vrijednost 1 postavljaju samo ako je zadovoljen terminalni uvjet, ali onda je potreban pomoćni parametar (v. uputu za idući zadatak).

ZADATAK 2.12. Riješite zadatak 2.9 tako da funkcija ne kreira niz, nego ispisuje tražene elemente na ekran, bez upotrebe nizova.

UPUTA. Rekurzija je, u osnovi, slična onoj iz originalnog zadatka. Potreban je pomoćni parametar (vrijednost 0 ili 1) koji označava u kojoj smo trećini, a ispis se smije raditi samo u slučaju da je zadovoljen terminalni uvjet. □

Zadatak 2.13 (pismeni ispit, 1.9.2004). Žaba želi prijeći rijeku skačući preko n listova lopoča. To radi u skokovima po dva ili tri lista prema naprijed ili prema natrag. Povratka na kopno nema (dakle, ne može otići "ispred" prvog lista). Također, ne može skočiti niti iza zadnjeg lista (npr. ne može skočiti s lista n-1 na list n+1). Skakutanje je gotovo kad žaba dođe na n-ti list.

Napišite (rekurzivnu) funkciju koja za zadani n (jedan od funkcijskih argumenata) vraća broj načina kojima žaba može izvesti opisano skakanje u najviše 17 koraka.

Treba napisati i kako se funkcija poziva.

2.4. Statičke varijable. Iako nisu direktno povezane s rekurzijama, statičke varijable često ovdje nalaze svoju primjenu. Opisno, riječ je o globalnim varijablama koje se "ne vide izvan funkcije".

Primjer 2.2. Varijabla a je globalna:

int a = 0;

 $printf("a = %d \ n", a);$

a++;

4

5

```
#include <stdio.h>
 1
2
   int a = 0;
3
4
   void f(void) {
5
6
7
      printf("a = %d \ n", a);
8
9
   int main(void) {
10
      f ();
11
      f ();
12
      return 0;
13
14
   Ispis:
   a = 1
   a = 2
    Varijabla a je lokalna:
   #include <stdio.h>
1
   void f(void) {
3
```

```
7
8
   int main(void) {
     f ();
10
      f ();
11
      return 0;
12
   Ispis:
   a = 1
   a = 1
   Varijabla a je lokalna, statička:
   #include <stdio.h>
2
   void f(void) {
3
      static int a = 0;
4
5
      printf("a = %d \ n", a);
6
7
   int main(void) {
9
10
      f ();
      f ();
11
      return 0;
12
13
   Ispis:
   a = 1
   a = 2
   Varijabla a je lokalna, statička, ali ju pozivamo i u glavnom programu:
   #include <stdio.h>
1
2
   void f(void) {
3
      static int a = 0;
4
5
      printf("a = %d \ n", a);
6
7
8
   int main(void) {
9
      f ();
10
11
      printf("a = %d \n", a);
12
     return 0;
13
14
```

Ispisa nema, jer se prilikom compiliranja javlja greška poput ove:

```
t.c: In function main:
t.c:12: error: a undeclared (first use in this function)
t.c:12: error: (Each undeclared identifier is reported
t.c:12: error: only once for each function it appears in.)
```

Pokušajmo modificirati program s globalnom varijablom:

```
#include <stdio.h>
2
   int a = 0;
3
4
   void f(void) {
5
6
      printf("a = %d \ n", a);
7
8
9
   int main(void) {
10
      f ();
11
      f();
12
      printf("a = %d \ n", a);
13
     return 0;
14
15
```

Ispis:

a = 1

a = 2

a = 2

Dakle, statička varijabla (deklarirana dodavanjem ključne riječi static ispred tipa varijable):

- ne gubi vrijednost prilikom izlaska iz funkcije (slično globalnim varijablama), ali
- nije vidljiva izvan bloka (ovdje je to funkcija f()) u kojem je deklarirana

Globalne varijable se općenito smatraju lošima i treba ih izbjegavati, jer u primjeni često dolazi do kolizije imena (upotrijebimo jednu varijablu u dvije funkcije i time u jednoj funkciji "pokvarimo" vrijednost koju je postavila druga funkcija). Statičke varijable omogućuju funkcionalnost globalnih varijabli (ne "zaboravljaju vrijednost"), ali bez opasnosti da se "potuku" varijable iz različitih funkcija.

Pri tome, inicijalizacija varijable (pridruživanje vrijednosti prilikom same deklaracije) kod statičkih varijabli izvodi se samo jednom. Zbog toga se u prethodnom primjeru, u programu sa statičkom varijablom, vrijednost varijable a ne vraća na nulu prilikom drugog poziva funkcije.

Vratimo se na rekurzivnu (**izuzetno lošu!**) implementaciju Fibonnacijevih brojeva.

Primjer 2.3. Uvedimo ograničenje: $n \leq 100000$. Uz takvo ograničenje, možemo dodati spremanje izračunatih vrijednosti u neki niz, kako ne bismo više puta računali istu vrijednost. Tako prilikom računanja F_n provjeravamo je li F_n već izračunat. Ako je, vraćamo tu vrijednost; ako nije, računamo ga, novu vrijednost pospremamo u niz i vraćamo ju kao rezultat funkcije.

Za početak, niz može biti globalna varijabla:

```
long int fib_cache[100001] = {0};

long int fib(long int n) {
   if (n <= 1) return n;
   if (fib_cache[n]) return fib_cache[n];
   return fib_cache[n] = fib(n-1) + fib(n-2);
}</pre>
```

Niz fib_cache inicijaliziramo na vrijednosti nula (za sve elemente!) prilikom deklaracije.

Poziv ovakve funkcije daje rješenje za n=100000 za 11 stotinki, ali se i dalje ruši za n=1000000 (naravno, uz prilagodbu maksimalne duljine niza). Rušenje se događa zbog prevelike dubine rekurzije i to nikakvo cacheiranje ne može riješiti.

Primijetimo da nam varijabla fib_cache nije potrebna izvan funkcije. Dapače, ovakvo rješenje omogućuje da se negdje izvrši, na primjer, naredba fib_cache[17] = 19;:

```
9 int main(void) {
10    printf("fib(17) = %ld\n", fib(17));
11    printf("fib(19) = %ld\n", fib(19));
12    fib_cache[17] = 19;
13    printf("fib(17) = %ld\n", fib(17));
14    printf("fib(19) = %ld\n", fib(19));
15    return 0;
16 }
```

Nakon takve narebe, rezultati koje vraća ova funkcija ostaju trajno pogrešni:

```
fib(17) = 1597
fib(19) = 4181
fib(17) = 19
fib(19) = 4181
```

Primijetimo da je "pokvarena" samo vrijednost od F_{17} . Na žalost, to nije uvijek slučaj. Na primjer, glavni program

```
int main(void) {
   printf("fib (17) = %ld\n", fib (17));
   fib_cache [17] = 19;
   printf("fib (17) = %ld\n", fib (17));
```

```
13 printf("fib(19) = %ld\n", fib(19));
14 return 0;
15 }
```

ispisat će

```
fib(17) = 1597

fib(17) = 19

fib(19) = 1025
```

Kao što vidimo, vrijednost od F_{19} je također pogrešna (1025 umjesto 4181). Zašto?

Naravno, nitko neće sam sebi ovako podmetati u kôdu, ali moguće je da do ovakvih problema dođe nenamjerno. Zbog toga je idealno niz fib_cache smjestiti unutar same funkcije. No, on mora zadržavati vrijednost između dva funkcijska poziva, pa ne smije biti obična lokalna varijabla, nego mora biti statička:

```
long int fib(long int n) {
    static long int fib_cache[100001] = {0};

if (n <= 1) return n;
    if (fib_cache[n]) return fib_cache[n];
    return fib_cache[n] = fib(n-1) + fib(n-2);
}</pre>
```

Isprobajte ovu funkciju i uvjerite se da radi ispravno i (puno) brže od klasičnog rekurzivnog rješenja.

NAPOMENA 2.5. Prethodni primjer pokazuje poboljšanje rekurzivnog algoritma za računanje Fibonaccijevih brojeva. Ipak, to rješenje je još uvijek neusporedivo lošije od nerekurzivnog rješenja jer uvodimo ograničenje na n, a i troši puno više memorije (na 32-bitnom računalu, niz fib_cache troši gotovo 400kB memorije).

Zadatak 2.14. Napišite rekurzivnu varijantu algoritma za računanje Fibonaccijevih brojeva tako da neposredno prije izlaska iz funkcije program ispisuje poruke poput

Povratna vrijednost i-tog poziva je...

Pozivi ne moraju biti nabrojani po redu. Npr. za program

```
20 int main(void) {
21    printf("fib(3) = %ld\n", fib(3));
22    printf("fib(5) = %ld\n", fib(5));
23    return 0;
24 }
```

ispis bi mogao biti:

```
Povratna vrijednost 3. poziva je 1
Povratna vrijednost 4. poziva je 0
Povratna vrijednost 2. poziva je 1
```

```
Povratna vrijednost 5. poziva je 1

Povratna vrijednost 1. poziva je 2

fib(3) = 2

Povratna vrijednost 8. poziva je 2

Povratna vrijednost 9. poziva je 1

Povratna vrijednost 7. poziva je 3

Povratna vrijednost 10. poziva je 2

Povratna vrijednost 6. poziva je 5

fib(5) = 5
```

Napomena 2.6. Prethodni zadatak nije jednostavan! Sitne modifikacije rješenja mogu dovesti do toga da se neki koraci ispisuju više puta i/ili da se neki koraci ne ispišu niti jednom. Pokušajte dobiti da se svaki korak ispiše točno jednom!

3. Višedimenzionalna polja

U C-u ne postoji posebna sintaksa za višedimenzionalna polja. Za simuliranje matrica koriste se obični nizovi. Na primjer:

```
1 int x[10];
```

Ovdje je x niz od 10 cijelih brojeva. Slično:

```
1 int y[10][20];
```

Ovo je ekvivalentno

```
1 int (y[10])[20];
```

pa je y niz od 10 elemenata od kojih je svaki niz od 20 cijelih brojeva. To možemo provjeriti i slijedećim programskim isječkom:

```
int a[10][20], b[20][10];
printf("a: %u, a[0]: %u, a[0][0]: %u\n",

sizeof(a), sizeof(a[0]), sizeof(a[0][0]));
printf("b: %u, b[0]: %u, b[0][0]: %u\n",
sizeof(b), sizeof(b[0]), sizeof(b[0][0]));
```

Operator sizeof() ćemo kasnije detaljnije obraditi, a ovdje ćemo samo reći da on vraća veličinu tipa ili izraza (ovo oprezno koristiti!) u byte-ovima. Ispis ovog programskog isječka bit će sličan ovome:

```
a: 800, a[0]: 80, a[0][0]: 4
b: 800, b[0]: 40, b[0][0]: 4
```

Vidimo da je veličina a [0] [0] jednaka veličini b [0] [0] i iznosi 4 bytea (što je jedan cijeli broj na 32-bitnim računalima). Ukupno, i varijabla a i varijabla b zauzimaju 800 bytea (što je 10 · 20 cijelih brojeva po 4 bytea). No, prvi element niza a zauzima 80 byteova (što je 20 intova), dok prvi element niza b zauzima 40 byteova (što je 10 intova). Dakle, niz a sadrži 20-eročlane nizove cijelih brojeva, dok niz b sadrži 10-eročlane nizove cijelih brojeva.

Jednostavnije deklariranje višedimenzionalnih polja možete vidjeti u poglavlju 6.5.

Nizovima pristupamo navođenjem indeksa – svakog u svojim uglatim zagradama! Na primjer,

```
printf("%d", a[0][1]);
```

ispisuje drugi element (zbog [1]) prvog niza (zbog [0]) od nizova cijelih brojeva sadržanih u a.

Zadatak 3.1. Napišite program koji učitava dva prirodna broja $m, n \leq 10$, te matrice $a, b \in \mathbb{N}^{m \times n}$. Program treba izračunati sumu matrica c := a + b i ispisati ju (tablično; možete pretpostaviti da će svi učitani brojevi imati najviše 5 znamenaka).

Rješenje.

```
#include <stdio.h>
1
2
   void ucit_mat(int x[][10], int m, int n, char ime) {
3
     int i, j;
4
     for (i = 0; i < m; i++)
5
       for (j = 0; j < n; j++) {
6
          printf(\%c[\%d][\%d] = \%, ime, i, j);
7
          scanf("%d", &x[i][j]);
8
9
10
11
   int main(void) {
12
     int a[10][10], b[10][10], c[10][10], m, n, i, j;
13
14
     printf("m = "); scanf("%d", &m);
15
     printf("n = "); scanf("%d", &n);
16
17
     ucit_mat(a, m, n, 'a');
18
     ucit_mat(b, m, n, 'b');
19
20
     for (i = 0; i < m; i++)
21
22
       for (j = 0; j < n; j++)
         c[i][j] = a[i][j] + b[i][j];
23
24
     printf("Rezultat c = \n");
25
     for (i = 0; i < m; i++) {
26
       for (j = 0; j < n; j++)
27
          printf("%6d", c[i][j]);
28
       printf("\n");
29
30
31
     return 0;
```

33 }

Primijetite da kod proslijeđivanja višedimenzionalnih nizova u funkcije, u zaglavlju funkcije moramo navesti njihove dimenzije (sve osim, eventualno, prve), što kod običnih nizova nije bilo nužno (tj. bilo je, ali tamo je prva dimenzija ujedno i jedina, pa je to manje vidljivo). Razlog tome je raspored elemenata u memoriji.

Ispis je u rješenju prethodnog zadatka mogao biti i ljepši:

```
for (i = 0; i < m; i++) {
25
       for (j = 0; j < n; j++)
26
         printf("%6d", a[i][j]);
27
       printf(" \%c ", i = m / 2 ? '+' : ' ');
28
       for (j = 0; j < n; j++)
29
         printf("%6d", b[i][j]);
30
       printf(" \%c ", i == m / 2 ? '=' : '
31
       for (j = 0; j < n; j++)
32
         printf("%6d", c[i][j]);
33
       printf("\n");
34
35
```

Zadatak 3.2. Napišite program koji učitava dva prirodna broja $m, n \leq 10$, te matrice $a, b \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Program treba izračunati sumu matrica c := a + b i ispisati ju (tablično; možete pretpostaviti da će svi učitani brojevi imati najviše 7 znakova (znamenke, točke, predznak), a od toga najviše dvije decimalne).

Zadatak 3.3. Neka je u varijablu x učitana kvadratna matrica realnih brojeva reda n. Napišite dio programa koji računa i ispisuje trag te matrice.

RJEŠENJE. Trag matrice je suma elemenata glavne dijagonale.

```
int i;
double sum = 0;

for (i = 0; i < n; i++) sum += a[i][i];
printf("tr a = %g\n", sum);</pre>
```

Ovo rješenje ima n zbrajanja, što znači linearnu složenost (u ovisnosti o dimenziji matrice n).

Zadatak je moguće riješiti i na slijedeći način:

```
int i, j;
double sum = 0;

for (i = 0; i < n; i++)
for (j = 0; j < n; j++)
   if (i == j) sum += a[i][j];</pre>
```

```
7
8 printf("tr a = %g\n", sum);
```

Iako daje točan rezultat, ovo rješenje nije dobro. Ono ima kvadratnu složenost, a ne postoji nikakav razlog zašto se ne bi koristila ista varijabla na mjestu oba indeksa.

Zadatak 3.4. Napišite program koji učitava $n \in \mathbb{N}$ i kvadratnu matricu reda n, te ispisuje produkt elemenata na njenoj sporednoj dijagonali. Pokušajte postići da program ima linearnu složenost.

UPUTA. Za indekse elemenata a_{ij} na sporednoj dijagonali kvadratne matrice reda n vrijedi i+j=n-1 (ako elemente indeksiramo od nule, kao sto se to radi u C-u).

Zadatak 3.5. Zadano je trodimenzionalno polje nula i jedinica dimenzije n (reprezentacija diskretizirane kocke u trodimenzionalnom prostoru). Napišite dio programa koji će ispisati koliko ima jedinica

- u vrhovima kocke
- na bridovima kocke (bez vrhova)
- na stranama kocke (bez vrhova i bridova)
- u unutrašnjosti kocke (bez vrhova, bridova i strana)
- na glavnoj dijagonali kocke

UPUTA. Ako je matrica pohranjena u varijablu a, vrhovi kocke se nalaze u

```
a[0][0][0], a[0][0][n-1], a[0][n-1][0], a[0][n-1][n-1], a[n-1][0][0], a[n-1][0][n-1], a[n-1][n-1][0], a[n-1][n-1][n-1][tj.
```

$$a[i][j][k], za i, j, k \in \{0, n-1\}.$$

Dakle, broj jedinica u vrhovima cnt_vrhovi možemo dobiti ovako:

```
int i, j, k;
  int cnt\_vrhovi = 0;
2
3
  for (i = 0; i < n; i += n-1)
4
    for (j = 0; j < n; j += n-1)
5
      for (k = 0; k < n; k += n-1)
6
         cnt\_vrhovi += a[i][j][k];
7
  ili
  int i, j, k;
1
  int cnt\_vrhovi = 0;
3
  for (i = 0; i < 2; i++)
4
    for (j = 0; j < 2; j++)
      for (k = 0; k < 2; k++)
```

```
cnt\_vrhovi += a[i*(n-1)][j*(n-1)][k*(n-1)];
Analogno za ostale tražene objekte.
```

Zadatak 3.6. Riješite prethodni zadatak tako da matrica sadrži **znakove** (umjesto cijelih brojeva), a brojati treba zvjezdice.

ZADATAK 3.7. Napišite dio programa koji za učitanu kvadratnu matricu realnih brojeva $a \in \mathbb{R}^{n \times n}$ provjerava je li ona donje trokutasta.

Kad kažemo da "program nešto provjerava", to znači da treba ispisati da li traženo svojstvo vrijedi.

Rješenje. Matrica a je donje trokutasta ako za sve i, j vrijedi:

$$a_{i,j} \neq 0 \Rightarrow i \geq j$$
,

tj. ako joj se svi elementi različiti od nule nalaze na glavnoj dijagonali ili ispod nje.

Zadatak rješavamo tako da pretpostavimo da matrica **je** donje trokutasta, a zatim provjeravamo da li se iznad glavne dijagonale (dakle, za i < j) nalaze samo nule.

```
int d_trokut = 1, i, j;
1
2
   for (i = 0; i < n; i++)
3
     for (j = i + 1; j < n; j++)
4
       if (a[i][j]) {
5
         d_{trokut} = 0;
6
         break;
7
8
9
   printf("Matrica %sje donje trokutasta.\n",
10
     d_trokut ? "" : "ni");
11
```

Primjer 3.1 (Testiranje rješenja koja traže učitavanja mnogo podataka). Jednostavan program za testiranje prethodnog rješenja (bez učitavanja matrice), može izgledati ovako:

```
#include <stdio.h>
1
2
   int main(void) {
3
     int a[10][10] = \{\{1,0,0\},\{1,1,1\},\{0,1,1\}\}, n = 3;
4
     int d_trokut = 1, i, j;
5
6
     for (i = 0; i < n; i++)
7
        for (j = i + 1; j < n; j++)
8
          if (a[i][j]) {
9
            d_{\text{trokut}} = 0;
10
            break;
```

Program ispituje da li je matrica

$$\left[\begin{array}{ccc}
1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 1
\end{array}\right]$$

donje trokutasta (nije). Ako liniju 4 zamijenimo s

int
$$a[10][10] = \{\{1,0,0\},\{1,1,0\},\{0,1,1\}\}, n = 3;$$

dobijamo matricu

$$\left[\begin{array}{ccc}
1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 1
\end{array}\right]$$

koja je donje trokutasta.

Ovakav pristup nema praktičnih vrijednosti za konačna rješenja, jer ovakvi programi rade samo za jedan upisani podatak, ali je jako koristan za testiranje programa na računalu i ispravljanje grešaka, kada je dobro izbjeći upisivanja velikih količina podataka prilikom svakog testiranja programa.

ZADATAK 3.8. Napišite dio programa koji za učitanu kvadratnu matricu realnih brojeva $a \in \mathbb{R}^{n \times n}$ provjerava je li ona identiteta, dijagonalna, donje trokutasta, gornje trokutasta ili ni jedno od navedenog.

Ako je identiteta, ne treba ispisivati da je i dijagonalna; ako je dijagonalna, ne treba ispisivati da je i gornje i donje trokutasta.

UPUTA. Matrica a je identiteta ako za sve i, j vrijedi:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, i = j, \\ 0, i \neq j. \end{cases}$$

Matrica a je dijagonalna ako za sve i, j vrijedi:

$$a_{i,j} \neq 0 \Rightarrow i = j$$
.

Matrica a je gornje trokutasta ako za sve i, j vrijedi:

$$a_{i,j} \neq 0 \Rightarrow i \leq j$$
,

tj. ako joj se svi elementi različiti od nule nalaze na glavnoj dijagonali ili iznad nje. $\hfill\Box$

Zadatak 3.9. Napišite program koji učitava cijele brojeve $i, j \in \mathbb{N}_0$, i, j < 10, te kreira i ispisuje tablicu m s 10×10 znakova koja na svim mjestima ima točkice, osim na horizontalnoj i vertikalnoj liniji koje prolaze elementom $m_{i,j}$ (na te linije treba staviti zvjezdice).

Na primjer, za i = 1, j = 2, tablica treba izgledati ovako:

Rješenje.

```
#include <stdio.h>
2
   int main(void) {
3
     char a [10] [10];
4
     int i, j, k, l;
5
6
     printf("i = "); scanf("%d", &i);
7
     printf("j = "); scanf("%d", &j);
8
9
     for (k = 0; k < 10; k++)
10
       for (1 = 0; 1 < 10; 1++)
11
         a[k][l] = '.';
12
13
     for (k = 0; k < 10; k++) {
14
       a[i][k] = '*';
15
       a[k][j] = '*';
16
17
18
     for (k = 0; k < 10; k++) {
19
       for (1 = 0; 1 < 10; 1++)
20
          printf("%2c", a[k][l]);
21
       printf("\n");
22
23
24
     return 0;
25
26
```

Zadatak 3.10. Napišite program sličan onom u prethodnom zadatku, ali umjesto horizontalne i vertikalne linije napravite "križ" od linija paralelnih s glavnom i sporednom dijagonalom.

Zadatak 3.11. Napišite dio programa koji ispisuje koliko se prostih brojeva nalazi u učitanoj matrici $x \in \mathbb{N}^{m \times n}$.

Rješenje.

```
int i, j, k, cnt = 0;
1
2
   for (i = 0; i < m; i++)
3
     for (j = 0; j < n; j++) {
4
       for (k = 2; k < a[i][j]; k++)
5
         if (!(a[i][j] % k)) break;
6
       if (k = a[i][j]) cnt++;
8
9
  printf("Broj prostih brojeva u matrici: %d\n", cnt);
10
```

Zadatak 3.12. Napišite program koji ispisuje koliko se složenih brojeva nalazi na sporednoj dijagonali učitane matrice $x \in \mathbb{N}^{n \times n}$.

Razlika između baratanja recima i stupcima nije velika, ali potrebno je dobro pripaziti što se i kako radi.

ZADATAK 3.13. Neka je učitana matrica $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Napišite dio programa koji ispisuje indeks **retka** s najvećom sumom elemenata. Ako takvih ima više, dovoljno je ispisati indeks jednog od njih.

Rješenje.

```
int i, j, maxi;
   double max;
2
3
   for (i = 0; i < m; i++)
4
     double sum = 0;
5
     for (j = 0; j < n; j++) sum += x[i][j];
6
     if (i = 0 \mid | sum > max) {
7
       \max = \sup;
8
       \max i = i;
9
10
11
12
   printf("Index retka s najvecom sumom: %d\n", maxi);
```

ZADATAK 3.14. Neka je učitana matrica $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Napišite dio programa koji ispisuje indeks **stupca** s najvećom sumom elemenata. Ako takvih ima više, dovoljno je ispisati indeks jednog od njih.

Rješenje.

```
int i, j, maxi;
2
   double max;
3
  for (j = 0; j < n; j++) {
     double sum = 0;
5
     for (i = 0; i < m; i++) sum += x[i][j];
6
     if (j == 0 | | sum > max)  {
7
       \max = \sup;
8
       \max j = j;
9
10
11
12
  printf("Index retka s najvecom sumom: %d\n", maxi);
```

Napomena 3.1. Česta greška kod programa koji traže stupce je da se zamijeni i poredak petlji i indeksiranje elemenata. Na primjer, ako kod prethodnog zadatka zamijenimo indekse i i j u liniji 5:

```
for (j = 0; j < n; j++) {
   int sum = 0;
   for (i = 0; i < m; i++) sum += x[j][i];
   if (j == 0 || sum > max) {
      max = sum;
      maxj = j;
   }
}
```

dobit ćemo rješenje "po recima". Naime, računalu je svejedno kako se varijable zovu, pa možemo i i j u programskom isječku, što će nas dovesti upravo do rješenja zadatka "po recim" (umjesto ovog zadnjeg, "po stupcima").

Dodatno, indeks retka (ovdje j) se "kreće" od 0 do n-1, što je pogrešno jer je broj redaka m, a ne n.

Ako je potrebno ispisati indekse svih redaka/stupaca koji zadovoljavaju neki kriterij, potrebno je prvo izračunati kriterij (ovdje najveća suma elemenata), te još jednom "proći" kroz matricu i ispisati sve indekse koji zadovoljavaju kriterij:

Zadatak 3.15. Neka je učitana matrica $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Napišite dio programa koji ispisuje **indekse redaka**¹ s najvećom sumom elemenata.

RJEŠENJE.

```
int i, j, max, maxi;
1
2
   for (i = 0; i < m; i++) {
3
     int sum = 0;
4
     for (j = 0; j < n; j++) sum += x[i][j];
5
     if (i = 0 \mid | sum > max) max = sum;
6
7
8
   printf("indexi redaka s najvecom sumom:\n");
9
10
   for (i = 0; i < m; i++) {
11
     int sum = 0;
12
     for (j = 0; j < n; j++) sum += x[i][j];
13
     if (sum = max) printf("%d\n", i);
14
15
```

ZADATAK 3.16. Neka je učitana matrica $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Ispišite **elemente** onog stupca koji ima najmanji produkt onih elemenata koji su različiti od nule.

Zadatak 3.17. Neka je učitana matrica $x \in \mathbb{Z}^{m \times n}$. Ispišite indekse onih stupaca koji imaju prostu sumu pozitivnih elemenata.

Zadatak 3.18. Napišite dio programa koji transponira elemente učitane matrice $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$ (pri tome je potrebno prilagoditi i dimenzije matrice tako da odgovaraju novonastaloj matrici).

Napomena: Nije dozvoljeno korištenje pomoćnih nizova.

RJEŠENJE. Transponiramo kvadratnu matricu reda $M \times M$, gdje je $M = \max\{m,n\}$. Pri tome ćemo čitati i neinicijalizirane elemente, no oni nisu bitni jer ćemo ih samo premjestiti na mjesta koja se kasnije i tako neće čitati (zbog zamjene varijabli m i n). Uz dodatne uvjete, moguće je napraviti transponiranje bez čitanja neinicijaliziranih elemenata.

```
int max = (m > n ? m : n);
for (i = 0; i < max; i++) {
  for (j = i + 1; j < max; j++) {
    double tmp = x[i][j];
    x[i][j] = x[j][i];
    x[j][i] = tmp;</pre>
```

¹Kad piše u množini, to znači da treba ispisati indekse svih redaka/stupaca koji zadovoljavaju kriterij (a ne samo jednog od njih).

Primijetimo da program neće dobro raditi ako matrica nije deklarirana na odgovarajući način (tako da su obje dimenzije veće ili jednake max). No, u tom slučaju niti transponiranje nije dobro definirano, tj. ne može se provesti na korektan način.

Napomena 3.2. U prethodnom rješenju postoje **dvije različite** varijable tmp. Jedna je cjelobrojna i dostupna u cijelom programskom isječku, a druga je realna i dostupna samo u unutrašnjoj petlji programa (gdje se, zbog realne varijable tmp "ne vidi" ona cjelobrojna).

Ovdje je to samo ilustracija mogućnosti koje su spominjane pri početku poglavlju 4. Inače, dozvoljeno je (čak i poželjno) različitim varijablama davati različita imena.

ZADATAK 3.19. Napišite dio programa koji transponira elemente učitane matrice $x \in \mathbb{R}^{n \times n}$, te kreira novu matricu $y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ takvu da je $y = x^{\tau}$. Pretpostavite da je varijabla y deklarirana.

ZADATAK 3.20. Pretpostavimo da je učitana matrica $x \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Napišite dio programa koji kreira nove matrice $a, b \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (pretpostavite da su već deklarirane) takve da je

$$x = a + b$$
,

te da je matrica a simetrična, a matrica b antisimetrična.

UPUTA. Matrica a je simetrična ako vrijedi: $a=a^{\tau}$, a matrica b je antisimetrična ako je $b=-b^{\tau}$.

Traženi rastav postiže se formulama:

$$a = \frac{1}{2}(x + x^{\tau}),$$

 $b = \frac{1}{2}(x - x^{\tau}).$

ZADATAK 3.21 (Šlag na kraju). Napišite tekstualnu verziju poznate igre Minesweeper. Više o igri možete pronaći na http://acm. uva. es/problemset/v101/10189. html

UPUTA. Potrebno je složiti program koji generira matricu reda $m \times n$ za učitane $m, n \in \mathbb{N}$ (uzmite da je $m, n \leq 20$). Pri tome, matrica treba sadržavati brojeve koji označavaju mine i slobodna polja. Na primjer, -1 može označavati slobodno polje, a -2 minu. Matrica treba sadržavati -2 na točno $k \in \mathbb{N}$ mjesta (k također učitati).

Korisnik upisuje koordinate polja na koje želi "stati". Program provjerava da li se na tom položaju nalazi mina i, ako da, ispisuje matricu ("mine" označiti sa zvjezdicom, a prazna nekliknuta polja s

točkicom), te prekida igru uz odgovarajuću poruku (nemojte da bude baš jako okrutna prema igraču).

Ako korisnik nije "stao" na minu, potrebno je pronaći koliko polja oko tog polja sadrži minu, te taj broj upisati u matricu na odabranoj lokaciji. Zatim matricu treba ispisati, na način da se umjesto negativnih brojeva ispisuje neki znak (npr. točkica). Ako je korisnik odabrao posljednje slobodno polje, treba ispisati matricu (kao i u slučaju poraza), pohvaliti igrača i prekinuti izvršavanje programa.

Dodatna komplikacija: ako na susjednim poljima nema mina, upisati nulu i automatski otvoriti sva susjedna polja. Za ovo je idealno upotrijebiti rekurziju, iako je moguće i bez nje.

Slučajne nenegativne cijele brojeve vraća funkcija rand() (u rasponu od 0 do RAND_MAX, gdje je RAND_MAX), a nalazi se u biblioteci stdlib. Slučajni broj x od 0 do n-1 (uključivo) možemo dobiti izrazom

$$x = rand() % n;$$

Prije **prvog** poziva funkcije **rand()** u programu, potrebno je izvršiti **srand(time(0))**;

4. Varijabilni argumenti funkcija

Kod funkcija u C-u, parametri se prenose "po vrijednosti". To znači da funkcija ima lokalnu varijablu u kojoj se nalazi kopija vrijednosti s kojom se funkcija poziva. Zbog toga se promjene argumenata u funkciji ne odražavaju na vrijednosti varijabli s kojima je funkcija pozvana.

Primjer 4.1.

```
#include <stdio.h>
1
2
   void f(int a) {
3
      printf("Funkcija 1: a = \%d \setminus n", a);
4
5
6
      printf("Funkcija 2: a = \%d \setminus n", a);
   }
7
8
   int main(void) {
9
      int x = 1;
10
11
      printf("Gl. prog. 1: x = \%d \setminus n", x);
12
13
      printf("Gl. prog. 2: x = %d n", x);
14
15
      return 0;
```

```
17 }
```

No, što se događa ako u funkciju proslijedimo adresu varijable i onda pristupamo direktno toj adresi?

Primjer 4.2.

```
#include <stdio.h>
2
   void f(int *a) {
3
      printf("Funkcija 1: *a = \%d \ n", *a);
4
      (*a)++;
5
      printf("Funkcija 2: *a = \%d \ n", *a);
6
7
8
   int main(void) {
9
      int x = 1;
10
11
      printf("Gl. prog. 1: x = \%d \setminus n", x);
12
      f(&x);
13
      printf("Gl. prog. 2: x = \%d \setminus n", x);
14
15
      return 0:
16
17
```

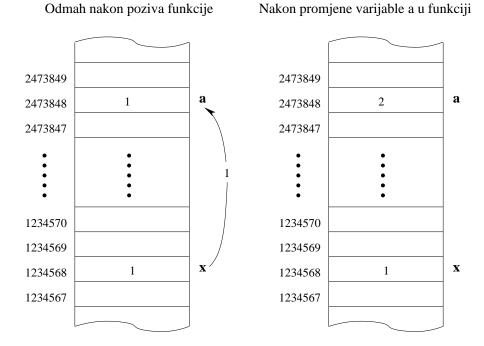
Primjer 4.1 ispisat će

```
Gl. prog. 1: x = 1
Funkcija 1: a = 1
Funkcija 2: a = 2
Gl. prog. 1: x = 1
dok će primjer 4.2 ispisati
Gl. prog. 1: x = 1
Funkcija 1: *a = 1
Funkcija 2: *a = 2
Gl. prog. 1: x = 2
```

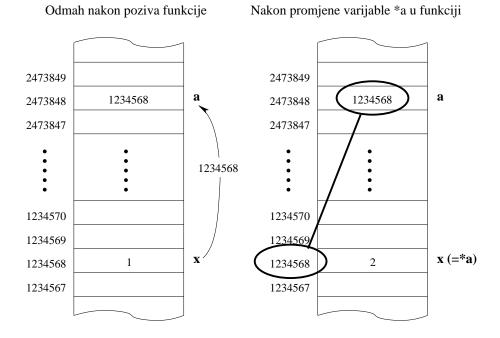
Iako radimo naizgled istu stvar, promijenili smo varijablu koja je bila pozivni argument funkcije. Zašto? Pogledajmo što se događa u memoriji (slike 1 i 2).

Obje slike prikazuju dijelove memorije u kojima se nalaze varijable **x** i **a**. Lijevo od memorije su popisane memorijske lokacije (ovdje *ad hoc* izmišljene; u stvarnosti ih dodjeljuje računalo, bez utjecaja korisnika na stvarne vrijednosti). Bitno je da te lokacije idu po redu, jedna za drugom.

U primjeru 4.1, varijabla a je tipa int i prilikom poziva funkcije poprima vrijednost parametra x. To znači da je vrijabla a kopija varijable



Slika 1. Memorija u primjeru 4.1



Slika 2. Memorija u primjeru 4.2

x. Evaluiranjem izraza a++ mi mijenjamo vrijednost te kopije, no varijabla x ostaje nepromijenjena. Naravno, prilikom izlaska iz funkcije, varijabla a se briše i promjena "nestaje".

S druge strane, u primjeru 4.2, varijabla a je tipa int* (pointer na int, odnosno adresa memorijske lokacije na kojoj se nalazi neka vrijednost tipa int). Slično prethodnom primjeru, prilikom poziva funkcije varijabla a poprima vrijednost parametra, no ovaj put to je &x. Podsjetimo se: operator "&" vraća adresu varijable koja se nalazi iza njega, pa &x vraća adresu varijable x. Zbog toga, na slici 2 varijabla a ima vrijednost 1234568, što je adresa varijable x. Analogno tome, izraz *a označava memorijsku lokaciju na adresi a, pa promjenom vrijednosti *a (izraz (*a)++) efektivno mijenjamo vrijednost varijable x.

Napomena 4.1. Riječ je o jednoj od najvažnijih stvari u C-u. Proučite dobro, dok niste apsolutno sigurni da Vam je potpuno jasno, te na računalu riješite sve zadatke iz ovog poglavlja!

Zadatak 4.1. Što ispisuje slijedeći program?

```
#include <stdio.h>
2
   void f(int *a, int b) {
3
     int *c;
4
     c = \&b;
5
     (*a)++; b++; (*c)++;
6
7
8
   int main(void) {
9
     int a = 1, b = 10, c = 100;
10
11
     printf("a = %d, b = %d, c = %d\n", a, b, c);
12
     f(&a, b);
13
     printf("a = \%d, b = \%d, c = \%d\n", a, b, c);
14
15
     return 0;
16
17
```

RJEŠENJE. Program ispisuje

```
a = 1, b = 10, c = 100

a = 2, b = 10, c = 100
```

Iako imamo izraz (*c)++ koji je sličan izrazu (*a)++, on neće izmijeniti niti varijablu c iz glavnog programa (jer s njom nema veze), niti varijablu b iz glavnog programa, jer je c pointer na varijablu b iz funkcije, a ona sama je kopija varijable b iz glavnog programa! Zbog toga izraz (*c)++ radi isto što i b++ − mijenja lokalnu kopiju varijable b iz glavnog programa. □

Zadatak 4.2. Napišite funkciju koja omogućuje zamjenu vrijednosti dva realna broja.

Rješenje.

```
void swap(double *x, double *y) {
   double temp;
   temp = *x;
   *x = *y;
   *y = temp;
}
```

Primijetimo da je varijabla temp "obični" double, tj. nije pointer na double. Kad bi ona bila pointer na double, značilo bi da – kao i x i y – pokazuje na neku memorijsku lokaciju u kojoj se nalazi nešto tipa double. No, za razliku od x i y, nemamo ni jednu ćeliju na koju bi temp pokazivala, pa bi kod izvršavanja došlo do greške. Više o ovome bit će rečeno u poglavlju o dinamičkim varijablama.

Napomena 4.2. To što je varijabilni parametar pointer i dalje ne znači da možemo njega mijenjati tako da promjena afektira parametar s kojim je funkcija pozvana. Možemo mijenjati isključivo ono na što varijabilni parametar pokazuje!

Zadatak 4.3. Napišite funkciju koja preko varijabilnog parametra poništava pokazivač na cijeli broj, tj. postavlja ga na vrijednost NULL.

RJEŠENJE. Princip je isti kao i do sada, ali sintaksa može djelovati zbunjujuće. Ovdje želimo mijenjati varijablu koja je tipa int* (pointer na int). To znači da varijablini parametar mora biti tipa int** (pointer na pointer na int).

```
void nullify(int **x) {
    *x = NULL;
}
```

Zadatak 4.4. Napišite funkciju shift() koja prima tri cijela broja, te ih cirkularno "pomiče" u desno na način da trećem pridijeli vrijednost drugog, drugom vrijednost prvog i prvom vrijednost trećeg.

UPUTA. Ovo je, u osnovi, malo modificirani swap(). □

5. Dinamičke varijable

5.1. Uvod. Što će ispisati slijedeći dio koda?

```
int x;
printf("%d\n", x);
```

Memorijske lokacije uvijek imaju neku vrijednost. Kad deklariramo varijablu, njoj se dodjeljuje lokacija u memoriji, te varijabla "poprima" vrijednost zatečenu na toj lokaciji. No, ta vrijednost je nastala bez

kontrole korisnika (ostala od prijašnje varijable nekog programa ili nekako slično, gotovo slučajno). Zbog toga, gornji dio koda će ispisati neki slučajni cijeli broj.

Na sličan način, ako deklariramo pokazivač na cijeli broj

```
int *x;
```

njegova vrijednost će biti slučajna. Pri tome, nužno je razlikovati **po**kazivač i sadržaj ćelije na koju on pokazuje.

Ovdje smo deklarirali varijablu x i ona, kao i maloprije, ima slučajnu vrijednost. No, ta varijabla je tipa int* (pointer na nešto tipa int), pa se njena vrijednost interpretira kao adresa memorijske lokacije u kojoj se nalazi cijeli broj.

Ako pokušamo pristupiti toj memorijskoj lokaciji, npr.

```
*x = 17;
```

time efektivno pristupamo memorijskoj lokaciji čiju adresu sadrži varijabla x. No, ta adresa uopće ne mora postojati, pa će se program srušiti!

Ako nekim čudom adresa i postoji (tj. u x se slučajno zatekla "legalna" adresa), ona pripada nekoj varijabli, no mi ne možemo znati kojoj. Da stvar bude gora, ta varijabla (ona na koju pokazuje x) gotovo sigurno ne pripada našem programu, nego nekom drugom programu ili čak operacijskom sustavu (iako neki sustavi sprječavaju ovakvo ponašanje, što onda opet dovodi do rušenja našeg programa).

Zbog toga je izraz *x = 17 uvijek problematičan: ili sruši program ili dovodi do nekontrolirane promjene neke varijable koju ne smijemo mijenjati.

Znači, da bismo koristili varijablu x, ona mora sadržavati adresu memorijske lokacije po kojoj smijemo pisati. Jedan način kako to postići vidjeli smo u poglavlju 4, a svodi se na:

```
int broj;
int *pokazivac;
pokazivac = &broj;
*pokazivac = 17;
```

Dakle, varijabla pokazivac sadrži adresu varijable broj (zbog linije 3), pa izraz *pokazivac = 17 radi isto što bi radio i izraz broj = 17.

S obzirom da ti izrazi rade istu stvar, postavlja se logično pitanje: čemu nam služe pointeri (osim za varijabilne parametre funkcija)?

Odgovor leži u činjenici da je moguće zauzeti dio memorije "u hodu", tj. dok se program izvršava (bez deklariranja posebne varijable). **Opisno** (dakle, ovo nije C–kod!), to izgleda ovako:

```
pokazivac = alociraj_memoriju_za_int();
*pokazivac = 17;
```

Imamo funkciju (ovdje smo ju nazvali alociraj_memoriju_za_int()) koja računalu kaže da treba prostor za jedan cijeli broj. Računalo

nađe takav prostor (ako ima dovoljno slobodne memorije) i dodijeli ga programu, te pomoću funkcije alociraj_memoriju_za_int() vrati adresu alociranog prostora. Mi tu adresu pohranjujemo u varijablu pokazivac, te pomoću nje možemo pristupati alociranom dijelu memorije.

Ova skica je dobra, ali sintaktički nije ispravna. Naime, različiti tipovi podataka zauzimaju različite količine memorije. Umjesto definiranja alokacijskih funkcija za sve moguće tipove podataka (što je nemoguće, jer programer može definirati i svoje tipove podataka), u C-u postoje općenite funkcije za alokaciju memorije. Mi ćemo koristiti funkciju malloc().

Funkcija malloc() prima jedan argument: količinu potrebne memorije. Znači, ako želimo alocirati memoriju za jedan cijeli broj, moramo pozvati funkciju malloc() i reći joj da želimo onoliko memorije koliko zauzima cijeli broj. Ta količina se, na žalost, razlikuje od računala do računala, pa nije dovoljno napisati konkretan broj, neko je potrebno "saznati" tu veličinu. U tu svrhu koristimo operator (iako izgleda i poziva se kao funkcija) sizeof() kojem, kao parametar, zadajemo tip (ili izraz, ali tu treba biti oprezan!) čija veličina nas zanima.

Primjer 5.1 (Veličine nekih varijabli).

```
#include <stdio.h>
2
   int main(void) {
3
     printf("Velicina int: %u\n", sizeof(int));
4
     printf("Velicina pokazivaca na int: %u\n",
5
       sizeof(int *));
6
     printf("Velicina double: %u\n", sizeof(double));
7
     printf("Velicina pokazivaca na double: %u\n",
8
       sizeof(double *));
9
     printf("Velicina char: %u\n", sizeof(char));
10
     printf("Velicina pokazivaca na char: %u\n",
11
       sizeof(char*));
12
     return 0;
13
14
```

Ovaj program će ispisati nešto poput:

```
Velicina int: 4
Velicina pokazivaca na int: 4
Velicina double: 8
Velicina pokazivaca na double: 4
Velicina char: 1
Velicina pokazivaca na char: 4
```

Konkretni brojevi se mogu razlikovati od računala do računala. Ovdje prikazani ispis potječe s već spomenutog Pentiuma 4 (32-bitno računalo). Na 64-bitnom računalu (Athlon64), ispis izgleda ovako:

```
Velicina int: 4
Velicina pokazivaca na int: 8
Velicina double: 8
Velicina pokazivaca na double: 8
Velicina char: 1
Velicina pokazivaca na char: 8
```

Možete računati da sizeof() vraća veličinu tipa (ili izraza) u byteovima².

Primijetimo da se razlike veličina osnovnih tipova razlikuju: char zauzima 1 byte, int zauzima 4, double 8,... Ti brojevi mogu biti i drugačiji, ali – bez obzira na arhitekturu računala – veličina pokazivača je konstantna, neovisno o tome na koji tip podatka pokazivač pokazuje. To je i logično, jer pokazivač sadrži adresu memorijske lokacije koja, naravno, ima fiksnu veličinu, neovisnu o tome što se na toj adresi nalazi.

Upravo ta veličina pointera označava "bitnost" u arhitekturi. Zbog toga adresa na 32-bitnom računalu zauzima 4 bytea (što je $4 \cdot 8 = 32$ bita), dok na 64-bitnom računalu adrese zauzimaju po 8 byteova (što je $8 \cdot 8 = 64$ bita).

Uz sve opisano, sada možemo alocirati jednu varijablu i baratati s njom:

Primjer 5.2 (Alokacija i delokacija memorije).

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
3
   int main(void) {
4
     int *pokazivac;
5
     pokazivac = (int*) malloc(sizeof(int));
6
     *pokazivac = 17;
     printf("%d\n", *pokazivac);
8
     (*pokazivac)++;
     printf("%d\n", *pokazivac);
10
     free (pokazivac);
11
     return 0;
12
```

Analizirajmo program:

Linija 2: Funkcija malloc() nalazi se u biblioteci stdlib, pa je njenu upotrebu potrebno najaviti: #include <stdlib.h>.

Kod nestandardnih compilera, moguće je da funkcija malloc() bude definirana u biblioteci malloc. U tom slucaju, compiler

²sizeof() zapravo vraća broj char-ova koji stanu u jednu varijablu traženog tipa, no veličina char obično odgovara jednom byteu. Istu mjernu jedinicu ("jedan char") koriste i ostale C-ovske funkcije/operatori za baratanje memorijom.

će prijaviti grešku (da ne prepoznaje funkciju malloc()), pa
onda treba dodati i #include <malloc.h>

Linija 5: Pointer deklariramo kao i "obične" varijable, uz dodatak zvjezdice ("*"). Time zapravo kažemo: "deklariraj varijablu x na način da *x bude tipa int", što onda implicitno povlači da je varijabla x pokazivač na nešto tipa int.

Linija 6: Alokacija memorije:

Alokaciju vršimo pozivom funkcije malloc() kojoj smo rekli da nam treba sizeof(int) byteova memorije (dakle, onoliko memorije koliko treba za jedan int). Funkcija zauzima memoriju i vraća njenu adresu.

Povratni tip je samo "memorijska adresa", no ne i "adresa čega". Pošto je varijabla pokazivac "adresa int-a", programu treba reći da tu "općenitu" adresu "pretvori" u adresu int-a (dakle, u int*). Prilikom te pretvorbe se, u stvari, ništa ne događa i ona služi samo zato da compiler može ispravno prevesti program.

Na kraju, "prilagođena" adresa upravo alocirane memorije pohranjuje se u varijablu pokazivac (NE u *pokazivac!).

Linije 7-10: Izraz *pokazivac koristimo kao da je obična varijabla tipa int: na jednak način mijenjamo tu vrijednost i čitamo ju.

Linija 11: Kad nam memorija dodijeljena u liniji 5 više nije potrebna, potrebno je računalu reći da ju može "uzeti natrag". To radi funkcija free(). Time ta memorija prestaje pripadati programu, te je može zauzeti tko god želi.

NAPOMENA 5.1. U prethodnom primjeru, nakon linije 11 (tj. nakon poziva free(pokazivac)) u varijabli pokazivac će ostati adresa memorije na koju je pokazivala tijekom izvođenja programa i kojoj smo pristupali u linijama 7–10, ali toj memoriji više ne smijemo pristupati, jer ne znamo da li ju je (i kad) počeo koristiti neki drugi program (ili sam operacijski sustav).

Ako želimo ponovno koristiti *pokazivac, potrebno je ponovno alocirati memoriju (u osnovi, ponoviti poziv iz linije 6).

ZADATAK 5.1. Napišite dio program koji učitava 2 cijela broja, te ispisuje koji je veći. Jedna varijabla neka bude tipa int, a druga pointer na int.

Dokaz.

```
int *x, y;
x = (int*)malloc(sizeof(int));
scanf("%d", x);
scanf("%d", &y);
printf("Veci je %d\n", *x > y ? *x : y);
free(x);
```

NAPOMENA 5.2. Primijetimo da u pozivu scanf () u liniji 4 nema operatora & ispred varijable x, dok ga ima u liniji 5 ispred varijable y. To je zbog toga što funkcija scanf () prima memorijske adrese na koje treba pospremiti učitane vrijednost.

Ovdje, varijabla x sadrži upravo memorijsku adresu na koju želimo pospremiti vrijednost, dok varijabla y **JE** memorijska lokacija na koju želimo pospremiti vrijednost, pa je potrebno funkciji proslijediti njenu adresu (tj. &y).

Ova razlika je izuzetno bitna za razumijevanje pointera u C-u.

Zadatak 5.2. Napišite program koji učitava 7 cijelih brojeva te ispisuje sumu najmanjeg i najvećeg među njima. Pri tome smijete koristiti najviše 6 varijabli tipa int, dok ostale moraju biti pointeri na int!

Zadatak s realnim brojevima (umjesto cijelih).

5.2. Dinamička jednodimenzionalna polja. Vidjeli smo kako se može alocirati memorija za jednu varijablu. No, što bi se dogodilo kad bismo alocirali prostor nekoliko puta veći od potrebnog?

Kao prvo, funkcija malloc() uvijek vraća adresu alocirane memorije. Ako memorija sadrži više od jedne riječi³, funkcija vraća adresu prve riječi. Tako će malloc(sizeof(double)) na 32-bitnoj arhitekturi imati 8 byteova, što su dvije riječi (jedna riječ je 32 bita, tj. 4 bytea).

Promotrimo slijedeći dio koda:

```
int *x;
x = (int*) malloc(3 * sizeof(int));
```

Dobiveno stanje memorije prikazano je na slici 3, gdje jedna ćelija predstavlja prostor za 1 int (dakle, 4 bytea na prije spomenutim računalima).

Funkcija malloc() se ponaša točno kako smo prije opisali:

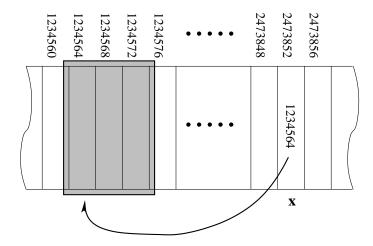
- 1. Alocira onoliko bytea koliko kaže funkcijski parametar (ovdje je to 3*sizeof(int))
- 2. Vraća adresu alocirane memorije (preciznije: prve ćelije alocirane memorije)

Nakon pospremanja vraćene adrese u varijablu \mathbf{x} , onda pokazuje na tu prvu ćeliju.

Primijetimo da se alocirane ćelije nalaze točno jedna iza druge – **baš kao u nizu!** Prvoj ćeliji (onoj na koju pokazuje x) znamo pristupiti: pomoću izraza *x. Kako pristupiti, na primjer, drugoj ćeliji?

Na slici smo prvoj ćeliji dodijelili adresu 1234564, pa iduća ima adresu 1234568, što je točno za 4 (= 1 · sizeof(int)) više od adrese

³Podsjetnik: riječ je najmanja jedinica memorije koju računalo može alocirati



Slika 3. Alokacija memorije za 3 cijela broja

prve ćelije. No, adresa prve ćelije je pohranjena u varijabli x. Ako uvrstimo tu vrijednost u izraz x+1, dobit ćemo da je

$$x + 1 = 1234564 + sizeof(*x) = 1234568,$$

što je adresa druge ćelije. Dakle, izraz

$$*(x + 1)$$

zapravo označava drugu ćeliju!

Napomena 5.3. Pointeri se u C-u mogu upotrebljavati točno kako je opisano! Pri tome, sam compiler pazi na taj detalj upravo pomoću tipova podataka.

```
int *x;
double *y

x = (int*) malloc(3 * sizeof(int));

y = (int*) malloc(3 * sizeof(int));

*(x+1) = 17;

*(y+1) = 17.19;
```

Compiler zna da je x pokazivač na int, pa će operator + u liniji 5 povećati adresu od x za točno sizeof(int) byteova (dakle, za 4 bytea). S druge strane, y je pokazivač na double, pa će operator + u liniji 6 povećati adresu od y za točno sizeof(double) byteova, što je 8 bytea!

Upravo zbog te "svijesti" compilera o pointerskim tipovima, ovakav pristup je izuzetno praktičan, ali treba paziti da se tipovi ispravno pridjeljuju. To znači da nije preporučljivo u varijablu tipa int* pospremiti adresu neke varijable tipa double, iako će to sintaktički "proći" (jer sve adrese zauzimaju jednako mnogo prostora).

Za ilustriraciju prethodne napomene, pogledajmo slijedeći primjer:

Primjer 5.3.

```
int *x;
double *y;

x = (int*)malloc(3 * sizeof(int));

y = (double*)malloc(3 * sizeof(double));

printf("x = %u; x+1 = %u\n", x, x + 1);

printf("y = %u; y+1 = %u\n", y, y + 1);

free(x);

free(y);
```

Ispis ovog dijela koda (na spomenutom Pentiumu 4) bit će:

```
x = 134520840; x+1 = 134520844
y = 134520856; y+1 = 134520864
```

Kao što vidimo, za svaku pointersku varijablu a tipa A, razlika između a i a+1 je točno sizeof(A) i zbog toga možemo ovako pristupati pojedinim ćelijama.

Napomena 5.4. **VAŽNO!** *U C-u, za pointersku varijablu* p *i cijeli broj* i, *vrijedi slijedeća ekvivalencija:*

$$*(p + i) \Leftrightarrow p[i]$$

Zbog toga dinamički alociranom nizu možemo pristupati na identičan način na koji smo pristupali statičkim nizovima!

Jedina razlika dinamičkih i statičkih nizova je u tome što dinamičkim nizovima prije upotrebe **moramo** alocirati memoriju, dok statičkima ne možemo. Zato su statički nizovi fiksne duljine i ona se kroz program ne može mijenjati, dok kod dinamičkih može.

Napomena 5.5. **OPREZ!** Kod višedimenzionalnih polja treba biti oprezan!

*(p + i + j)
$$\not\Leftrightarrow$$
 p[i][j] i
**(p + i + j) $\not\Leftrightarrow$ p[i][j]

Ispravno je:

$$*(*(p + i) + j) \Leftrightarrow p[i][j]$$

Zadatak 5.4. Napišite program koji učitava broj $n \in \mathbb{N}_0$, te n realnih brojeva. Brojeve treba ispisati unatrag.

RJEŠENJE. Ovako zadan zadatak ne postavlja nikakve ograde za maksimalnu duljinu niza, pa zbog toga brojeve ne možemo učitati u statički niz! Pribjegavamo dinamičkoj alokaciji.

```
#include <stdio.h>
#include <stdib.h>

int main(void) {

double *x;

int n, i;
```

```
printf("Upisite n: ");
8
     scanf("%d", &n);
9
10
     if (n > 0)  {
11
       x = (double*) malloc(n * sizeof(double));
12
13
        if (x = NULL) {
14
          printf("Greska: Nema dovoljno memorije!\n");
15
          exit (1);
16
17
18
        for (i = 0; i < n; i++) {
19
          printf("Upisite x[\%d]: ", i);
20
          scanf("%lg", &x[i]);
21
22
23
        printf("Brojevi unatrag: \%g", x[n-1]);
24
       for (i = n-2; i >= 0; i--)
25
          printf(", %g", x[i]);
26
        printf("\n");
27
28
29
        free(x);
30
31
     return 0;
32
33
   ili
1 #include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
2
3
   int main(void) {
4
     double *x;
5
     int n, i;
6
7
     printf("Upisite n: ");
8
     scanf("%d", &n);
9
10
     if (n > 0) {
11
       x = (double*) malloc(n * sizeof(double));
12
13
        if (x = NULL) {
14
          printf("Greska: Nema dovoljno memorije!\n");
15
          exit (1);
16
```

```
18
        for (i = 0; i < n; i++) {
19
           printf("Upisite x[%d]: ", i);
20
           \operatorname{scanf}("\%\lg", x + i);
21
22
23
        printf("Brojevi unatrag: \%g", *(x + n-1));
24
        for (i = n-2; i >= 0; i--)
25
           printf(", %g", *(x + i));
26
        printf("\n");
27
28
        free(x);
29
30
31
      return 0;
32
33
```

Analizirajmo program:

Linije 5 i 6: Deklaracije potrebnih varijabli. Potreban nam je niz realnih brojeva, ali ne znamo koje duljine, pa moramo deklarirati pointer.

Deklaracija double x[] NIJE ISPRAVNA, osim u argumentima funkcija!

Linije 12–14: Alokacija memorije za niz. Ukoliko malloc() ne uspije alocirati potrebnu memoriju (npr. vrijednost učitana u n je prevelika), vratit će posebnu adresu 0 (tzv. null-pointer). U tom slučaju program treba javiti grešku i prekinuti s izvođenjem jer upotreba nealociranog niza, naravno, dovodi do rušenja programa.

Linija 16: Prekidanje izvršavanja programa. Funkcija exit() definirana je u biblioteci stdlib, a prima jedan argument koji označava povratnu vrijednost programa. Njena uloga je jednaka ulozi return na kraju funkcije main(), ali ju je moguće pozvati bilo gdje (a ne samo u main()-u).

Linije 19–22: Učitavanje niza. Primijetite razliku između dvije verzije rješenja u scanf()-u u liniji 22. Kad nam treba adresa nekog elementa niza, praktičnije je upotrijebiti sintaksu x+i (iako je i &x[i] apsolutno ispravno, ali pazite da ne izostavite &).

Linije 24—27: Ispis niza (unatrag). Posljednji element niza ispisujemo odvojeno jednostavno zato da na kraju ispisa ne ostane jedan "usamljeni" zarez. Ispis je uredno mogao biti:

I u ispisu možemo vidjeti razliku između dvije verzije programa. U ovom slučaju, praktičnije je pisati x[i] nego *(x+i) (iako je, opet, oboje točno).

Linija 29: Oslobađanje memorije. Ovo se ne smije zaboraviti, iako moderni operacijski sustavi u pravilu to sami obave kad program završi s izvršavanjem.

ZADATAK 5.5. Napišite program koji učitava broj $n \in \mathbb{N}$, te dva niza a i b realnih brojeva duljine n. Program ispisati nizove na slijedeći način:

$$a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_{n-1}, b_{n-1}.$$

Za ispis nizova definirajte funkciju koja će kao argumente primati nizove i duljinu n.

RJEŠENJE. Ovdje imamo alokacije dva niza, pa je elegantnije napisati funkciju koja će brinuti o alokaciji i prijavi greške u slučaju nedostatka memorije.

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
3
   double *alociraj_i_ucitaj(int n, char ime) {
4
     double *x;
5
     int i;
6
     x = (double*) malloc(n * sizeof(double));
8
9
     if (x = NULL) {
10
       printf("Greska: Nema dovoljno memorije!\n");
11
       exit(1);
12
13
14
     for (i = 0; i < n; i++) {
15
       printf("Upisite \%c[\%d]: ", ime, i);
16
       scanf("%lg", &x[i]);
17
18
19
     return x;
20
21
22
   void ispis (double *a, double *b, int n) {
23
     int i;
24
25
     printf("Ispis: %g, %g", a[0], b[0]);
26
     for (i = 1; i < n; i++)
27
       printf(", %g, %g", a[i], b[i]);
28
```

```
printf("\n");
29
30
31
   int main(void) {
32
     double *a, *b;
33
     int n;
34
35
      printf("Upisite n: ");
36
     scanf("%d", &n);
37
38
      if (n > 0) {
39
        a = alociraj_iucitaj(n,
                                     'a');
40
        b = alociraj_iucitaj(n, 'b');
41
        ispis(a, b, n);
42
        free(a);
43
        free(b);
44
45
46
     return 0;
47
48
```

U funkciji ispis() u prethodnom zadatku, prvi printf() smo mogli napisati i na slijedeći način:

```
printf("Ispis: %g, %g", *a, *b);
```

Zaglavlje same funkcije mogli smo napisati i ovako:

```
void ispis (double a[], double b[], int n) {
ili ovako:
```

```
void ispis (double *a, double b[], int n) {
ili ovako:
```

Potpuno je svejedno!

Zadatak 5.6. Napišite dio programa koji učitava brojeve $m, n \in \mathbb{N}$, te dva niza realnih brojeva, prvi duljine m, a drugi duljine n. Program treba uzlazno sortirati i ispisati onaj niz koji ima veću sumu elemenata.

Zadatak 5.7. Napišite dio programa koji učitava broj $n \in \mathbb{N}$, te niz $(a_i)_{i=0}^n$. Program treba ispisati sve vrijednosti polinoma

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot x^i$$

 $za \ x = a_0, a_1, \ldots, a_n$. Računanje vrijednosti polinoma izvedite preko Hornerovog algoritma i implementirajte kao funkciju.

Zadatak 5.8. Napišite program koji učitava broj $n \in \mathbb{N}$, te niz x sa 3n cijelih brojeva. Program ispisati niz na slijedeći način:

```
x_0, x_3, x_6, \ldots, x_{3n-3}, x_1, x_4, \ldots, x_{3n-2}, x_2, x_5, \ldots, x_{3n-1}.
```

Za ispis nizova definirajte funkciju koja će kao argumente primati nizove i duljinu n.

RJEŠENJE. Napisat ćemo samo funkciju za ispis (ostatak ide po uzoru na zadatak 5.5). Pazite na razliku u tipu elemenata niza (ovdje su to cijeli brojevi, a u zadatku 5.5 su realni)!

```
void ispis(int *x, int n) {
int i, j;

for (i = 0; i < 3; i++)
for (j = i; j < 3 * n; j += 3)
    printf("%d\n", x[j]);
}</pre>
```

Primijetimo da će ova funkcija ispisati brojeve jedan ispod drugog. Ako želimo ispis pomoću zareza (kako se u zadatku i traži), moramo prvoga ispisati posebno, ali onda i pripaziti da se on ne ispiše ponovno i u petlji. To možemo na više načina, npr. ovako:

```
void ispis(int *x, int n) {
1
    int i, j;
2
3
    printf("%d", x[0]);
4
    for (i = 0; i < 3; i++)
5
       for (j = i; j < 3 * n; j += 3)
6
         if (j) printf(", %d", x[j]);
7
     printf("\n");
8
9
```

ili ovako:

```
void ispis(int *x, int n) {
1
    int i, j;
2
3
    printf("%d", x[0]);
4
    for (i = 0; i < 3; i++)
5
      for (j = (i ? 3 : i); j < 3 * n; j += 3)
6
         printf(", %d", x[j]);
7
    printf("\n");
8
9
```

ZADATAK 5.9. Napišite program koji učitava $n \in \mathbb{N}$, te niz a od n cijelih brojeva. Program zatim treba učitati niz b od $\sum_i a_i$ brojeva, te ispisati sve proste elemente tog niza.

Zadatak 5.10. Napišite program koji učitava broj $x \in \mathbb{N}$, te ispisuje njegove znamenke u silazno sortiranom redoslijedu. Smijete koristiti jedan pomoćni niz, ali za njega morate alocirati točno onoliko memorije koliko je nužno.

Zadatak 5.11. Riješite zadatak 2.6 bez postavljanja ograničenja na pomoćni niz.

UPUTA. Najveći broj sumanada postižemo ako su svi oni najmanji mogući. U našem slučaju, najmanji sumand je 2, pa pomoćni niz treba imati $\lceil n/2 \rceil$ elemenata (u praksi, najpraktičnije je alocirati niz od n/2+1 elemenata).

Moguće je napraviti i s n/2 elemenata, ali treba paziti da suma ne postane strogo veća od početnog broja (npr. da za broj 5 ne kreiramo sumu 2+2+2 jer ona ima 3 sumanda, a 5/2 je jednako 2).

5.3. Dinamička višedimenzionalna polja. Naravno, moguće je dinamički alocirati memoriju i za višedimenzionalna polja. Pri tome treba imati na umu da je višedimenzionalno polje u C-u zapravo "niz nizova", pa se takva alokacija ne može napraviti odjednom. Podsjetimo se i da je niz u pravilu isto što i pointer na prvi element niza. Dakle, "niz nizova" možemo gledati i kao "niz pointera na prve elemente", kao što je prikazano na slici 4.

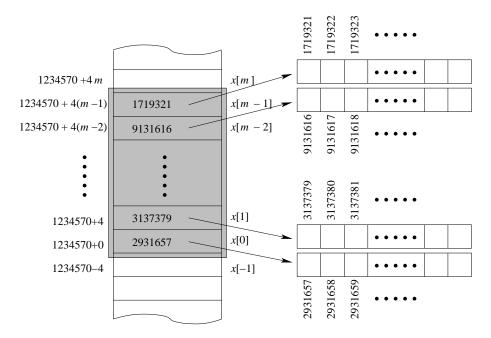
Na slici vidimo da je veličina svake "ćelije" za pohranu pointera 4 bytea. To je zbog toga što razmatramo 32-bitnu arhitekturu, pa pointer zauzima 32 bita (tj. 4 bytea). Elementi prikazane matrice su znakovi, tj. char-ovi, koji zauzimaju po 1 byte.

Dodatno, na slici se jasno vidi i zašto se indeksi smiju kretati samo između 0 i m-1, iako računalo neće prijaviti grešku niti za ostale indekse, tj. kojim dijelovima memorije pristupamo za ostale indekse (npr. x[-1] i x[m]).

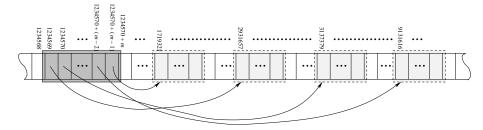
"Mali nizovi" (na slici desno od "velikog niza") nalaze se, naravno, u istoj memoriji kao i "veliki niz", a na slici su nacrtani izdvojeno isključivo zbog preglednosti slike. Kako to zaista izgleda, možete vidjeti na slici 5.

Pokušajmo stvoriti dinamičko dvodimenzionalno polje znakova. Vidimo da problemu možemo pristupiti na više načina, ovisno o potrebama programa:

- Mogu oba niza biti statički (poglavlje 3), što znači da deklariramo varijablu tipa "niz nizova char-ova", npr. char x[10][10];
- 2. Može "veliki niz" biti statičan, a "mali nizovi" mogu biti dinamički. To znači da deklariramo varijablu tipa "niz pokazivača na char", npr.
 - char *(x[10]); ili char *x[10];
- 3. Može "veliki niz" biti dinamički, a "mali nizovi" mogu biti statički. To znači da deklariramo varijablu tipa "pokazivač na



SLIKA 4. Prikaz dijela memorije 32-bitnog računala u kojem je pohranjeno dinamički alocirano dvodimenzionalno polje $m \times n$ znakova



SLIKA 5. Dinamički alocirano dvodimenzionalno polje: stvarno stanje

niz char-ova", npr.
char (*x)[10];

4. Mogu oba niza biti dinamički, što znači da deklariramo varijablu tipa "pokazivač na pokazivač na char", npr. char **x;

Pristup 1 je najjednostavniji za realizaciju, ali je dobar samo ako znamo maksimalne duljine svih nizova (npr. ako radimo s matricom i imamo zadane gornje ograde na red matrice). Dodatni problem može stvoriti i činjenica da se statičko višedimenzionalno polje pohranjuje u jednom bloku memorije, pa kod jako velikih polja može doći do problema u slučaju fragmentacije memorije.

Pristupi 2 i 3 su mješavina statičkih i dinamičkih polja, te kao takvi zadržavaju ograničenje na jednu od dimenzija polja. Dodatno, lako je zbuniti se u sintaksi.

Pristup 4 je najopćenitiji i može se primijeniti kao zamjena za sve ostale, pa ćemo se njime detaljnije baviti.

ZADATAK 5.12. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \in \mathbb{N}$ i matricu $x \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Program treba ispisati trag matrice (sumu elemenata na glavnoj dijagonali).

RJEŠENJE. Ovakav zadatak smo već vidjeli (zadatak 3.3). Rješenje ovog zadatka je identično, jednom kad riješimo učitavanje matrice.

Matrica nema zadanih ograničenja niti po visini niti po širini, pa ju možemo realizirati samo na četvrti način (od gore prezentiranih). Dakle, deklaracija će biti

```
double **x;
```

Kako alocirati memoriju za varijablu x?

Alokacija memorije se uvijek može obaviti po "kuharici":

```
x = (tip od x)malloc(
    dimenzija *
    sizeof(tip od onoga na sto x pokazuje)
);
odnosno, u našem slučaju:
x = (double**)malloc(n * sizeof(double*);
No toj pošin dobili omo piz od p pokazivoše na realno be
```

Na taj način dobili smo niz od n pokazivača na realne brojeve. Kad bismo izveli

```
x[0] = (double*)malloc(n * sizeof(double);
```

onda bi \mathbf{x} bio niz od n pokazivača na realne brojeve, pri čemu bi $\mathbf{x}[0]$ bio pokazivač na upravo alocirani niz od n realnih brojeva, dok bi ostali $\mathbf{x}[i]$ bili pokazivači na nealocirane dijelove memorije. Dakle, na sličan način je potrebno alocirati memoriju za $\mathbf{SVAKI} \, \mathbf{x}[i]$. Konačno, alokacija memorije za matricu \mathbf{x} izgleda ovako:

```
10 x = (double**) malloc(n * sizeof(double*));

11 for (i = 0; i < n; i++)

12 x[i] = (double*) malloc(n * sizeof(double));
```

Nakon alokacije memorije, varijablu x koristimo jednako kao da je riječ o statički alociranoj matrici (zbog ekvivalentnosti nizova i pointera). Na kraju je nužno osloboditi memoriju. Pri tome treba paziti da prvo oslobađamo memoriju za sve x[i], a tek nakon toga za x. Dakle:

```
25 for (i = 0; i < n; i++)
26 free(x[i]);
27 free(x);
```

Razlog tome je što nakon free(x) više ne smijemo dereferencirati varijablu x (tj. ne smijemo raditi sa *x i x[i]), pa više ne bismo mogli osloboditi memoriju za pojedine x[i]. Drugim riječima, ovakvo rješenje je POGREŠNO:

```
free(x);
for (i = 0; i < n; i++)
  free(x[i]);</pre>
```

Konačno, rješenje zadatka izgleda ovako:

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
2
3
   int main(void) {
4
     double **x, tr = 0;
5
     int i, j, n;
6
7
     printf("n = "); scanf("%d", &n);
8
9
     x = (double**) malloc(n * sizeof(double*));
10
     for (i = 0; i < n; i++)
11
       x[i] = (double*) malloc(n * sizeof(double));
12
13
     for (i = 0; i < n; i++)
14
       for (j = 0; j < n; j++) {
15
          printf("x[\%d][\%d] = ", i, j);
16
          scanf("%lf", &x[i][j]);
17
18
19
     for (i = 0; i < n; i++)
20
       tr += x[i][i];
21
22
     printf("tr(x) = %g\n", tr);
23
24
     for (i = 0; i < n; i++)
25
       free(x[i]);
26
     free(x);
27
28
     return 0;
29
30
```

ZADATAK 5.13. Napišite program koji učitava brojeve $a, b, c \in \mathbb{N}$, te matrice $x \in \mathbb{R}^{a \times b}$ i $y \in \mathbb{R}^{b \times c}$, te računa i ispisuje njihov umnožak $z = x \cdot y$.

RJEŠENJE. U ovom zadatku je važno razlikovati retke i stupce jer nije riječ o kvadratnim matricama! Također, potrebno je odrediti red matrice z. Prema definiciji matričnog množenja:

$$z_{ik} = \sum_{j=1}^{b} x_{ij} \cdot y_{jk},$$

vidimo da je matrica z reda $a \times c$.

```
#include <stdio.h>
   #include <stdlib.h>
3
   int main(void) {
4
     double **x, **y, **z;
5
     int a, b, c, i, j, k;
6
7
     // Ucitavanje redova matrica:
8
     printf("a = "); scanf("%d", &a);
9
     printf("b = "); scanf("%d", &b);
10
     printf("c = "); scanf("%d", &c);
11
12
13
     // Alokacija memorije za matrice:
     x = (double**) malloc(a * sizeof(double*));
14
     for (i = 0; i < a; i++)
15
       x[i] = (double*) malloc(b * sizeof(double));
16
     v = (double**) malloc(b * sizeof(double*));
17
     for (i = 0; i < b; i++)
18
       y[i] = (double*) malloc(c * sizeof(double));
19
     z = (double **) malloc(a * sizeof(double *));
20
     for (i = 0; i < a; i++)
21
       z[i] = (double*) malloc(c * sizeof(double));
22
23
     // Ucitavanje matrica:
24
     for (i = 0; i < a; i++)
25
       for (j = 0; j < b; j++) {
26
          printf("x[\%d][\%d] = ", i, j);
27
          scanf("%lf", &x[i][j]);
28
29
     for (i = 0; i < b; i++)
30
       for (j = 0; j < c; j++) {
31
          printf("y[\%d][\%d] = ", i, j);
32
          scanf("%lf", &y[i][j]);
33
34
35
     // Racunanje produkta matrica:
36
     for (i = 0; i < a; i++)
37
```

```
for (k = 0; k < c; k++) {
38
          z[i][k] = 0;
39
          for (j = 0; j < b; j++)
40
            z[i][k] += x[i][j] * y[j][k];
41
42
43
     // Ispis matrice
44
     printf("z = x*y = \n");
45
     for (i = 0; i < a; i++) {
46
        for (j = 0; j < c; j++)
47
          printf("%10.2g", z[i][j]);
48
        printf("\n");
49
     }
50
51
52
     // Delokacija memorije:
     for (i = 0; i < a; i++) free (x[i]);
53
     for (i = 0; i < b; i++) free (y[i]);
54
     for (i = 0; i < a; i++) free (z[i]);
55
     free(x);
56
     free (y);
57
     free(z);
58
59
     return 0;
60
61
```

NAPOMENA 5.6. Prethodni zadatak je izuzetno bitan za razumijevanje dinamičke alokacije. Pokušajte ga riješiti samostalno, te provjerite granice u petljama i vrijednosti u pozivima malloc() i free().

Složenost ovog algoritma je, očito, $O(n^3)$. Postoje i brži algoritmi za množenje velikih matrica: najčešće korišteni, Strassenov, sa složenošću $O(n^{2.807})$ i, trenutno teoretski najbrži poznati, CoppersmithWinogradov sa složenošću $O(n^{2.376})$. Potonji se ne koristi u praksi zbog velikih konstanti skrivenih iza $O(\cdot)$ notacije, pa se ubrzanje postiže samo za izuzetno velike matrice.

Zadatke iz poglavlja ignorirajući ograničenja na duljine polja i redove matrica.

Zadatak 5.15 (Minesweeper). Riješite zadatak 3.21 bez postavljanja ograničenja na dimenzije polja, tj. na veličinu parametara m i n.

Dinamički alocirana dvodimenzionalna polja ne moraju nižno biti pravokutnog oblika (matrice), nego reci mogu biti različitih duljina.

Zadatak 5.16. Održava se nekakvo natjecanje u kojem su igrači su označeni brojevima 0 do n-1. Svaka dva igrača igraju točno jednom

i točno jedan od njih mora pobijediti. Napišite program koji učitava prirodni broj n, te za svakog igrača učitava koje je igrače pobijedio. Program treba provjeriti da li su uneseni podaci ispravni (tj. da li za svaki par (i,j), $i \neq j$, postoji točno jedan zapis o pobjedi, te da niti jedan igrač nije pobijedio sam sebe), te ispisati igrače (njihove brojeve) padajuće prema broju pobjeda. Uz svakog igrača treba napisati koliko pobjeda ima i koga je sve pobijedio.

Ovaj zadatak moguće je riješiti na dva načina. Mi ćemo ga riješiti pomoću nepravokutnog dvodimenzionalnog polja, te ćemo dati uputu za rješenje pomoću dvodimenzionalnog bit-polja.

RJEŠENJE (NEPRAVOKUTNO POLJE). U ovom programu trebamo držati popis igrača. Njihova imena, u početku, odgovaraju njihovim indeksima. No, zadatak traži sortiranje, pa se njihov redoslijed može i promijeniti. Zbog toga imena moramo pamtiti u nizu (zvat ćemo ga igraci).

Želimo pamtiti i pobjede, što je po jedan niz za svakog igrača, pa nam treba niz nizova, tj. dvodimenzionalno polje (npr. pob). No, nema svaki igrač jednak broj pobjeda, pa to polje neće biti pravokutno.

Dodatno, za svakog igrača moramo znati broj pobjeda, odnosno duljinu niza pob[i]. Te podatke ćemo čuvati u polju br_pob.

Nizove sortiramo prema vrijednosti u odgovarajućim elementima polja br_pob. Pri tome treba paziti da se zamjene vrše na sva tri niza, kako bi podaci ostali usklađeni. Elementi niza pob su pokazivači, pa na njima smijemo vršiti jednaku zamjenu kao na "običnim" poljima cijelih brojeva (naravno, uz poštivanje tipa pomoćne varijable).

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
3
   int main(void) {
4
     int *igraci , **pob , *br_pob , n , i , j , k;
5
6
     printf("Broj igraca: "); scanf("%d", &n);
7
8
9
     // Alokacija memorije i ucitavanje pobjeda:
     igraci = (int*) malloc(n * sizeof(int));
10
     for (i = 0; i < n; i++) igraci[i] = i;
11
     br\_pob = (int*) malloc(n * sizeof(int));
12
     pob = (int**) malloc(n * sizeof(int*));
13
     for (i = 0; i < n; i++)
14
       printf("Koliko pobjeda ima igrac %d? ", i);
15
       scanf("%d", &br_pob[i]);
16
       pob[i] = (int*) malloc(br_pob[i] * sizeof(int));
17
       for (j = 0; j < br_pob[i]; j++) {
18
         printf(
```

```
"Koji je %d. igrac kojeg je %d pobijedio?",
20
            j+1, i
21
22
          scanf("%d", &pob[i][j]);
23
24
25
26
27
     // Provjera ulaza:
     // 1. Provjera da nitko nije sam sebe pobijedio
28
     for (i = 0; i < n; i++)
29
       for (j = 0; j < br_pob[i]; j++)
30
          if (i = pob[i][j]) 
31
            printf("Greska: igrac %d je pobijedio ", i);
32
            printf("sam sebe!\n");
33
            exit(1);
34
         }
35
     // 2. Provjera da je svaki par odigrao s tocno
36
            jednom pobjedom
37
     for (i = 0; i < n; i++)
38
       for (j = i + 1; j < n; j++) {
39
         int pobjeda = 0;
40
41
          for (k = 0; k < br_pob[i]; k++)
            if (pob[i][k] = j)
42
              if (pobjeda) {
43
                printf("Greska: barem dvije igre ");
44
                printf("igraca %d i %d!\n", i, j);
45
                exit (1);
46
              } else
47
                pobjeda = 1;
48
          for (k = 0; k < br_pob[j]; k++)
49
            if (pob[j][k] = i)
50
              if (pobjeda) {
51
                printf("Greska: barem dvije igre ");
52
                printf("igraca %d i %d!\n", i, j);
53
                exit (1);
54
              } else
55
                pobjeda = 1;
56
          if (!pobjeda) {
57
            printf("Greska: nema ni jedne igre igraca");
58
59
            printf("%d i %d! \ n", i, j);
            exit (1);
60
61
62
63
     // Sort po broju pobjeda
64
```

```
for (i = 0; i < n; i++)
65
        for (j = i + 1; j < n; j++)
66
          if (br_pob[i] < br_pob[j])
67
            int t, *tp;
68
            t = igraci[i];
69
            igraci[i] = igraci[j];
70
            igraci[j] = t;
71
            t = br_pob[i];
72
            br_pob[i] = br_pob[j];
73
            br\_pob[j] = t;
74
            tp = pob[i];
75
            pob[i] = pob[j];
76
            pob[j] = tp;
77
78
79
     // Ispis
80
     for (i = 0; i < n; i++) {
81
        printf("Igrac %d ima %d pobjeda", igraci[i],
82
          br_pob[i]);
83
        if (br_pob[i]) {
84
          printf(": %d", pob[i][0]);
85
          for (j = 1; j < br_pob[i]; j++)
86
            printf(", %d", pob[i][j]);
87
88
        printf(" \ n");
89
90
91
     // Delokacija memorije:
92
     for (i = 0; i < n; i++) free (pob[i]);
93
      free (pob);
94
      free (igraci);
95
      free (br_pob);
96
97
     return 0;
98
99
```

UPUTA (BIT-POLJE). Bit-polje je polje (jednodimenzionalno ili višedimenzionalno) koje sadrži samo nule i jedinice (dakle vrijednosti koje se mogu pohraniti u jednom bitu). Ovdje možemo deklarirati matricu pobjede $\in \{0,1\}^{n \times n}$. Na mjesto (i,j) stavljamo 1 ako je igrač i pobijedio igrača j; inače stavljamo nulu.

Provjera ispravnosti podataka se svodi na provjeru da za svaki par (i, j), $i \neq j$, imamo nulu na mjestu (i, j) i jedinicu na mjestu (j, i) ili obrnuto; na dijagonali matrice moraju biti nule.

Kriterij za sort su sume redaka.

Nepravokutna polja dolaze do puno jačeg izražaja prilikom korištenja stringova (poglavlje 6)..

5.4. Relokacija memorije.

Zadatak 5.17. Napišite dio programa koji učitava prirodni broj n i niz \mathbf{x} od n realnih brojeva. Nakon toga, program treba učitati broj m, te još m realnih brojeva koje treba dodati na kraj niza \mathbf{x} .

RJEŠENJE (malloc()). Zadatak možemo riješiti alokacijom novog, duljeg niza. Pri tome, podatke iz starog niza treba kopirati u novi niz, a zatim treba osloboditi memoriju koja je pripadala starom nizu:

```
int i, n, m;
   double *x, *y;
2
3
   printf("n = "); scanf("%d", &n);
   x = (double*) malloc(n * sizeof(double));
   for (i = 0; i < n; i++)
     printf("x[\%d] = ", i);
7
     scanf("%d", &x[i]);
8
9
   printf("m = "); scanf("%d", &m);
10
   y = (double*) malloc((n + m) * sizeof(double));
   for (i = 0; i < n; i++) y[i] = x[i];
12
   free(x);
13
   x = y;
14
   for (i = n; i < n + m; i++)
15
     printf("x[\%d] = ", i);
16
     scanf("%d", &x[i]);
17
18
19
   for (i = 0; i < n + m; i++)
20
     printf("%d\n", x[i]);
21
22
   free(x);
23
```

Izraz x=y NIJE pridruživanje nizova, nego samo pointera: nakon tog izraza, x i y pokazuju na isti niz (istu memorijsku lookaciju)! No, pri tome gubimo adresu memorije koja je prije bila alocirana kao niz x (iako sama memorija ostaje zauzeta), pa ju zbog toga prvo treba osloboditi.

Dodavanje (ili oduzimanje) memorije dinamički alociranom nizu je normalan zahtjev i nema potrebe da rješenje bude komplicirano, kao u prethodnom programu (linije 11–14). U C-u, za takve zahvate postoji funkcija realloc() koja prima dva argumenta:

niz = (tip_elementa*)realloc(niz, nova_velicina_niza);

Prvi parametar funkcije realloc() je sam niz, a drugi je nova veličina tog niza (smije biti i veća i manja od stare veličine). Funkcija će pokušati alocirati potrebnu memoriju. Ako to uspije (tj. ako je nova veličina manja od stare ili ako ima dovoljno prostora "u komadu" iza postojećeg niza), funkcija vraća originalnu adresu niza.

Ako funkcija ne može alocirati potrebnu memoriju (tj. ako ne uspije produljiti niz), alocirat će skroz novu memoriju (na novoj lokaciji), prebaciti stare podatke u novi niz, osloboditi memoriju u kojoj se niz prije nalazio i vratiti adresu upravo alocirane memorije (dakle točno ono što u prethodnom programu radimo u linijama 11–14).

RJEŠENJE (realloc()).

```
int i, n, m;
1
2
     double *x, *y;
3
     printf("n = "); scanf("%d", &n);
4
     x = (double*) malloc(n * sizeof(double));
5
     for (i = 0; i < n; i++) {
6
       printf("x[\%d] = ", i);
7
       scanf("%d", &x[i]);
8
9
     printf("m = "); scanf("%d", \&m);
10
11
     x = (double*) realloc(x, (n + m) * sizeof(double));
12
13
14
     for (i = n; i < n + m; i++)
15
       printf("x[\%d] = ", i);
16
       scanf("%d", &x[i]);
17
     }
18
19
20
     for (i = 0; i < n + m; i++)
       printf("%d\n", x[i]);
21
22
     free(x);
23
```

Zadatak 5.18. Napišite program koji učitava nenegativne realne brojeve dok ne učita nulu. Program treba ispisati one učitane brojeve koji su strogo veći od geometrijske sredine učitanih.

RJEŠENJE. Očito, podatke moramo pohraniti u niz (ili listu, ali o tome u poglavlju 8), no ne možemo *a priori* alocirati dovoljno memorije. Jedini način za učitati ovakav niz je realociranje memorije kad alocirana memorija postane premala. Pri tome, dobro je znati da je poziv

```
realloc(NULL, size);
```

ekvivalentan pozivu malloc(size);

Dakle, učitavamo brojeve, te za svaki broj koji želimo pohraniti u niz alociramo dodatnu memoriju:

```
double *niz = NULL, gs = 1;
   int n = 0, i;
7
8
   while (1) {
9
     double x;
10
     printf("Ucitajte nenegativni broj: ");
11
     scanf("%lf", &x);
12
     if (!x) break;
13
     niz = (double*) realloc(niz, ++n * sizeof(double));
14
     niz[n-1] = x;
15
16
```

Ovdje se if(...) break; nalazi odmah iza učitavanja broja jer ne želimo da upisana nula bude element niza. Kad bismo i nju željeli u nizu, onda bi if(...) break; išlo na kraj while(1) petlje (iza niz[n - 1] = x;).

Podsjetimo se što radi realloc() ako nema dovoljno memorije: alocira novu memoriju, prebacuje sve podatke, otpušta staru memoriju i vraća adresu nove memorije. Ovo je jako spor postupak, pa je dobro provoditi ga što rjeđe. Jedan način da se to postigne je alociranje nekoliko mjesta odjednom. Kad se sva alocirana memorija popuni, alociramo dodatnih nekoliko mjesta. Dakle, jednako kao i u prikazanom isječku kôda, samo što ne alociramo jedno po jedno mjesto nego, na primjer, deset po deset mjesta:

```
double * niz = NULL, gs = 1;
6
     int n = 0, length = 0, i;
7
8
     while (1)
9
       double x;
10
       printf("Duljina niza: %d; ", n);
11
       printf("alocirana memorija: %d\n", length);
12
       printf("Ucitajte nenegativni broj: ");
13
       scanf("%lf", &x);
14
       if (!x) break;
15
       if (length < ++n)
16
          niz = (double*) realloc (
17
            niz,
18
            (length += 10) * sizeof(double)
19
20
       niz[n-1] = x;
21
```

Napomenimo da su oba načina unosa točni. Razlika je u tome što je drugi način bolje, u smislu efikasnijeg izvođenja.

Potrebno je još izračunati geometrijsku sredinu. To radimo slično aritmetičkoj sredini: izračunamo produkt svih elemenata niza (npr. u varijabli \mathtt{gs}), te vadimo n-ti korijen iz \mathtt{gs} . Kod vađenja korijena treba biti oprezan. Na primjer, ovo je $\mathbf{POGREŠAN}$ način:

Problem s ovim izrazom je to što su i 1 i n cjelobrojne vrijednosti, pa je 1/n cjelobrojno dijeljenje, čiji je rezultat, naravno, nula (osim za n = 1). To znači da izraz neće računati $\sqrt[n]{gs}$, nego $gs^0 = 1$. Ispravni

izraz je

pow(gs, 1/n);

pow(gs, 1./n);, pow(gs, 1.0/n); ili pow(gs, 1/(double)n); ili neki slični. Konačno, rješenje zadatka (uz pomoćne ispise o duljini niza, alociranoj memoriji i geometrijskoj sredini) izgleda ovako:

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
  #include <math.h>
4
   int main(void) {
5
     double * niz = NULL, gs = 1;
6
     int n = 0, length = 0, i;
7
8
     while (1) {
9
10
       double x;
       printf("Duljina niza: %d; ", n);
11
       printf("alocirana memorija: %d\n", length);
12
       printf("Ucitajte nenegativni broj: ");
13
       scanf("%lf", &x);
14
       if (!x) break;
15
       if (length < ++n)
16
          niz = (double*) realloc(
17
            niz,
18
            (length += 10) * sizeof(double)
19
20
       niz[n-1] = x;
21
22
23
     for (i = 0; i < n; i++) gs *= niz[i];
24
     gs = pow(gs, 1./n);
25
     printf("Geometrijska sredina: %g\n", gs);
26
27
     for (i = 0; i < n; i++)
28
       if (niz[i] > gs)
29
          printf("%g\n", niz[i]);
30
31
```

ZADATAK 5.19. Pokušajte riješiti prethodni zadatak bez upotrebe funkcija iz biblioteke math (dakle, bez pow()).

Zadatak 5.20. Napišite program koji učitava realne brojeve dok ne učita 17.19 (koji ne smije postati element niza). Program treba invertirati niz i ispisati one njegove elemente kojima je cjelobrojni dio paran (nije dovoljno samo unatrag ispisati tražene elemente niza!).

Podsjetnik: Ako je x tipa double, njegov cjelobrojni dio možete dobiti castanjem na int:

(int)x

Zadatak 5.21. Napišite program koji učitava cijele brojeve dok ne učita nulu, te ispisuje aritmetičku sredinu svih učitanih prostih brojeva, a zatim ispisuje i sve elemente niza koji su strogo manji od te artimetičke sredine.

Zadatak 5.22. Napišite program koji učitava realne brojeve dok ne učita negativni broj (koji također mora postati element niza). Program treba sortirati učitane brojeve prema apsolutnoj vrijednosti, te ih ispisati.

Zadatak 5.23. Napišite program koji učitava cijele brojeve dok ne učita negativni broj (koji ne smije postati element niza). Program treba unatrag ispisati niz i to samo one elemente koji su strogo veći od prosječne sume znamenaka svih elemenata niza.

ZADATAK 5.24. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \in \mathbb{N}$, te niz $(a_i)_{i=1}^{n-1}$ od n prirodnih brojeva. Nakon učitavanja, program treba pronaći proste faktore svih učitanih brojeva, te – za svaki učitani broj posebno – treba ispisati one koji su strogo veći od aritmetičke sredine svih dobivenih prostih faktora.

RJEŠENJE. Proste faktore držat ćemo u polju pf. Kako nam treba niz prostih faktora za svaki a[i], polje pf mora biti dvodimenzionalno. No, prostih faktora nema jednako mnogo za sve a[i], pa će nizovi pf[i] biti različite duljine. Za svaki od tih nizova treba negdje pamtiti njegovu duljinu; mi ćemo za tu svrhu koristiti nulti element svakog niza. Dakle:

- pf[i][0] bit će broj prostih faktora broja a[i]
- pf[i][j], za j ∈ {1,2,...,pf[i][0]}, bit će prosti faktori broja a[i].

```
1 #include <stdio.h>
   #include <stdlib.h>
2
3
4
   int main(void) {
     int *a, **pf, i, j, n, pf\_cnt = 0;
5
     double as = 0;
6
7
8
     // Ucitavanje duljine niza:
     printf("n = "); scanf("%d", &n);
9
10
     // Alokacija memorije i ucitavanje niza a:
11
     a = (int*) malloc(n * sizeof(int));
12
     for (i = 0; i < n; i++) {
13
       printf("a[\%d] = ", i);
14
       scanf("%d", &a[i]);
15
     }
16
17
     // Racunanje prostih faktora:
18
     pf = (int**) malloc(n * sizeof(int*));
19
     for (i = 0; i < n; i++) {
20
       int x = a[i], k = 2;
21
       pf[i] = (int*) malloc(sizeof(int));
22
       pf[i][0] = 0;
23
       while (x > 1) {
24
          if (!(x \% k)) {
25
            while (!(x \% k)) x /= k;
26
            pf[i][0]++;
27
            pf[i] = (int*)realloc(
28
              pf[i],
29
              (pf[i][0] + 1) * sizeof(int)
30
31
            pf[i][pf[i][0]] = k;
32
33
         }
         k++;
34
35
36
37
     // Aritmeticka sredina prostih faktora:
38
     for (i = 0; i < n; i++)
39
        pf_cnt += pf[i][0];
40
       for (j = 1; j \le pf[i][0]; j++)
41
         as += pf[i][j];
42
43
     as \neq pf_cnt;
44
45
```

```
46
     // Pomocni ispis:
     printf("Aritmeticka sredina: %g\n", as);
47
48
     // Ispis prostih faktora vecih od as:
49
     for (i = 0; i < n; i++) {
50
       int prvi = 1;
51
        printf("Faktori od %d: ", a[i]);
        for (j = 1; j \le pf[i][0]; j++)
53
          if (pf[i][j] > as) {
54
            if (prvi)
              prvi = 0;
56
57
              printf(", ");
58
            printf("%d", pf[i][j]);
60
        if (prvi) printf("nema");
61
        printf("\n");
62
63
64
     // Delokacija memorije:
65
     for (i = 0; i < n; i++) free (pf[i]);
66
67
     free (pf);
     free(a);
68
69
     return 0;
70
71
```

Zadatak 5.25. Riješite prethodni zadatak tako da program svaki prosti faktor uzima u obzir onoliko puta kolika mu je kratnost (umjesto samo jednom).

Zadatak 5.26 (Mozgalica). Da li je slijedeći program ispravan? Ako da, što će se desiti prilikom njegovog izvršavanja; ako ne, zašto?

```
#include <stdio.h>
   int *f(void) {
3
     int a[3] = \{1, 2, 3\};
4
     return a;
5
6
7
   int main(void) {
     int a [3];
9
10
     a = f();
11
     printf("%d, %d, %d\n", a[0], a[1], a[2]);
```

```
13
14 return 0;
15 }
```

Zadatak 5.27 (Mozgalica). Isto kao u prethodnom zadatku, samo uz promjenu:

```
int *a;
```

Napomena 5.7. Program iz druge "mozgalice" će se vjerojatno ispravno ponašati, ali on ipak nije dobar (zašto?).

6. Stringovi

U C-u postoji tip podataka char koji služi za pohranu jednog znaka. No, želimo li pospremiti riječ, rečenicu ili čak veći tekst, u C-u ne postoji odgovarajući tip. U tu svrhu koriste se nizovi znakova za koje vrijedi sve što smo vidjeli u poglavljima 3 i 5, kao i u "Uvodu u računarstvo" gdje smo obrađivali statičke nizove. Kao dodatak postojećim funkcionalnostima nizova u C-u, postoji i niz funkcija specifično napisanih za nizove znakova (stringove).

6.1. Osnovne operacije. Stringovne konstante navodimo kao nizove znamenaka između **dvostrukih** navodnika. Na primjer: "Pero Sapun"

je string od 10 znakova (9 slova i 1 razmak). Za razliku od stringova, znakovne konstante se navode između **jednostrukih** navodnika. Tako je "A" string, a 'A' znak. Ova razlika je izuzetno bitna, jer ne možemo koristiti znakove umjesto stringova (niti obrnuto). To bi bilo kao da pokušamo koristiti int umjesto niza brojeva (ili obrnuto).

Napomena 6.1. String "Pero Sapun" ima 10 slova, ali u memoriji zauzima 11 mjesta! Prisjetimo "običnih" nizova: postoji memorija dodijeljena nekom nizu (statički ili dinamički), ali nigdje nije pohranjeno koliko elemenata se stvarno nalazi u nizu (tj. koji dio niza zaista koristimo). U tu svrhu uvodili smo pomoćnu varijablu (najčešće smo ju zvali n) u kojoj smo čuvali broj elemenata niza.

Kod stringova, kao kraj niza se koristi (nevidljivi) znak, tzv. null-character '\0' čija je ASCII vrijednost nula. Sve funkcije koje barataju sa stringovima upotrebljavaju taj znak kao oznaku za kraj stringa. Ako stringu pristupamo direktno, kao nizu znakova (umjesto preko stringovnih funkcija), moramo paziti na označavanje završetka!

Kod ispisa stringova naredbom printf() koristi se format %s.

Učitavanje je nešto složenije: format %s označava učitavanje **jedne riječi**. Želimo li pročitati cijeli redak (tj. string do prvog skoka u novi red), treba upotrijebiti format %[^\n] ili funkciju gets().

Općenito, ako želimo učitavati dijelove teksta odvojene znakovima, na primjer, 'a', 'b' i 'c' onda navodimo format

%[^abc]

Prilikom takvog učitavanja, na primjer, teksta "Ovaj kolegij je baš zanimljiv!", C će razlikovati "riječi": "Ov", "j kolegij je ", "š z", "nimljiv!". Dakle, format %s je samo pokrata za %[^ \t\n] (jer kao separatore riječi uzima razmake, TAB-ove i skokove u novi red.

Nakon čitanja riječi, razmak kojim riječ završava ostaje nepročitan. No, iduće učitavanje (s istim formatom) će taj razmak zanemariti, te se on neće naći niti u jednoj od učitanih riječi.

Zadatak 6.1. Napišite program koji učitava jednu riječ duljine najviše 17 znakova, te ispisuje:

- a) tu riječ
- b) tu riječ bez prvog znaka
- c) treće slovo te riječi (pretpostavite da je riječ dovoljno dugačka)

RJEŠENJE. Prisjetimo se da je niz isto što i pokazivač na prvi element (dakle na početak) niza! Kako naredba scanf() mora primati adrese na koje se spremaju podaci, ispred stringovnih varijabli NE STAVLJAMO "&"! Također, ako imamo stringovnu varijablu rijec (a ona je, kako smo već rekli, ekvivalentna &rijec[0]), onda &rijec[1] predstavlja adresu drugog znaka. Nastavimo li čitati znakove od drugog znaka do '\0', dobit ćemo upravo riječ bez prvog znaka (rješenje podzadatka b)). Treće (ili bilo koje drugo) slovo je znak, dakle tipa char, i ispisuje se pomoću formata %c.

Prilikom deklaracije stringa fiksne duljine, kao i kod dinamičke alokacije stringa, moramo uvijek ostaviti jedno mjesto "viška" u kojem će biti pospremljen završni znak '\0'. U našem zadatku, riječ može imati najviše 17 znakova, što znači da nam za pohranu te riječi u memoriji treba niz od 17+1=18 znakova.

```
#include <stdio.h>
2
   int main(void) {
3
     char rijec [18];
4
5
     printf("Upisite rijec: "); scanf("%s", rijec);
6
7
     printf("a) rijec: %s\n", rijec);
8
     printf("b) rijec bez prvog znaka: %s\n", &rijec[1]);
9
     printf("c) treci znak: %c\n", rijec[2]);
10
11
     return 0;
12
13
```

Izvedite program na računalu tako da upišete dvije riječi (npr. "Pero Sapun"). Pod a), program će ispisati samo prvu riječ, dok druga (bez

razmaka) ostaje nepročitana! Ako programski kod (tj. linije 6–10) kopirate tako da se izvrši dva puta, onda će drugi scanf() učitati drugu riječ, bez čekanja na unos. □

6.2. Dinamički alocirani stringovi. Kao i kod običnih nizova, i stringovi se jednako koriste bez obzira na to da li su statički ili dinamički alocirani. Pogledajmo kako se radi s dinamičkim stringovima, a u nastavku ćemo obraditi string-specifične funkcije bez pravljenja razlika između statičke ili dinamičke alokacije.

Da bismo mogli učitati string, potrebno je **unaprijed** alocirati memoriju za njega, na primjer ovako:

```
char *string;
int len;
printf("Duljinja stringa: ");
scanf("%d", &len);
string = (char*) malloc((len+1)*sizeof(char));
scanf("%s", string);
```

Potrebno je alocirati len+1 mjesto zbog dodatnog znaka '\0' na kraju (slično prethodnom zadatku gdje smo deklarirali duljinu 18 za riječ od najviše 17 slova).

Česta **GREŠKA** koja se pojavljuje prilikom učitavanja stringova je zamjena scanf()-a i alokacije memorije (funkcija strlen() vraća duljinu stringa, kako ćemo naknadno vidjeti):

```
scanf("%s", string);
string = (char*)malloc((strlen(string)+1)*sizeof(char));
```

Ovo je pogrešno jer scanf() piše po nekoj memoriji koja ne pripada stringu (čak vjerojatno ne pripada niti samom programu), a malloc() će naknadno alocirati memoriju, i to gotovo sigurno ne onu gdje je string zapisan (ako uopće program uopće dođe do malloc(), tj. ako se ne sruši na scanf()).

Dinamičko učitavanje stringa čiju duljinu ne znamo unaprijed je izuzetno složeno i u praksi se rijetko radi. Na primjer, ovaj komad kôda

```
char *big = NULL, *old_big;
   char s [11];
   int len = 0, old_len;
3
4
   \mathbf{do} {
5
     old_len = len;
6
     old_big = big;
     scanf("\%10[^\n]", s); s[10] = '\0';
8
     if (!(big = realloc(big, len += strlen(s)))) {
9
       free (old_big);
10
       printf("Out of memory!\n");
```

```
12     exit(1);
13     }
14     strcpy(big + old_len , s);
15     } while (len - old_len == 10);
```

će učitati jednu liniju teksta proizvoljne duljine u varijablu big.

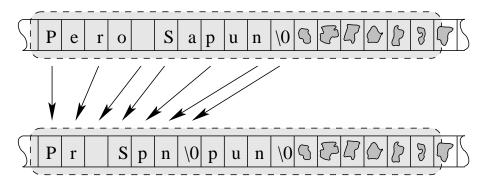
6.3. Direktno baratanje sa stringovima. String možemo tretirati upravo kao niz znakova, bez upotrebe posebnih funkcija za rad sa stringovima. Takav pristup je često potreban jer nemamo funkcije za svaki zahvat koji nam padne na pamet.

Zadatak 6.2. Napišite funkciju koja kao argument uzima string, te iz njega briše sve samoglasnike. Dodatno, napišite i program koji pokazuje kako se funkcija upotrebljava.

RJEŠENJE. U ovom zadatku, riječ je o običnom brisanju elemenata iz niza. Pri tome, svi elementi koji se nalaze iza obrisanog, pomiču se za jedno mjesto u lijevo.

Oprez: Pomicanje elemenata treba napraviti do znaka '\0', uključujući i njega jer on označava kraj stringa.

Na slici 6 vidimo promjenu u stringu (uz pretpostavku da je deklariran kao niz od 17 znakova). "Mrlje" na kraju označavaju memoriju u kojoj se nešto nalazi (u memoriji se uvijek nešto nalazi), ali ne znamo što. Također, u funkciji ne možemo znati koliko je prostora alocirano za string, te zbog toga moramo pretpostaviti da je string ispravno alociran i napunjen s podacima, te da ima dovoljno memorije za rezultat (npr. u slučaju da string treba produljiti).



Slika 6. Brisanje samoglasnika iz stringa

Kao što vidimo na slici, iza '\0' se može nalaziti bilo što. Zbog toga treba paziti da prilikom baratanja sa stringom ne "promašimo" '\0', jer ćemo onda mijenjati nešto što ne pripada našem tekstu, a možda čak niti samom stringu (na slici, "mrlja" iza sivog područja).

```
#include <stdio.h>
2 #include <ctype.h>
```

```
3
   void brisi_samoglasnike(char s[]) {
4
     int i, j = 0;
5
     for (i = 0; s[i] != '\0'; i++) {
6
        char c = tolower(s[i]);
7
        if (!(c = 'a' | c = 'e' | c = 'i')
8
               c = 'o' | c = 'u')
          s[j++] = s[i];
10
11
     s[j] = ' \setminus 0';
12
13
14
   int main (void) {
15
     char s [17];
16
17
      printf("Upisite string: ");
18
     \operatorname{scanf}("\%[^{\ }n]", s);
19
      brisi_samoglasnike(s);
20
      printf("Rezultat: \"%s\"\n", s);
21
22
     return 0;
23
24
```

Ovdje vidimo i jednu novu funkciju koja nema veze sa stringovima: char tolower(char c) vraća malo slovo koje odgovara slovu u varijabli c (ako je u njoj slovo; za druge znakove vraća nepromijenjeni znak c). Slično, postoji funkcija toupper() koja vraća veliko slovo. Obje funkcije nalaze se u biblioteci ctype.

Funkciju smo iskoristili da bismo smanjili broj usporedbi u if(), jer su samoglasnici: "A", "a", "E", "e", itd. (ukupno 10 znakova). Ovako, slovo pretvaramo u malo, pa je dovoljno provjeriti samo male samoglasnike (njih 5). Naravno, ovo služi samo za usporedbu, dok pridruživaje (linija 10) treba raditi s originalnim znakom s[i].

Funkciju iz prethodnog zadatka možemo i puno "zapetljanije" napisati. Opkušajte otkriti kako (i zašto) slijedeća modifikacija također radi ono što se traži:

13 }

Zadatak 6.3. Napišite funkciju koja kao argument prima jedan string, te iz njega briše svaki treći znak. Napišite i program koji pokazuje kako se funkcija upotrebljava.

U biblioteci ctype postoje i slijedeće funkcije za provjeru pripadnosti nekog znaka (NE cijelih stringova!) nekoj klasi znakova:

```
int isalnum(int c): je li c slovo ili broj?
int isalpha(int c): je li c slovo?
int isblank(int c): je li c razmak ili '\t' (TAB)?
int isdigit(int c): je li c znamenka?
int isgraph(int c): je li c znak koji se može ispisati na ekranu
  (osim razmaka)?
int islower(int c): je li c malo slovo?
int isprint(int c): je li c znak koji se može ispisati na ekranu
  (uključujući i razmak)?
int ispunct(int c): je li c znak koji se može ispisati na ekra-
  nu, ali nije slovo?
int isspace(int c): je li c razmak, '\t', '\n' (skok u novi
  red), '\f', '\r' ili '\v'?
int isupper(int c): je li c veliko slovo?
int isxdigit(int c): je li c heksadecimalna znamenka (0, 1,
  2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f, A, B, C, D, E, F)?
```

Ove funkcije odgovaraju na pitanja s "da" (vrijednost 1) ili "ne" (vrijednost 0).

Zadatak 6.4. Napišite funkciju koja kao argument prima jedan string, te iz njega briše svako treće slovo. Napišite i program koji pokazuje kako se funkcija upotrebljava.

Uputa: Upotrijebite funkciju int isalpha(int c) koja vraća 1 ako se u vrarijabli c nalazi znak (vrši se automatska konverzija između int i char), odnosno 0 ako u c nije slovo (nego neki drugi znak).

Zadatak 6.5. Napišite funkciju koja kao argument prima jedan string, te iz njega briše sve znamenke. Napišite i program koji pokazuje kako se funkcija upotrebljava.

Uputa: Upotrijebite funkciju isdigit(int c) koja provjerava nalazi li se u c znamenka.

ZADATAK 6.6. Napišite funkciju koja kao argument prima jedan string i jedan znak. Funkcija treba duplicirati svako pojavljivanje znaka u stringu. Na primjer, ako su zadani string "Popokatepetl" i znak 'p', promijenjeni string treba biti "Poppokateppetl". Napišite i program kojim testirate funkciju.

Pretpostavite da je za string alocirano dovoljno memorije da se promjena izvede.

RJEŠENJE. Ovdje treba biti oprezan: po nizu treba "trčati" s desna na lijevo. Pokušamo li to raditi s lijeva na desno, "pregazit" ćemo neke vrijednosti!

No, ne znamo koliko je string dugačak, niti koliko znakova treba dodati. To dvoje tražimo u prvoj petlji. Nakon nje, u varijabli i se nalazi indeks znaka '\0' (tj. duljina stringa s), a u varijabli j nalazi se broj znakova koje treba dodati (što je jednako broju pojavljivanja znaka c u stringu).

U drugoj petlji idemo s desna na lijevo i kopiramo znakove na potrebna mjesta. Skicirajte string u memoriji da biste lakše vidjeli kako funkcija radi.

```
#include <stdio.h>
   #include <ctype.h>
3
   void dupliciraj_c (char s [], char c) {
4
     int i, j = 0;
5
     for (i = 0; s[i] != '\0'; i++)
6
        if (s[i] == c) j++;
7
     for (; i >= 0; i--) \{
8
        s[i + j] = s[i];
9
        if (s[i] == c) s[i + (--j)] = s[i];
10
11
12
13
   int main (void) {
14
     char s [17];
15
16
      printf("Upisite string: ");
17
     \operatorname{scanf}("\%[^{\n}]", s);
18
      dupliciraj_c(s, 'p');
19
      printf("Rezultat: \"%s\"\n", s);
20
21
     return 0;
22
23
```

Zadatka 6.7. Modificirajte rješenje prethodnog zadatka tako da se znak c ne udvostručuje, nego utrostručuje.

Uputa: Potrebno je promijeniti promjenu brojača j u prvoj petlji, te malo doraditi liniju 10.

ZADATAK 6.8. Napišite funkciju koja kao argument prima jedan string s, jedno slovo c (deklarira se kao char, ali garantiramo da će korisnik zadati slovo) i jedan broj n. Funkcija treba n-terostručiti svako pojavljivanje slova c u stringu s, neovisno o tome je li riječ o malom ili velikom slovu. Na primjer, ako su zadani string "Popokatepetl", znak

'p' *i broj* 4, *promijenjeni string treba biti* "PPPPoppppokateppppetl". *Napišite i program kojim testirate funkciju.*

Pretpostavite da je za string alocirano dovoljno memorije da se promjena izvede.

```
ZADATAK 6.9. Napišite funkciju void tr(char s[], char f[], char t[])
```

koja u stringu s zamjenjuje svaki znak iz f s odgovarajućim znakom iz t. Na primjer, ako su dani stringovi "Pero Sapun", "pas" i "mir", onda prvi string treba postati "Pero Simun" (jer 'p' prelazi u 'm', 'a' u 'i' i 's' u 'r'; pri tome se znakovi 'S' i 's' razlikuju). Možete pretpostaviti da su stringovi f i t jednake duljine.

RJEŠENJE. Iako naizgled kompliciran, ovaj zadatak traži jedno "tr-čanje" po stringu, te zamjenu jednog znaka drugim za svaki znak (što je još jedna petlja). Pri tome izvršavanje unutrašnje petlje moramo prekinuti ako je izvršena zamjena, kako ne bi došlo do nekoliko zamjena istog znaka. Ovdje je break gotovo nezamjenjiv.

```
void tr(char s[], char f[], char t[]) {
int i, j = 0;
for (i = 0; s[i] != '\0'; i++)

for (j = 0; f[j] != '\0'; j++)

if (s[i] == f[j]) {
    s[i] = t[j];

break;
}
```

Kad ne bismo imali garanciju jednake duljine stringova ${\tt f}$ i ${\tt t}$, rješenje bi moralo raditi tako da u obzir uzima samo prvih m znakova, pri čemu je m duljina kraćeg od ta dva stringa. No, m ne moramo direktno računati; dovoljna je modifikacija uvjeta u unutrašnjoj petlji:

```
for (j = 0; f[j] != '\0' && t[j] != '\0'; j++)

ili, kraće:

for (j = 0; f[j] && t[j]; j++)
```

Zadatak upotrebom binarnog traženja, uz pretpostavku da je string f uzlazno sortiran.

ZADATAK 6.11. Napišite funkciju koja uzima tri argumenta: string s, te znakove c1 i c2. Funkcija treba obrisati sva pojavljivanja znaka c1 i duplicirati sva pojavljivanja znaka c2 u stringu s. Smijete pretpostaviti da je c1 \neq c2.

Zadatak 6.12. Napišite funkciju koja uzima četiri argumenta: niz stringova s, broj stringova u nizu n, te znakove c1 i c2. Funkcija treba

obrisati sva pojavljivanja znaka c1 i duplicirati sva pojavljivanja znaka c2 u stringovima u nizu s. Smijete pretpostaviti da je c1 \neq c2.

UPUTA. Funkciju možete jednostavno realizirati pomoću rješenja prethodnog zadatka. Dovoljna je jedna for()-petlja koja za svaki element niza poziva funkciju iz prethodnog zadatka.

ZADATAK 6.13. Napišite funkcije strtolower(char *s) i strtoupper(char *s)

koje uzimaju po jedan argument (string s), te sva njegova slova prebacuju u mala, odnosno velika; ostale znakove ne mijenjaju.

Uputa: Upotrijebite tolower() i toupper() iz biblioteke ctype.

ZADATAK 6.14. Napišite funkciju int palindrom(char *s) koja vraća 1 ako je string s palindrom (niz znakova koji se jednako čitaju s lijeva na desno i s desna na lijevo; npr. "anavolimilovana", "aba" i "abba", ali ne i "ana voli milovana"); inače treba vratiti 0.

ZADATAK 6.15 (Šlag na kraju). *Napišite funkciju* int palindrom(char *s)

koja vraća 1 ako je string s palindrom; inače treba vratiti 0. Funkcija treba biti case-insensitive (tj. ne smije raditi razliku između velikih i malih slova), te mora ignorirati sve znakove koji nisu slovo. Pri tome ne smije mijenjati string s.

Na primjer, string "Ana voli: Milovana!" treba prepoznati kao palindrom.

6.4. String-specifične funkcije. Većina funkcija specijaliziranih za rad sa stringovima nalaze se u biblioteci string. Nazivi tih funkcija počinju sa "str":

strlen(): vraća duljinu stringa (engl. string length)

strcpy(): kopira jedan string u drugi (engl. string copy)

strcat(): lijepi jedan string na kraj drugog (engl. string concatenate)

strcmp(), strcasecmp(): uspoređuju dva stringa (engl. string compare; "case" znači case insensitive)

Neke funkcije nalaze se i u drugim bibliotekama. Na primjer, gets() i fgets() se nalaze u biblioteci stdio.

ZADATAK 6.16. Napišite svoje verzije pobrojanih stringovnih funkcija, bez korištenja funkcija iz biblioteke string.

ZADATAK 6.17. Napišite program koji učitava jednu riječ s duljine najviše 19 znakova i prirodni broj n. Program treba u varijabli s2 kreirati najkraću riječ koja se sastoji od kopija riječi s "lijepljenih" jedna iza druge, tako da duljina stringa s2 bude barem n. Na primjer, za riječ "Pero" i n=17, s2 treba biti "PeroPeroPeroPeroPero" (string duljine 20 znakova, jer s jednom kopijom manje – "PeroPeroPeroPero" – ima samo 16 < n znakova).

RJEŠENJE. Maksimalna duljina stringa s je zadana i iznosi 19, pa njega možemo odmah deklarirati kao niz od 20 znakova (jedan više od 19 zbog završnog '\0').

Kako nije zadana najveća moguća vrijednost za n, string s2 je potrebno dinamički alocirati. Pri tome ne znamo unaprijed kolika je njegova duljina, ali ju možemo izračunati. Naime, ako je n djeljiv s duljinom stringa s, onda je jasno da je n buduća duljina stringa s2. No, ako nije, onda je duljina stringa s2 jednaka

$$strlen(s) \cdot \left[\frac{n}{strlen(s)}\right],$$

što je jednako

$$strlen(s) \cdot \left| \frac{n}{strlen(s)} + 1 \right|$$

tj.

$$strlen(s) \cdot \left(\left\lfloor \frac{n}{strlen(s)} \right\rfloor + 1 \right)$$

(jer *n* nije djeljiv sa (strlen(s))). Dijeljenje je cjelobrojno, pa će rezultat odmah biti "najveće cijelo", što znači da je rezultatu dijeljenja dovoljno dodati 1 i pomnožiti ga sa strlen(s).

Nakon računanja buduće duljine stringa s2, možemo alocirati prostor (jedno mjesto više od te duljine, zbog završnog znaka '\0') i kreirati string s2. Prvo u njega pohranjujemo kopiju stringa s naredbom strcpy(s2, s). Redoslijed argumenata lako možete zapamtiti jer je isti kao u notaciji s2 = s (koja je pograšna jer radi izjednačavanje pointera, a ne kopiranje niza znakova!).

Nakon toga "lijepimo" kopije stringa s na kraj stringa s2 dok s2 ne postigne željenu duljinu. To radimo naredbom strcat(s2, s). Redoslijed argumenata funkcije je, kao i kod funkcije strcpy(s2, s), prirodan jer podsjeća na s2 += s (što nije točno, ali intuitivno daje naslutiti što želimo).

Na kraju je potrebno osloboditi dinamički alociranu memoriju.

```
#include <stdio.h>
  #include <string.h>
  #include <stdlib.h>
4
   int main (void) {
5
     char s[20], *s2;
6
     int n;
7
8
     // Ucitavanje:
9
     printf("Unesite rijec: "); scanf("%s", &s);
10
     printf("Unesite broj: "); scanf("%d", &n);
11
12
     // Racunanje duljine stringa s2:
```

```
if (n % strlen(s))
14
       n = (n / strlen(s) + 1) * strlen(s);
15
16
     // Alokacija memorije za s2:
17
     s2 = (char*) malloc((n + 1) * sizeof(char));
18
19
20
     // Kopiranje stringa s u s2
     strcpy(s2, s);
21
22
     // Lijepljenje stringa s na kraj s2:
23
     while (strlen(s2) < n) strcat(s2, s);
24
25
     // Ispis rezultata:
26
     printf("s2 = \"\%s\"\n", s2);
27
28
     // Oslobadjanje alocirane memorije:
29
     free(s2);
30
31
     return 0;
32
33
```

Zadatak 6.18. Napišite program koji učitava string s (najviše 17 znakova), te kreira string s2 koji se sastoji od kopija dijelova stringa s. Prva kopija treba biti cijela, druga bez prvog znaka, treća bez drugog znaka, itd. Na primjer, od stringa "Pero" treba proizvesti string "Peroeroroo".

RJEŠENJE. Primijetimo da je s u ovom zadatku string, a ne riječ, što znači da ga ne možemo učitati pomoću formata %s, nego nam treba %[^\n].

Ovaj zadatak ćemo riješiti slično prethodnom. Ako je duljina stringa sd, onda je duljina stringa s2 jednaka

$$\sum_{i=1}^{d} i = \frac{d}{2}(d+1).$$

Duljinu možemo računati ili kao sumu ili preko prikazane formule. Ako računamo preko formule, treba paziti na redoslijed operacija, jer **NIJE** isto n/2*(n+1) i n*(n+1)/2 (zašto?).

Kako dobiti string bez prvih i znakova (gdje je $i \in \{0, 1, \ldots, d-1\}$)? Prisjetimo se da je string niz znakova koji završavaju s'\0', te da je niz ekvivalentan pointeru na prvi element niza. To znači da je string bez prvih i znamenaka ekvivalentan pointeru na znak s indeksom i, tj. &s[i].

Duljinu stringa s držimo u varijabli n kako ne bismo stalno pozivali funkciju strlen() koja je relativno spora; duljinu stringa s2 moramo izračunati i držati u varijabli m (nju ne možemo dobiti pomoću strlen() dok string s2 nije do kraja kreiran!).

```
1 #include <stdio.h>
   #include <string.h>
   #include <stdlib.h>
4
   int main (void) {
5
     char s[18], *s2;
6
     int m, n, i;
7
8
     // Ucitavanje:
9
     printf("Unesite string: "); scanf("%[^\n]", &s);
10
11
     // Racunanje duljine stringa s2:
12
     n = strlen(s);
13
     m = n * (n + 1) / 2;
14
     printf("Duljina s2: %d\n", m);
15
16
17
     // Alokacija memorije za s2:
     s2 = (char*) malloc((m + 1) * sizeof(char));
18
19
     // Postavljanje vrijednosti stringa s na prazni
20
21
     // string:
     *s2 = '\0'; // ili s2[0] = '\0';
22
23
24
     // Lijepljenje stringa s na kraj s2:
     for (i = 0; i < n; i++) strcat(s2, &s[i]);
25
26
27
     // Ispis rezultata:
     printf("s2 = \"%s\"\n", s2);
28
29
     // Oslobadjanje alocirane memorije:
30
     free(s2);
31
32
     return 0;
33
34
```

Umjesto "bacanja" stringa s2 na prazni string (linija 22), mogli smo u njega kopirati vrijednost od s, ali bi onda for()-petlja u liniji 25 morala krenuti od i=1. □

Napomena 6.2. Razlikujte prazni string i Null-pointer! Prazni string je niz od barem jednog znaka kojem je prvi znak jednak '\0', dok Null-pointer možemo promatrati kao niz duljine nula. Pristupanje

bilo kojem elementu tog "niza" će srušiti program! Kako elementima niza pristupaju i osnovne stringovne funkcije, to će i njihova upotreba na NULL-pointeru također srušiti program.

ZADATAK 6.19. Riješite prethodni zadatak tako da kopije koje lijepite na kraj budu jednake stringu s bez prvih i znakova za parne i. Na primjer, od stringa "Perica" treba dobiti riječ "Pericaricaca".

ZADATAK 6.20. Napišite program koji učitava riječ s od najviše 20 znakova, te stvara novu riječ s2 koja se sastoji od invertirane riječi s iza koje nalijepite originalnu riječ s. Na primjer, od riječi "Pero" treba dobiti riječ "orePPero".

Napomena: String s na kraju izvršavanja programa mora biti nepromijenjen!

Uputa: Napišite funkciju za invertiranje stringa.

RJEŠENJE. Ovdje će string **s2** biti dvostruko veći od stringa **s**, što znači da ga možemo deklarirati kao string od $2 \cdot 20 = 40$ znakova (tj. niz od $2 \cdot 20 + 1 = 41$ znaka).

String **s** ćemo dva puta invertirati, pa će on na kraju izvršavanja programa ponovno imati staru vrijednost.

```
1 #include <stdio.h>
  #include <string.h>
2
3
   void invertiraj(char *s) {
4
     int i, n = strlen(s);
5
     for (i = 0; i < n/2; i++) {
6
       char c = s[i];
       s[i] = s[n - 1 - i];
       s[n-1-i] = c;
9
10
11
12
   int main (void) {
13
     char s [21], s2 [41];
14
15
     printf("Unesite rijec: "); scanf("%s", &s);
16
     strcpy(s2, s);
17
     invertiraj(s2);
18
     strcat(s2, s);
19
     printf("s2 = \"\%s\"\n", s2);
20
21
     return 0;
22
23
```

ZADATAK 6.21. Riješite prethodni zadatak tako da za s2 alocirate najmanju potrebnu količinu memorije i bez korištenja funkcija iz biblioteke string.

Zadatak 6.22. Napišite funkciju koja kao argumente uzima stringove s1, s2 i s3. Funkcija treba slijepiti stringove s2 i s3 tako da prvo ide leksikografski manji od njih (treba razlikovati velika i mala slova), te rezultat treba pospremiti u string s1 (dakle, stringovi s2 i s3 moraju ostati nepromijenjeni). Pretpostavite da je za string s1 alocirano dovoljno memorije.

Napišite i program kojim testirate funkciju.

RJEŠENJE. Novost u ovom zadatku je usporedba stringova, za koju se koristi funkcija strcmp() (ili strcasecmp() ako želite zanemariti razliku između velikih i malih slova). Jednostavan način za upamtiti ponašanje funkcije:

$$strcmp(s1, s2) \stackrel{<}{=} 0 \Leftrightarrow s1 \stackrel{<}{=} s2.$$

Naravno, desna strana ekvivalencije je samo simbolički zapis; stringove ne možemo uspoređivati relacijskim operatorima jer bi to bila usproedba pointera, a ne nizova znakova na koje oni pokazuju.

```
#include <stdio.h>
   #include <string.h>
2
3
   void min(char *s1, char *s2, char*s3) {
4
     if (strcmp(s2, s3) < 0) {
5
        strcpy(s1, s2);
6
       strcat(s1, s3);
8
       else {
       strcpy(s1, s3);
9
        strcat(s1, s2);
10
11
12
13
   int main (void) {
14
     char s1 [41], s2 [21], s3 [21];
15
16
     printf("Unesite dvije rijeci: ");
17
     scanf("%s %s", s2, s3);
18
     \min(s1, s2, s3);
19
20
     // Ispis rezultata:
21
     printf("s1 = \"\%s\"\n", s1);
22
     printf("s2 = \"\%s\"\n", s2);
23
     printf("s3 = \"\%s\"\n", s3);
24
25
```

```
26 return 0;
27 }
```

NAPOMENA 6.3. Funkcija strcasecmp() nije dostupna u Microsoftovom Visual C++. Umjesto nje, tamo se koriste nestandardne funkcije strcmpi() i stricmp().

Zadatka tako da prilikom usporedbe ignorira razliku velikih i malih slova (te provjerite ispravnost rješenja izvršavanjem na računalu).

6.5. Nizovi stringova. U osnovi, niz stringova je dvodimenzionalno polje znakova. Ipak, deklaracije mogu ispadati relativno zbunjujuće i komplicirane (slično poglavlju 3). Zbog toga je ponekad praktično definirati novi tip podataka. Na primjer,

int x;

deklarira varijablu x tipa int, dok

typedef int x;

definira $\mathbf{tip} \mathbf{x}$ koji je isto što i \mathbf{int} . Želimo li definirati poseban tip za stringove duljine, na primjer, najviše dvadeset znakova, možemo definirati:

typedef char moj_string[21];

Nakon definicije tipa, uredno možemo deklarirati varijable novog tipa: moj_string s;

što je ekvivalentno

char s[21];

Ovo je posebno korisno kod nekih zbunjujućih deklaracija, kao i kod deklaracija koje se često ponavljaju (npr. kod lista, u poglavlju 8).

Niz od, na primjer, 10 stringova s po najviše 20 znakova deklariramo na slijedeći način:

char s[10][21];

Ovo može zbuniti, jer je lako pomiješati redoslijede. Ako niste sigurni kako deklarirati takvu varijablu, pomozite si upravo pomoćnim tipom:

- typedef char mojstring[21] tip za jedan string od najviše 20 znakova; obično se navodi prije svih funkcija i globalnih varijabli
- moj_string s[10] varijabla s je niz od 10 varijabli tipa moj_string, tj. od 10 stringova s po najviše 20 znakova

Zadatak 6.24. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \leq 17$, te niz od n riječi s po najviše 19 znakova. Niz treba sortirati uzlazno (neovisno o velikim/malim slovima) i ispisati.

RJEŠENJE. Primjenjujemo klasični sort, uz usporedbu stringova pomoću strcasecmp().

```
#include <stdio.h>
  #include <string.h>
2
3
   typedef char moj_string[20];
4
5
   int main (void) {
6
     moj_string s[17];
7
     int n, i, j;
8
9
     // Ucitavanje niza rijeci
10
     printf("Koliko rijeci?"); scanf("%d", &n);
11
     for (i = 0; i < n; i++)
12
       printf("Rijec %d: ", i + 1);
13
       scanf("%s", s[i]);
14
15
16
     // Sortiranje niza stringova uzlazno
17
     for (i = 0; i < n - 1; i++)
18
       for (j = i + 1; j < n; j++)
19
          if (strcasecmp(s[i], s[j]) > 0) {
20
            moj_string t;
21
22
            strcpy(t, s[i]);
            strcpy(s[i], s[j]);
23
            strcpy(s[j], t);
24
         }
25
26
     // Ispis niza stringova
27
     for (i = 0; i < n; i++)
28
       printf("%s ", s[i]);
29
     printf("\n");
30
31
     return 0;
32
33
```

Umjesto uvođenja pomoćnog tipa moj_string, mogli smo i direktno deklarirati niz stringova:

```
char s [17][20];
...
char t [20];
```

Napomena 6.4. U rješenju prethodnog zadatka, stringove zamjenjujemo kopiranjem sadržaja. Zamjenu smo mogli napraviti i zamjenom pointera, što je prikazano na predavanjima, no pri tome bi elementi niza morali biti pokazivači na znakove (char *), a ne nizovi znakova (slično kao u zadatku 5.26).

ZADATAK 6.25. Napišite program koji učitava prirodni broj n, te niz od n riječi sa po strogo manje od 17 znakova. Niz treba sortirati silazno (poštujući razliku velikih i malih slova), usporedbom stringova bez prvog slova (dakle, string "Pero" dolazi iza stringa "Ivan" jer je "van" leksikografski veće od "ero", a niz sortiramo silazno). Na kraju je potrebno ispisati sortirani niz.

RJEŠENJE. Zadatak rješavamo kombinacijom već viđenih rješenja (deklaracija i učitavanje niza riječi, upotreba stringa bez prvih k znakova, sort i ispis). Niz ćemo deklarirati preko pomoćnog tipa, zbog lakšeg baratanja s funkcijom $\mathtt{malloc}()$.

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
  #include <string.h>
4
   typedef char moj_string[17];
5
6
   int main (void) {
7
     moj_string *s;
8
     int n, i, j;
9
10
     // Ucitavanje n
11
     printf("Koliko rijeci?"); scanf("%d", &n);
12
13
     // Alociranje memorije za n stringova od
14
     // najvise 16 (strogo manje od 17) znakova
15
     s = (moj\_string*)malloc(n * sizeof(moj\_string));
16
17
     // Ucitavanje rijeci
18
19
     for (i = 0; i < n; i++)
       printf("Rijec \%d:", i + 1);
20
       scanf("%s", s[i]);
21
     }
22
23
     // Sortiranje niza stringova uzlazno
24
     for (i = 0; i < n - 1; i++)
25
       for (j = i + 1; j < n; j++)
26
         if (strcmp(\&s[i][1], \&s[j][1]) < 0)
27
            moj_string t;
28
            strcpy(t, s[i]);
```

```
30
            strcpy(s[i], s[j]);
            strcpy(s[j], t);
31
32
33
34
     // Ispis niza stringova
     for (i = 0; i < n; i++)
35
        printf("%s ", s[i]);
36
      printf("\n");
37
38
      free(s);
39
     return 0;
40
41
```

Usporedbu smo mogli izvesti i ovako:

if
$$(strcmp(s[i] + 1, s[j] + 1) < 0)$$
 {

Pokušajte objasniti zašto!

ZADATAK 6.26. Napišite program koji učitava prirodni broj n, te niz od n riječi sa po strogo manje od 20 znakova. Niz treba sortirati silazno (poštujući razliku velikih i malih slova), usporedbom stringova prema zadnjem znaku (dakle, string "Pero" dolazi prije stringa "Ivan" jer je znak 'o' leksikografski veći od znaka 'n', a niz sortiramo silazno). Na kraju je potrebno ispisati sortirani niz.

UPUTA. Kako, pomoću funkcije strlen(), možemo dobiti posljednji znak stringa (onaj koji je neposredno prije '\0')? □

Zadatak dinamičkom alokacijom svakog pojedinog stringa, uz upotrebu minimalno potrebne memorije.

UPUTA. Riječi je potrebno učitavati u pomoćnu varijablu (niz od 21 znaka), zatim alocirati dovoljno memorije (jedno mjesto više nego je učitana riječ dugačka), te na kraju u alociranu memoriju kopirati učitanu riječ. Deklariranje, alociranje i delociranje nepravokutnih višedimenzionalnih polja objašnjeno je u poglavlju 5.3. □

Zadatak 6.28. Na popločanoj cesti nalazi se skočimiš koji se kreće s lijeva na desno. U svakom skoku, on može preskočiti neki (cjelobrojni) broj ploča. Prilikom doskoka on stavlja oznaku (jedan char) na polje na koje je sletio (prvo polje je označeno sa "X"). Napišite program koji učitava cijele brojeve $k \in \mathbb{N}$ dok ne učita nepozitivni broj $(x \leq 0)$, te za svaki x učitava jedan znak i njime označava cestu. Na kraju treba nacrtati cestu.

RJEŠENJE. Očito, naša cesta je niz znakova koji ima unaprijed neodređeni broj ploča. To znači da taj niz treba produljivati u svakom koraku, te na predzadnje mjesto upisivati traženi znak (a prije njega treba popuniti razmacima koji predstavljaju prazne ploče). Nakon što smo gotovi, na zadnje mjesto u nizu upisujemo znak '\0', kako bi niz znakova postao regularni string i ispravno se ispisao.

```
1 #include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
  #include <string.h>
4
   int main (void) {
5
     char *s;
6
7
     int n = 0, i, x;
     char znak;
8
9
10
     // Alociramo dva mjesta: za 'X' s kojeg
     // skocimis krece i za '\0' kao kraj stringa
11
     s = (char*) malloc(2 * sizeof(char));
12
     strcpy(s, "X"); // ili s[0] = 'X'; s[1] = '\0';
13
14
     while (1) {
15
       // Ucitavanje podataka o skoku:
16
       printf("Za koliko cemo skociti?");
17
       scanf("%d", &x);
18
       if (x \le 0) break;
19
       printf("Koji znak cemo ostaviti?");
20
       scanf(" %c", &znak);
21
       // Realociranje niza znakova
22
       s = (char*) realloc(s, (n + x + 2) * sizeof(char));
23
       // Oznacavanje praznih ploca
24
       for (i = n+1; i < n + x; i++)
25
         s[i] = ', ';
26
       // Oznacavanje doskocne ploce
27
       s[n+=x] = znak;
28
29
     // "Zatvaranje" stringa
30
     s[n+x+1] = ' \setminus 0';
31
32
     printf("Cesta:\n'\%s'\n", s);
33
34
     free(s);
35
36
     return 0;
37
38
```

Primijetimo da tijekom izvršavanja while-petlje niz znakova s nije ispravan string (jer nije terminiran znakom '\0'). To je u redu, jer ga i koristimo isključivo kao niz znakova. Tek nakon petlje, kad želimo

"nacrtati cestu", potrebno nam je da **s** bude pravi string, pa zato i terminiramo string iza **while**-petlje (u liniji 31). □

Zadatak 6.29. Napišite funkciju koja kao argument uzima prirodni broj n, te kreira string (uz potrebnu alokaciju memorije) u koji će pospremiti niz sličan onome iz zadatka 2.9, s time da umjesto nula treba staviti točkicu, a umjesto jedinica treba staviti zvjezdicu. Funkcija treba vratiti string (tj. pointer na prvi znak stringa). Napišite i program kojim testirate funkciju.

Zadatka 6.30 (Šlag na kraju). Modificirajte rješenje zadatka 6.28 tako da skočimiš može skakati i prema lijevo (x < 0) i prema desno (x > 0), a upis se prekida kad ne skoči nigdje (x = 0). Pri tome pazite da skočimiš može otići i ljevije od početne ploče, pri čemu – uz rekolaciju – treba postojeće elemente niza pomaknuti u desno.

7. Strukture

U nizove možemo pospremiti više vrijednosti istog tipa. Slično tome, u jednu strukturu možemo pospremiti više vrijednosti različitog tipa. Na primjer, možemo sastaviti strukturu koja sadrži ime, inicijal prezimena, starost osobe i broj cipela koje nosi. Smjestimo li te podatke u niz, imamo popis traženih podataka za određenu populaciju. Kombinirano sa snimanjem u datoteku, dobit ćemo pravu malu bazu podataka.

Strukture definiramo:

```
1. kao nove tipove, pomoću typedef:
  typedef struct {
     char ime[20];
     char inicijal;
     int starost;
    int br_cipela;
  } osoba:
  Varijablu tipa osoba možemo deklarirati ovako:
  osoba x;
2. kao nove tipove, bez typedef:
  struct osoba {
     char ime[20];
     char inicijal;
     int starost;
     int br_cipela;
  };
  ali onda deklaracije varijabli treba raditi ovako:
  struct osoba x;
3. bez deklaracije tipa:
```

```
struct {
          char ime[20];
          char inicijal;
          int starost;
          int br_cipela;
       } x;
Moguća je i kombinacija načina 1 i 2 koja će biti posebno korisna u
poglavlju 8:
typedef struct _osoba {
  char ime[20];
  char inicijal;
  int starost;
  int br_cipela;
} osoba;
Varijable deklariramo ili sa
struct _osoba x;
ili sa
osoba x;
```

Pri tome nazivi "_osoba" i "osoba" ne moraju biti u nikakvoj vezi osim što moraju biti različiti (kao i svi ostali identifikatori (tipovi, varijable, funkcije,...) u programu).

Zadatak 7.1. Napišite program koji učitava podatke o dvije osobe (deklarirane kao u prethodnom paragrafu), zamjenjuje te podatke (klasični "swap") i ispisuje ih.

RJEŠENJE. Napisat ćemo pomoćne funkcije za učitavanje i ispis podataka. Pri tome treba paziti da struct sadrži varijable, što znači da promjena nekog polja strukture znači i promjenu same strukture, pa funkcija za učitavanje mora primati pointer na varijablu tipa osoba.

Podsjetnik: prilikom učitavanja znaka, ispred formata %c potrebno je staviti razmak (zašto?).

```
#include <stdio.h>
1
2
   typedef struct _osoba {
     char ime [20];
4
     char inicijal;
5
     int starost;
     int br_cipela;
    osoba;
8
   void ucitaj (osoba *o)
10
     printf(" Ime: ");
11
     scanf("%s", (*o).ime);
12
     printf(" Inicijal prezimena: ");
```

```
scanf(" %c", &((*o).inicijal));
14
      printf("
                 Starost: ");
15
      scanf("%d", &((*o).starost));
16
      printf(" Broj cipela: ");
17
      \operatorname{scanf}(\text{"%d"}, \&((*o). \operatorname{br\_cipela}));
18
19
20
   void ispisi(osoba o) {
21
      printf("
                 Ime: %s \n", o.ime);
22
      printf("
                 Inicijal prezimena: %c\n", o.inicijal);
23
      printf("
                 Starost: %d\n", o.starost);
24
                 Broj cipela: %d\n", o.br_cipela);
      printf("
25
26
27
   int main (void) {
28
     osoba osoba1, osoba2, temp;
29
30
      // Ucitavanje:
31
      printf("Osoba 1:\n");
32
      ucitaj(&osoba1);
33
      printf("Osoba 2:\n");
34
35
      ucitaj(&osoba2);
36
      // Swap:
37
     temp = osoba1;
38
     osoba1 = osoba2;
39
      osoba2 = temp;
40
41
      // Ispis:
42
      printf("Osoba 1:\n");
43
      ispisi(osoba1);
44
      printf("Osoba 2:\n");
45
      ispisi(osoba2);
46
47
     return 0;
48
49
```

Napomena 7.1. Pointeri na strukture su jako često korišteni u Cu. Pri tome može doći i do ugnježdavanja, što lako može dovesti do sintaktičkih zavrzlama poput

```
(*(*(*(*a).b).c).d).e
```

U tu svrhu definiran je operator -> koji služi kao zamjena za kombinaciju dereferenciranja (operator *) i pristupanja elementu strukture

```
(operator .):  (*x).y \Leftrightarrow x->y
```

Na ovaj način, prethodno spomenutu "zavrzlamu" možemo napisati ovako:

```
a->b->c->d->e
```

Primjenom operatora ->, funkcija ucitaj() iz rješenja prethodnog zadatka postaje puno preglednija:

```
void ucitaj (osoba *o) {
10
     printf(" Ime: ");
11
     scanf("%s", o->ime);
12
     printf(" Inicijal prezimena: ");
13
     scanf(" %c", &o->inicijal);
14
     printf(" Starost: ");
15
     scanf("%d", &o->starost);
16
     printf(" Broj cipela: ");
17
     scanf("%d", &o->br_cipela);
18
19
```

Prilikom učitavanja pojedinih polja, operator & se odnosi na samo polje (npr. o->inicijal), a ne na samu varijablu o! Zbog toga u prvom scanf() nema operatora & (jer je o->ime string).

Napomena 7.2. Operator -> se **NE MOŽE** upotrebljavati kao zamjena za operator . (pristup strukturi), nego samo kao zamjena za kombinaciju * i . (tj. za pristup strukturi preko pointera na nju)!

Zadatak 7.2. Deklarirajte tip (strukturu) za pohranu jednog kompleksnog broja, te napišite funkcije za zbrajanje, množenje, konjugiranje i ispis kompleksnih brojeva. Napišite i program za testiranje napisanih funkcija.

RJEŠENJE. Napisat ćemo samo funkcije za množenje i ispis; zbrajanje i konjugiranje $(x+iy\mapsto x-iy)$ napišite samostalno.

```
#include <stdio.h>
1
2
3
   typedef struct {
     double x, y;
4
   } complex;
5
6
   complex complex_multiply(complex x, complex y) {
7
     complex res = {
8
       x.x * y.x - x.y * y.y,
9
       x.y * y.x + x.x * y.y
10
11
     return res;
12
```

```
14
   void complex_print(complex x) {
15
      if (x.y < 0)
16
        printf("\%g + i * (\%g)", x.x, x.y);
17
18
        printf("%g + i * %g", x.x, x.y);
19
20
21
   int main (void) {
22
     complex a = \{1, 2\}, b = \{-3.1, 2.7\};
23
24
      printf("(");
25
      complex_print(a);
26
      printf(") * (");
27
      complex_print(b);
28
      printf(") = ");
29
      complex_print(complex_multiply(a, b));
30
      printf("\n");
31
32
     return 0;
33
34
```

U linijama 8 i 23 vidimo inicijalizacije slične onima koje se provode na nizovima. Za razliku od nizova, kod struktura moramo navesti sve vrijednosti. Takvo pridruživanje radi isključivo prilikom deklaracije varijabli, ali ne i kasnije u programu. Dakle, ovo

```
return {x.x * y.x - x.y * y.y, x.y * y.x + x.x * y.y};
i
   complex res;
   res = {x.x * y.x - x.y * y.y, x.y * y.x + x.x * y.y};
bi bilo POGREŠNO i compiler bi javio grešku poput:
t.c: In function complex_multiply:
t.c:11: error: expected expression before { token
Također, iza "}" treba biti točka-zarez jer ovdje to nije oznaka kraja
```

ZADATAK 7.3. Riješite prethodni zadatak bez upotrebe return (tj. uz vraćanje vrijednosti iz funkcije preko varijabilnih argumenata).

bloka, nego dio vrijednosti varijable!

Zadatak 7.4. Deklarirajte tip podatka u kojem ćete držati naziv jednog automobila (najviše 30 znakova) i njegovu cijenu (cijeli broj). Napišite program koji učitava prirodni broj $n \in \mathbb{N}$, te podatke o n automobila. Program treba sortirati niz automobila padajuće po cijeni, te ispisati tako sortirane automobile i njihove cijene.

RJEŠENJE. U zadatku nije zadan najveći mogući broj automobila, pa je potrebno dinamički alocirati niz, što se sa strukturama radi na jednak način kao sa cijelim brojevima i znakovima.

Ovaj put, prilikom učitavanja naziva, potrebno je ispred formata %[^\n] staviti razmak (zašto?).

Sort je jednak kao sort cijelih brojeva "po nekom kriteriju". Pri tome treba paziti da u usporedbi (if() u liniji 27) uspoređujemo ono po čemu sortiramo (ovdje je to cijena automobila: auti[·].cijena), ali zamjenjujemo cijele strukture (NE samo cijene!).

Ispis ćemo malo "ukrasiti", da izgleda tablično. Riječ je o običnom igranju s formatima (broj znači u koliko mjesta želimo ispisati vrijednost, poravnato na desno; negativni broj označava lijevo poravnavanje).

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
2
3
   typedef struct {
4
     char naziv [31];
5
     int cijena;
6
     automobil;
7
8
   int main (void) {
9
     automobil *auti;
10
     int n, i, j;
11
12
     // Ucitavanje (s alokacijom memorije):
13
     printf("Koliko automobila?");
14
     scanf("%d", &n);
15
     auti = (automobil*) malloc(n * sizeof(automobil));
16
     for (i = 0; i < n; i++) {
17
       printf("Automobil %d:\n Naziv: ", i + 1);
18
       scanf(" %[^\n]", auti[i].naziv);
19
       printf(" Cijena: ");
20
       scanf("%d", &auti[i].cijena);
21
22
23
     // Sort :
24
     for (i = 0; i < n - 1; i++)
25
       for (j = i + 1; j < n; j++)
26
          if (auti[i].cijena < auti[j].cijena) {</pre>
27
            automobil temp = auti[i];
28
            auti[i] = auti[j];
29
            auti[j] = temp;
30
31
32
     // Ispis:
```

```
printf("%-30s Cijena\n", "Naziv");
34
     for (i = 0; i < 37; i++) printf("-");
35
      printf("\n");
36
     for (i = 0; i < n; i++)
37
        printf(
38
          "%-30s %6d\n",
39
          auti[i]. naziv,
40
          auti[i]. cijena
41
        );
42
43
     // Oslobadjanje memorije
44
      free (auti);
45
46
     return 0;
47
48
```

Napomena 7.3 (Česte **greške**). Kod sortiranja struktura, česte su slijedeće greške:

• Uspoređivanje samih struktura:

```
27 if (auti[i] < auti[j]) {
```

Ovo je POGREŠNO jer nije definiran uređaj između dva struct-a i računalo ne može pogoditi što mi želimo. Mogli smo, na primjer, tražiti sort po nazivima, a ne po cijeni. Strukture ne možemo direktno uspoređivati čak niti ako sadrže samo jedno polje!

• Uspoređivanje samih struktura:

```
int temp = auti[i].cijena;
auti[i].cijena = auti[j].cijena;
auti[j].cijena = temp;
```

Ovo je POGREŠNO jer zamjenjujemo samo cijene automobila, dok nazivi ostaju gdje su bili. Rezultat toga bi bio da cijene budu navedene uz automobile kojima ne pripadaju.

• Razne **BESMISLENE** sintakse:

```
auti.cijena[i]
cijena.auti[i]
auti[i]->cijena
```

Ako se želi pristupiti polju cijena strukture auti[i], onda je jedini ispravni način za to napraviti "ulazak" u strukturu pomoću operatora. i navođenje polja: auti[i].cijena!

Zadatak tako da nazivi automobila imaju najviše 37 znakova, te da se sort vrši uzlazno prema nazivu.

Zadatak 7.4, ali ispisuje (nesortirano!) sve automobile (s cijenom) koji imaju cijenu manju od prosječne.

ZADATAK 7.7. Riješite zadatak 6.28 tako da ne pamtite "cestu" (koja može biti jako dugačka, pogotovo za dugačke skokove), nego da pamtite "povijest skokova" (dakle, niz koji "raste" pomoću realloc(), a u kojem su sadržane duljine skokova i znakovi).

ZADATAK 7.8 (Ślag na kraju). Riješite zadatak 6.30 tako da ne pamtite "cestu" (koja može biti jako dugačka, pogotovo za dugačke skokove), nego da pamtite "povijest skokova" (dakle, niz koji "raste" pomoću realloc(), a u kojem su sadržane duljine skokova i znakovi).

UPUTA. Ovdje je rješenje jednostavnije nego u slučaju zadatka 6.30. Naime, učitavanje se radi jednako kao i u zadatku 7.7, a nakon učitavanja treba pronaći najljeviju koordinatu na kojoj je skočimiš bio i pomoću nje prilagoditi ispis. Ta koordinata će sigurno biti manja ili jednaka nuli, jer skočimiš kreće s nulte ploče. □

8. Vezane liste

Niz struktura možemo jednostavno zamijeniti s više nizova. Na primjer, umjesto niza od 20 automobila (definiranih u zadacima u prethodnom poglavlju):

```
automobil auti[20];
```

možemo definirati nizove naziva i cijena:

```
int cijene[20];
char nazivi[20][31];
```

Prednosti struktura u ovakvim zadacima su organizacijske (preglednost, manje kôda kod nekih radnji), ali tu strukture nisu neophodne. Njihova prava primjena dolazi kod raznih dinamičkih struktura poput jednostruko i dvostruko vezanih lista, raznih stabala i sl.

Lista služi za pohranu istovrsnih elemenata u nekakav niz (**NE** u C-ovskom smislu riječi "niz"!), najčešće unaprijed neodređene duljine. Iako za tu svrhu možemo upotrijebiti i dinamičke nizove (poglavlje 5.2), liste imaju nekoliko prednosti:

disperziranost u memoriji: Niz, bez obzira na to kako je zadan, zauzima blok memorije, što znači da ga nije moguće alocirati ako je memorija jako fragmentirana

brze operacije: Ubacivanje novih i brisanje starih elemenata izvršava se u vremenu koje ne ovisi o duljini liste (kod nizova je to vrijeme linearno ovisno o duljini niza).

Jedan element liste je struktura koja sadrži tzv. "korisni podatak" (ili podatke), te adresu idućeg elementa u listi. Na primjeru atuomobila, jedan element liste bi izgledao ovako:

```
typedef struct _automobil {
  int cijena;
  char naziv[31];
  struct _automobil *naziv;
} automobil;
```

Ovdje je nužno zadati pomoćno ime tipa struct _automobil, jer se unutar struct-a ne vidi tip automobil (koji je definiran nakon samog struct).

Zadatak 8.1. Napišite program koji učitava listu automobila (za svakoga treba učitati naziv (string do 30 znakova) i cijenu (cijeli broj)). Program treba ispisati one automobile (naziv i cijenu) koji su skuplji od prosjeka.

RJEŠENJE. Učitavanje liste bitno se razlikuje od učitavanja niza. Za početak, ne postoji tip podataka "lista", nego listu sami kreiramo kao sturkture povezane pointerima. Zbog toga alociramo svaki zasebni element (za razliku od niza gdje su se sve alokacije i relokacije vršile na cijelom nizu).

Nadalje, potrebno je razlikovati učitavanje (preciznije: dodavanje u listu) prvog elementa i svih ostalih elemenata. Naime, ako je lista prazna (tj. njen prvi element ne postoji, pa u varijabli first imamo NULL), onda je potrebno upravo novi element proglasiti prvim:

```
first = new;
```

U protivnom, novi element je sljedbenik dosadašnjeg zadnjeg: pom->next = new;

U oba slučaja, novi element liste postaje novi zadnji element, pa je zato dodano "pom =" u linije 25 i 27.

Ne postoji jednostavan način da se utvrdi ukupni broj elemenata liste, no moguće ga je izračunati, "trčanjem" po cijeloj listi. Krećemo od prvog elementa (first) i skačemo na idućeg dok ne dođemo do kraja (NULL): linije 37–40.

Ispis radimo slično kao i brojanje elemenata: linije 49–51.

Brisanje **cijele** liste treba izvesti oprezno. Potrebno je brisati element po element, no pri tome ne smijemo pristupati obrisanim elementima. Dakle, ovo bi bilo **POGREŠNO**:

```
for (pom = first; pom != NULL; pom = pom->next)
  free(pom);
```

jer u trenutku kad izvršavamo inkrement (pom = pom->next), element pom je već obrisan (tj. njegova memorija je oslobođena i više joj ne smijemo pristupati).

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ctype.h>
#include <ctype.h>
```

```
typedef struct _automobil {
     char naziv [31];
6
     int cijena;
7
     struct _automobil *next;
8
     automobil;
9
10
   int main (void) {
11
     automobil *first = NULL, *pom, *pom2;
12
     int prosjek = 0, n = 0;
13
     char c:
14
15
     // Ucitavanje liste
16
     do {
17
        automobil *new;
18
       new = (automobil*) malloc(sizeof(automobil));
19
        printf("Naziv automobila: ");
20
        \operatorname{scanf}("\%[^{\ \ \ }]", \operatorname{new->naziv});
21
        printf("Cijena automobila: ");
22
        scanf("%d", &new->cijena);
23
        if (first)
24
          pom = pom - next = new;
25
        else
26
          pom = first = new;
27
       do {
28
          printf("Zelite li nastaviti ucitavanje ");
29
          printf("(d/n)?");
30
          scanf(" %c", &c);
31
          c = tolower(c);
32
        } while (c != 'd' && c != 'n');
33
     } while (c == 'd');
34
     pom->next = NULL;
35
36
37
     // Racunanje prosjecne cijene i duljine liste
     for (pom = first; pom; pom = pom->next) {
38
        prosjek += pom->cijena;
39
       n++;
40
41
     prosjek /= n;
42
44
     // Pomocni ispis
     printf("Ukupno automobila: %d\n", n);
45
     printf("Prosjecna cijena: %d\n", prosjek);
46
47
     // Ispis auta koji su skuplji od prosjeka
48
     printf("Natprosjecno skupi automobili:\n");
49
```

```
for (pom = first; pom; pom = pom->next)
50
       if (pom->cijena > prosjek)
51
          printf(" \%s (\%d)\n", pom->naziv, pom->cijena);
52
53
      // Brisanje cijele liste
54
     for (pom = first; pom; pom = pom2)
55
       pom2 = pom->next;
56
       free (pom);
57
58
59
     return 0;
60
61
```

NAPOMENA 8.1. Čak i da je broj elemenata liste bio poznat unaprijed (npr. da prvo pitamo koliko će automobila biti), memoriju moramo alocirati za svaki element posebno (dakle, n poziva funkcije malloc(), a nikako ne samo jedan, kao kod nizova čiju duljinu unaprijed znamo)!

ZADATAK 8.2. Definirajte tip podatka razlomak za pohranu jednog razlomka u listu (tako bude moguće deklarirati varijablu razlomak r;), te napišite funkciju koja dodaje jedan razlomak (određen parametrima x i y) na početak liste razlomaka. Napišite i kako se funkcija poziva.

RJEŠENJE. Pošto se traži mogućnost deklaracije razlomak r; (dakle, **NE** struct razlomak r;), potrebno je koristiti typedef (što se i inače preporuča).

Prilikom dodavanja elementa na početak liste, mijenja se adresa prvog elementa u listi, pa funkcija mora vratiti novu adresu početka liste (tj. adresu novog elementa liste). Tu adresu treba pospremiti u istu varijablu u kojoj se prije poziva funkcije nalazi početak liste.

```
typedef struct _razlomak {
1
     int br, naz;
2
     struct _razlomak *next;
3
     razlomak;
5
   razlomak *insert(razlomak *first, int x, int y) {
6
     razlomak *new = (razlomak*) malloc(sizeof(razlomak));
7
     new -> br = x;
8
9
     new -> naz = y;
     new \rightarrow next = first;
10
     return new;
11
12
```

Poziv:

```
first = insert(first, br, naz);
```

gdje je **br** brojnik, a **naz** nazivnik novog razlomka. U početku, varijablu **first** treba inicijalizirati

```
razlomak *first = NULL;
```

kako bi predstavljala praznu listu.

Zadatak 8.3. Napišite funkciju koja kao argument uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2), te vraća pointer na invertiranu verziju te liste. Invertiranje treba postići razmještanjem postojećih elemenata, BEZ upotrebe funkcije malloc().

UPUTA. Potrebno je elemente "vaditi" s početka liste (slično prvom bloku funkcije delete() u prethodnom rješenju) i dodavati ih na početak nove liste (poput funkcije insert() u zadatku 8.2). Pri tome, kod brisanja ne treba pozivati free() niti kod dodavanja ne treba pozivati malloc(), nego treba samo "popraviti strelice".

Zadatak 8.4. Napišite funkciju koja kao argument uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Funkcija treba "pokratiti" sve elemente liste.

RJEŠENJE. Ovdje je potrebno "protrčati" svim elementima liste i podijeliti svaki brojnik i nazivnik s njihovom najvećom zajedničkom mjerom (koju ćemo izračunati pomoću Euklidovog algoritma).

Primijetimo da je varijabla first u funkciji lokalna. Zbog toga mijenjanje varijable first neće afektirati varijablu first u glavnom programu (ovo ne vrijedi i za ono na što first pokazuje!), pa ju smijemo u funkciji iskoristiti za "trčanje" po listi.

Očito, funkcija ne mora vraćati nikakvu vrijednost.

```
int gcd(int a, int b) {
1
      while (b > 0) {
2
        int t = a \% b;
3
        a = b;
4
        b = t;
5
6
7
      return a;
8
   void skrati(razlomak *first) {
9
10
        int g = gcd(first -> br, first -> naz);
11
        first \rightarrow br /= g;
12
        first \rightarrow naz /= g;
13
      } while (first = first ->next);
14
15
```

Zadatak 8.5. Napišite funkciju koja kao argument prima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2), te razlomke koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od 1 zamjenjuje s njihovim recipročnim vrijednostima.

Zadatak 8.6. Napišite funkciju koja kao argumente prima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2) i cijeli broj n. Funkcija treba n-tom elementu liste zadati vrijednost 1/n (pri tome elemente brojimo od 1, a ne od nule).

RJEŠENJE. Ovdje se pojavljuje problem lociranja n-tog elementa liste. Za razliku od nizova, kod liste nema načina da tom elementu pristupimo direktno; potrebno ga je "pronaći".

```
void promijeni(razlomak *first , int n) {
  int k = n;

while (--k) first = first -> next;

first -> br = 1;
  first -> naz = n;
}
```

Zadatak 8.7. Napišite funkciju koja prima jedan argument, prirodni broj $n \in \mathbb{N}$. Funkcija treba kreirati listu razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2) oblika

$$\frac{1}{k}, \ k = 1, 2, \dots, n$$

i vratiti pointer na početak liste.

RJEŠENJE. Jedan način rješavanja ovog zadatka je dodavanje razlomaka 1/k na kraj liste za sve k od 1 do n:

```
razlomak *kreiraj1n(int n) {
1
      razlomak *first = NULL, *last, *new;
2
      int k;
3
      for (k = 1; k \le n; k++)
4
5
        new = (razlomak*) malloc(sizeof(razlomak));
         if (first)
6
           last = last \rightarrow next = new;
7
         else
8
           last = first = new;
9
        \text{new} \rightarrow \text{br} = 1;
10
        new -> naz = k;
11
12
      if (first) last \rightarrow next = NULL;
13
      return first;
14
15
```

No, dodavanje na početak liste je jednostavnije, a ovdje imamo mogućnost listu kreirati "naopako", na način da prvo ubacimo 1/n, zatim 1/(n-1) i tako dalje sve do 1/1. Naravno, u ovom slučaju, razlomke ćemo dodavati na početak:

```
razlomak *kreiraj1n(int n) {
1
       razlomak * first = NULL, *new;
2
       while (n) {
3
         new = (razlomak*) malloc(sizeof(razlomak));
4
         \text{new} \rightarrow \text{br} = 1;
5
         \text{new} \rightarrow \text{naz} = \text{n} - -;
6
         new -> next = first;
7
          first = new;
8
9
10
      return first;
11
```

Upotrebom funkcije insert() iz rješenja zadatka 8.2, ovaj problem možemo riješiti još kraće:

```
razlomak *kreiraj1n(int n) {
   razlomak *first = NULL;
   while (n) first = insert(first , 1, n--);
   return first;
}
```

Zadatak 8.8. Napišite funkciju koja prima dva cjelobrojna argumenta: $a, b \in \mathbb{N}$. Funkcija treba kreirati listu svih razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2) oblika

$$\frac{i}{j}$$
, $i \in \{1, 2, \dots, a\}, j \in \{1, 2, \dots, b\}$,

te vratiti pointer na početak stvorene liste.

ZADATAK 8.9. Napišite funkciju koja prima dva cjelobrojna argumenta: $a, b \in \mathbb{N}$. Funkcija treba kreirati listu svih **potpuno skraćenih** razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2) oblika

$$\frac{i}{j}$$
, $i \in \{1, 2, \dots, a\}, j \in \{1, 2, \dots, b\}$,

te vratiti pointer na početak stvorene liste. Pri tome, svaki razlomak smije se pojavljivati točno jednom!

UPUTA. Ovaj zadatak sličan je prethodnom. Za postizanje "potpune skraćenosti" razlomaka i jedinstvenosti svakog elementa liste, dovoljno je provjeriti: GCD(i, j) = 1. Ako je taj uvjet ispunjen, potrebno je kreirati element liste; inače ga preskačemo.

ZADATAK 8.10. Napišite funkciju delete() koja kao argumente uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2), te brojnik i nazivnik razlomka. Funkcija treba iz liste obrisati prvi razlomak koji ima jednaku vrijednost kao razlomak definiran brojnikom i nazivnikom (argumenti funkcije).

RJEŠENJE. Moguće je da funkcija za brisanje obriše prvi element liste. U tom slučaju, promijenit će se početak liste, pa funkcija za brisanje također treba vraćati novi (ili stari) početak liste. Zbog toga je potrebno i razlikovati slučajeve "obriši prvi element liste" i "nađi element liste (koji nije prvi) i obriši ga".

```
razlomak *delete(razlomak *first, int x, int y) {
 1
       razlomak *t;
 2
       if (!first) return NULL;
 3
       if (first \rightarrow br * y = first \rightarrow naz * x) 
 4
          t = first \rightarrow next;
 5
          free (first);
 6
          return t;
 7
         else {
 8
          razlomak *del;
9
          while (
10
             t->next &&
11
             t\rightarrow next\rightarrow br * y == t\rightarrow next\rightarrow naz
12
          t = t - \operatorname{next};
13
          if (t\rightarrow next) 
14
             del = t - > next:
15
             t\rightarrow next = del \rightarrow next;
16
             free (del);
17
18
19
          return first
20
21
```

NAPOMENA 8.2. U prethodnom zadatku je trebalo provjeriti jednakost razlomaka. Iako se svaki razlomak $\frac{x}{y}$ može direktno evaluirati kao realan broj ((float)x/y), zbog grešaka u računu daleko je bolje usporedbu razlomaka $\frac{x_1}{y_1}$ i $\frac{x_2}{y_2}$ provesti svođenjem na zajednički nazivnik i provjerom jednakosti

$$x_1 \cdot y_2 \stackrel{?}{=} x_2 \cdot y_1.$$

Zadatak 8.11. Napišite funkciju deleteall() koja kao argumente uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2), te brojnik i nazivnik razlomka. Funkcija treba iz liste obrisati sve razlomke koji imaju jednaku vrijednost kao razlomak definiran brojnikom i nazivnikom (argumenti funkcije).

RJEŠENJE. Rješenje je slično prethodnom. Potrebno je samo prepraviti grananja u petlje i malo "doraditi" rješenje:

```
razlomak *deleteAll(razlomak *first, int x, int y) {
      razlomak *t, *del;
2
      while (
3
          first &&
4
         first \rightarrow br * y == first \rightarrow naz * x
5
6
         t = first;
7
          first = t -> next;
         free(t);
9
10
      if (!first) return NULL;
11
       t = first;
12
      \mathbf{while} \ (t\rightarrow \mathbf{next}) \ \{
13
         if (t->next->br * y == t->next->naz * x) {
14
            del = t - > next;
15
            t \rightarrow next = del \rightarrow next;
16
            free (del);
17
         } else
18
            t = t - > next;
19
20
21
      return first;
22
```

ZADATAK 8.12. Napišite funkciju deleten() koja kao argumente uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2), te prirodni broj $n \in \mathbb{N}$. Funkcija treba iz liste obrisati svaki nti razlomak (počevši od prvog). Za n = 1, funkcija treba obrisati sve elemente liste.

ZADATAK 8.13. Napišite funkciju deleteNeg() koja kao argument uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2) i iz nje briše sve negativne razlomke.

Podsjetnik: Lista nije ni na koji način "uređena", pa negativni mogu biti i brojnici i nazivnici!

ZADATAK 8.14. Napišite funkciju deleteGeom() koja kao argument uzima pointer na početak liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Funkcija treba iz liste obrisati one razlomke koji su strogo manji od geometrijske sredine svih elemenata. Pri tome nije dozvoljeno koristiti realne brojeve (dakle, niti funkciju pow() i slične).

Pretpostavite da su i brojnici i nazivnici svih elemenata liste pozitivni brojevi.

UPUTA. Ako elemente liste označimo kao niz, tj. s $(x_i)_{i=1}^n$, onda se u zadatku traži brisanje svih elemenata koji zadovoljavaju uvjet

$$x_i < \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n x_j}.$$

No, taj uvjet je ekvivalentan uvjetu

$$x_i^n < \prod_{j=1}^n x_j.$$

Ako uvedemo oznaku:

$$x_i := \frac{a_i}{b_i},$$

onda je traženi uvjet

$$a_i \cdot \prod_{j=1}^n b_j < b_i \cdot \prod_{j=1}^n a_j.$$

Tražene produkte i broj n je jednostavno izračunati jednim prolazom kroz listu (v. računanje prosjeka u zadatku 7.4).

Napomena 8.3. Elemente liste **ne možemo** indeksirati! U prethodnoj uputi, indeksiranje je upotrijebljeno zbog matematičkog zapisa, no u programu ga ne možemo koristiti!

ZADATAK 8.15. Napišite funkciju presjek koja kao argumente uzima pointere na početke dvije liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Liste predstavljaju skupove racionalnih brojeva (niti jedan razlomak se ne pojavljuje više od jednom u istoj listi), a razlomci u njima su sortirani prema veličini (uzlazno).

Funkcija treba kreirati novu listu koja sadrži one razlomke koji se nalaze u obje liste, te vratiti pointer na početak nove liste. Pri tome, ulazne liste moraju ostati nepromijenjene!

RJEŠENJE. Modificiramo Merge sort na način da elemente dodajemo u novu listu samo ako se nalaze na početku obje ulazne liste.

```
razlomak *presjek(razlomak *a, razlomak *b) {
2
     razlomak * first = NULL, *new, *last;
     while (a && b) {
3
       int exp1 = a->br * b->naz, exp2 = a->naz * b->br;
4
       if (\exp 1 = \exp 2) {
5
         new = (razlomak*) malloc(sizeof(razlomak));
6
          if (first)
7
            last = last \rightarrow next = new;
8
          else
9
            last = first = new;
10
         new->br = a->br;
11
          new->naz = a->naz;
```

```
13
             a = a \rightarrow next;
            b = b - next;
14
            else if (\exp 1 < \exp 2)
15
             a = a \rightarrow next;
16
17
          else
            b = b - next;
18
19
20
       if (first) last\rightarrownext = NULL;
       return first;
21
22
```

Zadatak 8.16. Napišite funkciju presjek2 koja kao argumente uzima pointere na početke dvije liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Liste predstavljaju skupove racionalnih brojeva (niti jedan razlomak se ne pojavljuje više od jednom u istoj listi), a razlomci u njima su sortirani prema veličini (uzlazno).

Funkcija treba preslagivanjem elemenata dobivenih listi (dakle, bez upotrebe funkcije malloc()) kreirati novu listu u kojoj se nalaze oni elementi koji se nalaze u obje liste. Na kraju, funkcija treba vratiti pointer na početak nove liste. "Višak" elemenata (one koji ne završe u novoj listi) treba obrisati iz memorije!

RJEŠENJE. Modificiramo Merge sort. Ako se neki razlomak nalazi na početku obje ulazne liste, element jedne prebacujemo u novu listu, a element druge brišemo. U protivnom, brišemo manji početak dvije liste.

U prethodnom rješenju smo se "vrtili" u petlji samo dok nismo "potrošili" elemente jedne od listi. U ovom rješenju, na kraju moramo obrisati do kraja onu listu koju još nismo "potrošili" (posljednje dvije while()-petlje).

```
razlomak *presjek2 (razlomak *a, razlomak *b) {
1
     razlomak *first = NULL, *last;
2
     while (a && b) {
3
        int exp1 = a->br * b->naz, exp2 = a->naz * b->br;
4
5
        if (\exp 1 = \exp 2) {
          razlomak *tmp = b;
6
          if (first)
7
            last = last -> next = a;
8
          else
9
            last = first = a;
10
          a = a \rightarrow next;
11
          b = b - next:
12
          free (tmp);
13
        else if (exp1 < exp2) 
14
          razlomak *tmp = a;
```

```
16
            a = a \rightarrow next;
            free (tmp);
17
            else {
18
            razlomak *tmp = b;
19
            b = b - next;
20
             free (tmp);
21
22
23
       last \rightarrow next = NULL;
24
       while (a) {
25
         razlomak *tmp = a;
26
         a = a \rightarrow next:
27
          free (tmp);
28
29
30
       \mathbf{while} (b) {
         razlomak *tmp = b;
31
         b = b - next;
32
          free (tmp);
33
34
       return first;
35
36
```

ZADATAK 8.17. Napišite funkciju unija koja kao argumente uzima pointere na početke dvije liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Liste predstavljaju skupove racionalnih brojeva (niti jedan razlomak se ne pojavljuje više od jednom u istoj listi), a razlomci u njima su sortirani prema veličini (uzlazno).

Funkcija treba kreirati novu listu koja sadrži one razlomke koji se nalaze u barem jednoj od dvije liste (bez ponavljanja elemenata u novoj listi), te vratiti pointer na početak nove liste. Pri tome, ulazne liste moraju ostati nepromijenjene!

UPUTA. Ovdje je riječ o još jednoj modificikaciji klasičnog Merge sorta: ako su početni elementi lista jednaki (u smislu da sadrže jednake razlomke), pomak se radi u obje liste (iako se u novu listu dodaje samo jedan element).

Zadatak 8.18. Napišite funkciju unija2 koja kao argumente uzima pointere na početke dvije liste razlomaka (definiranih kao u zadatku 8.2). Liste predstavljaju skupove racionalnih brojeva (niti jedan razlomak se ne pojavljuje više od jednom u istoj listi), a razlomci u njima su sortirani prema veličini (uzlazno).

Funkcija treba preslagivanjem elemenata dobivenih listi (dakle, bez upotrebe funkcije malloc()) kreirati novu listu u kojoj se nalaze oni elementi koji se nalaze u barem jednoj od dvije liste (bez ponavljanja elemenata u novoj listi). Na kraju, funkcija treba vratiti pointer na početak nove liste. "Višak" elemenata (one koji ne završe u novoj listi) treba obrisati iz memorije!

UPUTA. Ovdje je riječ o još jednoj modificikaciji klasičnog Merge sorta: ako su početni elementi lista jednaki (u smislu da sadrže jednake razlomke), u novu listu se dodaje samo jedan, dok je drugog potrebno obrisati.

9. Datoteke

Nije praktično stalno unositi podatke. Ponekad ih treba pospremiti na disk i kasnije ponovno pročitati. U tu svrhu koristimo datoteke: tekstualne i binarne. Mi ćemo se baviti samo tekstualnima.

Tekstualne datoteke je najlakše promatrati kao standardne ulaze i izlaze. Za rad s njima upotrebljavaju se slične funkcije kao i bez datoteke: fscanf() i fprintf(). Jedina razlika u odnosu na "obične" scanf() i printf() je dodatak prvog parametra (pokazivač na otvorenu datoteku.

Datoteke otvaramo korištenjem funkcije fopen(), a zatvaramo pomoću fclose().

Zadatak 9.1. Napišite program koji učitava nazive dviju tekstualnih datoteka, te prepisuje sadržaj jedne u drugu, na način da na početak svake linije doda broj linije. Na primjer:

```
ulaz.txt:

Iš'o Pero u dućan

Nije rek'o "Dobar dan".

izlaz.txt:

1: Iš'o Pero u dućan

2: Nije rek'o "Dobar dan".
```

Pretpostavite da su imena datoteka duga najviše 255 znakova.

Rješenje.

```
#include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
3
   int main (void) {
4
     FILE *in, *out;
5
     char iname [256], oname [256], c;
6
     int i = 1;
7
8
     printf("Ime ulazne datoteke: ");
9
     \operatorname{scanf}("\%[^{\ }]", iname);
10
     scanf("%*c");
11
     printf("Ime izlazne datoteke: ");
12
     scanf("\%[^\n]", oname);
13
14
     if ((in = fopen(iname, "rt")) == NULL) {
15
        printf("Greska prilikom otvaranja ");
```

```
printf("datoteke \"%s\".", iname);
17
        exit(1);
18
19
20
      if ((out = fopen(oname, "wt")) == NULL) {
21
        fclose (in);
22
        printf("Greska prilikom otvaranja ");
23
        printf("datoteke \"%s\".", oname);
24
        exit (1);
25
26
27
      fprintf(out, "1: ");
28
     while (fscanf(in, "%c", &c) > 0)
29
        if (c = ' \setminus n')
30
          fprintf(out, "\n%d:", ++i);
31
        else
32
          fprintf(out, "%c", c);
33
34
      fclose(in); fclose(out);
35
36
     return 0;
37
38
```

Funkcija fscanf() vraća broj polja (formata) koji su prepoznati i kojima je pridana vrijednost. Ukoliko je program došao do kraja datoteke koju čita, povratna vrijednost će biti EOF (naziv iza kojeg se skriva "vrijednost" -1).

Za naše potrebe, dovoljno je provjeriti jesu li sva polja pročitana (u gornjem primjeru, uvjet > 0). U praksi, dobro je provjeriti zašto je čitanje stalo: kraj datoteke, pogrešan/neočekivan raspored podataka u datoteci, oštećen medij,...

Zadatak 9.2. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća trag pročitane matrice. Matrica je zapisana tako da je prvi broj u datoteci cijeli i označava red matrice. Nakon tog broja pobrojani su svi elementi matrice, redak po redak, odvojeni razmacima i/ili skokovima u novi red.

RJEŠENJE. Maksimalni red matrice nije zadan, no ovdje nam nije niti potrebno da matricu pospremamo u memoriju. Dovoljno je pratiti koji element trenutno čitamo.

Zadatak kaže da je datoteka već otvorena, što znači da ne trebamo ponovno otvarati datoteku (dapače, ne smijemo, jer ne znamo ime datoteke).

Rješenje se svodi na rješavanje zadatka bez datoteke (učitavanje s tipkovnice), te zamjenu svih poziva scanf() s adekvatnim fscanf(), uz dodatak prvog parametra (in).

```
double tr(FILE *in) {
1
     int n, i, j;
2
     double x, tr = 0.0;
3
4
     fscanf (in, "%d", &n);
5
6
     for (i = 0; i < n; i++)
7
        for (j = 0; j < n; j++) {
8
          fscanf(in, "%lf", &x);
9
          if (i == j) tr += x;
10
11
12
     return tr;
13
14
```

Poznato je kako su podaci zapisani u datoteci, pa nije nužno provjeravati povratnu vrijednost funkcije fscanf(). U praksi, tu vrijednost je uvijek dobro provjeriti jer gotovo nikada nemamo garanciju da su podaci ispravno zapisani.

Zadatak 9.3. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća vrijednost 1 ako je matrica simetrična, a 0 ako nije. Matrica je zapisana kao u zadatku 9.2.

RJEŠENJE. Za provjeru simetričnosti matrice, potrebno ju je cijelu pospremiti u memoriju. Kako nije zadan najveći red matrice, moramo pribjeći dinamičkoj alokaciji dvodimenzionalnog polja. Nakon provjere simetričnosti, potrebno je osloboditi zauzetu memoriju!

```
int isSymmetric(FILE *in) {
1
     int n, i, j, sym = 1;
2
     double **m;
3
4
     fscanf(in, "%d", &n);
5
     m = (double**) malloc(n * sizeof(double*));
6
     for (i = 0; i < n; i++)
7
       m[i] = (double*) malloc(n * sizeof(double));
8
9
     for (i = 0; i < n; i++)
10
       for (j = 0; j < n; j++)
11
         fscanf(in, "%lf", &m[i][j]);
12
13
     for (i = 0; i < n; i++)
```

```
for (j = i + 1; j < n; j++)
15
          if (m[i][j] - m[j][i]) {
16
            sym = 0;
17
            i = n;
18
            break;
19
20
     for (i = 0; i < n; i++) free (m[i]);
22
      free (m);
23
24
25
     return sym;
26
```

Rješenja prethodna dva zadatka možemo testirati slijedećim programom:

```
int main (void) {
1
2
     FILE * in;
3
      if ((in = fopen("t.in", "rt")) == NULL) {
4
        printf("Greska prilikom otvaranja datoteke!\n");
5
        exit (1);
6
      }
7
8
      printf("tr(A) = \%g \setminus n", tr(in));
9
     rewind (in);
10
      printf(
11
        "A %sje simetricna.\n",
12
        isSymmetric(in) ? "" : "ni"
13
      );
14
15
      fclose (in);
16
17
18
     return 0;
19
```

Funkcija rewind(·) vraća čitanje na početak datoteke na koju pokazuje argument (kod nas in).

Zadatak 9.4. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća produkt svih elemenata koji nisu na niti jednoj od dijagonala. Matrica je zapisana kao u zadatku 9.2.

Zadatak 9.5. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita

kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća produkt suma svih redaka, tj. $\prod_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} a_{ij}. Matrica je zapisana kao u zadatku 9.2.$

Zadatak 9.6. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća 3 ako je matrica dijagonalna. Ako nije dijagonalna, treba vratiti 1 ako je gornje trokutasta, 2 ako je donje trokutasta, a 0 ako nije niti jedno od nabrojanog. Matrica je zapisana kao u zadatku 9.2.

Zadatak 9.7. Napišite funkciju koja kao jedini argument prima file-pointer koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje, te iz nje čita kvadratnu matricu realnih brojeva i vraća najveću sumu stupca u matrici. Matrica je zapisana kao u zadatku 9.2.

RJEŠENJE. Matrica je zapisana po recima, pa za čitanje po stupcima treba alocirati niz u kojem ćemo čuvati sume svih stupaca.

```
double colSum(FILE *in) {
1
      int n, i, j;
2
      double *sum, x, max;
3
4
      fscanf(in, "%d", &n);
5
     sum = (double*) malloc(n * sizeof(double));
6
7
      for (i = 0; i < n; i++) sum[i] = 0;
8
      for (i = 0; i < n; i++)
9
        for (j = 0; j < n; j++) {
10
           fscanf(in, "%lf", &x);
11
          sum[j] += x;
12
13
14
     \max = \sup [0];
15
      for (i = 1; i < n; i++)
16
        \mathbf{if} \pmod{\mathrm{sum}[i]} \max = \mathrm{sum}[i];
17
18
      free (sum);
19
20
      return max;
21
22
```

ZADATAK 9.8. Napišite funkciju koja kao argumente prima slijedeće file-pointere: in koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje i out koji pokazuje na datoteku otvorenu za pisanje. Funkcija treba iz datoteke in čitati kvadratnu matricu realnih brojeva, te u datoteku out zapisati transponiranu matricu. Matrica je u datoteci in zapisana kao u zadatku 9.2, te na isti način treba biti zapisana i u datoteci out.

RJEŠENJE. Rješenje ovog zadatka je, ponovno, ekvivalentno rješenju koje bismo imali i bez datoteka:

```
void transpose(FILE *in , FILE *out) {
1
     int n, i, j;
2
     double **m;
3
4
     fscanf(in, "%d", &n);
5
     m = (double**) malloc(n * sizeof(double*));
6
     for (i = 0; i < n; i++)
7
       m[i] = (double*) malloc(n * sizeof(double));
8
9
     for (i = 0; i < n; i++)
10
       for (j = 0; j < n; j++)
11
          fscanf(in, "%lf", &m[i][j]);
12
13
     fprintf(out, "%d\n", n);
14
     for (i = 0; i < n; i++) {
15
       for (j = 0; j < n; j++)
16
          fprintf(out, "%7g", m[j][i]);
17
       fprintf (out, "\n");
18
19
20
     for (i = 0; i < n; i++) free (m[i]);
21
     free (m);
22
23
```

ZADATAK 9.9. Napišite funkciju koja kao argumente prima slijedeće file-pointere: in1 i in2 koji pokazuju na datoteku otvorenu za čitanje i out koji pokazuje na datoteku otvorenu za pisanje. Funkcija treba iz datoteka in1 i in2 čitati kvadratne matrice realnih brojeva, te u datoteku out zapisati njihov umnožak. Matrice su u datotekama in1 i in2 zapisane kao u zadatku 9.2, te na isti način treba biti zapisana i matrica u datoteci out.

Ako množenje nije moguće provesti (različite dimenzije matrica), potrebno je prijaviti grešku.

Zadatak 9.10. U datoteci su popisane nogometne utakmice, u svakom retku po jedna i to u slijedećem formatu:

Klub 1:Klub 2=a:b

Brojevi a i b označavaju broj golova koje je dao "Klub 1" odnosno "Klub 2". Pobjeda donosi 3 boda, izjednačenje 1 bod, a poraz 0 bodova. Napišite funkciju koja kao argumente prima nazive ulazne i izlazne datoteke, te učitava podatke o utakmicama (snimljene na opisani način) iz ulazne datoteke. U izlaznu datoteku funckija treba ispisati konačnu

rang-listu klubova sortiranu silazno prema broju bodova, u formatu pogodnom za čitanje pomoću tabličnih kalkulatora (OpenOffice.org Calc, Quattro Pro, Microsoft Excel i sl) tako da u prvom stupcu piše redni broj, u drugom naziv momčadi, a u trećem broj bodova.

Možete pretpostaviti da je ukupni broj klubova najviše 20, te da je naziv svakog kluba najviše 50 znakova.

RJEŠENJE. Podatke možemo organizirati na dva načina. Jedan je da konstruiramo dva niza: jedan s nazivima klubova i jedan s brojevima bodova koje su skupili. Drugi način je slaganje jednog niza struct-ova, pri čemu u svaki struct pohranjujemo naziv kluba i broj bodova koje je klub skupio. Mi ćemo upotrijebiti drugi način.

Od formata pogodnih za čitanje pomoću tabličnih kalkulatora, najlakše je složiti tzv. CSV (engl. *comma separated values*): jedan redak tablice odgovara retku u datoteci, a pojedina polja ("ćelije" u tablici) odvajaju se nekim separatorom, najčešće TAB-om ili točka-zarezom.

Za traženje momčadi po listi, upotrijebit ćemo pomoćnu funkciju (jer se traženje radi na dva mjesta u kodu).

```
typedef struct {
1
     char name [51];
2
     int score;
3
     team;
4
5
   int teamIndex(char name[], team list[], int *n)
6
7
     for (i = 0; i < *n; i++)
8
       if (!strcmp(name, list[i].name)) return i;
9
     strcpy(list[i].name, name);
10
     list[(*n)++].score = 0;
11
     return i;
12
13
14
   void football(char iname[], char oname[]) {
15
     FILE *in, *out;
16
     team list [20];
17
     int n = 0, s1, s2, i1, i2;
18
     char t1 [51], t2 [51];
19
20
     if ((in = fopen(iname, "rt")) == NULL) {
21
       printf("Greska prilikom otvaranja ");
22
       printf("datoteke \"%s\".", iname);
23
       exit (1);
24
25
26
     if ((out = fopen(oname, "wt")) == NULL) {
```

```
fclose (in);
28
        printf("Greska prilikom otvaranja ");
29
        printf("datoteke \"%s\".", oname);
30
        exit (1);
31
32
33
     while (fscanf(in,
34
        "%[\hat{}:]:%[\hat{}=]=%d:%d ", t1, t2, &s1, &s2
35
36
     ) = 4) \{
        i1 = teamIndex(t1, list, &n);
37
        i2 = teamIndex(t2, list, &n);
38
        if (s1 < s2)
39
          list[i2].score += 3;
40
        else if (s1 > s2)
41
          list[i1].score += 3;
42
        else {
43
          list[i1].score++;
44
          list [i2].score++;
45
46
47
48
      fclose (in);
49
50
     for (i1 = 0; i1 < n; i1++)
51
        for (i2 = i1 + 1; i2 < n; i2++)
52
          if (list[i1].score < list[i2].score) {
53
            team tmp = list[i1];
54
            list[i1] = list[i2];
            list[i2] = tmp;
56
57
58
     for (i1 = 0; i1 < n; i1++)
59
        fprintf(out, "%d. %s (%d)\n",
60
          i1 + 1,
61
          list [i1]. name,
62
          list[i1].score
63
        );
64
65
      fclose (out);
66
67
```

CSV datoteku možete otvoriti u tabličnom kalkulatoru, te dodatno ukrasiti i/ili dodati formule, grafove i slično, kao da ste tablicu složili "na ruke".

Zadatak 9.11. Riješite prethodni zadatak bez ograničenja na najveći mogući broj klubova.

UPUTE. Izmijenite funkciju teamIndex() tako da po potrebi realocira memoriju za nove elemente polja. Pri tome argument list mora biti tipa team**. Također, potrebno je prilagoditi deklaraciju liste momčadi u funkciji football().

Umjesto relokacije polja, zadatak možete riješiti pomoću vezane liste. Kod takvog pristupa je dodavanje novog elementa jednostavnije, no onda je sort složeniji. \Box

NAPOMENA 9.1. Prilikom snimanja vezane liste u datoteku ne smijete snimati pointer na slijedeći element liste (format %p ili %u), te ga kod učitavanja koristiti kao vezu na idući član, jer ne znamo gdje će malloc() kreirati novi element liste. U datoteku smijemo snimati samo "korisne podatke" (bez pointera), a pointere treba rekreirati prilikom čitanja liste iz datoteke.

Zadatak 9.12. Napišite funkciju koja kao argumente uzima ime datoteke, te realne parametre a, b i d > 0. Neka je $m := \min\{a,b\}$ i $M := \max\{a,b\}$. Funkcija treba u datoteku zapisati tablicu s dva stupca: u prvom stupcu trebaju biti sve vrijednosti

$$x \in \{m + k \cdot d \le M : k \in \mathbb{N}_0\}$$

u uzlaznom poretku, a u drugom stupcu trebaju biti odgovarajuće vrijednosti funkcije

$$f(x) := \frac{\sin x}{\cos x + \log x}.$$

Izlazna datoteka treba biti u CSV formatu, s točka-zarezima kao separatorima. Odgovarajuće matematičke funkcije nalaze se u biblioteci math.

Datoteku stvorenu pomoću funkcije iz prethodnog zadatka možete učitati u tablični kalkulator, te s nekoliko klikova složiti graf zadane funkcije.

ZADATAK 9.13. Napišite funkciju koja kao argumente prima slijedeće file-pointere: in koji pokazuje na datoteku otvorenu za čitanje i out koji pokazuje na datoteku otvorenu za pisanje. Funkcija treba pročitati datoteku in i njen sadržaj prepisati u datoteku out na način da linije idu obrnutim redoslijedom. Na primjer:

in:

Iš'o Pero u dućan

Nije rek'o "Dobar dan".

out:

Nije rek'o "Dobar dan".

Iš'o Pero u dućan

Nemojte postavljati ograničenja na duljine linija, ali možete pretpostaviti da su sve riječi u datoteci duge najviše 30 znakova i odvojene točno jednim razmakom ili skokom u novi red.

UPUTA. Linije čitajte riječ po riječ (format %s), te ih spremajte u string koji će, po potrebi, "rasti" (pomoću realloc()). Takve stringove spremajte u vezanu listu, dodavanjem na početak liste. Na kraju je potrebno samo ispisati stringove u izlaznu datoteku i osloboditi alociranu memoriju (i onu za stringove i onu za čvorove liste).

Zadatak je moguće riješiti i bez liste, dinamički alociranim (i relociranim) poljem. \Box

Zadatak 9.14 (Šlag na kraju). Dane su dvije datoteke: ma.txt i la.txt. U svakoj se nalaze ocjene studenata, i to po jedan redak za svakog studenta, u formatu:

ime studenta; prezime studenta; ocjena

Napišite program koji spaja te dvije datoteke u jednu, sve.txt, na način da za svakog studenta zapiše obje ocjene (ili "–" ako se student ne pojavljuje na listi). Format zapisa izlazne datoteke treba također biti CSV, a podaci trebaju biti sortirani uzlazno prema prezimenu. Na primjer, od datoteka:

```
ma.txt:
Pero;Sapun;5
Ana Marija;Prekoplotic;1
Djuro;Pajser;2
Treba dobiti datoteku sve.txt:
Djuro;Pajser;2;3
Ana;Prekoplotic;-;2
Ana Marija;Prekoplotic;1;-
Pero;Sapun;5;5
```

Duljinu imena i prezimena studenta ograničite na 50 znakova.

UPUTE. Ovdje čitamo dvije datoteke (općenitiji zadatak bi radio s nizom datoteka) u kojima su podaci zapisani na isti način. Najjednostavniji način čitanja je pomoću funkcije slične funkciji teamIndex() iz rješenja zadatka 9.10. Funkcija može raditi s globalnim poljem koje, po potrebi, produljuje realokacijom memorije, pa su joj dovoljna samo dva argumenta: ime i prezime (studenta).

Alternativno, može se složiti funkcija koja će obavljati cijelo čitanje jedne datoteke (od fopen() do fclose(), uključivo).

Podatke o studentu najbolje je pamtiti u nizu struct-ova s tri polja: ime, prezime (stringovi duljine do 50 znakova) i ocjene (niz od onoliko int-ova koliko ima ulaznih datoteka). Ako želite složiti za neodređeni broj datoteka, niz ocjena mora se dinamički alocirati (malo više posla, no ne naročito teško; dobro za vježbu).

Sort je rutina (pokušajte složiti tako da osobe s jednakim prezimenom sortira prema imenu), kao i ispis. \Box

Za vježbu možete bilo koji zadatak iz prethodnih poglavlja modificirati tako da podatke čita iz datoteke i/ili ih zapisuje u datoteku.

