Uvod u programiranje

algoritam, program, programiranje

Algoritam

- Pravilo (ili skup pravila) kojim se opisuje kako riješiti neki problem i koje posjeduje sljedeća svojstva:
 - algoritam je precizan
 - algoritam je jednoznačan
 - algoritam obuhvaća konačni broj koraka; svaki korak je opisan instrukcijom
 - za algoritam su definirani početni objekti (koji pripadaju nekoj klasi objekata) nad kojima se obavljaju operacije
 - ishod obavljanja algoritma je skup završnih objekata (rezultat), tj. algoritam je djelotvoran (*effective*)
- Postupak obavljanja algoritma je algoritamski proces

Primjer algoritma – kiseljenje krastavaca

- Početni objekti:
 - 5 kg krastavaca, 1 l alkoholnog octa (9%), 30 dag šećera, 10 dag soli, kopar, papar
- krastavce i kopar oprati i posložiti u čiste staklenke
- u 2 l vode dodati ocat, šećer, sol i papar
- zakuhati uz miješanje
- vruću otopinu uliti u staklenke
- staklenke zatvoriti celofanom i gumicom
- složiti staklenke u široki lonac napunjen vodom do grla staklenki
- ako je toplomjer raspoloživ
 - zagrijati vodu do 80 stupnjeva
- inače
 - zagrijavati dok se s dna ne počnu dizati mjehurići zraka
- ostaviti stajati barem 24 sata
- Završni objekti:
 - kiseli krastavci á la FER

Algoritmi i programi

- Program opis algoritma koji u nekom programskom jeziku jednoznačno određuje što računalo treba napraviti.
- Programiranje proces opisivanja algoritma nekim od programskih jezika
- Postupci izrade algoritama nisu jednoznačni te zahtijevaju i kreativnost.
- Koristit će se programski jezik C. Za sažeti opis složenijih algoritama koristit će se pseudokod ili dijagram toka.

Primjer

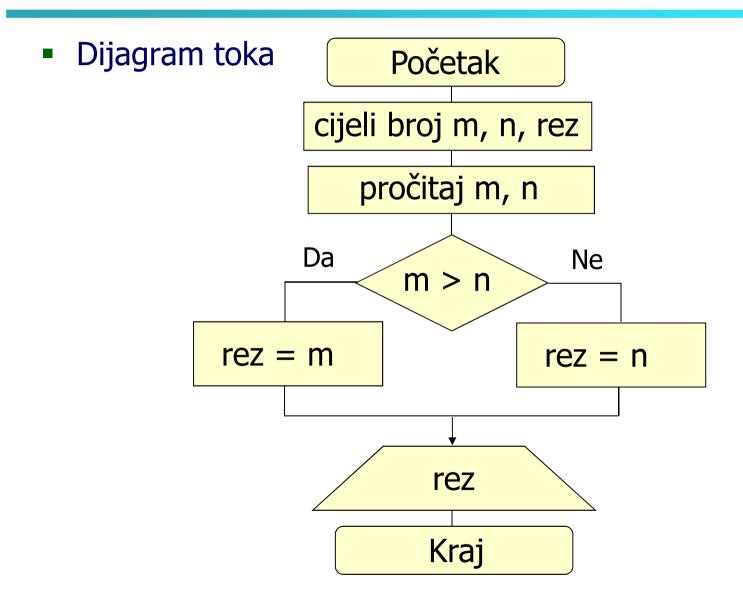
 Programski zadatak: s tipkovnice pročitati dva različita cijela broja, na zaslon ispisati pročitane brojeve i veći od pročitana dva broja

Pseudokod koji koristi isključivo termine govornog jezika

```
pročitaj dva cijela broja
ispiši pročitane brojeve
odredi veći broj
ispiši rezultat
```

Pseudokod koji koristi uobičajene simbole

```
pročitaj (m, n)
ispiši (m, n)
{odredi veći broj}
ako je m > n tada
    rez := m
inače
    rez := n
ispiši (rez)
kraj
```



Kôd u programskom jeziku C

```
#include <stdio.h>
int main() {
   int m, n, rez;
   /* ucitaj i ispisi dva cijela broja */
   scanf("%d %d", &m, &n);
   printf("Ucitani su %d i %d\n", m, n);
   /* odredi veci broj */
   if ( m > n ) {
      rez = m;
   } else {
      rez = n;
   /* ispisi rezultat */
   printf("Veci broj je %d\n", rez);
   return 0;
```

#include <stdio.h>

- uputa pretprocesoru: uključuje u program prije prevođenja standardno zaglavlje <stdio.h> koje sadrži definicije/deklaracije struktura, vrijednosti, makroinstrukcija i funkcija za standardne ulazno-izlazne jedinice
- ugraditi na početak svakog programa koji koristi funkcije scanfili printf

```
int main() {
    ...
    return 0;
}
```

- glavna funkcija koja predstavlja mjesto gdje počinje izvršavanje programa. Svaki C program mora sadržavati točno jednu main funkciju.
- int ispred main znači da funkcija u pozivajući program vraća cijeli broj
- funkcija završava naredbom return koja u pozivajući program vraća rezultat. Za sada, uvijek napisati return 0;

```
int m, n, rez;
```

 definicija varijabli. Varijabla je prostor u memoriji računala, poznate veličine, kojem je dodijeljeno ime i čiji se sadržaj može mijenjati. Naredbom su definirane 3 cjelobrojne varijable u koje se mogu pohranjivati cijeli brojevi

```
float x;
float y;
```

 naredbama su definirane realne varijable x i y u koje se mogu pohranjivati realni brojevi

```
/* ucitaj dva cijela broja */
```

komentar koji nema utjecaja na izvršavanje programa

```
/* ucitaj
dva cijela
broja */
```

komentar se može protezati kroz više redaka programa

```
scanf("%d %d", &m, &n);
```

funkcija za učitavanje vrijednosti s tipkovnice. Kao argumenti se navode

- format (ovisi o tipovima varijabli u koje se učitavaju vrijednosti)
 - korištenjem specifikacije %d učitavaju se cjelobrojne vrijednosti
- adrese varijabli u koje se učitavaju vrijednosti. Adrese varijabli se označavaju s &imeVarijable

npr, preko tipkovnice je uneseno --- 3 5-

- nakon obavljanja naredbe scanf varijabla m ima vrijednost 3,
 varijabla n ima vrijednost 5
- korištenjem specifikacije %£ učitavaju se realne vrijednosti

```
printf("%d %d\n", m, n);
```

- funkcija za ispisivanje na zaslon. Kao argumenti se navode
 - format (ovisi o tipovima vrijednosti koje se ispisuju)
 - ako su vrijednosti cjelobrojne, koristi se specifikacija %d
 - ako su vrijednosti realne, koristi se specifikacija %£
 - vrijednosti koje se ispisuju. To (između ostalog) mogu biti varijable i konstante
- \n u formatu predstavlja uputu za skok u novi red
- uz pretpostavku da su vrijednosti varijabli m=156, n=20, na zaslon će se ispisati

```
156 20↓
```

specifikacijom se može utjecati na širinu ispisa, npr.

```
printf("%d,%5d,%2d", 10, 20, 30);
```



10, 20,30

```
printf("%d,%d\novo je novi red%4d", 10, 20, 30);
```



10,20 ovo je novi red 30

kad se ispisuju realne vrijednosti, koristi se specifikacija %£

ispisuje se 6
 znamenki iza
 decimalne točke



15.200000 -3.450000

specifikacijom se može utjecati na širinu ispisa i broj decimala, npr.

```
printf("%6.2f,%10.4f", 15.2, -3.45);
```



15.20, **-3.4500**

%6.2f: ispisuje ukupno 6 znakova, od toga dva iza decimalne točke%10.4f: ispisuje ukupno 10 znakova, od toga četiri iza decimalne točke

```
rez = m;
```

- naredba za pridruživanje vrijednosti u varijablu
- u varijablu rez pridruži vrijednost koja se nalazi u varijabli m

```
rez = 5;
rez = 5 * 3;
rez = 12 / 3;
rez = m + 5 - 3;
rez = 3 / 4;
```

- u rez pridruži 5
- u rez pridruži 15
- u rez pridruži 4
- u rez pridruži vrijednost varijable m uvećane za 2
- u rez pridruži 0 !!!

```
float x;
x = 3. / 4;
```

u x pridruži 0.75

```
if ( m > n ) {
   rez = m;
} else {
   rez = n;
}
```

- naredba za kontrolu toka programa
 - ako se uvjet u zagradama iza if izračuna kao istina, obavljaju se naredbe unutar prvih vitičastih zagrada
 - inače se obavljaju naredbe unutar vitičastih zagrada iza else

```
    if ( m > n ) ako je sadržaj m veći od sadržaja n
    if ( m != n ) ako je sadržaj m različit od sadržaja n
    if ( m == n ) ako je sadržaj m jednak sadržaju n
    >=, <, <=</li>
```

Zadatak za vježbu

 S tipkovnice učitati dva cijela broja. Na zaslon ispisati, ovisno o vrijednostima koje su učitane, jednu od sljedećih poruka:

```
brojevi su jednaki
prvi broj je veci od drugog
prvi broj je manji od drugog
```

Rješenje (varijanta 1)

```
#include <stdio.h>
int main() {
   int i, j;
   scanf("%d %d", &i, &j);
   if ( i > j ) {
     printf("prvi broj je veci od drugog");
   if ( i < j ) {
     printf("prvi broj je manji od drugog");
   if ( i == j ) {
     printf("brojevi su jednaki");
  return 0;
```

Rješenje (varijanta 2)

```
#include <stdio.h>
int main() {
   int i, j;
   scanf("%d %d", &i, &j);
   if ( i > j ) {
      printf("prvi broj je veci od drugog");
   } else {
      if ( i < j ) {</pre>
         printf("prvi broj je manji od drugog");
      } else {
         printf("brojevi su jednaki");
   return 0;
```

Koja je varijanta bolja? Zašto?

Zadatak za vježbu

 S tipkovnice učitati polumjer kruga (realni broj). Ako je učitani broj veći od nule, izračunati opseg i površinu kruga, te na zaslon ispisati:

```
zadani polumjer je: xxxxxx.xx opseg kruga je: xxxxxx.xx povrsina kruga je: xxxxxx.xx
```

inače ispisati

```
polumjer kruga je neispravno zadan: xxxxxx.xx
```

Domaća zadaća (1) – upoznavanje sa sustavima koji se koriste na predmetu

- Svaki student treba imati pristup webu FER-a (ako ga nema mora se javiti u CIP i zatražiti pristup webu FER-a)
- S weba FER-a preuzeti i proučiti datoteke iz mape *PIPI-zimski* semestar 2012/2013 ▶ Upute:
 - Upute za provjere znanja na računalu putem sustava AHyCO
- Provjeriti možete li se prijaviti na sustav AHyCo (ahyco.fer.hr). U tu svrhu se koriste korisničko ime i lozinka za pristup webu FER-a. Sustav AHyCo će se koristiti za pisanje provjera znanja na računalu (tzv. bliceva)

Domaća zadaća (2) – instalacija i isprobavanje razvojnog okruženja

- Za pripreme laboratorijskih vježbi i vježbanje programiranja studenti trebaju preuzeti:
 - MinGW http://mingw.org/
- Studenti trebaju s weba FER-a preuzeti i proučiti datoteke iz mape PIPI-zimski semestar 2012/2013 ▶ Upute:
 - Upute za korištenje MinGW paketa i GCC prevodioca

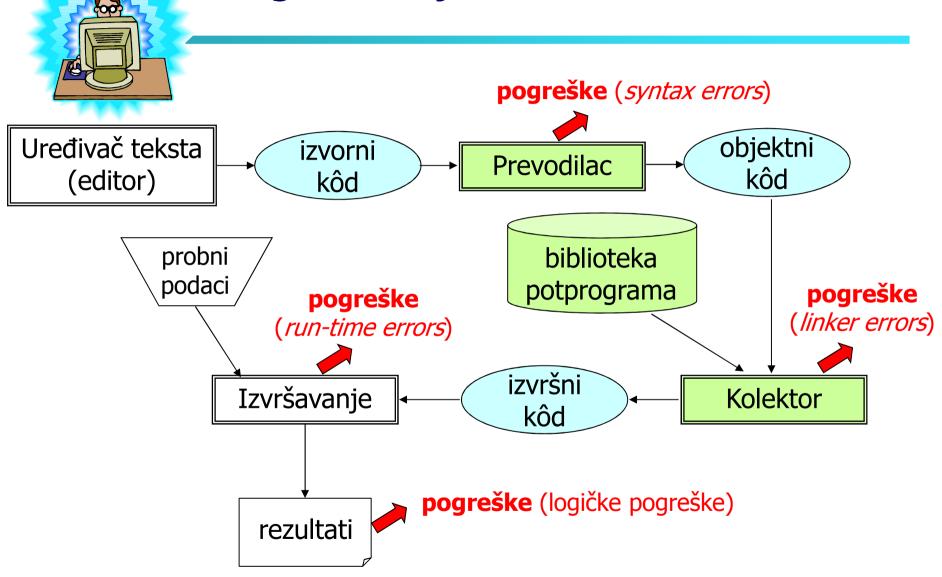
Vrste programske podrške

- Sistemska programska podrška
 - Operacijski sustavi (MS-DOS, UNIX/Linux, Windows)
 - Uslužni (utility) programi (prevodioci, uređivači teksta):
 - Servisi (Internet poslužitelj, poslužitelj baze podataka)
- Aplikativna (namjenska, primijenjena) programska podrška
 - Rješava probleme specifične za neku struku
 - Tablični kalkulatori (npr. Excel), obrađivači teksta (npr. Word), mrežno planiranje (npr. Project)...
 - IDE (*Integrated Development Environment*): sustav za podršku pri razvoju softvera. Uobičajeno, obuhvaća sintaksno osjetljivi editor, prevodilac, podsustav za testiranje, itd.
 - Eclipse, Visual Studio .NET 2008

Redoslijed rješavanja manjih programa

- 1. Uočavanje (identifikacija) problema i postavljanje programskog zadatka
- 2. Oblikovanje programa (razvoj algoritma)
- 3. Konverzija algoritma u logiku razumljivu računalu
- 4. Kodiranje
- 5. Upis programskog kôda u računalo
- 6. Prevođenje (kompilacija) programa
- 7. Ispravljanje formalnih pogrešaka
- 8. Kolekcija programa (stvaranje izvršnog programa)
- 9. Izvođenje programa s test podacima
- 10. Ispravljanje uočenih logičkih pogrešaka
- 11. Korištenje programa s aktuelnim podacima

Programiranje u užem smislu



Programiranje u užem smislu

- Unos izvornog programa (source code)
 - ASCII uređivač teksta (Notepad, vi, ...)
 - Uređivač teksta ugrađen u radnu okolinu programera (Eclipse, MS Visual Studio)
- Prevođenje izvornog programa u objektni program
 - Poziv prevodioca (compiler)
 - Prevodilac otkriva sintaktičke (pravopisne, formalne) pogreške
 - programer ispravlja izvorni kôd i ponovo pokreće prevođenje
- Kolekcija (povezivanje) prevedenog programa u izvršni (apsolutni) program
 - Poziv kolektora (*linker*)
 - Povezuju se potrebne potprogramske biblioteke (stdio.h, math.h, ...)
 - Kolektor otkriva pogreške
 - programer ispravlja izvorni kôd i ponovno pokreće prevođenje

Programiranje u užem smislu

- Izvođenje izvršnog programa
 - Definiranje skupova ulaznih probnih podataka i očekivanih rezultata
 - Izvršavanje programa na osnovi probnih podataka
 - Pogreške koje se otkrivaju prilikom izvršavanja (*run-time errors*)
 - npr. Division by zero
 - Logičke pogreške
 - program "radi" (ne dojavljuje pogreške), ali daje pogrešne rezultate
 - programer ispravlja izvorni kôd i ponovo pokreće prevođenje/izvođenje

Primjer

- Programski zadatak
 pronaći najveći od tri zadana broja
- Pseudokod koji koristi isključivo termine govornog jezika

```
pročitaj tri realna broja
ispiši pročitane brojeve
odredi najveći broj
ispiši nađeni broj
```

Pseudokod koji koristi uobičajene simbole

```
pročitaj (x,y,z)
ispiši (x,y,z)
{odredi najveći broj}
 ako je x > y tada
       ako je x > z tada
             rez := x
       inače
             rez := z
 inače
       ako je y > z tada
             rez := y
       inače
             rez := z
ispiši (rez)
kraj
```

Unapređenje prethodnog rješenja

```
pročitaj (x,y,z)
ispiši (x,y,z)
{odredi najveći broj}
 rez := z
 ako je x > y tada
           ako je x > z tada
                  rez := x
 inače
            ako je y > z tada
                 rez := y
ispiši (rez)
kraj
```

Kôd u programskom jeziku C

```
#include <stdio.h>
int main() {
   float x, y, z, rez;
   scanf("%f %f %f", &x, &y, &z);
   printf("%f %f %f \n", x, y, z);
   /* odredi najveci broj */
   rez = z;
   if (x > y)
      if (x > z) rez = x;
   } else {
      if (y > z) rez = y;
   printf("%f \n", rez);
   return 0;
```

Budite prevodilac (*compiler*) i komentirajte ponuđeno rješenje

```
sintaktička
#include <stdio.h>
                             pogreška
int main() {
    float pi, triCetyrtPi;
    pi = 3.14159
    triCetvrtPi = 3/4*pi;
   print("tri cetvrt pi = %f \n", triCetvrtPi);
    retuin 0;
 pogreška
                              logička pogreška
povezivanja
 (linkanja)
```

Zadatak za vježbu

- Napisati pseudokod, nacrtati dijagram toka, te napisati C program za sljedeći problem:
 - Učitati koeficijente dvaju pravaca

•
$$y = a_1 x + b_1$$
 i $y = a_2 x + b_2$

- Ovisno o vrijednostima koeficijenata, ispisati poruku da su pravci paralelni ili ispisati koordinate točke u kojoj se sijeku.
- Upisati, prevesti i testirati program

Uvod u C-programiranje opća pravila pisanja C-programa

Opća pravila pisanja C programa

C razlikuje velika i mala slova. Npr:

```
sum
Sum
SUM
```

- C je jezik slobodnog formata (nema pravila koja propisuju stil pisanja)
- mjesto početka naredbe u retku je proizvoljno
- dopušteno je stavljanje više naredbi u istom retku. Npr:

```
int i,n; printf("Unesite n: "); scanf("%d", &n);
```

poželjno je umetanje praznina i praznih redova

Primjer - što radi ovaj program?

```
#include <stdio.h>
int main() {float x, y, z, rez;scanf("%f %f %f",
&x, &y, &z);
                                      printf
("%f %f %f \n", x, y
, z); rez
                    ; if( x
= z
= x;} else{if (
y >
z) rez= y
}printf("%f \n"
, rez);
return 0;}
```

Primjer - što radi ovaj program?

```
#include <stdio.h>
int main() {
   float x, y, z, rez;
   scanf("%f %f %f", &x, &y, &z);
   printf("%f %f %f \n", x, y, z);
   rez = z;
   if (x > y) {
      if (x > z) rez = x;
   } else {
      if (y > z) rez = y;
   printf("%f \n", rez);
                            Različiti stilovi
   return 0;
```

```
if (x > y) {
   rez = x;
}
```

```
if (x > y)
{
   rez = x;
}
```

```
if (x > y)
    {
    rez = x;
    }
```

```
if (x > y)
    {
      rez = x;
}
```

Ključne riječi

- predefinirani identifikatori koji za prevodioca imaju posebno značenje
- ključne riječi se pišu malim slovima
- Prema ANSI standardu C ima sljedeće 32 ključne riječi:

auto	double	int	struct
break	else	long	switch
case	enum	register	typedef
char	extern	return	union
const	float	short	unsigned
continue	for	signed	void
default	goto	sizeof	volatile
do	if	static	while

ANSI - American National Standards Institute

http://refcards.com/refcard/ansi-c-silvermanj

- C program se sastoji od imenovanih blokova, deklaracija/definicija varijabli, direktiva pretprocesoru
 - imenovani blokovi se nazivaju funkcije. Za nazive funkcija se ne smiju koristiti ključne riječi.
 - deklaracija opisuje naziv i tip varijable.
 - definicija je deklaracija kojom se osim opisa varijable, rezervira prostor u memoriji
- blok započinje znakom { i završava znakom }
- blok obuhvaća deklaracije/definicije, naredbe (statement) i neimenovane blokove
- svaka naredba i deklaracija/definicija mora završavati znakom ;
- 🔹 blok NE završava znakom ; 💮 tj. iza znaka } ne stavlja se ;

```
int suma(int i, int j) {
                                           imenovani blok (funkcija)
                                           definicija varijable
   int k;
                                           neimenovani blok
                                           definicija varijable
       int m;
                                           neimenovani blok
                                           naredba
          m = i + j;
                                           naredba
          k = m;
   return k;
int produkt(int i, int j) {
                                           imenovani blok (funkcija)
```

 u C programu mora postojati glavna (main) funkcija koja predstavlja mjesto gdje počinje izvršenje programa:

```
int main() {
  programski blok
  return 0;
}
```

```
main() {
   programski blok
   return 0;
}
```

ISPRAVNO

ISPRAVNO ALI SE NE PREPORUČA

```
void main() {
   programski blok
  }

POGREŠNO!!!
```

```
direktive pretprocesoru
#include <stdio.h>
#define PI 3.14159
                                 funkcija main
int main() {
                                 definicija varijabli
  float r:
  float opseg;
  scanf("%f", &r);
  opseg = 2 * r * PI;
  printf("%9.2f\n", opseg);
  return 0:
                                 kraj funkcije main
```

Komentari

- mogu se protezati kroz više linija
- izbjegavati komentar oblika: printf("Unesi n: ");/* Ispis na zaslonu */ zato što program postaje nečitkiji
- nije dopušteno koristiti komentar unutar komentara: /* definicija /* funkcije */ sume */

Pretprocesorske naredbe

#include <stdio.h> uključuje u program prije prevođenja standardno zaglavlje <stdio.h> koje sadrži definicije/deklaracije struktura, vrijednosti, makroinstrukcija i funkcija za standardne ulazno-izlazne jedinice (na primjer printf, scanf i druge).

```
/*
 * stdio.h
 * This file has no copyright assigned and is placed in the Public Domain.
 * This file is a part of the mingw-runtime package.
 * No warranty is given; refer to the file DISCLAIMER within the package.
 *
 * Definitions of types and prototypes of functions for standard input and utput.
 *
 * NOTE: The file manipulation functions provided by Microsoft seem to
 * work with either slash (/) or backslash (\) as the directory separator.
 *
 */
#ifndef _STDIO_H_
#define _STDIO_H_
#define _STDIO_H_
```

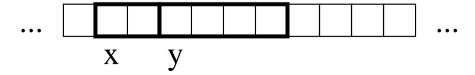
#define PI 3.14159 definira simboličku konstantu PI i pridjeljuje joj vrijednost. Simboličke konstante su naročito korisne za parametrizaciju programa.

Varijable

- Općenito: promjenljiv podatak (lat. variabilis-promjenljiv)
- U programiranju: varijabla je prostor u memoriji računala, poznate veličine, kojemu je dodijeljeno ime i čiji se sadržaj može mijenjati
- Simbolički se prikazuje pravokutnikom uz kojeg stoji ime



Smještaj u memoriji računala



Varijable

 imena varijabli i funkcija su sastavljena od slova i brojki, a prvi znak mora biti slovo ili znak potcrtavanja _

```
suma god_rod x1 pripremni_dio_studija

94god novi*datum x1.1 matieni broj float
```

 svaka varijabla se obavezno mora definirati/deklarirati prije korištenja

```
int i, n;
float sum;
char pocetno_slovo;
```

- velika i mala slova se razlikuju (imena varijabli i funkcija se obično pišu malim slovom, imena simboličkih konstanti velikim)
- duljina može biti proizvoljna (značajno prvih 31 znakova)
- ključne riječi se ne smiju koristiti za imena varijabli

Uvod u C-programiranje osnovni tipovi podataka

Osnovni tipovi podataka

Osnovni tipovi podataka

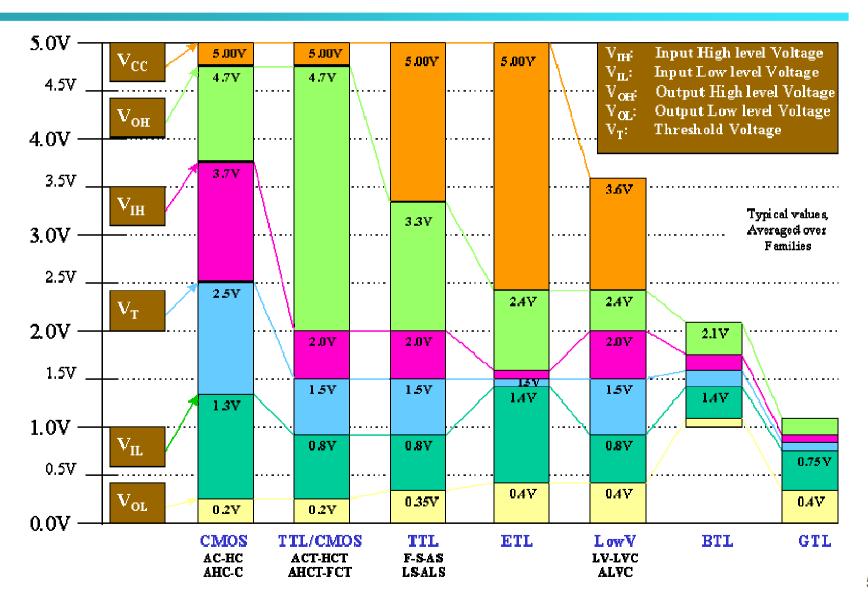
```
    int - cjelobrojni tip
    float - realni tip
    double - realni tip u dvostrukoj preciznosti
    char - znakovni tip (ili mali cijeli broj)
```

Binarni brojevni sustav

- Znamenke su 0 i 1, dakle baza brojanja B=2 što određuje binarni brojevni sustav
- Iz engleskog BInary digiT nastalo je ime za najmanju količinu informacije, znamenku binarnog brojevnog sustava BIT.
- Prikaz znamenki je pouzdan i neosjetljiv na manje promjene napona.
- Broj od n znamenki u brojevnom sustavu s bazom 2:

$$Z_{n-1} \cdot 2^{n-1} + Z_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \cdots + Z_1 \cdot 2^1 + Z_0 \cdot 2^0, \ Z_i \in \{0, 1\}$$

Logic Threshold Voltage Levels



Pretvorba dekadskog broja u binarni

$$N = Z_{n-1} \cdot 2^{n-1} + Z_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + Z_1 \cdot 2^1 + Z_0 \cdot 2^0$$

Izluči li se iz svih pribrojnika, osim posljednjeg, zajednički faktor 2:

$$N = 2 \cdot (z_{n-1} \cdot 2^{n-2} + z_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + z_1 \cdot 2^{\theta}) + z_{\theta}$$

$$N=2\cdot q_1+z_0$$

može se zaključiti da je z₀ ostatak dijeljenja *N* s 2

Pogledajmo sada količnik q_1

$$q_1 = z_{n-1} \cdot 2^{n-2} + z_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + z_1 \cdot 2^0$$

Izluči li se iz svih pribrojnika, osim posljednjeg, zajednički faktor 2:

$$q_1 = 2 \cdot (z_{n-1} \cdot 2^{n-3} + z_{n-2} \cdot 2^{n-4} + \cdots) + z_1$$

$$q_1 = 2 \cdot q_2 + z_1$$

može se zaključiti da je z_1 ostatak dijeljenja q_1 s 2 itd sve dok se uzastopnim dijeljenjem s 2 ne postigne 0.

Dakle, uzastopnim dijeljenjem cijelog broja N s 2 i zapisivanjem ostataka dijeljenja dobiju se znamenke ekvivalentnog binarnog broja.

Pretvorba dekadskog broja u binarni

$$13_{10} = ?_2$$

$$N = 13 = 2 \cdot q_1 + z_0 \cdot 2^0 = 2 \cdot 6 + 1 \cdot 2^0$$

$$q_1 = 6 = 2 \cdot q_2 + z_1 \cdot 2^0 = 2 \cdot 3 + 0 \cdot 2^0$$

$$q_2 = 3 = 2 \cdot q_3 + z_2 \cdot 2^0 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2^0$$

$$q_3 = 1 = 2 \cdot q_4 + z_3 \cdot 2^0 = 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2^0$$

$$13_{10} = 1 \ 1 \ 0 \ 1_2$$

$$\Rightarrow z_0 = 1, q_1 = 6$$

$$\Rightarrow z_1 = 0, q_2 = 3$$

$$\Rightarrow$$
 $z_2 = 1$, $q_3 = 1$

$$\Rightarrow z_3 = 1, q_4 = 0$$

Binarni brojevni sustav

- Općenito: najveći dekadski broj s d znamenaka iznosi 10^d-1
 - Primjer: d=2, najveći broj 99 = 10^2-1
- Općenito: najveći binarni broj s b znamenaka iznosi 2^b-1
 - Primjer: b=4, najveći broj 1111 = 2^4-1
- Koliko binarnih znamenaka treba za prikaz dekadskog broja?

```
10^{d}-1=2^{b}-1 \Rightarrow
10^{d}=2^{b} \Rightarrow
d \cdot \log 10 = b \cdot \log 2 \Rightarrow
d = b \log 2 \Rightarrow
b = d : \log 2 \Rightarrow
b = d : 0,30102999566398119521373889472449 \Rightarrow
b \approx d : 0,3 \Rightarrow b \approx d \cdot (1 : 0,3) \Rightarrow b \approx d \cdot 3,33
Primjer: ako treba prikazati broj \leq 99, b \approx 2 \cdot 3,33 = 6,66
```

Binarni brojevni sustav

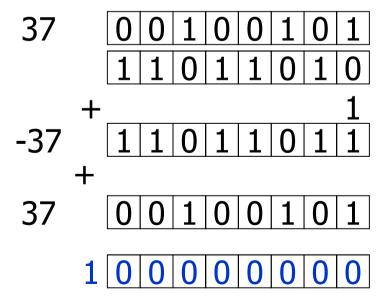
- Koliki se najveći broj može prikazati sa 6 binarnih znamenaka?
 - $111111_2 = 32+16+8+4+2+1 = 63 = 64-1 = 2^6-1$
- Koliki je najveći broj prikazan sa 7 binarnih znamenaka?
 - $11111111_2 = 64+32+16+8+4+2+1 = 127 = 128-1 = 2^7-1$
- Očito, broj znamenaka u prethodnim izrazima treba zaokružiti na viši cijeli broj tj:

$$b = \lceil d : \log 2 \rceil$$

$$b \approx \lceil d \cdot 3,33 \rceil$$

Negativni binarni brojevi

- Budući da se u registar može pohraniti samo 0 ili 1, za pohranu negativnog predznaka je potreban dogovor (konvencija).
- Uobičajeno se negativni brojevi prikazuju tzv. tehnikom dvojnog komplementa, tj. nule pretvaramo u jedinice, jedinice u nule (komplement do baze - 1), a zatim se tom komplementu dodaje 1 (komplement do baze - dvojni komplement).
- Primjer: -37 u registru s 8 bita



Primjer svih sadržaja u registru od 3 bita (ako je prvi bit predznak)

U registru s n=3 bita, ako je prvi bit predznak mogu se prikazati sljedeći brojevi:

Dekadski broj	Binarni broj	
0	000	
1	001	
2	010	
3	011	
-4	100	
-3	101	
-2	110	
-1	111	

```
Za n=3 dobije se interval [-2^2, 2^2 - 1], općenito [-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]
Za n=8 dobije se interval [-2^7, 2^7 - 1], tj. [-128, 127]
```

Zadatak

 Dekadski broj -11 prikazati u obliku binarnog broja, u tehnici dvojnog komplementa

?

Zadatak

- Prethodni zadatak nije ispravno zadan jer nije navedeno pomoću koliko bitova treba prikazati zadani broj
- Ispravno zadani zadatak glasi:
 - Dekadski broj -11 prikazati u obliku binarnog broja, u tehnici dvojnog komplementa, u registru od 5 bitova



Oktalni brojevni sustav

- Baza sustava je B=8 a znamenke su 0,1,2,3,4,5,6,7
 - Koristi se za skraćeno zapisivanje binarnih sadržaja kada je to spretno
 - Zapis se može dobiti iz dekadskog uzastopnim dijeljenjem s 8 i zapisivanjem ostataka s desna na lijevo, ali i izravno iz binarnog zapisa:

$$N = z_5 \cdot 2^5 + z_4 \cdot 2^4 + z_3 \cdot 2^3 + z_2 \cdot 2^2 + z_1 \cdot 2^1 + z_0 \cdot 2^0$$
 grupiramo li tri po tri pribrojnika i izlučimo zajednički faktor:

$$N = (z_5 \cdot 2^2 + z_4 \cdot 2^1 + z_3 \cdot 2^0) \cdot 2^3 + (z_2 \cdot 2^2 + z_1 \cdot 2^1 + z_0 \cdot 2^0) \cdot 2^0$$

$$N = (z_5 \cdot 2^2 + z_4 \cdot 2^1 + z_3 \cdot 2^0) \cdot 8^1 + (z_2 \cdot 2^2 + z_1 \cdot 2^1 + z_0 \cdot 2^0) \cdot 8^0$$

$$\Rightarrow$$

$$o_1 = (z_5 \cdot 2^2 + z_4 \cdot 2^1 + z_3 \cdot 2^0)$$
, $o_0 = (z_2 \cdot 2^2 + z_1 \cdot 2^1 + z_0 \cdot 2^0)$

Primjer:

36-bitni broj 001 110 000 101 111 001 010 011 111 000 100 001_2 oktalni ekvivalent **1 6 0 5 7 1 2 3 7 0 4 1** $_8$

Heksadekadski brojevni sustav

- Baza sustava je B = 16, a znamenke su
 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
 - Koristi se za skraćeno zapisivanje binarnog sadržaja.
 - Zapis se može dobiti iz dekadskog uzastopnim dijeljenjem sa 16 i zapisivanjemo ostataka s desna na lijevo, ali i izravno iz binarnog zapisa
- Primjer:

```
16-bitni broj 0111 1011 0011 1110 _2 heksadekadski ekvivalent 7 B 3 E _{16}
```

Cjelobrojni tip podatka i prefiksi u jeziku C

int - cjelobrojni tip

Prefiksi (ili kvalifikatori) za cjelobrojni tip podatka

short - smanjuje raspon cjelobrojnih vrijednosti koje varijabla

može sadržavati

long - povećava raspon cjelobrojnih vrijednosti koje varijabla

može sadržavati

unsigned - dopušta pridruživanje samo pozitivnih vrijednosti

- dopušta pridruživanje pozitivnih i negativnih vrijednosti

(zato dopušta manji raspon brojeva od *unsigned*)

Formalna deklaracija cjelobrojnog tipa

```
int
            signed
                                short -
            unsigned
                                long.
                                short-
   int main() {
                                long
      signed int i;
       i = 123;
      return 0;
signed short int i; ⇔ signed short i; ⇔ short int i; ⇔ short i;
signed int i; ⇔ int i;
signed long int i; ⇔ signed long i; ⇔ long int i; ⇔ long i;
unsigned short int i; \Leftrightarrow unsigned short i;
unsigned int i;
unsigned long int i; \iff unsigned long i;
```

Cjelobrojni tip podatka i preciznost

- Cjelobrojni tip podatka (integer), s obzirom na preciznost (broj binarnih znamenki), može se deklarirati kao short ili long.
- U programskom jeziku C preciznost short i long tipova nije propisana, ali vrijede sljedeća pravila:
 - short ne može biti precizniji od int
 - int ne može biti precizniji od long
 - odnosno za preciznost se može napisati:

```
short \leq int \leq long
```

 U cjelobrojni tip podatka također pripada: char (kada se koristi kao brojevna, a ne znakovna vrijednost).

Cijeli broj s predznakom i bez predznaka

- Kvalifikator signed (s predznakom) označava da se u varijabli može pohraniti pozitivna i negativna vrijednost.
- Varijabla definirana kao unsigned (bez predznaka) može pohraniti samo pozitivne vrijednosti, što udvostručuje maksimalnu pozitivnu vrijednost koja u njoj može biti pohranjena u odnosu na signed.

Primjer:

Najveći pozitivni broj prikazan u 16-bitnom registru (signed):

```
01111111111111111_2 = 32767_{10}
```

Najveći pozitivni broj prikazan u 16-bitnom registru (unsigned):

Cijeli broj s predznakom i bez predznaka

Primjer:

Broj 5 prikazan u 16-bitnom registru:

000000000000101

 Broj –5 prikazan tehnikom dvojnog komplementa u 16bitnom registru:

1111111111111011

 Isti niz binarnih znamenaka pohranjen u varijablu cjelobrojnog tipa bez predznaka, predstavlja broj 65531

Cijeli broj s predznakom i bez predznaka

Primjer u programskom jeziku C:

 pretpostavka: short int koristi dva okteta int main () { short int i; unsigned short int j; i = -5;Ispis: -5 printf ("%d\n", i); j = i;Ispis: 65531 printf ("%d\n", j); return 0;

Zašto je to važno znati?

Primjer u programskom jeziku C:

• pretpostavka: short int koristi dva okteta

```
int main () {
    short int i;
    i = 31500;
    i = i + 1000;
    printf ("%d\n", i);
    i = i + 1000;
    printf ("%d\n", i);
    return 0;
}
```

Što se i zašto dogodilo?

Korištenje char tipa podatka za pohranu cijelog broja

```
#include <stdio.h>
int main () {
   char i;
                             Pohrana: 11111011
   i = -5;
                             Ispis:
   printf ("%d\n", i);
                                     -5
                             Pohrana: 00001100
   i = 12;
                             Ispis:
   printf ("%d\n", i);
                                     12
   return 0;
```

Upamtite

Kod rješavanja zadataka, ako u zadatku nije drugačije navedeno, podrazumijevat će se:

- za tip podatka char koristi se jedan oktet
- za tip podatka short int koristi se dva okteta
- za tip podatka int koristi se četiri okteta
- za tip podatka long koristi se četiri okteta

Cjelobrojne konstante u jeziku C

Konstante pisane u dekadskoj notaciji:

```
7 20 64 -110 8092 65535 34567821
34567821L -176987941 (pripaziti, 1≠1)
```

- Konstante pisane u oktalnoj notaciji:
 07 024 0100 0156 017634 0177777
- Konstante pisane u heksadekadskoj notaciji 0x7 0x14 0x40 0x6E 0x1F9C 0xFFFF 0xFFFFFFF

Primjer: Zadavanje cjelobrojnih konstanti

```
#include <stdio.h>
/* primjer zadavanja cjelobrojnih konstanti*/
int main ( ) {
   int x, y, rez;
   /* oktalno zadan cijeli broj */
  x = 010:
   /* heksadekadski zadan cijeli broj */
  y = 0xF;
  rez = 10 + y / x;
  printf("Rezultat = %d\n", rez);
   return 0;
```

Cjelobrojne konstante bez predznaka u C-u

Konstante bez predznaka pišu se s **U** ili **u** na kraju

u dekadskoj notaciji:

7U 20u 64u

u oktalnoj notaciji:

07u 024U 0100u

u heksadekadskoj notaciji

0x7u 0x14u 0xFFFFFFFu

Decimalni brojevi u binarnom sustavu

- Decimalni binarni brojevi sadrže "binarnu točku", analogno decimalnom zarezu, odnosno točki u anglo-američkoj notaciji.
- Primjer prikaza decimalnih brojeva u binarnom sustavu:

5.75
$$_{10}$$
 = **5** * 10⁰ + **7** * 10⁻¹ + **5** * 10⁻² =
= **1***2² + **0***2¹ + **1***2⁰ + **1***2⁻¹ + **1***2⁻² =
= **101.11**₂

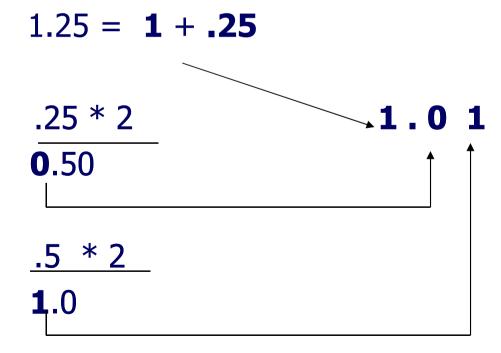
Općenito:

$$R = Z_{n-1} \cdot 2^{n-1} + Z_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + Z_1 \cdot 2^1 + Z_0 \cdot 2^0$$

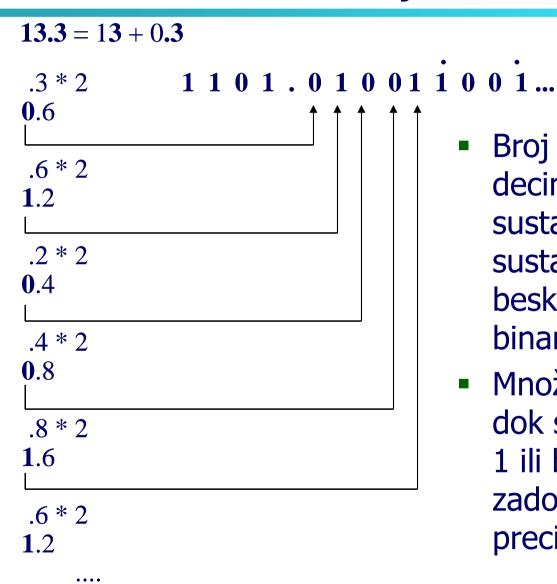
$$+ Z_{n+1} \cdot 2^{-1} + Z_{n+2} \cdot 2^{-2} + \dots$$

Pretvaranje decimalnog broja iz dekadskog u binarni brojevni sustav

 Cjelobrojni dio dekadskog broja pretvara se u binarni uzastopnim dijeljenjem, a decimalni uzastopnim množenjem s 2, gdje cjelobrojni dio dobivenih produkata tvori decimalne znamenke binarnog broja.



Pretvaranje decimalnog broja iz dekadskog u binarni brojevni sustav



- Broj s konačnim brojem decimala u dekadskom sustavu u binarnom sustavu može imati beskonačni periodički niz binarnih znamenaka.
- Množenje se nastavlja sve dok se ne dobije cijeli broj 1 ili bude dosegnuta zadovoljavajuća preciznost.

Množenje binarnog broja s 2ⁿ i 2⁻ⁿ

- Binarni broj se množi s potencijama baze 2 tako da se binarna točka pomakne odgovarajući broj mjesta desno ili lijevo, ovisno o tome je li predznak potencije pozitivan ili negativan.
- Na primjer:

$$111 * 2^2 = 11100$$
 $1.11 * 2^{-2} = 0.0111$

Kako, međutim, u registar pohraniti točku?

Prikaz realnih brojeva u računalu

- Što je realni broj?
 - 7
 2.5
 -17.5
 1000
 871236173.8763723
 - ¹/₃ π e
 - $3.141592653589793238462643383279502884197169 \neq \pi$
- ne postoji način na koji bi se u računalu mogao pohraniti svaki realni broj. Pohranjuju se približne vrijednosti realnih brojeva.

Prikaz realnih brojeva u dekadskom obliku

- Kako inženjeri i znanstvenici prikazuju vrlo velike i vrlo male brojeve?
- Znanstvena notacija: decimalni broj s jednom znamenkom ispred decimalne točke (zareza), pomnožen odgovarajućom potencijom broja 10 (baza brojanja = 10).
- Kolika je prosječna udaljenost Neptuna i Sunca?
 - 4503930000<u>0</u>00 m
 - 4.50393 · 10¹² m

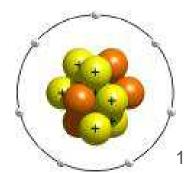
mantisa

eksponent

- Koliko iznosi masa elektrona?

 - 9.10938188 · 10⁻³¹ kg





Prikaz realnih brojeva u binarnom obliku

- Slično, realan broj u binarnom obliku, može se prikazati kao binarni decimalni broj s jednom binarnom znamenkom ispred binarne točke, pomnožen odgovarajućom potencijom broja 2 (baza brojanja = 2). Za broj u takvom obliku kaže se da je **normaliziran**.
- Na primjer: mantisa binarni eksponent $101.11 = 1.0111 \cdot 2^2$ $0.000000000000010011 = 1.0011 \cdot 2^{-14}$
- Normalizacija omogućava prikaz vrlo velikih i vrlo malih brojeva, bez korištenja velikog broja nula.

Pohrana realnih brojeva u računalu

- Realni brojevi u računalu se pohranjuju u normaliziranom obliku.
- Kako normalizirani broj pohraniti u registar?
- IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) standard 754 definira način pohrane realnih brojeva

Realni tip podatka u jeziku C

Primjer definicije varijable:

```
float x;
```

Primjer realnih konstanti:

```
2.f 2.34F -1.34e5f
```

Primjer C programa:

```
int main () {
   float x;
   x = 2.f * 5.0f * 3.14159F;
   printf("Krug radijusa 5 ima opseg %f", x);
   return 0;
}
```

 Pored tipa float, u jeziku C postoje tipovi double i long double.

Realni brojevi jednostruke preciznosti

- Najčešće prikazuje float tip podatka u jeziku C
- Koriste se 4 okteta (32 bita)
- Realni broj se pohranjuje u obliku:

31	30 23	22	0
P	Karakteristika	Mantisa bez skrivenog bita	

- 1 bit za pohranu predznaka
- 8 bitova za pohranu karakteristike
- 23 bita za pohranu mantise bez skrivenog bita

Realni brojevi jednostruke preciznosti

31	30 23	22	0
P	Karakteristika	Mantisa bez skrivenog bita	

- P je oznaka za predznak
 - P = 1: negativan broj
 - P = 0: pozitivan broj
- BE je oznaka za binarni eksponent normaliziranog broja
 - raspon binarnog eksponenta BE ∈ [-126, 127]
- karakteristika K
 - K = BE + 127
 - raspon karakteristike: K ∈ [0, 255]
 - K = 0 i K = 255 se koriste za posebne slučajeve (objašnjeno kasnije)
- mantisa M
 - u registar se ne pohranjuje cijela mantisa M, već mantisa iz koje je uklonjen skriveni bit

Skriveni bit mantise

 Ta jedinica se ne pohranjuje i zato se naziva skrivenim bitom (hidden bit). Na taj se način štedi jedan bit, a time povećava preciznost.
 u registru od 8 bitova,

1.xxxxxxxxx moguće je prikazati broj s ukupno 9 znamenaka

1 ispred točke se podrazumijeva, stoga ga ne treba pohraniti

Primjer: Prikazati broj 5.75 kao realni broj

1. Realni dekadski broj prikazati u obliku realnog binarnog broja

$$5.75_{10} = 101.11_2$$

- 2. Odrediti predznak: broj je pozitivan, stoga je P = 0
- 3. Normalizirati binarni broj $101.11_2 \cdot 2^0 = 1.0111_2 \cdot 2^2$
- 4. Izračunati karakteristiku i izraziti ju u binarnom obliku

$$K = 2_{10} + 127_{10} = 129_{10} = 1000 \ 0001_{2}$$

5. Izbaciti vodeću jedinicu iz mantise (skriveni bit)

M (bez skrivenog bita i binarne točke) =
$$0111_2$$

- 6. Prepisati predznak, karakteristiku i mantisu bez skrivenog bita u registar
 - 0 1000001 011100000000000000000
 - P Karakteristika Mantisa bez skrivenog bita

- 4
- 0
- В
- 8
- 0
- 0
- 0
-) ₁₆

Primjeri pohrane realnih brojeva

- **2** = $10_2 * 2^0 = 1_2 * 2^1 = 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ \dots\ 0000\ 0000 = 4000\ 0000\ _{16}$ P = 0, K = 1 + 127 = 128 (10000000), M = (1.) 000 0000 ... 0000 0000
- **-2** = -10_2 * 2^0 = -1_2 * 2^1 = 1100 0000 0000 0000 ... 0000 0000 = C000 0000 $_{16}$ Jednako kao 2, ali P = 1
- **4** = $100_2 * 2^0 = 1_2 * 2^2 = 0100 0000 1000 0000 ... 0000 0000 = 4080 0000 <math>_{16}$ Jednaka mantisa, BE = 2, K = 2 + 127 = 129 (10000001)
- **6** = $110_2 * 2^0 = 1.1_2 * 2^2 = 0100\ 0000\ 1100\ 0000\ \dots\ 0000\ 0000 = 4000\ 0000\ _{16}$
- $\mathbf{1} = 1_2 * 2^0 = 0011 \ 1111 \ 1000 \ 0000 \ \dots \ 0000 \ 0000 = 3F80 \ 0000 \ _{16}$ $K = 0 + 127 \ (01111111).$
- $.75 = 0.11_2 * 20 = 1.1_2 * 2^{-1} = 0011 1111 0100 0000...0000 0000 = 3F40 0000 <math>_{16}$

Kalkulator za vježbanje

☐ Internet stranica na kojoj se nalazi dobar kalkulator za uvježbavanje zadataka s prikazivanjem realnih brojeva

http://babbage.cs.qc.edu/courses/cs341/IEEE-754.html

Posebni slučajevi: prikaz broja 0

- Kada bi vodeća znamenka normaliziranog broja <u>uvijek</u> bila
 1, ne bi bilo moguće prikazati broj 0
- Koristi se sljedeći dogovor: kada je K=0 i svi bitovi mantise postavljeni na 0, radi se o prikazu realnog broja 0
- Međutim, pri usporedbi tih dviju vrijednosti, smatra se da su jednake.

Posebni slučajevi: denormalizirani broj

■ Kada je K=0 i postoje bitovi mantise koji nisu 0, radi se o "denormaliziranom broju". Ne podrazumijeva se skriveni bit, te se smatra da je vodeći bit mantise 0. Vrijednost eksponenta je fiksirana na -126 (ne koristi se izraz K=binarni eksponent+127).

0000 0000 0110 0000 0000 0000 0000 0000

 \rightarrow 0.11 · 2⁻¹²⁶

0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1101

 \rightarrow 0.000 0000 0000 0000 0000 1101 · 2⁻¹²⁶

Posebni slučajevi: prikaz +∞ i −∞

- Kada je K=255 i svi bitovi mantise su postavljeni na 0, radi se o prikazu +∞ ili -∞.
- Takvi brojevi se dobiju npr. prilikom dijeljenja s nulom:

Posebni slučajevi: prikaz NaN

Ako je K=255 i postoje bitovi mantise koji nisu 0, radi se o NaN (*not a number*), tj. ne radi se o prikazu broja. NaN je posljedica obavljanja operacije čiji je rezultat nedefiniran ili se prilikom obavljanja operacije dogodila pogreška, npr.

```
float x, y, z;
x = 0.f;
y = 0.f;
z = x / y;
```

 $0111\ 1111\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\
ightarrow NaN$

Raspon realnih brojeva (za format IEEE 754 - jednostruka preciznost)

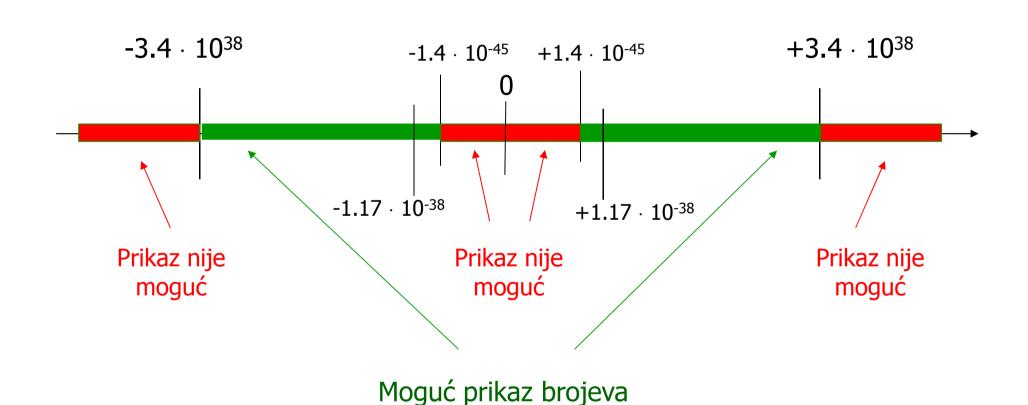
Najmanji pozitivni broj koji se može prikazati je:

$$0.0000000000000000000001_2 \cdot 2^{-126}$$

 $\approx 1.4 \cdot 10^{-45}$

Najveći pozitivni broj koji se može prikazati je:

Raspon realnih brojeva (za format IEEE 754 - jednostruka preciznost)



Prikaz cijelih brojeva u računalu (podsjetnik)

- U registru računala s konačnim brojem bitova moguće je prikazati konačan broj različitih brojeva
- Koliko je različitih cijelih brojeva moguće prikazati u registru od n bitova ?
 - 2ⁿ različitih cijelih brojeva
- Skup cijelih brojeva Z je beskonačan nije moguće prikazati sve brojeve iz skupa, ali
 - za prikaz **svih cijelih** brojeva iz intervala [0, 2ⁿ-1] ili iz intervala [-2ⁿ⁻¹, 2ⁿ⁻¹-1] dovoljan je registar od n bitova

Prikaz realnih brojeva u računalu

- Koliko bitova bi trebao imati registar u kojem bi se mogli točno prikazati svi realni brojevi iz intervala [-1.0, 1.0] ?
 - beskonačno mnogo, jer $|[-1.0, 1.0]| \equiv |\mathbf{R}|$
- Samo konačan podskup realnih brojeva iz nekog intervala [-a, a] moguće je **točno** (bez pogreške) prikazati u registru. Ostali realni brojevi iz tog intervala mogu se pohraniti samo kao njihove približne vrijednosti

Prikaz realnih brojeva u računalu

- Zašto se svi realni brojevi iz nekog intervala [-a, a] ne mogu u registru prikazati bez pogreške?
 - realni broj može biti transcendentan broj dekadskih znamenaka je beskonačan, stoga je i broj binarnih znamenaka beskonačan, npr.
 - π, ln 2
 - realni broj s konačnim brojem dekadskih znamenaka može imati mantisu s beskonačnim periodičkim nizom binarnih znamenaka, npr.
 - realni broj može imati konačan, ali "prevelik" broj binarnih znamenaka mantise, npr.
 - - previše znamenaka mantise da bi se mogao bez pogreške prikazati u IEEE 754 formatu jednostruke preciznosti
 - ovaj broj se može bez pogreške prikazati u IEEE 754 formatu dvostruke preciznosti (objašnjeno kasnije)

Koliko se različitih realnih brojeva može prikazati (za format IEEE 754 - jednostruka preciznost)

- za svaki K∈ [0, 254]
 - moguće su 2²³ različite mantise
 - moguća su dva predznaka
 - ukupno 255 $*2^{23}$ * 2 = 4,278,190,080 različitih realnih brojeva
- uz K=255, moguće je prikazati +∞, -∞ i NaN
- bez pogreške je moguće prikazati približno 4.3·10⁹ različitih realnih brojeva iz intervala [-3.4·10³⁸, -1.4·10⁻⁴⁵] ∪ [1.4·10⁻⁴⁵, 3.4·10³⁸]
- za ostale realne brojeve (njih beskonačno mnogo) iz navedenih intervala moguće je prikazati samo približne vrijednosti (uz veću ili manju pogrešku)
- realni brojevi izvan navedenih intervala se uopće ne mogu prikazati

Preciznost realnih brojeva

- Preciznost je svojstvo koje ovisi o količini informacije korištene za prikaz broja. Veća preciznost znači:
 - moguće je prikazati više različitih brojeva
 - brojevi su na brojevnom pravcu međusobno "bliži" (veća rezolucija)
 - veličina pogreške pri prikazu broja je manja

Pogreške pri prikazu realnih brojeva

- x realni broj kojeg treba pohraniti u registar
- x* približna vrijednost broja x koja je zaista pohranjena u registar
- Apsolutna pogreška α

$$\alpha = x^* - x$$

Relativna pogreška ρ

$$\rho = \alpha / x$$

Primjer: ako je u registru umjesto potrebne vrijednosti

$$x = 1.57$$
 pohranjena vrijednost $x^* = 1.625$

$$\alpha$$
 = 1.625 - 1.57 = 0.055

$$\rho = 0.055 / 1.57 = 0.035$$

Pogreške pri prikazu realnih brojeva

 Najveća moguća relativna pogreška ovisi o broju bitova mantise. Za IEEE 754 jednostruke preciznosti:

$$|\rho| \le 2^{-24} \approx 6 \cdot 10^{-8}$$

 Najveća moguća apsolutna pogreška ovisi o broju bitova mantise i konkretnom broju x koji se prikazuje. Za IEEE 754 jednostruke preciznosti:

$$|\alpha| \leq 2^{-24} \cdot |\mathbf{x}| \approx 6 \cdot 10^{-8} \cdot |\mathbf{x}|$$

Primjer: pogreške pri prikazu realnih brojeva (za format IEEE 754 - jednostruka preciznost)

Najveća apsolutna pogreška koja se uz jednostruku preciznost može očekivati pri pohrani realnog broja 332.3452:

```
|\alpha| \le 6 \cdot 10^{-8} \cdot 332.3452 \approx 2 \cdot 10^{-5}
```

```
float f1;
f1 = 332.3452f;
```

očekuje se da će biti pohranjen broj 332.3452 ± 2 · 10⁻⁵

```
printf("%19.15f", f1); \rightarrow 332.345214843750000
```

Zaista, apsolutna pogreška je 1.484375 · 10⁻⁵, što je po apsolutnoj vrijednosti manje od 2 · 10⁻⁵.

Primjer: pogreške pri prikazu realnih brojeva (za format IEEE 754 - jednostruka preciznost)

Najveća apsolutna pogreška koja se uz jednostruku preciznost može očekivati pri pohrani realnog broja 0.7:

$$|\alpha| \le 6 \cdot 10^{-8} \cdot 0.7 \approx 4.2 \cdot 10^{-8}$$

```
float f2;
f2 = 0.7f;
```

očekuje se da će biti pohranjen broj 0.7 ± 4.2 · 10-8

```
printf("%17.15f", f2); \rightarrow 0.699999988079071
```

Zaista, apsolutna pogreška je -1.1920929 · 10⁻⁸, što je po apsolutnoj vrijednosti manje od 4.2 · 10⁻⁸.

Numeričke pogreške

 Neki dekadski brojevi se ne mogu prikazati pomoću konačnog broja binarnih znamenaka. Primjer:

```
float f = 0.3f;
printf("%18.16f ", f); → 0.300000119209290
```

 Za prikaz nekih realnih brojeva potrebno je "previše" binarnih znamenaka. Primjer:

Numeričke pogreške

- Računanje s brojevima bitno različitog reda veličine može dovesti do numeričke pogreške
- Primjer (uz jednostruku preciznost):

Kod zbrajanja, binarne točke moraju biti poravnate:

```
1.1110100001001000000000000000 * 2^{19}
```

```
= 1.11101000010010000000000 * 2^{19} = 1000000.0<sub>10</sub>
```

Numeričke pogreške

Računanje s brojevima bitno različitog reda veličine

- primjer u programskom jeziku C:

```
float f = 6000000.0f;
float malif = 0.25f;
f = f + malif;
printf("%f ", f);
```

očekuje se ispis600001.000000

međutim, ispisat će se:600000,00000

Realni brojevi <u>dvostruke</u> preciznosti

- Najčešće prikazuje double tip podatka u jeziku C
- Koristi se 8 okteta (64 bita)
- Realni broj se pohranjuje u obliku

63 62 52 51

Р	Karakteristika	Mantisa

- P je predznak (P = 1: negativan broj; P = 0: pozitivan broj)
- K = BE + 1023 (11 bita)
 Raspon karakteristike: K ∈ [0,2047].
 Raspon binarnog eksponenta BE ∈ [-1022,1023]
- Mantisa (52+1 bit).

Realni brojevi <u>dvostruke</u> preciznosti

Posebni slučajevi

- Kada je K = 0 i svi bitovi mantise su nula, radi se o broju nula
- Kada je K = 0 i postoje bitovi mantise koji nisu 0, tada se radi o denormaliziranom broju
- Kada je K = 2047 i svi bitovi mantise su 0, radi se o +∞ ili -∞
- Kada je K = 2047 i postoje bitovi mantise koji nisu 0, tada se radi o prikazu broja (NaN)

Raspon realnih brojeva (za format IEEE 754 - dvostruka preciznost)

Najmanji pozitivni broj koji se može prikazati je:

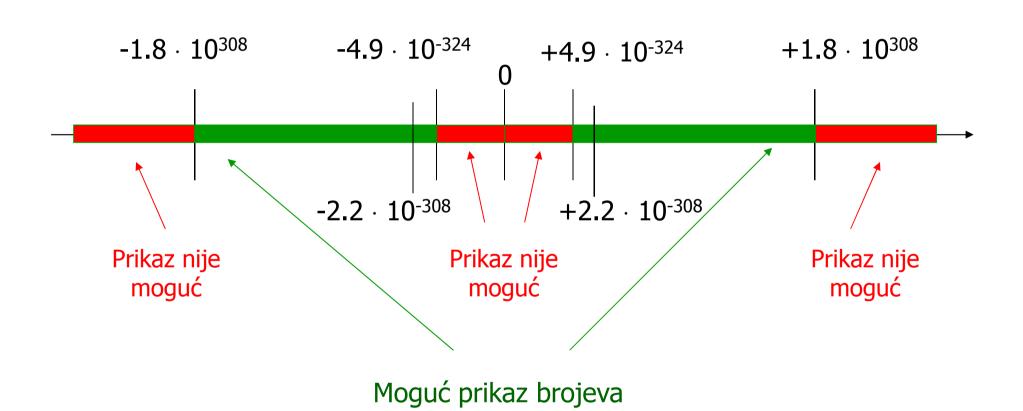
$$0.00...001_2 \cdot 2^{-1022}$$
 $\approx 4.9 * 10^{-324}$

Najveći pozitivni broj koji se može prikazati je:

$$1.11...11_2 \cdot 2^{1023} \approx 2^{1024}$$

 $\approx 1.8 *10^{308}$

Raspon realnih brojeva (za format IEEE 754 - dvostruka preciznost)



Pogreške pri prikazu realnih brojeva (za format IEEE 754 - dvostruka preciznost)

 Najveća moguća relativna pogreška ovisi o broju bitova mantise. Za IEEE 754 dvostruke preciznosti:

$$|\rho| \leq 2^{-53} \approx 1.1 \cdot 10^{-16}$$

 Najveća moguća apsolutna pogreška ovisi o broju bitova mantise i konkretnom broju x koji se prikazuje. Za IEEE 754 dvostruke preciznosti:

$$|\alpha| \leq 2^{-53} \cdot |\mathbf{x}| \approx 1.1 \cdot 10^{-16} \cdot |\mathbf{x}|$$

Primjer: pogreške pri prikazu realnih brojeva (za format IEEE 754 - dvostruka preciznost)

Najveća apsolutna pogreška koja se uz dvostruku preciznost može očekivati pri pohrani realnog broja 0.7:

```
|\alpha| \le 1.1 \cdot 10^{-16} \cdot 0.7 \approx 7.7 \cdot 10^{-17} double f4; f4 = 0.7;
```

očekuje se da će biti pohranjen broj $0.7 \pm 7.7 \cdot 10^{-17}$

```
printf("%19.17f", f4); \rightarrow 0.699999999999996
```

Zaista, apsolutna pogreška je $-4.0 \cdot 10^{-17}$, što je po apsolutnoj vrijednosti manje od $7.7 \cdot 10^{-17}$.

Realni tip podatka u jeziku C

Primjer definicije varijabli u programskom jeziku C:

```
float x;
double y;
long double z;

float _____ double ____
```

Programski jezik C ne propisuje preciznost tipova float, double i long double, ali vrijedi da float ne može biti precizniji od double, te double ne može biti precizniji od long double:

float ≤ double ≤ long double

Tip long double

- Prostor za pohranu ovisi o platformi, pa se tako mogu naći implementacije u kojima je njegova veličina 64, 80, 96 ili 128 bita.
- ANSI standard ne propisuje preciznost, ali zahtijeva da nije manje precizan od double tipa.
- Primjer raspodjele ako je njegova veličina 80 bita:

Karakteristika: 15 bita

Binarni eksponent: Karakteristika – 16383

Realne konstante

Primjer realnih konstanti za različite tipove realnih brojeva:

2.f	2.34F	-1.34e	5f	float	
1.	2.34	9e-8	8.345e+25	double	
1.L	2.34L	-2.5e-3	37L	long dou	ıble

Formatske specifikacije za scanf i printf

```
#include <stdio.h>
int main () {
   float x;
   double y;
   scanf ("%f %lf", &x, &y);
   printf ("%f %f\n", x, y);
   return 0;
}
```

Upamtite

Kod rješavanja zadataka, ako u zadatku nije drugačije navedeno, podrazumijevat će se:

- za tip podatka float koristi se četiri okteta
- za tip podatka double koristi se osam okteta

Veličina osnovnih tipova podataka

 Veličina osnovnih tipova podataka, odnosno količina memorije koju zauzima jedna varijabla osnovnog tipa ovisi o konkretnoj implementaciji prevodioca.

Tip	Veličina
char, unsigned char, signed char	1 oktet
short, unsigned short	2 okteta
int, unsigned int	4 okteta
long, unsigned long	4 okteta
float	4 okteta
double	8 okteta
long double	8 (10, 12, 16) okteta

Osobitosti C prevodilaca

- Veličina prostora za pohranu podatka određenog tipa nije propisana standardom. Stoga je programeru na raspolaganju operator sizeof, koji za zadani operand izračunava veličinu prostora za pohranu izraženu u oktetima.
- Operand može biti naziv tipa podatka ili naziv varijable

Primjer:

```
int var;
printf("%d", sizeof(char)); /* ispisuje 1 */
printf("%d", sizeof(var)); /* ispisuje 4 */
```

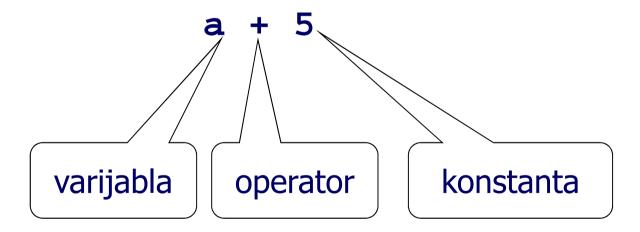
Rasponi različitih tipova cijelih brojeva

Deklaracija	Broj bita	Interval brojeva
int	32	[-2147483648, 2147483647]
signed int	32	[-2147483648, 2147483647]
short	16	[-32768, 32767]
short int	16	[-32768, 32767]
signed short int	16	[-32768, 32767]
unsigned int	32	[0U, 4294967295U]
unsigned short int	16	[0U, 65535U]
long	32	[-2147483648, 2147483647]
long int	32	[-2147483648, 2147483647]
signed long int	32	[-2147483648, 2147483647]
unsigned long int	32	[0U, 4294967295U]

Operatori i izrazi

Izrazi

- Izraz jest kombinacija operatora, operanada (konstante, varijable, ...) i zagrada, koja po evaluaciji daje rezultat. Može biti dio većeg izraza.
- Primjer:



• Primjer: (b + c) / ((d + e) * 4)

Pridruživanje vrijednosti varijablama

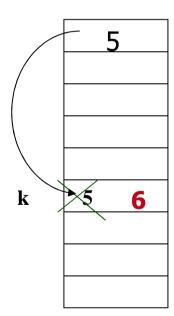
- Pridruživanje vrijednosti: varijabla = izraz;
 - simbol u pseudokodu :=
 - u C-u =
- Na primjer:
 - k := 5

 \Rightarrow k = 5;

aritmetička naredba

Što znači naredba ?

$$k = k + 1;$$



aritmetički izraz

Primjer pridruživanja: Zadano je X=14.5 i Y= -9.9 . U programu treba ispisati vrijednosti X i Y, a zatim u X staviti vrijednost od Y, a u Y staviti vrijednost od X. Ispisati ponovno X i Y.

```
int main () {
                                      X
   float x, y, p;
                                     777
                                          ???
                                               ???
  x = 14.5f;
                                    14.5 ???
                                               ???
  y = -9.9f;
                                    14.5 -9.9
                                               ???
  printf ("x=%f, y=%f\n", x, y);
   /* zamijeniti vrijednosti x i y */
                                    14.5 -9.9 14.5
  p=x;
                                    -9.9 -9.9 14.5
  x=y;
                                    -9.9 14.5 14.5
  y=p;
  printf ("Nakon zamjene: x=%f, y=%f\n", x, y);
   return 0;
            x=14.500000, y=-9.900000
            Nakon zamjene: x=-9.900000, y=14.500000
```

Osnovni aritmetički operatori

Operator Značenje

+ zbrajanje

oduzimanje

* množenje

/ dijeljenje

% ostatak kod cjelobrojnog dijeljenja (modulo, modulus)

Djelovanje aritmetičkih operatora na cjelobrojne operande

```
int a, b;
a = 10; b = 3;
```

<u>Izraz</u>	<u>Rezultat</u>	
a + b	13	
a - b	7	
a * b	30	
a / b	3	
a % b	1	

Djelovanje aritmetičkih operatora na realne operande

```
float a, b;
a = 12.5f; b = 2.f;
```

<u>Izraz</u>	<u>Rezultat</u>
a + b	14.5
a - b	10.5
a * b	25.0
a / b	6.25
a % b	pogreška
a može li:	12, % 5

Aritmetika s različitim tipovima operanada

```
int i;
float f;
i = 2;
f = 2.99f;

Što je rezultat operacije i + f
4 ili 4.99
```

Kada su operandi različitog tipa, prije obavljanja operacije obavlja se implicitna (automatska) pretvorba tipa rezultata u "veći (važniji)" od tipova operanada koji sudjeluju u operaciji.

U prikazanom primjeru, prije nego se obavi operacija zbrajanja, vrijednost koja se nalazi u varijabli i pretvara se u 2.0 (pri tome sadržaj varijable i ostaje nepromijenjen).

Implicitna (automatska) pretvorba tipova podataka

Pretvorba tipova podataka u izrazima obavlja se prema jednom od sljedećih 5 pravila. Treba iskoristiti prvo po redu pravilo koje se može primijeniti na konkretan slučaj!

- Ako je jedan od operanada tipa long double, preostali operand se pretvara u tip long double
- 2. Ako je jedan od operanada tipa **double**, preostali operand se pretvara u tip **double**
- 3. Ako je jedan od operanada tipa **float**, preostali operand se pretvara u tip **float**
- 4. Ako je jedan od operanada tipa **long**, preostali operand se pretvara u tip **long**
- 5. Operande tipa **short** i **char** pretvoriti u tip **int**

Kada se u izrazima pojavljuju *unsigned* tipovi, pravila pretvorbe su složenija i ovise o implementaciji. Zato se ovdje neće razmatrati.

Primjeri: implicitna pretvorba tipova podataka

```
char c; int i; float f; long double ld;
short s; long li; double d;
```

Operacija	Pretvorba tipa prije obavljanja operacije	Prema pravilu
ld * i	sadržaj od $i \rightarrow$ long double	1.
c % i	sadržaj od c → int	5.
s / f	sadržaj od s → float	3.
f - 1d	sadržaj od $\mathbf{f} \rightarrow$ long double	1.
li % i	sadržaj od i → long	4.
i * f	sadržaj od i → float	3.
d + c	sadržaj od c → double	2.
s - c	sadržaj od $s \rightarrow int$ sadržaj od $c \rightarrow int$	5.

Primjeri: implicitna pretvorba tipova podataka

<u>Izraz</u>	Rezultat	tip rezultata
f1 + f2	32001.5	float
f1 + i2	32001.5	float
i1 + i2	-2147483648	int
i1 + f2	2147483648.0	float
c1 + c2	128	int

Pretvorba tipova kod pridruživanja

- Vrijednost s desne strane pretvara se u tip podatka varijable ili izraza s lijeve strane znaka za pridruživanje
- Primjer:

```
int i;
float f;
i = 2.75;    /* 2.75 se pretvara u int */
f = 2147483638;
```

- Potrebno je obratiti pozornost da se pri promjeni tipa podatka može "izgubiti" manji ili veći dio informacije. U gornjem primjeru:
 - "izgubljene" su decimale 0.75 kod prvog pridruživanja, tj. ispisom vrijednosti varijable i dobilo bi se 2
 - f sadrži vrijednost za 10 veću od one koja je pridružena, tj. ispisom vrijednosti varijable £ dobilo bi se 2147483648.

Što kada varijabli pridružimo "prevelik" broj

```
char c1, c2, c3;
unsigned char c4;
float f1, f2;
c1 = 80; c2 = 150; c3 = 300; c4 = 150;
f1 = 332.345282347f; ← "previše binarnih znamenaka"
printf("%d\n", c1); \rightarrow 80
printf("%d\n", c2); \rightarrow -106
printf("%d\n", c3); \rightarrow 44
printf("%d\n", c4); \rightarrow 150
printf("%20.15f\n", f1); \rightarrow 332.345275878906250
printf("%f\n", f2); \rightarrow 1.#INF00
```

Eksplicitna (zadana) pretvorba tipa podataka

Opći oblik zadane (eksplicitne) pretvorbe (eng. cast operator) glasi:

```
(tip_podatka) operand
```

- Operand može biti varijabla, konstanta ili izraz.
- Zadana pretvorba podataka ima viši prioritet od automatske.

Primjer:

```
int i = 2000000000;

double d1, d2;

d1 = 2 * i; \rightarrow -294967296.000000

d2 = 2 * (double)i; \rightarrow 4000000000.000000
```

Cjelobrojno dijeljenje

 Potrebno je obratiti pozornost na "neželjene" rezultate kod cjelobrojnog dijeljenja. Ako se na primjer u realnu varijablu a želi pridružiti vrijednost ½, sljedeća naredba pridruživanja neće varijabli a pridružiti vrijednost 0.5:

$$a = 1 / 2;$$

- U izrazu s desne strane jednakosti oba su operanda cjelobrojnog tipa, pa će se obaviti cjelobrojno dijeljenje. Rezultat tog izraza je 0 (uz ostatak 1).
- Za izbjegavanje cjelobrojnog dijeljenja potrebno je koristiti zadanu pretvorbu tipa (dovoljno samo na jednom operandu) ili zadati konstante tako da je barem jedna realna:

```
a = (float) 1 / 2; ili
a = 1. / 2; ili
a = 1 / 2.;
```

Napomena: U prvom slučaju korištena je zadana pretvorba tipa operanda (mogla se uporabiti i nad drugim operandom).

U drugom i trećem slučaju, dodavanjem točke, konstanta je postala realna te se dijeljenje obavlja u realnoj domeni.

Cjelobrojno dijeljenje

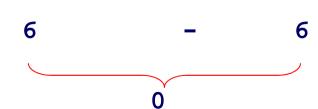
Primjer: Koliko iznosi:

a) 9 / 4 Rješenje: 2 (cjelobrojno dijeljenje)

b) 9 % 4 Rješenje: 1 (ostatak cjelobrojnog dijeljenja 9 : 4 = 2 i ostatak 1)

Prioritet osnovnih aritmetičkih operatora

Ako u izrazu ima više operatora jednakog prioriteta, izračunavaju se slijeva nadesno. Na primjer:



Korištenje okruglih zagrada

Kada treba koristiti okrugle zagrade?

- a) ako se želi promijeniti ugrađeni redoslijed izvođenja operacija
- b) u slučaju vlastite nesigurnosti
- c) radi bolje čitljivosti programa

$$2 + 3 / (2 * 4) - 5 * (6 % 8) \Rightarrow -28$$

Primjeri

Koliki je rezultat sljedećeg izraza:

```
5 + 10 / 3 * ( 8 - 6 )
5 + 10 / 3 * 2
5 + 3 * 2
5 + 6
11
```

Primjeri

Koju će vrijednost poprimiti varijable i, x, c

```
int i;
double x, c, d;
nakon naredbi:
d = 6.0;
i = (int)(d + 1.73);
x = i / 2;
c = (double)i / 2;
```

Rješenje:

$$i = 7$$
, $x = 3.0$, $c = 3.5$

Primjeri

Koje su vrijednosti i tipovi izraza nakon evaluacije:

```
3 / 2 * 2
1.
  3 / 2 * 2.
2.
  3 / 2. * 2
3.
  3 / (float)2 * 2
5.
  (double)3 / 2
6.
     (double)(3 / 2)
      2+0.5 * 4
7.
     (2 + 0.5) * 4
8.
9.
      (int)(0.5 + 2) * 4
10.
      (int)1.6 + (int)1.6
11.
      (int)(1.6 + 1.6)
```

Primjer: Učitati vrijednosti za cjelobrojne varijable i, j i k te ispisati njihove vrijednosti i aritmetičku sredinu.

```
#include <stdio.h>
int main () {
  int i, j, k;
  float sredin;
  scanf ("%d %d %d", &i, &j, &k);
  sredin = (i + j + k) / 3.f;
 printf ("Aritm. sredina je %f", sredin);
  return 0;
```

Rezultat izvođenja programa

Ulazni podaci:

1 2 4

Ispis na zaslonu:

Aritm. sredina je 2.333333