

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum



Úloha č. A21

Název úlohy: Studium rentgenových spekter

Jméno: Michal Grňo

Obor: FOF

Datum měření: 11. 11. 2019

Datum odevzdání: 17. 11. 2019

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0-3	
Teoretická část	0-2	
Výsledky a zpracování měření	0-9	
Diskuse výsledků	0-4	
Závěr	0-1	
Použitá literatura	0-1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:

dne:

1 Pracovní úkoly

1. S využitím krystalu LiF jako analyzátoru proveďte měření následujících rentgenových spekter:

(a) Rentgenka s Cu anodou.

- i. proměřte krátkovlnné oblasti spekter brzdného záření při napětích 15 kV/1 mA, 25 kV/0,8 mA, 30 kV/0,8 mA, 33 kV/0,8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu pro 15 kV v rozmezí ($10^\circ - 15^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 8 s a pro ostatní napětí interval Braggova úhlu ($3^\circ - 10^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 5 s;
- ii. proměřte charakteristická spektra rentgenky při napětích 15 kV/1 mA a 33 kV/0,8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($15^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- iii. proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- iv. proměřte tvar spektra s Ni absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Ni absorbérem tloušťky 0.01 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

(b) Rentgenka s Fe anodou

- i. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- ii. proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření používejte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

(c) Rentgenka s Mo anodou.

- i. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 35^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

(d) Rentgenka s Cu anodou:

- i. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA v intervalu Braggova úhlu ($42^\circ - 51^\circ$). K měření používejte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

2. Interpretujte naměřené výsledky (pro mezirovinnou vzdálenost krystalu LiF používejte hodnotu $d = 201,4$ pm):

(a) Krátkovlnná mez brzdného záření

- i. Ze změřených mezních vlnových délek (respektive frekvencí) určete hodnotu Planckovy konstanty a oceňte přesnost měření

(b) Moseleyův zákon

- i. Přesvědčte se, že naměřené úhlové frekvence spektrálních čar K_α a K_β pro různé prvky splňují Moseleyův zákon. Ze směrnice příslušné závislosti určete hodnotu Rydbergovy úhlové frekvence a využitím této hodnoty určete též průměrnou hodnotu stínící konstanty.
- ii. Přesvědčte se, že i naměřené polohy absorpčních hran Zr a Ni splňují Moseleyův zákon.
- iii. Všimněte si, že absorpční hrana Ni koinciduje se spektrální čarou K_β mědi; této skutečnosti se využívá v rentgenové difraktografii pro monochromatizaci charakteristického spektra mědi. Z provedeného měření určete filtrační efekt niklu pro čaru K_β .

(c) Úhlová disperze

- i. Ze změřených spekter molybdenu určete velikost úhlové disperze pro různé řády difrakce.

2 Teoretická část

Rentgenka je zařízení, které vyzařuje rentgenové záření, pokud mu dodáváme dostatečné napětí. Je tvořena vakuovou baňkou, uvnitř které se nachází žhavená katoda, z níž vylétávají elektrony, a anoda, na kterou dopadají a při dopadu vyzařují elektromagnetické záření v rentgenové oblasti. Vznikající záření má dvě složky odpovídající dvěma různým způsobům, kterými vzniká. Jednak spojitě brzděné záření, které vzniká když elektron prudce brzdí v elektromagnetickém poli anody. Toto záření není závislé na materiálu anody a nejvíce energetický foton, který dokáže při daném napětí vyprodukovat, má vlnovou délku λ_m , pro kterou platí

$$eU = \frac{hc}{\lambda_m}. \quad (1)$$

My budeme provádět spektroskopii pomocí difrakce na mřížce LiF, vztah mezi měřeným úhlem a odpovídající vlnovou délkou udává tzv. Braggova rovnice:

$$2d \sin \varphi = n\lambda, \quad (2)$$

kde $d = 201.4 \text{ pm}$ je mřížková konstanta LiF a n je celé číslo udávající řád difrakčního maxima. Víme, že naměřený úhel v našem zařízení je zatížený aditivní chybou, z měření tedy budeme mít úhly ϑ , pro které platí $\varphi = \vartheta + \vartheta_0$.

Budeme chtít pro ověření z naměřených dat vypočítat Planckovu konstantu, vyjádříme si ji z rovnic (1) a (2), pro mezní úhel φ_m potom bude platit:

$$h = \frac{2eUd \sin \varphi_m}{c n}, \quad \Delta h = \frac{2eUd \cos \varphi_m}{c n} \Delta \varphi \quad (3)$$

Druhý typ záření, který rentgenka produkuje, je tzv. charakteristické záření, které vzniká při excitaci a následné deexcitaci atomu anody. Toto záření je závislé na materiálu anody, úhlová frekvence fotonu odpovídající přechodu z m -tého excitovaného stavu do n -tého stavu je podle Rydbergova vztahu

$$\omega = R_\omega (Z - s)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (4)$$

kde Z je atomové číslo prvku anody, s je stínící konstanta a pro R_ω platí

$$R_\omega = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^3} \approx 2.0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1} \quad (5)$$

Nás budou zajímat především spektrální čáry K_α a K_β , které odpovídají pádu z $m = 2$, resp. $m = 3$ do základního stavu $n = 1$. Dosazením m, n dostaneme tzv. Moseleyův zákon, který určuje vztah ω a Z :

$$\sqrt{\omega(K_\alpha)} = \frac{\sqrt{3R_\omega}}{2} (Z - s), \quad (6)$$

$$\sqrt{\omega(K_\beta)} = \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} (Z - s). \quad (7)$$

Převědeme-li vlnovou délku v rovnici (2) na úhlovou frekvenci a dosadíme-li do předchozích rovnic, dostaneme lineární vztah:

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \varphi(K_\alpha)}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3R_\omega d}{\pi c}} (Z - s), \quad (8)$$

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \varphi(K_\beta)}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8R_\omega d}{\pi c}} (Z - s). \quad (9)$$

To jsou lineární vztahy tvaru $y = A(x - B)$, ze kterých můžeme lineární regresí zjistit stínící konstantu $s = B$ a Rydbergovu konstantu $R_\omega = \frac{4\pi c}{3d} A^2$, resp. $\frac{9\pi c}{8d} A^2$.

3 Výsledky měření

Nejprve jsme měřili brzdné záření na rentgence s měděnou anodou. Extrapolací z grafů jsme určili mezní úhly:

U [kV]	ϑ [°]
9	19.53 ± 0.04
12	14.28 ± 0.04
20	8.276 ± 0.024
25	6.470 ± 0.019
30	5.484 ± 0.05
33	4.852 ± 0.02

Tabulka 1: Mezní úhly ϑ

Autor připomíná, že ϑ značíme úhel ještě před korekcí na systematickou chybu. Úhel po korekci značíme $\varphi = \vartheta + \vartheta_0$.

Hodnoty Planckovy konstanty vypočtené podle (3), jejich průměr¹ a porovnání se skutečnou hodnotou je v grafu č. 2. Vidíme, že se skutečná hodnota signifikantně liší od té naměřené – to protože jsme zatím předpokládali, že systematická chyba $\vartheta_0 = 0$. Numericky nyní vyřešíme, pro jakou hodnotu ϑ_0 se budou skutečná hodnota h a vážený průměr rovnat. Získáme tím

$$\vartheta_0 = 0.55^\circ. \quad (10)$$

Následně jsme měřili charakteristická spektra pro různé materiály anod. Pozorovali jsme maxima n -tého řádu na těchto úhlech:

prvek	n	U [kV]	$\theta(K_\alpha)$ [°]	$\theta(K_\beta)$ [°]
^{29}Cu	1	12	19.8	22.1
^{29}Cu	1	20	19.9	22.1
^{29}Cu	1	25	19.8	22.1
^{29}Cu	1	30	19.8	22.1
^{29}Cu	1	33	19.8	22.1
^{29}Cu	2	33	43.3	49.5
^{26}Fe	1	33	25.7	28.5
^{26}Fe	1	33	25.7	28.6
^{40}Zr	1	33	—	11.1
^{42}Mo	1	33	8.6	9.8
^{42}Mo	2	33	17.9	20.3
^{42}Mo	3	33	—	31.5
^{42}Mo	3	33	27.6	31.5

Tabulka 2: Úhly ϑ maxim charakteristického záření

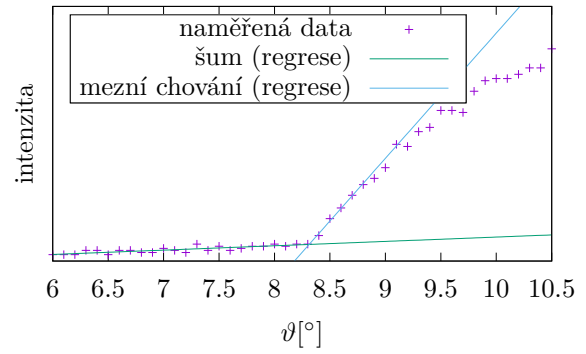
Použitím hodnot z tabulky 2 a vypočtené systematické chyby z (10) jsme sestavili graf 4. Podle Moseleyova zákona má být vztah mezi Z a $\sqrt{n/\sin \varphi}$ lineární.

Proložení z grafu jsme získali parametry fitu $A(K_\alpha) = 0.0631$, $B(K_\alpha) = 2.1268$, $A(K_\beta) = 0.0581$, $B(K_\beta) = 1.2970$. Z toho jsme vypočetli hodnoty Rydbergových konstant:

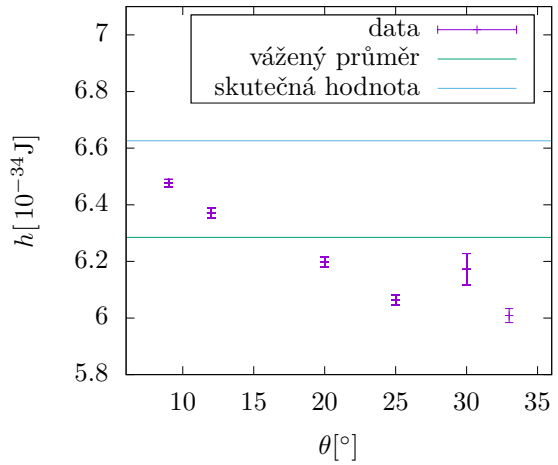
$$K_\alpha : R_\omega = 2.4801 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$K_\beta : R_\omega = 1.7781 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

¹Průměr je vážený převráceným čtvercem chyby.



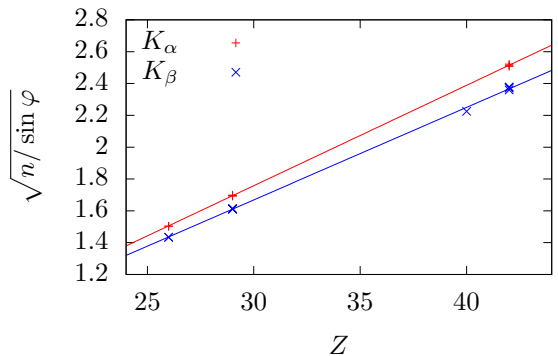
Obrázek 1: Způsob odečtu mezních úhlů, zde konkrétně u ^{29}Cu při 20 kV.



Obrázek 2: Naměřené hodnoty Planckovy konstanty



Obrázek 3: Pán lesa. Nepřeje si být rušen.



Obrázek 4: Lineární závislost z (8) a (9)

4 Diskuse

Při měření se vyskytovala systematická chyba naměřeného úhlu. Ta byla korigována tak, aby h vycházelo podle tabelovaných hodnot.

V grafu $I(\vartheta)$ závislosti intenzity na úhlu jsme pro velmi malé úhly pozorovali zesílení šumu – to bylo způsobeno faktem, že nemáme dokonale směrový zdroj ani detektor, detekovali jsme tedy záření, které nebylo difraktováno, ale doletělo do detektoru přímo. Pro vyšší úhly, tedy tam, kde jsme měřili hodnoty potřebné pro experiment, už tento jev neměl vliv.

Z grafu na obrázku č. 4 je vidět, že směrnice přechodů K_α a K_β jsou jiné. To je pravděpodobně dáno tím, že Rydbergův vztah je pro všechny atomy, které nejsou vodík, pouze přibližný. I vypočtené hodnoty Rydbergovy konstanty jsou kvůli tomu velmi odlišné pro K_α a K_β .

5 Závěr

Podařilo se vypočítat hodnotu Planckovy konstanty, jejím porovnáním se skutečnou hodnotou se podařilo určit systematickou chybu úhlu $\vartheta_0 = 0.55^\circ$.

Podařilo se ověřit platnost Moseleyova zákona. Rydbergovy konstanty, které vyšly byly:

$$K_\alpha : R_\omega = 2.4801 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$K_\beta : R_\omega = 1.7781 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Jejich průměr je tedy $R_\omega = (2.1 \pm 0.5) \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$. Skutečná hodnota Rydbergovy konstanty je:

$$R_\omega = 2.0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

6 Literatura

[1] Studijní texty k laboratorní úloze: Studium rentgenových spekter; Kolektiv autorů ZFP KVOF MFF UK, online zdroj, [cit. 20.11.2019], dostupné na stránkách fyzikálního praktika IV