

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum



Úloha č. D5

Název úlohy: Spektrometrie alfa

Jméno: Michal Grňo

Obor: FOF

Datum měření: ~~nikdy~~

Datum odevzdání: 8. 11. 2020

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0-3	
Teoretická část	0-2	
Výsledky a zpracování měření	0-9	
Diskuse výsledků	0-4	
Závěr	0-1	
Použitá literatura	0-1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval:

dne:

## 1 Pracovní úkoly

1. Proveďte energetickou kalibraci  $\alpha$ -spektrometru a určete jeho rozlišení.
2. Určete absolutní aktivitu kalibračního radioizotopu  $^{241}\text{Am}$ .
3. Změřte závislost ionizačních ztrát  $\alpha$ -částic na tlaku vzduchu  $\Delta T = \Delta T(p)$ .
4. Určete specifické ionizační ztráty  $\alpha$ -částic ve vzduchu při normálním tlaku  $-dT/dx = f(T)$ . Srovnajte tuto závislost se závislostí získanou pomocí empirické formule pro dolet  $\alpha$ -částic ve vzduchu za normálních podmínek.
5. Určete energie  $\alpha$ -částic vylétujících ze vzorku obsahujícím izotop  $^{239}\text{Pu}$  a příměs izotopu  $^{238}\text{Pu}$  a porovnejte je s tabelovanými hodnotami. Stanovte relativní zastoupení izotopu  $^{238}\text{Pu}$  ve vzorku s přesností lepší než 10 %, jsou-li  $t_{1/2}(^{238}\text{Pu}) = 87.71 \text{ yr}$  a  $t_{1/2}(^{239}\text{Pu}) = 24.13 \cdot 10^3 \text{ yr}$ .

## 2 Teoretická část

V práci budeme měřit  $\alpha$ -záření pomocí křemíkového  $\alpha$ -spektrometru. Spektrometr měří počet signálů spadajících do každého *kanálu*  $n(\text{ch.})$ , číslo kanálu je přímo úměrné kinetické energii  $T$  přichozí částice. Počet detekovaných částic je zatížený chybou, která se rovná  $\sigma(n) = \sqrt{n}$  (protože se jedná o Poissonovo rozložení). Detektor kalibrujeme tak, že naměříme spektrum známého prvku a kanálu, ve kterém se nachází těžiště naměřeného píku, přiřadíme předpokládanou energii. Při následném měření určujeme naměřenou energii  $T$  jako maximum odpovídajícího píku. Pro chybu naměřené energie platí vztah [1]

$$\sigma(T) = \frac{\Gamma}{2\sqrt{N} \ln 2}, \quad (1)$$

kde  $\Gamma$  je energetické rozlišení spektrometru (tj. šířka píku v polovině maxima, FWHM) a  $N$  je celkový počet detekovaných impulzů v píku – tedy součet  $n$  jednotlivých kanálů.

Částice ze vzorku vylétávají izotropně do všech stran, my je ovšem zachytáváme pouze na detektoru o relativně malém povrchu. Celkovou aktivitu vzorku můžeme ovšem dopočítat pomocí vzorce [1]

$$A = \frac{4\pi \ell^2 N}{S t}, \quad \eta(A) = \sqrt{\eta(N)^2 + 4\eta(\ell)^2} = \sqrt{N^{-1} + 4\eta(\ell)^2}, \quad (2)$$

kde  $\ell$  je vzdálenost mezi vzorkem a detektorem,  $S$  je plocha detektoru,  $N$  je celkový počet naměřených impulzů,  $t$  je celkový čas měření a  $\eta(X) = \sigma(X)/X$  je relativní chyba veličiny  $X$ .

Pro záření o energii mezi 4 a 7 MeV platí pro ztrátu kinetické energie ve vzduchu za normálních podmínek empirická formule [1]:

$$-\frac{dT}{dx} = \frac{2}{3} \frac{1}{\xi \sqrt{T}}, \quad (3)$$

kde  $x$  je vzdálenost od zdroje a  $\xi = 0.31 \text{ cm} \cdot \text{MeV}^{-3/2}$ . V našem experimentu nebudeme měnit vzdálenost detektoru, ale tlak – bude se tedy měnit *efektivní tloušťka vzduchového sloupce*  $x_{\text{eff.}} = \ell p/p_{\text{atm.}}$ . Naším cílem bude ověřit platnost formule (3) pomocí numerické derivace:

$$T'(x_{\text{eff.}}) = \frac{\Delta T}{\Delta x_{\text{eff.}}} = \frac{T_{j+1} - T_j}{x_{j+1} - x_j} \quad (4)$$

V úloze budeme také chtít určit poměr zastoupení dvou izotopů plutonia ve vzorku ze znalosti jejich poločasů rozpadu a počtu naměřených impulzů. K tomu nám poslouží rozpadový zákon:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} N,$$

kde  $N$  je počet rozpadů,  $t_{1/2}$  je poločas rozpadu a  $M$  je počet zbývajících atomů daného izotopu. Protože pracujeme na časových škálách o mnoho řádů menších, než jsou poločasy rozpadu jednotlivých izotopů, můžeme  $M$  považovat za konstantní a symbolicky rovnici „zintegrovat“:

$$N = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} M t,$$

kde  $N$  je počet rozpadů naměřený za dobu  $t$ . Skládá-li se vzorek ze dvou izotopů A a B, relativní zastoupení izotopu A získáme snadno jako:

$$R(A) = \frac{M(A)}{M(A) + M(B)} = \frac{N(A)}{N(A) + \frac{t_{1/2}(B)}{t_{1/2}(A)} N(B)}, \quad \eta(R(A)) = \frac{t_{1/2}(B)}{t_{1/2}(A)} \sqrt{\frac{N(B)}{N(A)^2} + \frac{N(B)^2}{N(A)^3}}. \quad (5)$$

Relativní chybu  $R$  lze určit přímo z pravidla o „šíření variance“, tedy:

$$\sigma(X)^2 = \sum_j \left( \frac{\partial X}{\partial y_j} \right)^2 \sigma(y_j)^2,$$

a následnou úpravou.

### 3 Výsledky měření

#### 3.1 Kalibrace, rozlišení a aktivita vzorku

Uvedená plocha detektoru je  $900 \text{ mm}^2$ , vzorek  $^{241}\text{Am}$  jsme umístili do vzdálenosti  $\ell = 36.4 \pm 0.5 \text{ mm}$  od něj. Poté jsme měřili po dobu  $t = 116.2 \text{ s}$ . Naměřili celkem  $N = 4.017 \cdot 10^4$  impulzů a těžiště naměřeného píku identifikovali s očekávanou energií  $T = 5.4857 \text{ MeV}$ , rozlišení kalibrovaného přístroje (tj. šířka píku) bylo  $\Gamma = 145.9 \text{ keV}$ .

Dále z týchž dat podle (2) vypočteme celkovou aktivitu vzorku:

$$A = \frac{4\pi \ell^2 N}{S t}$$

$$\eta(A) = \sqrt{N^{-1} + 4\eta(\ell)^2}$$

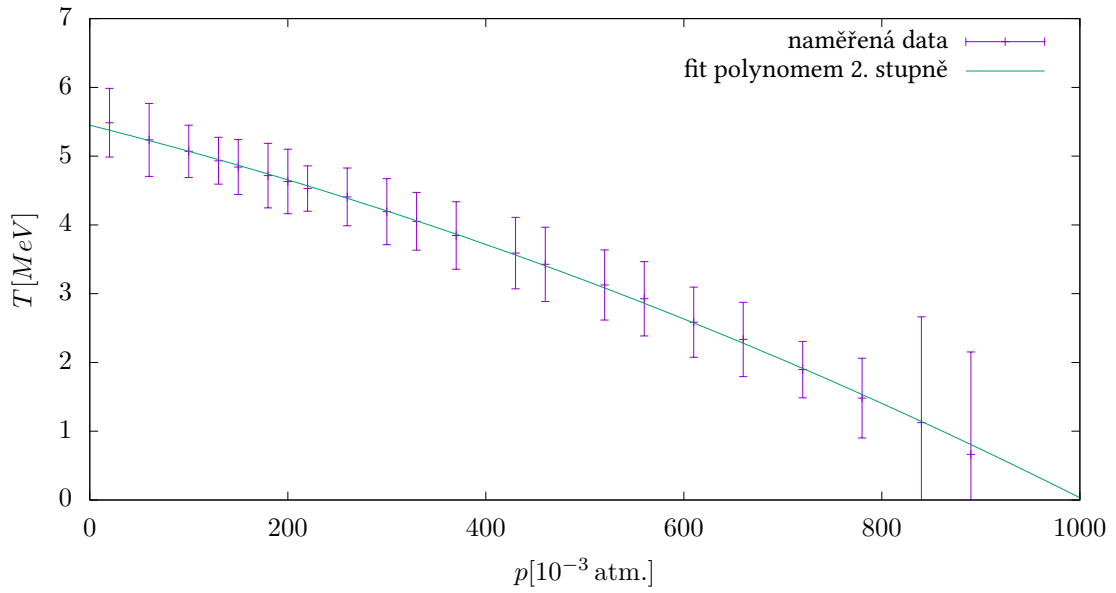
$$A = (6400 \pm 180) \text{ s}^{-1}$$

#### 3.2 Měření s proměnným tlakem

Dále jsme detektor i vzorek schovali pod hrnec a vývěvou odčerpali všechen vzduch. Poté jsme postupně zvyšovali tlak a proměřovali spektrum.

$p[10^{-3}\text{atm.}]$	$T[\text{MeV}]$
20 ± 10	5.486 ± 0.5
60 ± 10	5.236 ± 0.53
100 ± 10	5.07 ± 0.38
130 ± 10	4.933 ± 0.34
150 ± 10	4.841 ± 0.4
180 ± 10	4.717 ± 0.47
200 ± 10	4.632 ± 0.47
220 ± 10	4.529 ± 0.33
260 ± 10	4.407 ± 0.42
300 ± 10	4.193 ± 0.48
330 ± 10	4.052 ± 0.42
370 ± 10	3.846 ± 0.49
430 ± 10	3.59 ± 0.52
460 ± 10	3.427 ± 0.54
520 ± 10	3.127 ± 0.51
560 ± 10	2.926 ± 0.54
610 ± 10	2.586 ± 0.51
660 ± 10	2.335 ± 0.54
720 ± 10	1.896 ± 0.41
780 ± 10	1.481 ± 0.58
840 ± 10	1.124 ± 1.54
890 ± 10	0.663 ± 1.49

Tabulka 1: Naměřená závislost  $T(p)$

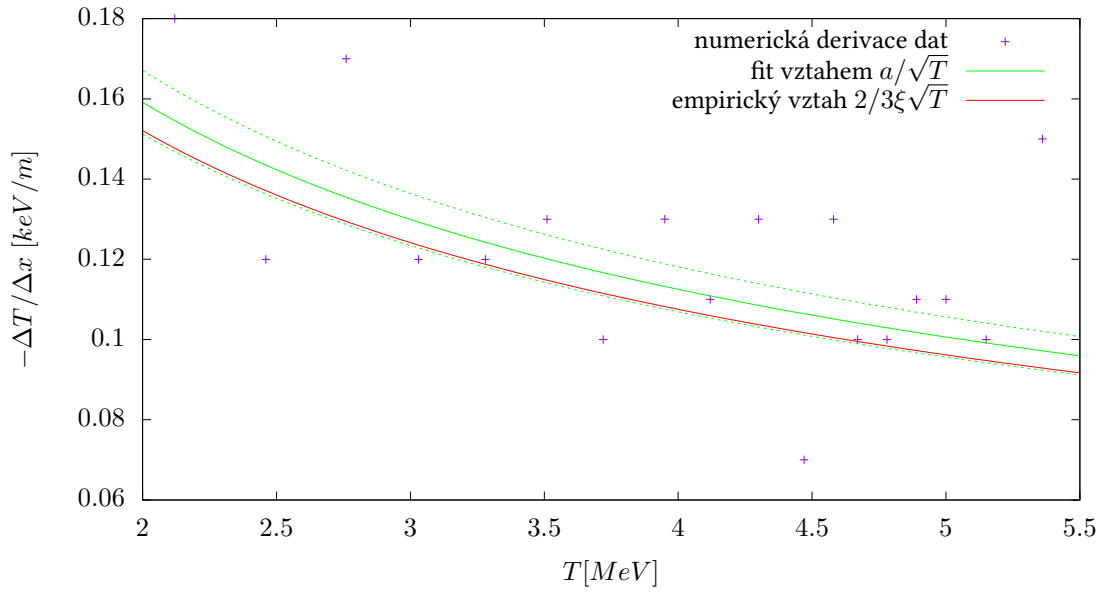


Obrázek 1: Graf naměřené závislosti energie na tlaku v hrnci.

Následně jsme podle (4) vypočetli numerickou derivaci těchto dat. Protože jednomu bodu grafu  $\Delta T/\Delta x$  „náleží“ dva různé body  $p, T$ , využili jsme průměru  $(T_j + T_{j+1})/2$ .

$x$ [mm]	$T$ [MeV]	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$ [keV/m]
1.64 $\pm$ 0.02	5.36 $\pm$ 0.52	0.15 $\pm$ 0.01
3.27 $\pm$ 0.04	5.15 $\pm$ 0.46	0.10 $\pm$ 0.01
4.70 $\pm$ 0.06	5.00 $\pm$ 0.36	0.11 $\pm$ 0.01
5.73 $\pm$ 0.08	4.89 $\pm$ 0.37	0.11 $\pm$ 0.01
6.75 $\pm$ 0.09	4.78 $\pm$ 0.44	0.10 $\pm$ 0.01
7.77 $\pm$ 0.11	4.67 $\pm$ 0.47	0.10 $\pm$ 0.01
8.59 $\pm$ 0.12	4.58 $\pm$ 0.40	0.13 $\pm$ 0.01
9.82 $\pm$ 0.13	4.47 $\pm$ 0.38	0.07 $\pm$ 0.01
11.45 $\pm$ 0.16	4.30 $\pm$ 0.45	0.13 $\pm$ 0.01
12.88 $\pm$ 0.18	4.12 $\pm$ 0.45	0.11 $\pm$ 0.01
14.31 $\pm$ 0.20	3.95 $\pm$ 0.46	0.13 $\pm$ 0.01
16.36 $\pm$ 0.22	3.72 $\pm$ 0.51	0.10 $\pm$ 0.01
18.20 $\pm$ 0.25	3.51 $\pm$ 0.53	0.13 $\pm$ 0.02
20.04 $\pm$ 0.28	3.28 $\pm$ 0.53	0.12 $\pm$ 0.02
22.09 $\pm$ 0.30	3.03 $\pm$ 0.53	0.12 $\pm$ 0.02
23.93 $\pm$ 0.33	2.76 $\pm$ 0.53	0.17 $\pm$ 0.03
25.97 $\pm$ 0.36	2.46 $\pm$ 0.53	0.12 $\pm$ 0.03
28.22 $\pm$ 0.39	2.12 $\pm$ 0.48	0.18 $\pm$ 0.04
30.67 $\pm$ 0.42	1.69 $\pm$ 0.50	0.17 $\pm$ 0.05
33.13 $\pm$ 0.46	1.30 $\pm$ 1.06	0.15 $\pm$ 0.12
35.38 $\pm$ 0.49	0.89 $\pm$ 1.52	0.23 $\pm$ 0.38

Tabulka 2: Numerická derivace



Obrázek 2: Ztráta kinetické energie jako funkce vzdálenosti.

Do grafu v obrázku 2 jsme zanesli numerickou derivaci dat z tabulky 2, proloženou jednoparametrovým fitem  $a/\sqrt{T}$ . Fit porovnáváme s empirickým vzthem (3).

### 3.3 Izotopy plutonia

Při měření směsi izotopů  $^{238}\text{Pu}$  a  $^{239}\text{Pu}$  po dobu  $t = 1161\text{ s}$  jsme dostali spektrum obsahující dva píky. Pík s vyšší energií náleží  $^{238}\text{Pu}$  a je tvořen  $N(^{238}\text{Pu}) = 1\,326$  impulzy. Druhý pík má  $N(^{239}\text{Pu}) = 217\,351$  impulzů. Četnosti dosadíme do vzorce (5):

$$R(^{238}\text{Pu}) = \frac{N(^{238}\text{Pu})}{N(^{238}\text{Pu}) + \frac{t_{1/2}(^{239}\text{Pu})}{t_{1/2}(^{238}\text{Pu})} N(^{239}\text{Pu})} = 2.22 \cdot 10^{-5}$$

Dosazením do vzorce pro chybu  $R$  dostaneme:

$$\eta(R(^{238}\text{Pu})) = \frac{t_{1/2}(^{239}\text{Pu})}{t_{1/2}(^{238}\text{Pu})} \sqrt{\frac{N(^{239}\text{Pu})}{N(^{238}\text{Pu})^2} + \frac{N(^{239}\text{Pu})^2}{N(^{238}\text{Pu})^3}} = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$\sigma(R(^{238}\text{Pu})) = \eta(R) R = 4 \cdot 10^{-7}$$

Naměřené energie píků jsou:

$$T(^{238}\text{Pu}) = 5520.5 \pm 0.9 \text{ keV}$$

$$T(^{239}\text{Pu}) = 5162.5 \pm 0.1 \text{ keV}$$

## 4 Diskuse

Při ověřování empirické formule pro úbytek energie byla použita numerická metoda, která není robustní, tzn. je velmi náchylná na šum ve vstupních datech. Nicméně když jsme tato data proložili fitem, empirický vztah ležel na okraji konfidenční oblasti. Výsledek je tedy v souladu s očekáváním.

## 5 Závěr

Podařilo se kalibrovat  $\alpha$ -spektrometr, jeho rozlišení je

$$\Gamma = 145.9 \text{ keV} .$$

Dále jsme určili aktivitu kalibračního vzorku  $^{241}\text{Am}$  jako:

$$A = (6400 \pm 180) \text{ s}^{-1}$$

Podařilo se proměřit závislost  $T(p)$  a porovnat úbytek energie s empirickým vztahem. Ačkoliv empirický vztah řádově odpovídal naměřeným výsledkům, data bohužel obsahovala příliš šumu na to, abychom pozorovali empirickou závislost. Podařilo se naměřit energie dvou izotopů plutonia

$$T(^{238}\text{Pu}) = 5520.5 \pm 0.9 \text{ keV}$$

$$T(^{239}\text{Pu}) = 5162.5 \pm 0.1 \text{ keV}$$

a vypočítat, že relativní zastoupení izotopu  $^{238}\text{Pu}$  ve vzorku je

$$R(^{238}\text{Pu}) = (2.22 \pm 0.04) \cdot 10^{-5} .$$

## 6 Literatura

[1] Nosek D. a J. Vrzal. Spektrometrie záření  $\alpha$ . Dostupné z: [https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_405.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_405.pdf). 30. září 20031

[2] Nesnáším BibTeX.