

1.

Graf nieskierowany gdzie  $v \in V$  reprezentuje osoby, a  $(v, w) \in E$  znajomość  $v$  i  $w$

$$|V| \geq 2$$

$\deg(v) \rightarrow$  liczba znajomych  $v$

tzn.:  $\exists v, w \in V \quad \deg(v) = \deg(w)$

graf ma  $|V| = n$  wierzchołków

$\deg(v) \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\} \rightarrow n$  możliwych wartości

Jedyna sytuacja, w której  $\forall v, w \in V \quad \deg(v) \neq \deg(w)$

jest kiedy wierzchołki mają wszystkie możliwe stopnie  $0, 1, 2, \dots, n-1$

Nie jest możliwe, żeby jednokrotnie jedna osoba znała wszystkie pozostałe i jedno nikt znało nikogo

Ugryz zauważ  $\exists v, w \in V \quad \deg(v) = \deg(w)$  - regularna szufeldówka

3.

$$|V| = 4 \quad |E| = 2$$

a) Wierzchołki rozrównalne

b) Wierzchołki nierozrównalne

wszystkie możliwe krańcze

$$\binom{\binom{|V|}{2}}{|E|} = \binom{\binom{4}{2}}{2} = \binom{6}{2} = 15$$



$$4. \quad |V| = 4 \quad |E| = 4$$

$$a) \quad \binom{\binom{4}{2}}{4} = \binom{6}{4} = 15$$

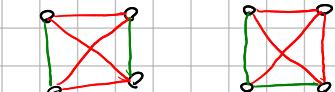
b)



c) Wyniki będą takie same kiedy

$$\binom{\binom{|V|}{2}}{|E|} = \binom{\binom{|V|}{2}}{\binom{|V|}{2} - |E|}$$

$$|E_2| = \binom{|V|}{2} - |E_1|$$



Dla danego  $V$

kiedy graf ma swój graf dopełniający  
i sumę będą mówić  $\binom{|V|}{2}$  krańcze

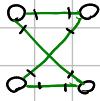
5.

$$|V| = 2m$$

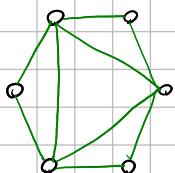
$$\forall v \in V \deg(v) = 2n$$

Sumując stopnie parzystych krawędzi liczy się 2 razy

$$|E| = \frac{1}{2} \sum_{v \in V} \deg(v) = \frac{2m+2n}{2} = 2mn \in 2\mathbb{N}$$



6.



W poprzednim zadaniu wszystkie wierzchołki miały jednakowy stopień

$$2 \mid |V|$$

$$2 \nmid |E|$$

$$\forall v \in V 2 \nmid \deg(v) \quad \text{vs } \exists n \in \mathbb{N} \quad \forall v \in V \deg(v) = 2n$$

7.

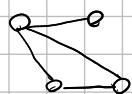
a)  $s(G) = (1, \underline{2}, 2, 2)$

$(1, 1, 1)$  nieparzysta suma stopni  $\rightarrow$  nie istnieje

b)  $s(G) = (\underline{1}, 2, 2, 3)$

$(0, 1, 1)$

istnieje



c)  $s(G) = (1, 1, 3, \underline{3})$

$(0, 0, 2)$

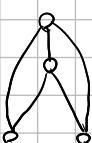
nie istnieje, nie może być tylko jednego z krawędziów

d)  $s(G) = (1, 1, 2, \underline{2}, 3, 3)$

$(1, 1, 1, \underline{1}, 2)$

$(0, 0, 1, 1)$

istnieje



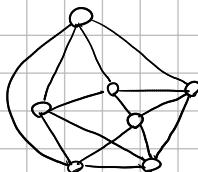
e)  $s(G) = (4, 5, 4, \underline{5}, 4, 4, 5)$

$(3, 3, 3, 3, 4, 4)$

$(2, 2, 2, \underline{3}, 3)$

$(1, 1, \underline{2}, 2)$

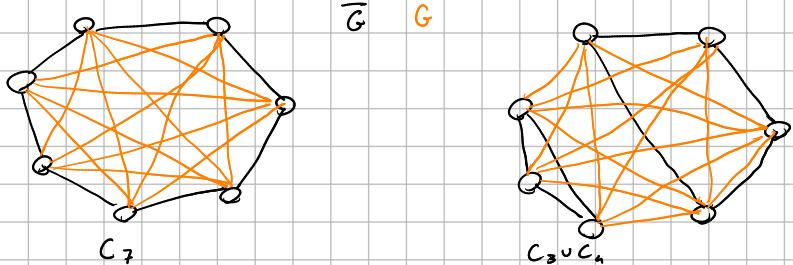
$(0, 1, 1)$  istnieje



8.

 $(4, 4, 4, 4, 4, 4, 4)$ Doplnění - každý v ještě stopnici  $7 - 4 - 1 = 2$ 

b) nerozlišitelné  $\Sigma_2$  možnosti na doplnění to bude takže sumy cyklu dají graf 2-regulárný  $\Rightarrow$  7 vrcholů kruh



a) rozlišitelné

$$\underbrace{\frac{(7-1)!}{2}}_{C_7}$$

$$+ \underbrace{\binom{7}{3,4} \cdot \frac{(3-1)!}{2} \cdot \frac{(4-1)!}{2}}_{C_4 \cup C_3}$$

výletem v admisem  
i numerují parostnémáte byt 1. místnou oddíle  
vteč  $\cdot \frac{1}{2}$ 

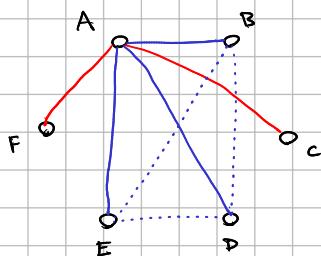
počítat ménely 2 cykly

pomocou výpočtu v obou cyklach

2

a)

z najaz stz  
nie z najaz stz

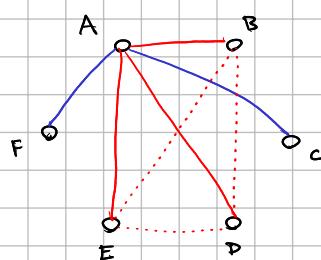


Z każdego wierzchołka wychodzi 5 krawędzi  
conajmniej 3 tego samego koloru

1° conajmniej 3 niebieskie  
bez straty ogólnosci do B, D, E

Jesli krawedzie z przerywanych jest niebieska  
to powstaje trojkat z najaznych

w przeciwnym wypadku B, D, E tworzą trojkat niezajaznych



2° conajmniej 3 czerwone

Jesli krawedzie z przerywanych jest czerwona  
to jest trojkat z najaznych

w przeciwnym przypadku BDE tworzą trojkat z najaznych