Dekompozycja funkcji logicznej

Potrzebna w praktyce np. do podzielenia funkcji
między kilka bloków w układzie FPGA

$y = f(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, x_0) = f(A, B)$

podział zmiennych wejściowych na zbiór wolny A i zbiór związany B

Tablica dekompozycji

Macierz o wierszach indeksowanych elementami A
i kolumnach indeksowanych elementami B

Krotność kolumnowa $\nu(A|B)$

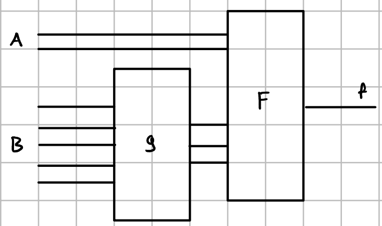
Liczba istotnie różnych kolumn w tablicy dekompozycji

Twierdzenie o dekompozycji

$f(A,B) = F[g_{j-1}(B), \dots, g_1(B), g_0(B), A]$

$\Longleftrightarrow$

$\nu(A|B) \leq 2^j$



Dekompozycja funkcji 5 zmiennych i podział

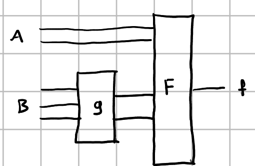
$y = f(x_4 x_3 x_2 x_1 x_0)$ $A = \{x_4 x_3\}$ $B = \{x_2 x_1 x_0\}$

B

A: x_4x_3 \ $x_2x_1x_0$	000	001	010	011	100	101	110	111
00	1	1	1	1	0	0	0	0
01	0	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0

x_2	x_1	x_0	g_1	g_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$\nu(A|B) = 4$



x_4x_3 \ g_1g_0	00	01	10	11
00	1	1	0	0
01	0	1	0	0
10	0	0	0	0
11	0	0	1	0

- grupowanie równoważnych kolumn
- zakodowanie (ponumerowanie) unikalnych kolumn
- zdefiniowanie na tej podstawie funkcji g_i

$f = F[g_1(x_2x_1x_0), g_0(x_2x_1x_0), x_4, x_3]$

Dekompozycja funkcji nie w pełni określonej

ab \ cde	000	001	010	011	100	101	110	111
00	1	–	0	1	–	0	1	0
01	–	–	–	–	1	1	–	–
10	–	0	1	0	0	–	0	1
11	0	1	–	–	–	–	–	–

$\nu(A|B) = ?$

Szukamy takiego sposobu połączenia kolumn
który da najmniejszą krotność

Zgodność kolumn

Kolumny są zgodne jeśli nie istnieje wiersz,
w którym obie są określone i sprzeczne

Kolumny zgodne można sklejać
Zgodność nie jest przechodnia
Zgodność jest zwrotna i symetryczna

Pary zgodne umożliwiają utworzenie
maksymalnych grup kolumn zgodnych
(maksymalnej klasy zgodności - MKZ)

Obliczanie MKZ metoda 1 (bezpośrednia)

$\{a,b\}$
$\{b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$
$\{a,c\}$

$\{a,b,c\}$
$\{b,c,d\} \rightarrow \{a,b,c,d\}$
$\{a,c,d\}$
$\{a,b,d\}$

i tak dalej, dopóki da się łączyć

Obliczanie MKZ metoda 2

1. wypisuję wszystkie pary zgodne

2. Sklejam
   - pary w trójki i odznaczam użyte pary
   - trójki w czwórki i odznaczam użyte trójki
   - itd dopóki da się sklejać

3. Zostają same nieodznaczone zbiory → MKZ

ab \ cde	000	001	010	011	100	101	110	111
00	1	–	0	1	–	0	1	0
01	–	–	–	–	1	1	–	–
10	–	0	1	0	0	–	0	1
11	0	1	–	–	–	–	–	–

0,3	1,3	2,5	3,4	4,5	5,7
0,4	1,4	2,7	3,6	4,6	
0,6	1,5				
	1,6				

0,3 ✓		
0,4 ✓		
0,6 ✓	0,3,4 ✓	0,3,4,6
1,3 ✓	0,3,6 ✓	1,3,4,6
1,4 ✓	0,4,6 ✓	
1,5 ✓	1,3,4 ✓	
1,6 ✓	1,3,6 ✓	
2,5 ✓	1,4,5	
2,7 ✓	1,4,6 ✓	
3,4 ✓	2,5,7	
3,6 ✓	3,4,6 ✓	
4,5 ✓		
4,6 ✓		
5,7 ✓		

MKZ

0	3	4	6
1	3	4	6
1	4	5	
2	5	7	

Tablica zgodności Petricka

Szukam minimalnego pokrycia

					0	1	2	3	4	5	6	7
0	3	4	6	A	✓			✓	✓		✓	
1	3	4	6	B		✓		✓	✓		✓	
1	4	5		C		✓			✓	✓		
2	5	7		D			✓			✓		✓
					A	B∪C	D	A∪B	A∪B∪C	C∪D	A∪B	D

Metoda analityczna

Zapisuję jako wyrażenie Boolowskie i przekształcam równoważnie

Zamiana postaci iloczynowej na sumacyjną

$$f(A,B,C,D) = A(B+C)D(A+B)(A+B+C)(C+D)(A+B)D$$
$$= A(B+C)D(A+B)(A+B+C)(C+D)$$
$$= A(A+B)(B+C)(A+B+C)D(C+D)$$
$$= A(B+C)D$$
$$= ABD + ACD \rightarrow 2 \text{ możliwości dla minimalnego pokrycia}$$

MKZ

0	3	4	6
1	3	4	6
1	4	5	
2	5	7	

Minimalne pokrycie

0	3	4	6
1	4	5	
2	5	7	

$\upsilon(A|B) = 3$

Bez powtórek kolumn

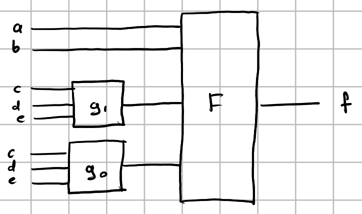
0	3	6
1	4	5
2	7	

ab \ cde	000	001	010	011	100	101	110	111
00	1	–	0	1	–	0	1	0
01	–	–	–	–	1	1	–	–
10	–	0	1	0	0	–	0	1
11	0	1	–	–	–	–	–	–

c	d	e	g_1	g_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

ab \ g_1g_0	00	01	10	11
00	1	0	0	–
01	–	1	–	–
10	0	0	1	–
11	0	1	–	–

F



Dekompozycja FPGA

Dąży do upakowania funkcji w blokach o danej liczbie wejść

Proces iteracyjny (zazwyczaj)

Strategia od wejść do wyjść
- zapewnić odpowiednią liczbę wejść dla bloku związanego
- dekompozycja bloku wolnego

Strategia od wyjść do wejść
- zapewnić odpowiednią liczbę wejść dla bloku wolnego
- dekompozycja bloku związanego