

1.

Graf nieskierowany gdzie $v \in V$ reprezentuje osobę, a $(v, w) \in E$ znajomość v i w

$$|V| \geq 2$$

$\deg(v) \rightarrow$ liczba znajomych v

toż: $\exists v, w \in V \quad \deg(v) = \deg(w)$

graf ma $|V| = n$ wierzchołków

$$\deg(v) \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\} \rightarrow n \text{ możliwych wartości}$$

Jedyna sytuacja, w której $\forall v, w \in V \quad \deg(v) \neq \deg(w)$

jest kiedy wierzchołki mają wszystkie możliwe stopnie $0, 1, 2, \dots, n-1$

Nie jest możliwe, żeby jednocześnie jedna osoba znała wszystkie pozostałe i jedna nie znała nikogo

Więc zawsze $\exists v, w \in V \quad \deg(v) = \deg(w)$ - reguła szufladkowa

3.

$$|V| = 4 \quad |E| = 2$$

a) Wierzchołki rozróżnialne

↓ wszystkie możliwe krawędzie

$$\binom{\binom{|V|}{2}}{|E|} = \binom{\binom{4}{2}}{2} = \binom{6}{2} = 15$$

b) Wierzchołki nierozróżnialne



4.

$$|V| = 4 \quad |E| = 4$$

a) $\binom{\binom{4}{2}}{4} = \binom{6}{4} = 15$

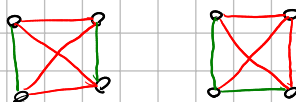
b)



c) Wyniki będą takie same kiedy

$$\binom{\binom{|V|}{2}}{|E|} = \binom{\binom{|V|}{2}}{\binom{|V|}{2} - |E|}$$

$$|E_2| = \binom{|V|}{2} - |E_1|$$



Dla danego V

kiedy **graf** ma swój **graf dopełniający**
 i sumie będą mieć $\binom{|V|}{2}$ krawędzi

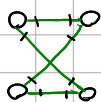
5.

$$|V| = 2m$$

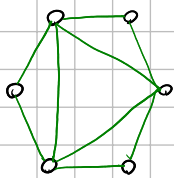
$$\forall v \in V \deg(v) = 2n$$

Sumując stopnie policzymy każdą krawędź 2 razy

$$|E| = \frac{1}{2} \sum_{v \in V} \deg(v) = \frac{2m \cdot 2n}{2} = 2mn \in 2\mathbb{N}$$



6.



W poprzednim zadaniu wszystkie wierzchołki miały jednaki stopień

$$2 \mid |V|$$

$$2 \nmid |E|$$

$$\forall v \in V \quad 2 \mid \deg(v)$$

$$\text{vs } \exists n \in \mathbb{N} \quad \forall v \in V \deg(v) = 2n$$

7.

a) $s(G) = (1, 2, 2, \textcircled{3})$

$$(1, 1, 1)$$

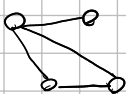
nieparzysta suma stopni \rightarrow nie istnieje

b) $s(G) = (1, 2, 2, \textcircled{3})$

$$(0, 1, 1)$$



istnieje



c) $s(G) = (1, 1, 3, \textcircled{3})$

$$(0, 0, 2)$$

nie istnieje, nie może być tylko jednego z krawędziami

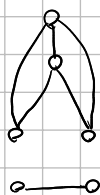
d) $s(G) = (1, 1, 2, 2, 3, \textcircled{3})$

$$(1, 1, 1, 1, \textcircled{2})$$

$$(0, 0, 1, 1)$$



istnieje



e) $s(G) = (4, 4, 4, 4, 4, \textcircled{5})$

$$(3, 3, 3, 3, 4, \textcircled{4})$$

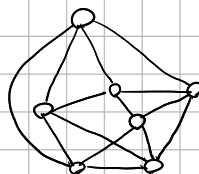
$$(2, 2, 2, 2, 3, \textcircled{3})$$

$$(1, 1, 2, \textcircled{2})$$

$$(0, 1, 1)$$



istnieje

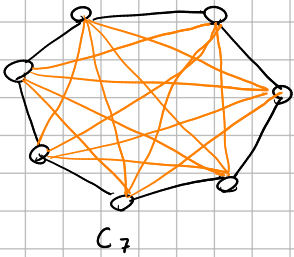
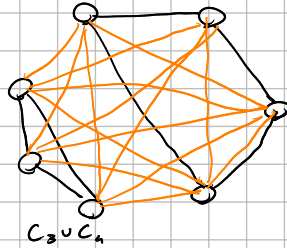


8.

 $(4, 4, 4, 4, 4, 4, 4)$ Dopietnienie - każdy v jest stopnia $7 - 4 - 1 = 2$

b) nierozróżnialne

Są 2 możliwości na dopietnienie bo tylko takie sumy cykli dają graf 2-regularny o 7 wierzchołkach

 \overline{G} G 

a) rozróżnialne

$$\frac{(7-1)!}{2}$$

C_7

wybieram wadwestenia
i numeruję pozostałemnie być listowane odbioru
wzyc $= \frac{1}{2}$

$$+ \binom{7}{3,4} \cdot \frac{(3-1)!}{2} \cdot \frac{(4-1)!}{2}$$

$C_4 \cup C_3$

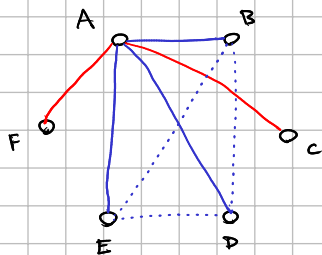
podziel między 2 cykle

ponumerowanie wierzchołków w obu cyklach

2

a)

znaję się
nie znam się

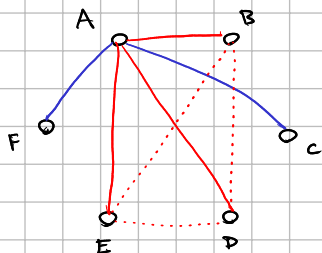


Z każdego węzła wychodzi 5 krawędzi
co najmniej 3 tego samego koloru

1° co najmniej 3 niebieskie
bez straty ogólności do B, D, E

Jesli którakolwiek z przerywanych jest niebieska
to powstaje trójkąt znanych

w przeciwnym wypadku B, D, E tworzą trójkąt nieznanymi



2° co najmniej 3 czerwone

Jesli którakolwiek z przerywanych jest czerwona
to jest trójkąt znanych

w przeciwnym przypadku BDE tworzą trójkąt znanych