

Ciąg monotoniczny (od pewnego momentu)
 i ograniczony jest zbieżny (ma granicę skończoną)

np. $(\frac{3^n}{n!})$ jest ograniczony z dołu przez 0 i
 malejący od pewnego momentu
 więc $\exists g \in \mathbb{R} \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3^n}{n!}) = g$

rozumowając od tyłu, zakładając że jest zbieżny

$$a_{n+1} = \frac{3}{n+1} \cdot a_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{n+1} \cdot a_n)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

$$g = 0$$

Ciąg (a_n) : $(1 + \frac{1}{n})^n$

symbol nieskończony 1^∞

jest zbieżny bo jest monotoniczny i ograniczony

Liczba Eulera $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e = 2.718\dots$

podstawa logarytmu naturalnego

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

Dla dalszego podcięgu liczb naturalnych

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \pm \infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x_n})^{x_n} = e$$

znaku mocy mają znaczenia przy symbolach nieskończonych

[uzupełnić]

Symbol Newtona

Drużniczka Newtona

Nierówność Bernoulliego \rightarrow dowód, że $(1 + \frac{1}{n})^n$ jest monotoniczny

$$1) \cos(\alpha) < \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} < 1$$

$$2) \cos(\alpha) \geq 1 - |\alpha|$$

