Przykładowy projekt automatu – komparator szeregowy

- Przyjmuje szeregowo bity dwóch słów w NKB od najmniej znaczącego
- Bity pojawiają się wraz z zegarem
- Na wyjściu daje "większy", "mniejszy" lub "równy" w kodzie 1 z 3 dla dotychczasowych bitów
- Automat Moore'a o 2 wejściach i 3 wyjściach

Stany (automat Moore'a)

S_1	$a = b$	OUT	001
S_2	$a > b$	OUT	100
S_3	$a < b$	OUT	010

Graf automatu

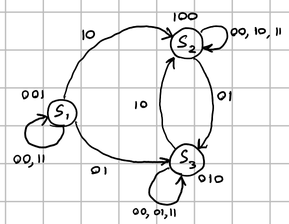


Tabela przejść i wyjść

S \ ab	00	01	11	10	WMR
S_1	S_1	S_3	S_1	S_2	001
S_2	S_2	S_3	S_2	S_2	100
S_3	S_3	S_3	S_3	S_2	010

Zakodowana tabela przejść i wyjść

Trzeba wykorzystać tyle bitów na reprezentację stanu, żeby każdy miał unikalny kod

$S_1 \to 00$

$S_2 \to 01$

$S_3 \to 10$

Przedstawiam stan na 2 bitach $Q_1 Q_0$

11 nie jest używane ale będzie wykorzystany przy realizacji

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	10	00	01	001
01	01	10	01	01	100
10	10	10	10	01	010

$\rightarrow$

Uszeregowana tabela – zgodnie z kodem Graya

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	10	00	01	001
01	01	10	01	01	100
11	–	–	–	–	–
10	10	10	10	01	010

Automat można zrealizować na różnych typach przerzutników

Wzbudzenia przerzutników D

najprostsza realizacja ale nie najtańsza

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	10	00	01	001
01	01	10	01	01	100
11	–	–	–	–	–
10	10	10	10	01	010

D_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	1	1	1	0

D_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	0	1	1
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

$D_1 = \bar{a}b + Q_1\bar{a} + Q_1 b$ $\quad$ $D_0 = Q_0\bar{b} + Q_0 a + a\bar{b}$

Dla D_1 przepisuję bit Q_1, a dla D_0 przepisuję bit Q_0,
ogólnie do D_i idzie Q_i.
Każdą funkcję minimalizuję na mapie Karnaugha

Tabela wyjść

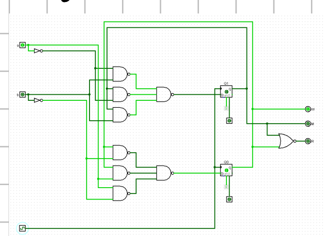
Q_1Q_0	W	M	R
00	0	0	1
01	1	0	0
11	–	–	–
10	0	1	0

$W = Q_0$

$M = Q_1$

$R = \overline{Q_1}\,\overline{Q_0}$

Realizacja



Inny typ przerzutnika może dać tańszą realizację

Wzbudzenia przerzutników T

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	**10**	00	**01**	001
01	01	**10**	01	01	100
11	–	–	–	–	–
10	10	10	10	**01**	010

zaznaczam bity które się zmieniają

$Q^t \to Q^{t+1}$	T
0 → 0	0
0 → **1**	1
1 → **0**	1
1 → 1	0

Przepis dla T
1: dla pogrubionych
0: dla niepogrubionych

T_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

T_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

$$T_1 = \bar{Q}_1 \bar{a} b + Q_1 a \bar{b}$$

$$T_0 = Q_0 \bar{a} b + Q_0 a \bar{b}$$

Wzbudzenia przerzutników JK

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	**10**	00	**01**	001
01	01	**10**	01	01	100
11	–	–	–	–	–
10	10	10	10	**01**	010

$Q^t \to Q^{t+1}$	J	K
0 → 0	0	–
0 → **1**	1	–
1 → **0**	–	1
1 → 1	–	0

Przepis dla JK
J:
1 dla pogrubionych jedynek
0 dla niepogrubionych zer
– dla pozostałych
K:
1 dla pogrubionych zer
0 dla niepogrubionych jedynek
– dla pozostałych

J_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	–	–	–	–

K_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	–	–	–	–
01	–	–	–	–
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

J_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	–	–	–	–
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

K_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	–	–	–	–
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	–	–	–	–

JK często daje prostszą realizację dzięki temu jak dużo '–' się powtarza

Wzbudzenia przerzutników RS

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10	WMR
00	00	**10**	00	**01**	001
01	01	**10**	01	01	100
11	–	–	–	–	–
10	10	10	10	**01**	010

$Q^t \to Q^{t+1}$	S	R
0 → 0	0	–
0 → **1**	1	0
1 → **0**	0	1
1 → 1	–	0

Przepis dla RS
S:
1 dla pogrubionych jedynek
0 dla zer
– dla niepogrubionych jedynek
R:
1 dla pogrubionych zer
0 dla jedynek
– dla niepogrubionych zer

S_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	–	–	–	0

R_1:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	–	0	–	–
01	–	0	–	–
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

S_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	–	0	–	–
11	–	–	–	–
10	0	0	0	1

R_0:

Q_1Q_0 \ ab	00	01	11	10
00	–	–	–	0
01	0	1	0	0
11	–	–	–	–
10	–	–	–	0

RS najlepiej w ogóle nie używać

Zamiana typu przerzutnika

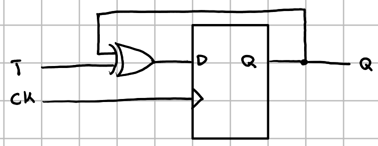
Realizacja przerzutnika T za pomocą przerzutnika D

1) Tworzę tabelę przejść szukanego przerzutnika

Q \ T	0	1
0	0	1
1	1	0

D

Realizacja



2) Znajduję funkcję wzbudzeń

$$D = T \oplus Q$$

Nie daje najtańszej realizacji ale przydaje się w sytuacjach awaryjnych

Automat zupełny (w pełni określony)

wszystkie przejścia i wyjścia są zdefiniowane

Automat niezupełny (nie w pełni określony)

przynajmniej jedno przejście lub wyjście nie jest zdefiniowane

Stany równoważne

s \ x_1x_0	00	01	11	10	y
1	4	2	1	3	0
2	4	1	2	3	0

Stany automatu zupełnego dla których
- wyjścia są identyczne
- stany następne (X - następniki) są takie same lub równoważne

Stany zgodne

s \ x_1x_0	00	01	11	10	y
1	4	2	1	–	0–
2	–	1	2	3	01

Stany automatu niezupełnego dla których
- wyjścia są niesprzeczne
- stany następne (X - następniki) są niesprzeczne lub zgodne

Minimalizacja liczby stanów

Dążymy do znalezienia równoważnego automatu o jak najmniejszej liczbie stanów

Mniej stanów → mniej przerzutników → mniej funkcji wzbudzeń → mniej bramek → mniejszy koszt

Minimalizacja przykładowego automatu

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10	y
1	4	3	1	2	0
2	5	1	4	3	0
3	6	1	3	2	0
4	6	3	3	1	1
5	2	3	6	1	0
6	4	3	1	3	1

Trójkątna tabela skracania

	1	2	3	4	5
2	4,5 1,3 1,4 2,3				
3	4,6	5,6 3,4			
4	X	X	X		
5	2,4 1,6 1,2	1,3 4,6	2,6 1,3 3,6 1,2	X	
6	X	X	X	1,3	X

Krok 1.

Dla każdej pary stanów (kratki) wpisuję stany zgodne warunkowo - których zgodność zależy od zgodności innych stanów

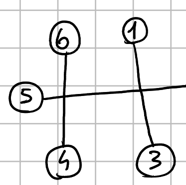
Wykreślam kratkę jeśli stany na pewno nie są zgodne - mają różne wyjścia

	1	2	3	4	5
2	~~4,5 1,3 1,4 2,3~~				
3	4,6	~~5,6 3,4~~			
4	X	X	X		
5	~~2,4 1,6 1,2~~	1,3 4,6	~~2,6 1,3 3,6 1,2~~	X	
6	X	X	X	1,3	X

Krok 2.

Wykreślam te kratki, które zależą od pary stanów, które już wiem, że nie są zgodne

Krok 3.



Dla pozostałych par stanów (niewykreślonych komórek) tworzę graf stanów zgodnych

Krok 4.

$$\Phi_{min} = \{ \underbrace{\{1,3\}}_{A}, \underbrace{\{4,6\}}_{B}, \underbrace{\{2,5\}}_{C} \}$$

Znaleźć minimalny zbiór stanów zgodnych

Krok 5.

Połączyć stany zgodne w tabeli przejść

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10	y
1	4	3	1	2	0
2	5	1	4	3	0
3	6	1	3	2	0
4	6	3	3	1	1
5	2	3	6	1	0
6	4	3	1	3	1

$\rightarrow$

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10	y
A	B	A	A	C	0
B	B	A	A	A	1
C	C	A	B	A	0

Tak zminimalizowany układ można już zrealizować na wybranych przerzutnikach

Przekształcenie automatu Moore'a w automat Mealy'ego

s \ x_1x_0	00	01	11	10	y
A	B	A	A	C	0
B	B	A	A	A	1
C	C	A	B	A	0

s \ x_1x_0	00	01	11	10
A	B/1	A/0	A/0	C/0
B	B/1	A/0	A/0	A/0
C	C/0	A/0	B/1	A/0

Dla każdej komórki tabeli przyporządkowuję
- następny stan w automacie Moore'a
- wyjście związane z następnym stanem w automacie Moore'a

Przekształcenie automatu Mealy'ego na automat Moore'a

s \ x	0	1
A	A/01	B/00
B	C/11	A/10
C	C/00	A/10

A/01	1
A/10	2
B/00	3
C/00	4
C/11	5

s \ x	0	1	y
1	1	3	01
2	1	3	10
3	5	2	00
4	4	2	00
5	4	2	11

Tworzę tabelę z unikalnymi parami przejść i wyjść z tabeli Mealy'ego i przypisuję im nowe nazwy
→ to będzie zbiór stanów automatu Moore'a

Dla każdego wiersza w tabeli Moore'a
- przypisuję wyjście z pomocniczej tabeli
- przypisuję przejścia do "nowych" stanów odpowiadających tym z tabeli Mealy'ego

Jeden typ automatu może dać tańszą realizację niż drugi - warto sprawdzić oba

Automat Mealy'ego często daje lepszą liczbę stanów i gorszą funkcję wyjść

Algorytm projektowania synchronicznych automatów sekwencyjnych

1. Na podstawie opisu słownego sporządzić graf automatu
2. Na podstawie grafu automatu sporządzić tabelę przejść i wyjść
3. Zminimalizować liczbę stanów
4. Zakodować tabelę przejść
5. Wyznaczyć funkcje wzbudzeń wybranych przerzutników
6. Wyznaczyć funkcje wyjść
7. Sporządzić testy automatu

Minimalizacja niezupełnego automatu Mealy'ego

Tabela przejść i wyjść $\longrightarrow$ Tabela przejść, Tabela wyjść

s \ x_1x_0	00	01	11	10
1	–	3/1	4/1	2/1
2	4/0	–	–	–
3	6/0	6/1	–	–
4	–	6/0	1/0	5/1
5	–	–	2/1	–
6	3/0	–	2/0	3/1

Tabela przejść

s \ x_1x_0	00	01	11	10
1	–	3	4	2
2	4	–	–	–
3	6	6	–	–
4	–	6	1	5
5	–	–	2	–
6	3	–	2	3

s'

Tabela wyjść

s \ x_1x_0	00	01	11	10
1	–	1	1	1
2	0	–	–	–
3	0	1	–	–
4	–	0	0	1
5	–	–	1	–
6	0	–	0	1

y

Trójkątna tabela skracania

	1	2	3	4	5
2					
3	3,6	4,6			
4	X		X		
5	2,4			X	
6	X	3,4 X	3,6	1,2 3,5	X

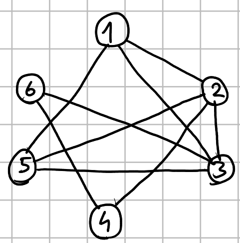
s \ x_1x_0	00	01	11	10
1	–	3	4	2
2	4	–	–	–
3	6	6	–	–
4	–	6	1	5
5	–	–	2	–
6	3	–	2	3

s'

s \ x_1x_0	00	01	11	10
1	–	1	1	1
2	0	–	–	–
3	0	1	–	–
4	–	0	0	1
5	–	–	1	–
6	0	–	0	1

y

Graf stanów zgodnych



Wybieram z grafu zbiór Φ grupujący stany tabeli pierwotnej

np. $\Phi = \{\{1,2,3,5\}, \{2,4\}, \{3,6\}, \{4,6\}\}$

Żeby zbiór stanów zgodnych był minimalny $\Phi = \Phi_{min}$ musi spełniać warunki

1. Pokrycia

   Wszystkie stany z pierwotnej tabeli muszą być reprezentowane w Φ

2. Zamknięcia

   Dla każdego stanu wejść wszystkie stany z grupy w zbiorze Φ muszą przechodzić do stanów zawartych w grupie zbioru Φ

Zbiór grup stanów zgodnych

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
1	-	3	4	2
2	4	-	-	-
3	6	6	-	-
4	-	6	1	5
5	-	-	2	-
6	3	-	2	3

S'

dla $\Phi = \{ \{1,2,3,5\}, \{2,4\}, \{3,6\}, \{4,6\} \}$

warunek pokrycia spełniony bo zawiera 1,2,3,4,5,6

warunek zamknięcia spełniony

$x_1x_0 = 00$ ze stanów 1,2,3,5 do 4,6 ✓

$x_1x_0 = 01$ ze stanów 1,2,3,5 do 3,6 ✓

$x_1x_0 = 11$ ze stanów 1,2,3,5 do 2,4 ✓

$x_1x_0 = 11$ ze stanów 4,6 do 1,2 ✓

$x_1x_0 = 10$ ze stanów 4,6 do 3,5 ✓

dla pozostałych grup nie ma konfliktu

ale potrzeba aż 4 stanów

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
1	-	3	4	2
2	4	-	-	-
3	6	6	-	-
4	-	6	1	5
5	-	-	2	-
6	3	-	2	3

S'

Dla $\Phi = \{ \{1,2,3,5\}, \{4,6\} \}$

warunek pokrycia spełniony bo zawiera 1,2,3,4,5,6

warunek zamknięcia niespełniony

$x_1x_0 = 01$ ze stanów 1,2,3,5 do 3,6 ✗

$s \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
1	-	3	4	2
2	4	-	-	-
3	6	6	-	-
4	-	6	1	5
5	-	-	2	-
6	3	-	2	3

S'

Po rozbiciu $\{1,2,3,5\}$ na $\{1,5\}$ i $\{2,3\}$

$\Phi = \{ \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,6\}, \{4,6\} \}$

dla $\Phi = \{ \{1,5\}, \{2,4\}, \{3,6\} \}$

warunek pokrycia spełniony

warunek zamknięcia spełniony

$x_1x_0 = 11$ z 1,5 do 2,4 ✓

dla pozostałych nie ma konfliktu

potrzeba tylko 3 stanów

$$\Phi_{min} = \{ \underset{A}{\{1,5\}}, \underset{B}{\{2,4\}}, \underset{C}{\{3,6\}} \}$$

Tabela automatu minimalnego

x_1x_0	00	01	11	10
A	–	C/1	B/1	B/1
B	B/0	C/0	A/0	A/1
C	C/0	C/1	B/0	C/1

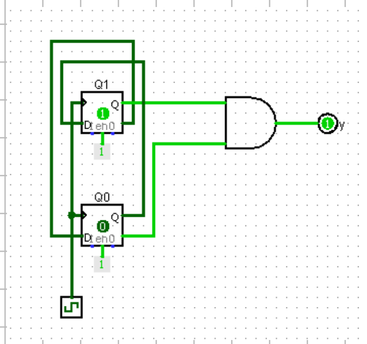
Funkcja wyjść

$Q_1Q_0 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	–	1	1	1
01	0	0	0	1
11	0	1	0	1
10	–	–	–	–

$$y = \bar{Q}_0 + x_1\bar{x}_0 + Q_1\bar{x}_1x_0$$

Automat bezwyjściowy

przyjmuje tylko sygnał zegara jako wejście
automat typu Moore'a



Przykład - automat sygnalizujący
co czwarty impuls zegara

s	s'	y
1	2	0
2	3	0
3	4	0
4	1	1

Q_1Q_0	$Q_1'Q_0'$	y
00	01	0
01	11	0
11	10	0
10	00	1

$D_1 = Q_0$

$D_0 = \overline{Q_1}$

$y = Q_1\overline{Q_0}$