Ciąg monotoniczny (od pewnego miejsca) i ograniczony jest zbieżny (ma granicę skończoną

np. $\left(\frac{3^n}{n!}\right)$ jest ograniczony z dołu przez 0 i malejący od pewnego momentu

więc $\exists g \in \mathbb{R} \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3^n}{n!}\right) = g$

rozumowanie od tyłu, zakładając że jest zbieżny

$$a_{n+1} = \frac{3}{n+1} \cdot a_n$$

$$\lim_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim_{n\to\infty} a_n = g$$

$$\Longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{n+1}\cdot a_n\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{3}{n+1} \cdot \lim_{n\to\infty} a_n$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \cdot \lim_{n\to\infty} a_n$$

$$g = 0$$

Ciąg (a_n): $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

symbol nieoznaczony 1^∞

jest zbieżny bo jest monotoniczny i ograniczony

Liczba Eulera $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e = 2.718\ldots$

podstawa logarytmu naturalnego

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x$$

Dla dowolnego podciągu liczb naturalnych

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \pm\infty \Longrightarrow \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{x_n}\right)^{x_n} = e$$

znaki nie mają znaczenia przy symbolach nieoznaczonych

[uzupełnić]

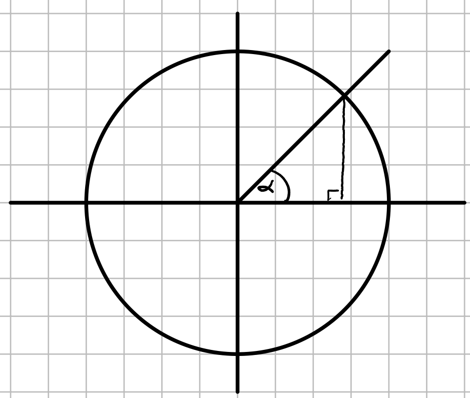
Symbol Newtona

Dwumian Newtona

Nierówność Bernoulliego $\rightarrow$ dowód, że $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ jest monotoniczny

1) $\cos(\alpha) < \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} < 1$

2) $\cos(\alpha) \geq 1 - |\alpha|$



...?