НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра прикладної математики

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни «Програмування»

на тему: РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ РЕЛАКСАЦІЇ

Студента і курсу, групи кімі-53
напряму підготовки 6.040301 –
прикладна математика
ГАЛЕТИ М. С.
Керівник
ЛЮБАШЕНКО Н.Д.
, ,
Національна оцінка
Кількість балів: Оцінка:
ECTS

3MICT

BCT	УП	3		
1.	Постановка задачі	4		
2.	. Вибір методу розв'язання задачі			
3.	Алгоритм програми	7		
4.	Опис програми	8		
5.	Результати	10		
ВИС	НОВКИ	14		
СПИ	ІСОК ЛІТЕРАТУРИ	15		
Лола	ток А. Текст програми на мові С	16		

ВСТУП

Обчислювальну техніку останніми роками широко застосовують у всіх сферах діяльності людини. Вона стала каталізатором науково-технічного прогресу. Бурхливий розвиток ЕОМ сприяв широкому процесу математизації науки, техніки і господарства в цілому. Саме розробка і застосування математичних методів розв'язування прикладних задач на базі ЕОМ є предметом сучасної математики.

Розвиток обчислювальної математики тісно пов'язаний з розвитком програмування, яке йде шляхом спрощення способів спілкування людини з комп'ютером. На сучасному етапі розвитку виникають мови програмування наближені до природних, розвиваються проблемно орієнтовані мови програмування, засоби візуального програмування, створюються пакети прикладних програм. Виникають і інтенсивно розвиваються структурне програмування і спеціалізовані мови для розробки структурованих програм.

1. Постановка задачі

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nn} * x_n = b_n \end{cases}$$

або у матричній формі

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} ,$$

де a_{ij} — елементи матриці коефіцієнтів біля невідомих; x_i — вектор невідомих; b_i — вектор вільних членів.

2. Вибір методу розв'язання задачі

Чисельні методи розв'язання системи лінійних рівнянь прийнято розділяти на два класи: прямі методи («точні») та ітераційні.

Прямими методами називаються методи, що дозволяють отримати розв'язок системи рівнянь за кінцеве число арифметичних операцій.

Суть ітераційних методів полягає в тому, що розв'язок системи знаходиться як границя послідовних наближень $x^{(n)}$ при $n \to \infty$ де n- номер ітерації.

Серед ітераційних методів розрізняють метод Якобі, метод Гаусса-Зейделя тощо. Для розв'язання даної задачі я обрав метод релаксації.

Нехай маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nn} * x_n = b_n \end{cases}$$

Перетворимо цю систему наступним чином: перенесемо вільні члени вліво та розділимо перше рівняння на $-a_{11}$, друге на $-a_{22}$ і т.д. Тоді отримаємо систему, готову до релаксації.

де
$$b_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}$$
 , $(i \neq j)$, a $c_j = \frac{b_i}{a_{ii}}$.

Нехай $x^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ..., x_n^{(0)}\right)$ — початкове наближення розв'язку системи (1). Підставляючи ці значення в систему, отримаємо нев'язки

$$\begin{cases} R_1^{(0)} = c_1 - x_1^{(0)} + \sum_{j=2}^n b_{1j} x_j^{(0)} \\ R_2^{(0)} = c_2 - x_2^{(0)} + \sum_{j=1}^n b_{2j} x_j^{(0)} \\ \vdots \\ R_n^{(0)} = c_n - x_n^{(0)} + \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} x_j^{(0)} \end{cases}$$

Якщо одній із невідомих $x_S^{(0)}$ надати приросту $\delta x_S^{(0)}$, то відповідна нев'язка $R_S^{(0)}$ зменшується на величину $\delta x_S^{(0)}$, а всі інші нев'язки $R_i^{(0)}(i\neq s)$ збільшаться на величину $b_{is}\,\delta x_S^{(0)}$. Таким чином, щоб обернути чергову нев'язку $R_{S^{(0)}}$ в нуль, достатньо величині $x_S^{(0)}$ надати приросту $\delta x_S^{(0)} = R_S^{(0)}$. Тоді ми будемо мати $R_S^{(1)} = 0$ і $R_i^{(1)} = R_i^{(0)} + b_{is}\,\delta x_S^{(0)}$ при $i\neq s$.

Метод релаксації в його найпростішій формі полягає в тому, що на кожному кроці обертають в нуль максимальну за модулем нев'язку шляхом зміни значення відповідної компоненти наближення. Процес закінчується, коли всі нев'язки останньої перетвореної системи будуть дорівнювати нулю із заданою точністю.

3. Алгоритм програми

На рисунку 1 наведений алгоритм роботи програми у вигляді блок-схеми.

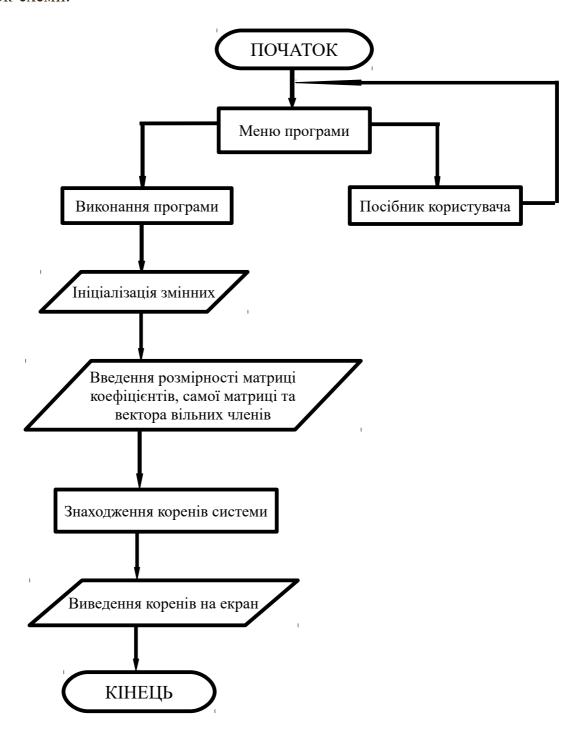


Рисунок 1

4. Опис програми

Таблиця 1 — Oпис основних функцій програми

Назва функції	Опис формальних параметрів	Призначення (результат роботи)
stroka	- int j — затримка (мс) - string s — рядок, що виводиться на екран	Посимвольне виведення рядка на екран
NatBudKlav	- int l — координата по x - int p — координата по y	Виведення на екран рядка «Натисніть будь-яку клавішу»
menu	void	Меню програми
frame	void	Обкладинка програми
work	void	Виконання програми — пошук коренів системи
task	void	Посібник користувача

Таблиця 2 — Опис основних даних

Назва змінної	Опис	Призначення
У	Цілочисельна змінна	Перевірка на введення
n	Цілочисельна змінна	Містить в собі розмірність матриці коефіцієнтів
tmp	Цілочисельна змінна	Зберігає в собі індекс елемента масиву
**matrix	Вказівник на масив масиву даних з плаваючою точкою	Містить адресу матриці коефіцієнтів
*b	Вказівник на масив даних з плаваючою точкою	Містить адресу вектора вільних членів
*x	Вказівник на масив даних з плаваючою точкою	Містить адресу вектора невідомих змінних
*diag	Вказівник на масив даних з плаваючою точкою	Містить адресу масиву діагональних елементів матриці коефіцієнтів

*r	Вказівник на масив даних з плаваючою точкою	Містить адресу масиву нев'язок
*sum	Вказівник на масив даних з плаваючою точкою	Містить адресу масиву сум $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{j}, \ i = \overline{1n}$
max	Змінна з плаваючою точкою	Зберігає в собі максимальний елемент масиву нев'язок
flag	Булева змінна	Перевірка на рівність нулю масиву нев'язок

5. Результати

Результати роботи програми показано на рисунках 1, 2, 3, 4, 5 та 6. В якості контрольного прикладу взято наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 1 \\ x_1 - 4x_2 = -3 \end{cases}.$$

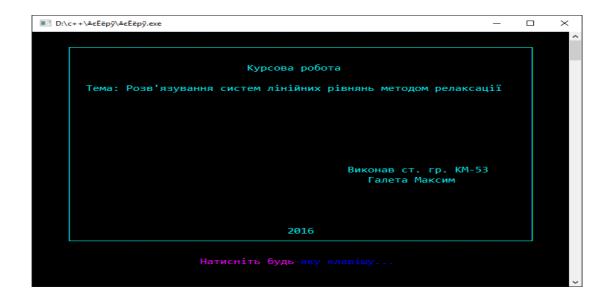


Рисунок 1 — Обкладинка програми



Рисунок 2 — Меню програми

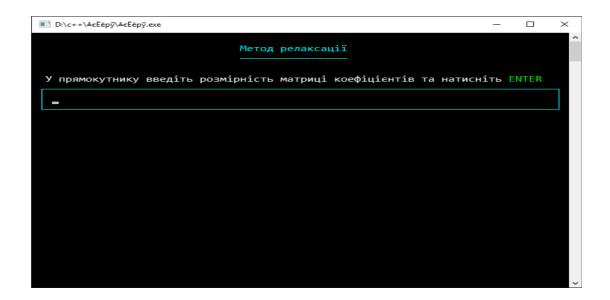


Рисунок 3 — Введення розмірності

Рисунок 4 — Введення матриці

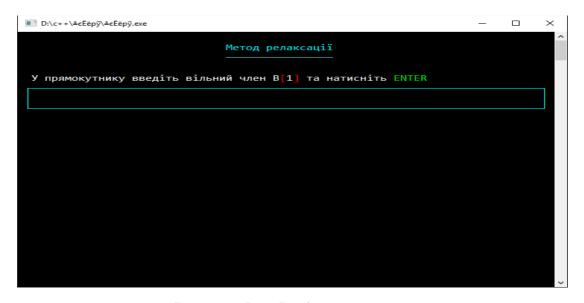


Рисунок 5 — Введення вектора вільних членів

```
В: D:\c++\4eEepÿ\4eEepÿ\4eEepÿ.exe
— — X
Метод релаксації
X[1] = 1
X[2] = 1
Натисніть будь-яку клавішу...
```

Рисунок 6 — Корені системи

ВИСНОВКИ

Під час виконання курсової роботи було вдосконалено навички опрацювання одновимірних і багатовимірних динамічних масивів, придбано навички з розробки зручного інтерфейсу програми, зокрема курсорного меню, поглиблено знання про методи розв'язання систем лінійних рівнянь.

Результатом роботи ϵ програма знаходження розв'язків системи лінійних рівнянь методом релаксації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики.: М., Наука, 1970, - 660 с.

Додаток А. Текст програми на мові С

```
#include<windows.h>
#include<stdio.h>
#include<conio,h>
#include<stdlib.h>
#include<string.h>
#include<math.h>
#include<iostream>
using namespace std;
void menu();
void frame()
       system("cls");
       textcolor(LightCyan);
       gotoxy(5,1);
       putchar(218);
       for(int i=0; i<68; i++)
               putchar(196);
       putchar(191);
       for(int i=2; i<20; i++)
               gotoxy(5,i);
               putchar(179);
               gotoxy(74,i);
               putchar(179);
       gotoxy(5,20);
       putchar(192);
       for(int i=0; i<68; i++)
               putchar(196);
       putchar(217);
       ukr(1251);
       gotoxy(32,3);
               stroka(15,"Курсова робота");
       gotoxy(8,5);
       stroka(15,"Тема: Розв'язування систем лінійних рівнянь методом релаксації");
       gotoxy(47,13);
       stroka(15,"Виконав ст. гр. КМ-53");
       gotoxy(50,14);
       stroka(15,"Галета Максим");
       gotoxy(38,19);
       stroka(15,"2016");
       NatBudKlav(25,22);
       menu();
}
void task();
void work();
```

```
void menu()
               int item=0, ch;
               string MenuItem[3]={"Запустити програму на виконання","Посібник користувача
","Вийти з програми
               system("cls");
               while(true)
                       textcolor(LightCyan);
                       gotoxy(37,1);
                       printf("MEHIO");
                       gotoxy(37,2);
                       ukr(866);
                       for(short i=0; i<4; i++)
                               putchar(196);
                       ukr(1251);
                       for(int i=0; i<3; i++)
                       {
                               if (i==item)
                                      textcolor(Black);
                                       textbackground(LightCyan);
                                       gotoxy(2,4+i);
                                      cout<<MenuItem[i];</pre>
                                       textbackground(Black);
                               else
                                       textbackground(Black);
                                       textcolor(White);
                                       gotoxy(2,4+i);
                                       cout << MenuItem[i];
                       gotoxy(79,6);
                       ch=getch();
                       switch(ch)
                       {
                               case 80:
                                       item+=1;
                                      if(item>2)
                                      item=0;
                                      break;
                               case 72:
                                      item=1;
                                      if(item<0)
                                      item=2;
                                       break;
                               case 13:
                                      if(item==0)
                                              work();
                                       if(item==1)
                                              task();
                                      if(item==2)
```

return;

```
break;
                       }
       void work()
               int y, n, tmp;
               float **matrix, *b, *x, *diag, *r, *sum, max;
               bool flag;
               while(true)
                       system("cls");
                       textcolor(LightCyan);
                       gotoxy(31,1);
                       printf("Метод релаксації");
                       gotoxy(31,2);
                       ukr(866);
                       for(short i=0; i<16; i++)
                               putchar(196);
                       ukr(1251);
                       textcolor(White);
                       gotoxy(2,4);
                       stroka(15,"У прямокутнику введіть розмірність матриці коефіцієнтів та
натисніть ");
                       textcolor(LightGreen);
                       stroka(15,"ENTER");
                       ukr(866);
                       textcolor(LightCyan);
                       gotoxy(1,5);
                       putchar(218);
                       for(short i=0; i<76; i++)
                               putchar(196);
                       gotoxy(78,5);
                       putchar(191);
                       gotoxy(1,6);
                       putchar(179);
                       gotoxy(78,6);
                       putchar(179);
                       gotoxy(1,7);
                       putchar(192);
                       for(short i=0; i<76; i++)
                               putchar(196);
                       gotoxy(78,7);
                       putchar(217);
                       gotoxy(3,6);
                       ukr(1251);
                       textcolor(White);
                       y=scanf("%d",&n);
                       if((y==0)||(n<2))
                               gotoxy(2,9);
                               stroka(15,"Ви
                                               ввели некоректні дані.
                                                                              Повторіть
                                                                                           будь-ласка
введення");
                               Sleep(1000);
```

```
fflush(stdin);
        else
                break;
matrix=(float**)calloc(n,sizeof(float*));
if(matrix==NULL)
        exit(-1);
for(int i=0; i<n; i++)
        matrix[i]=(float*)calloc(n,sizeof(float));
        if(matrix[i]==NULL)
                exit(-1);
b=(float*)calloc(n,sizeof(float));
if(b==NULL)
        exit(-1);
x=(float*)calloc(n,sizeof(float));
if(x==NULL)
        exit(-1);
r=(float*)calloc(n,sizeof(float));
if(r==NULL)
        exit(-1);
diag=(float*)calloc(n,sizeof(float));
if(diag==NULL)
        exit(-1);
sum=(float*)calloc(n,sizeof(float));
if(sum==NULL)
        exit(-1);
for(int i=0; i<n; i++)
        for(int j=0; j< n; j++)
                while(true)
                        system("cls");
                        textcolor(LightCyan);
                        gotoxy(31,1);
                        printf("Метод релаксації");
                        gotoxy(31,2);
                        ukr(866);
                        for(short k=0; k<16; k++)
                                putchar(196);
                        ukr(1251);
                        textcolor(White);
                        gotoxy(2,4);
                        stroka(15,"У прямокутнику введіть коефіцієнт А");
                        textcolor(LightRed);
                        stroka(15,"[");
                        textcolor(White);
                        printf("%d",i+1);
                        Sleep(15);
                        textcolor(LightRed);
                        stroka(15,"][");
                        textcolor(White);
                        printf("%d",j+1);
                        Sleep(15);
```

```
textcolor(LightRed);
                                       stroka(15,"]");
                                       textcolor(White);
                                       stroka(15," та натисніть ");
                                       textcolor(LightGreen);
                                       stroka(15,"ENTER");
                                       ukr(866);
                                       textcolor(LightCyan);
                                       gotoxy(1,5);
                                       putchar(218);
                                       for(short k=0; k<76; k++)
                                               putchar(196);
                                       gotoxy(78,5);
                                       putchar(191);
                                       gotoxy(1,6);
                                       putchar(179);
                                       gotoxy(78,6);
                                       putchar(179);
                                       gotoxy(1,7);
                                       putchar(192);
                                       for(short k=0; k<76; k++)
                                               putchar(196);
                                       gotoxy(78,7);
                                       putchar(217);
                                       gotoxy(3,6);
                                       ukr(1251);
                                       textcolor(White);
                                       y=scanf("%f",&matrix[i][j]);
                                       if(y==0)
                                       {
                                               gotoxy(2,9);
                                               stroka(15,"Ви ввели некоректні дані. Повторіть будь-
ласка введення");
                                               Sleep(1000);
                                               fflush(stdin);
                                       }
                                       else
                                               break;
               for(int i=0; i<n; i++)
                       while(true)
                        {
                               system("cls");
                               textcolor(LightCyan);
                               gotoxy(31,1);
                               printf("Метод релаксації");
                               gotoxy(31,2);
                               ukr(866);
                               for(short k=0; k<16; k++)
                                       putchar(196);
                               ukr(1251);
                               textcolor(White);
                               gotoxy(2,4);
                               stroka(15,"У прямокутнику введіть вільний член В");
                               textcolor(LightRed);
```

```
stroka(15,"[");
                                textcolor(White);
                                printf("%d",i+1);
                                Sleep(15);
                                textcolor(LightRed);
                                stroka(15,"]");
                                textcolor(White);
                                stroka(15," та натисніть ");
                                textcolor(LightGreen);
                                stroka(15,"ENTER");
                                ukr(866);
                                textcolor(LightCyan);
                                gotoxy(1,5);
                                putchar(218);
                                for(short k=0; k<76; k++)
                                        putchar(196);
                                gotoxy(78,5);
                                putchar(191);
                                gotoxy(1,6);
                                putchar(179);
                                gotoxy(78,6);
                                putchar(179);
                                gotoxy(1,7);
                                putchar(192);
                                for(short k=0; k<76; k++)
                                        putchar(196);
                                gotoxy(78,7);
                                putchar(217);
                                gotoxy(3,6);
                                ukr(1251);
                                textcolor(White);
                                y=scanf("%f",&b[i]);
                                if(y==0)
                                {
                                        gotoxy(2,9);
                                        stroka(15,"Ви ввели некоректні дані. Повторіть будь-ласка
введення");
                                        Sleep(1000);
                                        fflush(stdin);
                                }
                                else
                                        break;
               for(int i=0; i<n; i++)
                        for(int j=0; j<n; j++)
                               if(i==j)
                                        diag[i]=matrix[i][j];
                for(int i=0; i<n; i++)
                        b[i]=b[i]/diag[i];
                        for(int j=0; j< n; j++)
                                matrix[i][j] = matrix[i][j]/diag[i];
               for(int i=0; i<n; i++)
                        x[i]=0;
```

```
flag=false;
while(flag==false)
        for(int i=0; i<n; i++)
                sum[i]=0;
                for(int j=0; j< n; j++)
                        sum[i]=sum[i]+(matrix[i][j]*x[j]);
        for(int i=0; i<n; i++)
                r[i]=b[i]-sum[i];
        max=r[0];
        tmp=0;
        for(int i=1; i<n; i++)
                if(max<r[i])
                        max=r[i];
                        tmp=i;
        for(int i=0; i<n; i++)
                if(i==tmp)
                        x[i]=x[i]+max;
        for(int i=0; i<n; i++)
        {
                if((r[i]==0)||(r[i]<0.000001))
                        flag=true;
                else
                {
                        flag=false;
                        break;
                }
        }
system("cls");
textcolor(LightCyan);
gotoxy(31,1);
printf("Метод релаксації");
gotoxy(31,2);
ukr(866);
for(short k=0; k<16; k++)
        putchar(196);
ukr(1251);
textcolor(White);
for(int i=0; i<n; i++)
{
        gotoxy(2,4+i);
        printf("X");
        textcolor(LightRed);
        printf("[");
        textcolor(White);
        printf("%d",i+1);
        textcolor(LightRed);
        printf("]");
        textcolor(White);
        printf(" = ");
```

```
cout << x[i];
              NatBudKlav(25,8+n);
               for(int i=0; i<n; i++)
                      free(matrix[i]);
              free(matrix);
              free(b);
              free(x);
              free(r);
              free(diag);
               free(sum);
              return;
       }
       void task()
              system("cls");
               textcolor(LightCyan);
               gotoxy(30,1);
              printf("Завдання програми");
               gotoxy(30,2);
               ukr(866);
               for(short k=0; k<17; k++)
                      putchar(196);
              ukr(1251);
              textcolor(White);
              gotoxy(3,4);
              stroka(15,"Метод релаксації передбачає пошук раціональних коренів систем
лінійних рів-");
              gotoxy(1,5);
              stroka(15,"нянь. Коефіцієнти, що стоять при невідомих, утворюють квадратну
матрицю, а");
               gotoxy(1,6);
              stroka(15,"вільні елементи - вектор вільних членів. Для того, щоб метод спрацював,
необ-");
               gotoxy(1,7);
              stroka(15,"хідно, щоб діагональні елементи цієї матриці мали діагональну перевагу,
тобто");
              gotoxy(1,8);
              stroka(15,"мінімальний діагональний елемент по модулю має бути більшим за всі
інші недіа-");
              gotoxy(1,9);
              stroka(15,"гональні елементи теж взятими по модулю, включаючи елементи вектора
вільних");
               gotoxy(1,10);
              stroka(15,"членів. В іншому випадку таку систему неможливо розв'язати методом
релаксації,");
               gotoxy(1,11);
              stroka(15,"і розв'зки системи будуть невірними.");
              NatBudKlav(25,14);
              system("cls");
              textcolor(LightCyan);
               gotoxy(30,1);
              printf("Завдання програми");
               gotoxy(30,2);
```

```
ukr(866);
              for(short k=0; k<17; k++)
                      putchar(196);
              ukr(1251);
              textcolor(White);
              gotoxy(3,4);
              stroka(15,"Користувач має ввести з клавіатури необхідні для розв'язання дані, а
саме:");
              gotoxy(6,5);
              stroka(15,"-
                            розмірність
                                           квадратної
                                                        матриці
                                                                   коефіцієнтів
                                                                                  при
                                                                                       невідомих
(відповідно");
              gotoxy(8,6);
              stroka(15,"такою ж буде розмірність вектора вільних членів);");
              gotoxy(6,7);
              stroka(15,"- коефіцієнти матриці (поелементне введення);");
              gotoxy(6,8);
              stroka(15,"- елементи вектора вільних членів (поелементне введення).");
              gotoxy(3,9);
              stroka(15,"Після цього на екран буде виведено вектор невідомих змінних - розв'язок
си-");
              gotoxy(1,10);
              stroka(15,"стеми");
              NatBudKlav(25,13);
       }
       int main()
              frame();
```