

SIMULASI US/USP SMA/MA

Mata Pelajaran : **MATEMATIKA**

Program : **IPA**

Hari/Tanggal :

Jam :

PETUNJUK UMUM

1. Pilihlah jawaban yang benar dan isikan dalam lembar jawaban yang tersedia.
2. Jumlah soal sebanyak 40 butir, 35 soal pilihan ganda dengan lima pilihan jawaban dan 5 soal uraian.
3. Periksa dan bacalah soal-soal sebelum Anda menjawabnya.
4. Laporkan kepada pengawas ujian apabila terdapat lembar soal yang kurang jelas, rusak, atau tidak lengkap.
5. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika, atau alat bantu hitung lainnya.
6. Mintalah kertas buram kepada pengawas ujian, bila diperlukan.
7. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ujian.
8. Lembar soal tidak boleh dicoret-coret.

A. Pilihan Ganda

1. Hasil dari $\frac{(3^{\frac{3}{5}} \cdot 8^{-\frac{3}{2}})}{(32^{\frac{1}{10}} \cdot 81^{-\frac{3}{5}})}$ adalah
A. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{32}{27}$
B. $\frac{22}{7}$ E. $\frac{27}{32}$
C. $\frac{27}{16}$
2. Bentuk sederhana dari $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{7})}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}$ adalah
A. $\frac{2}{3}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$ D. $-\frac{4}{9}(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$
B. $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$ E. $-\frac{4}{9}(2\sqrt{5} - \sqrt{2})$
C. $-\frac{2}{3}(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$
3. Hasil dari $\frac{{}^6\log 32 \cdot {}^{\sqrt{8}}\log 27 \cdot {}^{\frac{1}{3}}\log 6\sqrt{6}}{\sqrt{2}\log 32 - \sqrt{2}\log 8}$ adalah
A. $\frac{15}{4}$ C. $-\frac{15}{16}$ E. $-\frac{15}{4}$
B. $\frac{15}{9}$ D. $-\frac{5}{4}$
4. Penyelesaian dari $5^{-2x+2} + 74 \cdot 5^{-x} - 3 \geq 0$ adalah
A. $x \leq -3$ atau $x \geq \frac{1}{25}$
B. $-3 \leq x \leq \frac{1}{25}$
C. $x \leq 2$
D. $x \geq 2$
E. $x \geq -2$
5. Diketahui fungsi $f : R \rightarrow R$ dan $g : R \rightarrow R$ dengan $g(x) = 2 - x$ dan $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 16x + 12$. Nilai $f(-1)$ adalah
A. -12 D. 9
B. -9 E. 12
C. -8
6. Jika fungsi $f(x) = \frac{x+4}{x-6}$, $x \neq 6$ dan $g(x) = 2x - 1$, maka $(g \circ f^{-1})(x) = \dots$
A. $\frac{2x+3}{2x-7}$, $x \neq \frac{7}{2}$ D. $\frac{x+7x}{2x-2}$, $x \neq 1$
B. $\frac{7x+3}{2-2x}$, $x \neq 1$ E. $\frac{3+7x}{2-2x}$, $x \neq 1$
C. $\frac{6x+14}{x-1}$, $x \neq 1$

7. Persamaan kuadrat $x^2 + px - (p + 1) = 0$ mempunyai akar-akar α dan β . Jika $\alpha^2 + \beta^2 = 50$, nilai p yang memenuhi adalah
- A. $p = -4$ atau $p = 12$
 B. $p = 4$ atau $p = -6$
 C. $p = -8$ atau $p = 6$
 D. $p = -6$ atau $p = -8$
 E. $p = 6$ atau $p = 8$
8. Persamaan kuadrat $3x^2 - 4x + 2 = 0$ memiliki akar-akar α dan β . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(3\alpha + 1)$ dan $(3\beta + 1)$ adalah
- A. $x^2 - 11x + 6 = 0$
 B. $x^2 + 6x - 11 = 0$
 C. $x^2 - 6x + 11 = 0$
 D. $x^2 + 6x + 11 = 0$
 E. $x^2 - 6x - 11 = 0$
9. Jika grafik fungsi $y = (p - 3)x^2 - 2px + 2x + 8$ menyinggung sumbu-X, nilai p yang memenuhi adalah
- A. -10
 B. -5
 C. -4
 D. 4
 E. 5
10. Hadi, Yuda, dan Toni menabung di bank. Jumlah uang tabungan Yuda dan dua kali uang tabungan Toni, Rp150.000,00 lebih banyak dari tabungan Hadi. Jumlah uang tabungan Hadi dan Toni adalah Rp1.450.000,00. Jumlah uang tabungan mereka bertiga Rp2.000.000,00. Jumlah uang Yuda dan Toni adalah
- A. Rp1.650.000,00
 B. Rp1.450.000,00
 C. Rp1.200.000,00
 D. Rp900.000,00
 E. Rp750.000,00
11. Nilai $2x - y$ dari persamaan matriks $\begin{pmatrix} 5 & 3x \\ y-1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 1-2y \\ -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ adalah
- A. -7
 B. -1
 C. 1
 D. 7
 E. 8
12. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, dan $C = A \cdot B$. Jika matriks C^{-1} adalah invers matriks C , maka C^{-1} adalah
- A. $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 B. $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 16 & 1 \end{pmatrix}$
 C. $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & -2 \\ 12 & -1 \end{pmatrix}$
 D. $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$
 E. $-\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$
13. Suatu barisan geometri: 40, 200, 1.000, Jumlah n suku pertama adalah
- A. $S_n = 2(5^{n+2} - 5)$
 B. $S_n = 2(5^{n+1} - 1)$
 C. $S_n = 2(5^{n+1} - 5)$
 D. $S_n = 2(5^{n-1} - 1)$
 E. $S_n = 2(5^{n-1} - 5)$
14. Ada 5 bersaudara yang umurnya membentuk deret aritmetika. Jika yang termuda berumur 20 tahun dan yang tertua berumur 32 tahun, jumlah umur mereka adalah ... tahun.
- A. 100
 B. 110
 C. 120
 D. 130
 E. 140
15. Suatu unsur radioaktif meluruh menjadi setengahnya dalam waktu 30 menit. Jika pada mulanya massa unsur tersebut 20 gram, massa unsur yang meluruh selama 2 jam adalah
- A. 1,25 gram
 B. 2,50 gram
 C. 10,00 gram
 D. 17,50 gram
 E. 18,75 gram
16. Setiap hari seorang pengrajin tas memproduksi dua jenis tas. Modal untuk tas model I adalah Rp20.000,00 dengan

keuntungan 40%. Modal untuk tas model II adalah 30.000,00 dengan keuntungan 30%. Jika modal yang tersedia setiap harinya adalah Rp1.000.000,00 dan paling banyak hanya dapat memproduksi 40 tas, keuntungan terbesar yang dapat dicapai pengrajin tas tersebut adalah

- A. 30% D. 17,50%
B. 34% E. 18,75%
C. 36%

17. Nilai $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{3x - 3}}{x^2 + x - 20}$ adalah

- A. $-\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{18}$
B. $-\frac{1}{18}$ E. $\frac{1}{9}$
C. $-\frac{1}{54}$

18. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + x + 3})$ adalah

- A. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
B. $-\frac{1}{4}$ E. $\frac{1}{2}$
C. 0

19. Hasil dari $\int \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x - 3}} dx$ adalah

- A. $\sqrt{x^2 + 4x - 3} + C$
B. $2\sqrt{x^2 + 4x - 3} + C$
C. $3\sqrt{x^2 + 4x - 3} + C$
D. $4\sqrt{x^2 + 4x - 3} + C$
E. $6\sqrt{x^2 + 4x - 3} + C$

20. Nilai dari $\int_2^3 (x^2 + 10x + 25) dx$ adalah

- A. $56\frac{1}{3}$ D. $57\frac{2}{3}$
B. $56\frac{2}{3}$ E. $58\frac{1}{3}$
C. $57\frac{1}{3}$

21. Suatu tabung tanpa tutup yang terbuat dari lempengan tipis dapat memuat air sebanyak $27\pi \text{ cm}^3$. Luas permukaan tabung akan minimum jika panjang jari-jari tabung adalah

- A. 9 cm D. 4 cm
B. 8 cm E. 3 cm
C. 6 cm

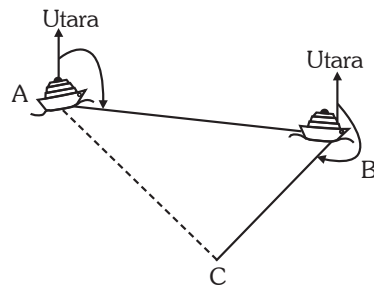
22. Diketahui $\sin \alpha \cos \beta = \frac{2}{5}$ dan $(\alpha + \beta) = \frac{5\pi}{6}$. Nilai $\sin(\alpha - \beta)$ adalah

- A. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{10}$
B. $-\frac{3}{10}$ E. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{10}$

23. Nilai dari $\frac{\sin 280^\circ - \sin 140^\circ}{\cos 280^\circ - \cos 140^\circ}$ adalah

- A. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
B. $-\sqrt{2}$ E. $\sqrt{3}$
C. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

24. Suatu kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B dengan jurusan tiga angka 130° sejauh 20 km. Kemudian berlayar menuju ke pelabuhan C dengan jurusan tiga angka 250° sejauh 40 km. Jarak antara pelabuhan C dan A adalah



- A. $10\sqrt{3}$ km D. $20\sqrt{5}$ km
B. $10\sqrt{5}$ km E. $20\sqrt{7}$ km
C. $20\sqrt{3}$ km

25. Diketahui limas beraturan $T.ABCD$. Panjang rusuk tegak dan panjang rusuk alas 4 cm. Jarak titik A ke TB adalah

- A. $2\sqrt{2}$ cm D. $4\sqrt{2}$ cm
B. $2\sqrt{3}$ cm E. $4\sqrt{3}$ cm
C. 4 cm

26. Kubus $ABCD.EFGH$ memiliki rusuk 4 cm. Sudut antara AE dan bidang AFH adalah α . Nilai $\sin \alpha$ adalah

A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ D. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$
 B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ E. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
 C. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

27. Diketahui limas segienam beraturan $T.ABCDEF$ rusuk alasnya 6 cm dan tinggi limas $6\sqrt{3}$ cm. Nilai sinus sudut antara rusuk tegak dan bidang alas limas adalah

A. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
 B. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 C. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

28. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$, panjang rusuknya 10 cm dan α adalah sudut antara bidang BDG dan $ABCD$. Nilai $\cos \alpha$ adalah

A. $\frac{1}{6}\sqrt{6}$ D. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
 B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 C. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

29. Persamaan lingkaran dengan pusat di titik $(3, 2)$ dan menyinggung garis $x = 1$ adalah

A. $x^2 - y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
 D. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$
 E. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$

30. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ yang sejajar garis $2x - y + 7 = 0$ adalah

A. $2x - y + 10 = 0$
 B. $2x - y + 5 = 0$
 C. $2x - y + 3 = 0$
 D. $2x + y + 1 = 0$
 E. $2x + y - 5 = 0$

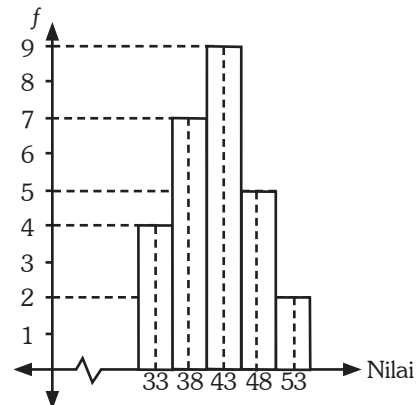
31. Bayangan garis $x + 3y + 2 = 0$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ dilanjutkan oleh rotasi pusat } O$$

sejauh 180° adalah

A. $3x + 6y - 2 = 0$
 B. $y + 2 = 0$
 C. $y - 2 = 0$
 D. $x + 3y + 2 = 0$
 E. $x - 3y - 2 = 0$

32. Modus dari histogram berikut adalah



A. 42,17 D. 43,83
 B. 43,17 E. 45,50
 C. 43,83

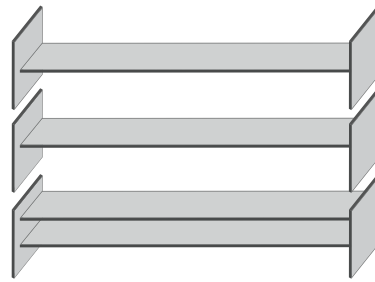
33. Banyak bilangan kelipatan 5 yang terdiri atas 3 angka berbeda yang dapat disusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 adalah

A. 55 D. 105
 B. 60 E. 120
 C. 70

34. Dalam suatu ulangan siswa harus mengerjakan 8 soal dari 10 soal yang tersedia dengan syarat soal bernomor ganjil wajib dikerjakan. Banyak cara siswa mengerjakan soal sisa adalah

A. 5 D. 45
 B. 10 E. 56
 C. 36

35. Untuk membuat secara lengkap satu set rak sepatu seperti pada gambar, seorang tukang kayu membutuhkan 4 potong panel kayu panjang dan 6 panel kayu pendek. Tukang kayu memiliki persediaan panel kayu panjang dengan 5 pilihan warna dan panel kayu pendek dengan 7 pilihan warna. Jika panel kayu panjang harus dipasangkan dengan warna yang sama demikian juga haknya dengan panel kayu pendek tetapi panel kayu panjang tidak harus sewarna dengan panel kayu pendek, banyak variasi warna rak sepatu yang dibuat adalah



- A. 20
B. 24
C. 28
D. 30
E. 35

B. Uraian

36. Jika persamaan kuadrat $x^2 + (p + 1)x + (2 - p) = 0$ memiliki akar-akar yang tidak real, tentukan nilai p yang memenuhi persamaan tersebut.
37. Seorang pedagang pakaian menjual dua jenis pakaian, yaitu kemeja dan celana panjang. Harga beli kemeja Rp100.000,00 yang dijual dengan harga Rp120.000,00 per potong, sedangkan harga beli celana panjang Rp150.000,00 dijual dengan harga Rp175.000,00 per potong. Modal yang dimiliki Rp30.000.000,00 dan toko pakaian tersebut hanya dapat memuat 250 potong pakaian. Jika pedagang tersebut ingin mendapatkan keuntungan maksimum, berapa banyak kemeja dan celana yang harus ia jual?
38. Diketahui $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - A^2x + 1$ dan $f(x) = g(2x - 1)$, A suatu konstanta. Jika fungsi f naik pada $x \leq 0$ atau $x \geq 1$, tentukan nilai maksimum relatif.
39. Tentukan himpunan penyelesaian permasalahan $4 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 2 \cos^2 x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
40. Perhatikan data pada tabel berikut!

Data	Frekuensi
47–49	1
50–52	6
53–55	6
56–58	7
59–61	4

Tentukan kuartil bawah dari data pada tabel di atas.

$$1. \frac{\left(3^{\frac{3}{5}} \cdot 8^{-\frac{3}{2}}\right)}{\left(32^{\frac{1}{10}} \cdot 81^{-\frac{3}{5}}\right)} = \frac{\left(3^{\frac{3}{5}} \cdot (2^3)^{-\frac{3}{2}}\right)}{\left((2^5)^{\frac{1}{10}} \cdot (3^4)^{-\frac{3}{5}}\right)} = \frac{\left(3^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-\frac{9}{2}}\right)}{\left(2^{\frac{5}{10}} \cdot 3^{-\frac{12}{5}}\right)}$$

$$= 3^{\frac{3}{5} - (-\frac{12}{5})} \cdot 2^{-\frac{9}{2} - \frac{1}{2}} = 3^{\frac{15}{5}} \cdot 2^{-\frac{10}{2}}$$

$$= \frac{3^3}{2^5} = \frac{27}{32}$$

Jawaban: E

$$2. \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{7})}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3 - 7}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-4}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{-2(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{5 - 8}$$

$$= \frac{-2(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{-3}$$

$$= \frac{2}{3}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

Jawaban: A

$$3. \frac{{}^6\log 32 \cdot {}^{\sqrt{8}}\log 27 \cdot {}^{\frac{1}{3}}\log 6\sqrt{6}}{\sqrt{2}\log 32 - \sqrt{2}\log 8}$$

$$= \frac{{}^6\log 2^5 \cdot {}^{2^{\frac{3}{2}}}\log 3^3 \cdot {}^{3^{-1}}\log 6^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\log \frac{32}{8}}$$

$$= \frac{\left(\frac{5 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} \cdot (-1)}\right) {}^6\log 2 \cdot {}^2\log 3 \cdot {}^3\log 6}{2^{\frac{1}{2}}\log 2^2}$$

$$= \frac{-15 {}^6\log 6}{\left(\frac{2}{1}\right)^2 \log 2} = -\frac{15}{4}$$

Jawaban: E

$$4. 5^{-2x+2} + 74 \cdot 5^{-x} - 3 \geq 0$$

$$5^2 \cdot \frac{1}{5^{2x}} + 74 \cdot \frac{1}{5^x} - 3 \geq 0$$

Misalkan $5^x = p$ sehingga pertidaksamaan menjadi:

$$\frac{25}{p^2} + \frac{74}{p} - 3 \geq 0 \quad (\text{semua dikali } -p^2)$$

$$3p^2 - 74p - 25 \leq 0$$

$$(3p+1)(p-25) \leq 0$$

Pembuat nol: $3p + 1 = 0$

$$p = -\frac{1}{3}$$

$$5^x = -\frac{1}{3} \quad (\text{TM})$$

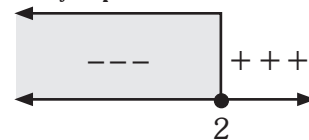
atau

$$p - 25 = 0$$

$$p = 25$$

$$5^x = 25 \Rightarrow x = 2$$

Dengan titik uji diperoleh:



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $x \leq 2$.

Jawaban: C

$$5. \text{ Diketahui } g(x) = 2 - x$$

$$(f \circ g)(x) = 3x^2 - 16x + 12$$

$$f(g(x)) = 3x^2 - 16x + 12$$

$$f(2 - x) = 3x^2 - 16x + 12$$

$$f(2 - 3) = 3(3)^2 - 16(3) + 12$$

$$f(-1) = 27 - 48 + 12 = -9$$

Jawaban: B

$$6. (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+4}{x-6}\right) = 2\left(\frac{x+4}{x-6}\right) - 1$$

$$= \frac{2x+8}{x-6} - \frac{x-6}{x-6} = \frac{x+14}{x-6}, x \neq 6$$

$$\text{Ingat } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a},$$

$$\text{karena } (g \circ f)(x) = \frac{x+14}{x-6}, x \neq 6, \text{ maka:}$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{6x+14}{x-1}, x \neq 1$$

Jawaban: C

7. Persamaan kuadrat $x^2 + px - (p+1) = 0$ dengan akar-akar α dan β , diperoleh:

$$\alpha + \beta = -\frac{p}{1} = -p$$

$$\alpha\beta = \frac{-(p+1)}{1} = -p-1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 50$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta = 50$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 50$$

$$(-p)^2 - 2(-p-1) = 50$$

$$p^2 + 2p + 2 = 50$$

$$p^2 + 2p - 48 = 0$$

$$(p+8)(p-6) = 0$$

$$p = -8 \text{ atau } p = 6$$

Jawaban: C

8. Persamaan kuadrat $3x^2 - 4x + 2 = 0$ dengan akar-akar α dan β , diperoleh:

$$\alpha + \beta = -\frac{(-4)}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{2}{3}$$

Misalkan akar-akar persamaan kuadrat baru $x_1 = (3\alpha + 1)$ dan $x_2 = (3\beta + 1)$, sehingga persamaan barunya adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - (3\alpha + 1 + 3\beta + 1)x + (3\alpha + 1)(3\beta + 1) = 0$$

$$x^2 - [3(\alpha + \beta) + 2]x + [9\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 1] = 0$$

$$x^2 - \left[3 \cdot \frac{4}{3} + 2\right]x + \left[9 \cdot \frac{2}{3} + 3 \cdot \frac{4}{3} + 1\right] = 0$$

$$x^2 - [4 + 2]x + [6 + 4 + 1] = 0$$

$$x^2 - 6x + 11 = 0$$

Jawaban: C

9. Fungsi $y = (p-3)x^2 - 2px + 2x + 8$ menyinggung sumbu-X, sehingga $D = 0$.
 $y = (p-3)x^2 + (2-2p)x + 8; a = (p-3),$
 $b = (2-2p), c = 8$

$$D = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$(2-2p)^2 - 4(p-3)(8) = 0$$

$$4 - 8p + 4p^2 - 32p + 96 = 0$$

$$4p^2 - 40p + 100 = 0$$

$$p^2 - 10p + 25 = 0$$

$$(p-5)^2 = 0$$

$$p-5 = 0$$

$$p = 5$$

Jawaban: E

10. Misalkan uang Hadi = h , uang Yuda = y , dan uang Toni = t .

Model matematika dari permasalahan pada soal diperoleh:

$$y + 2t = 150.000 + h \quad \dots(1)$$

$$h + t = 1.450.000 \quad \dots(2)$$

$$h + y + t = 2.000.000 \quad \dots(3)$$

Berdasarkan persamaan (3) - (2), diperoleh:

$$h + y + t = 2.000.000$$

$$h + t = 1.450.000$$

$$\hline y = 550.000 \quad \dots(4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke (1), diperoleh:

$$550.000 + 2t = 150.000 + h$$

$$h - 2t = 400.000 \quad \dots(5)$$

Berdasarkan persamaan (2) - (5), diperoleh:

$$h + t = 1.450.000$$

$$h - 2t = 400.000$$

$$\hline 3t = 1.050.000$$

$$t = 350.000$$

$$y + t = 550.000 + 350.000 = 900.000$$

Jadi, jumlah uang Yuda dan uang Toni adalah Rp900.000,00.

Jawaban: D

$$11. \begin{pmatrix} 5 & 3x \\ y-1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 1-2y \\ 2x & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3x+2y-1 \\ -2x+y-1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-2 & 18+2 \\ 0-8 & -12+8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3x+2y-1 \\ -2x+y-1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 20 \\ -8 & -4 \end{pmatrix}$$

Diperoleh kesamaan matriks:

$$3x + 2y - 1 = 20 \Rightarrow 3x + 2y = 21 \quad \dots(1)$$

$$-2x + y - 1 = -8 \Rightarrow -2x + y = -7 \quad \dots(2)$$

Berdasarkan persamaan (1) – 2(2), diperoleh:

$$3x + 2y = 21$$

$$-4x + 2y = -14$$

$$\hline 7x = 35 \Rightarrow x = 5$$

Substitusikan $x = 5$ ke $3x + 2y = 21$

$$15 + 2y = 21$$

$$2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

Jadi,

$$2x - y = 2(5) - 3 = 10 - 3 = 7$$

Jawaban: D

12. $C = A \cdot B$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -8-6 & 2+0 \\ 4-4 & -1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{(-14)(-1) - 2(0)} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -14 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{14} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -14 \end{pmatrix} = -\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, matriks } C^{-1} = -\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Jawaban: E

13. Barisan geometri dengan $U_1 = 40$ dan $U_2 = 200$

$$r = \frac{200}{40} = 50$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{40(5^n - 1)}{5 - 1} = \frac{40(5^n - 1)}{4}$$

$$= 10(5^n - 1) = 2 \cdot 5(5^n - 1) = 2(5 \cdot 5^n - 5)$$

$$= 2(5^{n+1} - 5)$$

Jawaban: C

14. Misalkan usia termuda adalah $U_1 = 20$ dan usia tertua adalah $U_5 = 32$

$$S_n = n \cdot U_t$$

$$S_5 = 5 \cdot \frac{(32 + 20)}{2} = 5 \cdot \frac{52}{2} = 5 \cdot 26 = 130$$

Jadi, jumlah umur 5 bersaudara tersebut adalah 130 tahun.

Jawaban: D

15. $U_0 = 20$ gram

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 20; & 10; & 5; & 2,5; & 1,25 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 30 \text{ menit} + & 30 \text{ menit} + & 30 \text{ menit} + & 30 \text{ menit} = & 2 \text{ jam} \end{array}$$

Massa unsur yang meluruh:

$$20 - 1,25 = 18,75$$

Jadi, massa unsur yang meluruh selama 2 jam adalah 18,75 gram.

Jawaban: E

16. Misalkan harga tas model I adalah x dan harga tas model II adalah y .

Modal tas model I = 20.000,

keuntungan = $40\% \times 20.000 = 8.000$

Modal tas model II = 30.000,

keuntungan = $30\% \times 30.000 = 9.000$

Fungsi kendalanya diperoleh:

$$20.000x + 30.000y \leq 1.000.000$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y \leq 100$$

$$x + y \leq 40$$

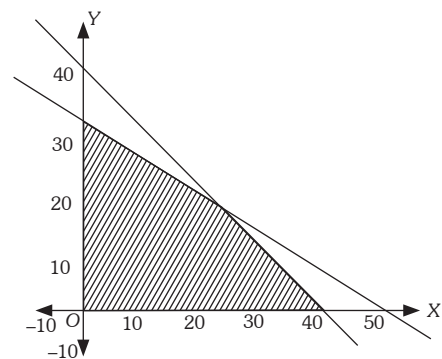
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektifnya:

$$f(x, y) = 8.000x + 9.000y$$

Fungsi kendalanya digambarkan:



Titik potong antara garis $2x + 3y = 100$ dan $x + y = 40$:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y = 100 & \times 1 & 2x + 3y = 100 \\ x + y = 40 & \times 2 & 2x + 2y = 80 \\ \hline & & y = 20 \end{array}$$

Substitusikan $y = 20$ ke $x + y = 40$, diperoleh:

$$x + 20 = 40$$

$$x = 20$$

Titik potongnya adalah (20, 20).

Diperoleh titik-titik pojok dan nilai objektifnya.

Titik Pojok	$f(x,y) = 8.000x + 9.000y$
(0, 0)	0
(40, 0)	320.000
(20, 20)	340.000 (maks)
$(0, 33\frac{1}{3})$	300.000

Persentase keuntungan terbesar

$$\frac{340.000}{1.000.000} \times 100\% = 34\%$$

Jadi, keuntungan terbesar yang dapat dicapai pengrajin tas tersebut adalah 34%.

Jawaban: B

$$\begin{aligned}
 17. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{3x-3}}{x^2 + x - 20} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-\frac{3}{2\sqrt{3x-3}}}{2x+1} \\
 &= \frac{-\frac{3}{2\sqrt{3(4)-3}}}{2(4)+1} \\
 &= \frac{-\frac{3}{2\sqrt{9}}}{9} = -\frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{18}
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

18. Ingat!

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}) &= \frac{b-p}{2\sqrt{a}} \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + x + 3}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2} - \sqrt{4x^2 + x + 3}) \\
 &= \frac{0-1}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$19. \int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x-3}} dx$$

Misalkan $u = x^2 + 4x - 3$

$$\frac{du}{dx} = 2x + 4 \Rightarrow \frac{du}{2} = (x+2)dx$$

$$\begin{aligned}
 \int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x-3}} dx &= \int \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{du}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{2}} du \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} u^{-\frac{1}{2}+1} + C \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}} + C = u^{\frac{1}{2}} + C \\
 &= \sqrt{x^2+4x-3} + C
 \end{aligned}$$

Jawaban: A

$$\begin{aligned}
 20. \int_2^3 (x^2 + 10x + 25) dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 25x \right]_2^3 \\
 &= \frac{1}{3}[3^3 - 2^3] + 5[3^2 - 2^2] + 25[3 - 2] \\
 &= \frac{1}{3}[27 - 8] + 5[9 - 4] + 25[1] \\
 &= \frac{19}{3} + 25 + 25 = 6\frac{1}{3} + 50 = 56\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Jawaban: A

$$21. V_{\text{tab}} = \pi r^2 t = 27\pi \Leftrightarrow t = \frac{27}{r^2}$$

$$LP_{\text{tab}} = \pi r^2 + 2\pi r t \quad \dots (1)$$

Substitusikan $t = \frac{27}{r^2}$ ke persamaan (1)

diperoleh:

$$\begin{aligned}
 LP_{\text{tab}} &= \pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{27}{r^2} \right) \\
 &= \pi r^2 + \pi \frac{54}{r} = \pi r^2 + 54\pi r^{-1}
 \end{aligned}$$

Agar luas minimum, maka $LP_{\text{tab}}' = 0$ diperoleh:

$$\begin{aligned}
 LP_{\text{tab}}' &= 2\pi r - 54\pi r^{-2} = 0 \\
 2\pi r - \frac{54\pi}{r^2} &= 0 \\
 2\pi r &= \frac{54\pi}{r^2} \\
 2r^3 &= 54 \\
 r^3 &= 27 = 3^3 \\
 r &= 3
 \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan tabung akan minimum jika panjang jari-jari tabung adalah 3 cm.

Jawaban: E

$$22. \sin \alpha \cos \beta = \frac{2}{5}$$

$$(\alpha + \beta) = \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5} + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

Dengan demikian,

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

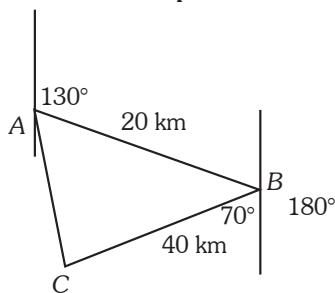
$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

Jawaban: D

$$\begin{aligned} 23. \frac{\sin 280^\circ - \sin 140^\circ}{\cos 280^\circ - \cos 140^\circ} &= \frac{2 \cos \left(\frac{280^\circ + 140^\circ}{2} \right) \sin \left(\frac{280^\circ - 140^\circ}{2} \right)}{-2 \sin \left(\frac{280^\circ + 140^\circ}{2} \right) \sin \left(\frac{280^\circ - 140^\circ}{2} \right)} \\ &= \frac{2 \cos 210^\circ}{-2 \sin 210^\circ} = -\frac{\cos(180^\circ + 30^\circ)}{\sin(180^\circ + 30^\circ)} = -\frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} \\ &= -\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3} \end{aligned}$$

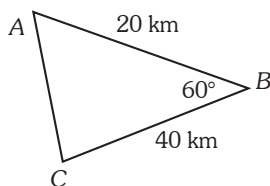
Jawaban: A

24. Permasalahan pada soal dimodelkan menjadi:



$$\angle ABC = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$$

Diperoleh segitiga ABC berikut.



Berdasarkan aturan kosinus diperoleh:

$$AC^2 = 20^2 + 40^2 - 2 \cdot 20 \cdot 40 \cdot \cos 60^\circ$$

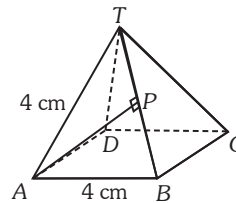
$$AC^2 = 400 + 1.600 - 2 \cdot 800 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AC^2 = 2.000 - 800 \Rightarrow AC = \sqrt{1.200} = 20\sqrt{3}$$

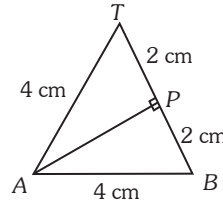
Jadi, jarak antara pelabuhan C dan A adalah $20\sqrt{3}$ km.

Jawaban: C

25. Perhatikan limas berikut.



Terdapat segitiga samasisi TAB.



AP adalah jarak titik A ke garis TB, diperoleh:

$$AP^2 = AB^2 - BP^2$$

$$AP^2 = 4^2 - 2^2$$

$$AP^2 = 16 - 4$$

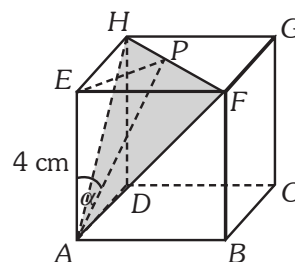
$$AP^2 = 12$$

$$AP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Jadi, jarak titik A ke garis TB adalah $2\sqrt{3}$ cm.

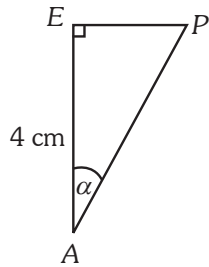
Jawaban: B

26. Perhatikan kubus berikut



α adalah sudut antara garis AE dan bidang AFH.

Dimodelkan oleh segitiga berikut.



Diketahui EP setengah dari diagonal bidang EG , sehingga:

$$EP = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

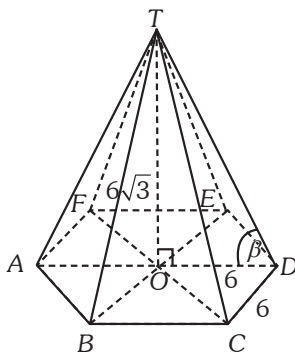
$$AP = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Dengan demikian,

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Jawaban: C

27. Perhatikan limas segienam beraturan $T.ABCDEF$ berikut.



Misalkan sudut antara rusuk tegak dan bidang alas adalah β .

Perhatikan segitiga TOD .

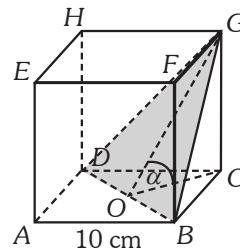
$$TD = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\sin \beta = \frac{TO}{TD} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

Jadi, nilai sinus sudut antara rusuk tegak dan bidang alas limas adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$.

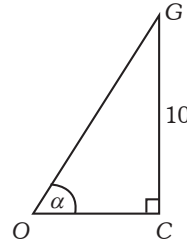
Jawaban: E

28. Perhatikan kubus berikut



α adalah sudut antara bidang BDG dan bidang $ABCD$.

Dimodelkan oleh segitiga berikut.



$$\cos \alpha = \frac{CO}{GO}$$

$$CO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$GO = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 10^2} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, nilai $\cos \alpha$ adalah $\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

Jawaban: B

29. Persamaan lingkaran dengan titik pusat $(3, 2)$ menyinggung garis $x = 1$.

Jari-jari lingkaran tersebut diperoleh dari jarak garis $x = 1$ ke titik $(3, 2)$ dilihat dari absis titik pusat.

$$r = 3 - 1 = 2$$

Dengan demikian persamaan lingkarannya:

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$$

Jawaban: C

30. Persamaan lingkaran

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$$

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$(x + 1)^2 - 1 + (y - 3)^2 - 9 + 5 = 0$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{5})^2$$

Titik pusat $(-1, 3)$ dan jari-jari $\sqrt{5}$.
Gradien garis $2x - y + 7 = 0$ adalah

$$m = -\frac{2}{-1} = 2$$

Persamaan garis singgung lingkaran yang sejajar garis $2x - y + 7 = 0$ adalah:

$$(y - 3) = m(x + 1) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$(y - 3) = 2(x + 1) \pm \sqrt{5}\sqrt{1 + 2^2}$$

$$y - 3 = 2x + 2 \pm 5$$

Diperoleh:

$$y - 3 = 2x + 2 + 5$$

$$2x - y + 10 = 0$$

atau

$$y - 3 = 2x + 2 - 5$$

$$2x - y = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya adalah $2x - y + 10 = 0$ atau $2x - y = 0$.

Jawaban: A

31. Garis $x + 3y + 2 = 0$ ditransformasikan oleh

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Dilanjutkan oleh rotasi pusat O sejauh 180° .

$$T_2 = \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{0 - (-1)} \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x' - y' \\ x' \end{pmatrix}$$

Diperoleh:

$$x = -3x' - y'$$

$$y = x'$$

Dengan demikian, bayangan garis

$$x + 3y + 2 = 0:$$

$$-3x' - y' + 3x' + 2 = 0$$

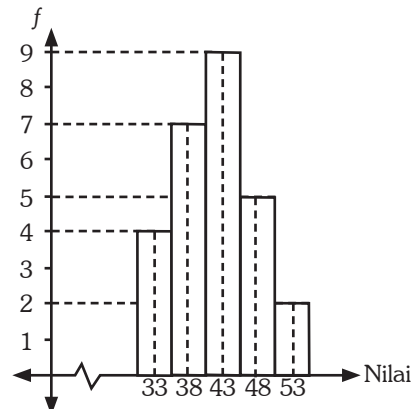
$$-y' + 2 = 0$$

$$y' - 2 = 0$$

Jadi, bayangan garisnya adalah $y - 2 = 0$.

Jawaban: C

32. Berdasarkan diagram di bawah ini kelas modulus berada di kelas 41–45.



Dengan demikian,

$$T_b = 41 - 0,5 = 40,5$$

$$I = 45,5 - 40,5 = 5$$

$$d_1 = 9 - 7 = 2$$

$$d_2 = 9 - 5 = 4$$

$$Mo = T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) I = 40,5 + \left(\frac{2}{2 + 4} \right) 5$$

$$= 40,5 + \frac{10}{6} = 40,5 + 1,67 = 42,17$$

Jadi, modulus dari data tersebut adalah 42,17.

Jawaban: A

33. Angka tersedia 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Akan dibentuk bilangan kelipatan 5 terdiri atas 3 angka:

- Bilangan kelipatan 5 dengan angka satuan 0

Ratusan	Puluhan	0
6	5	1

Banyak bilangan yang dapat disusun $6 \times 5 \times 1 = 30$

- Bilangan kelipatan 5 dengan angka satuan 5

Ratusan	Puluhan	5
5	5	1

Banyak bilangan yang dapat disusun $5 \times 5 \times 1 = 25$

Banyak bilangan keseluruhan:

$$30 + 25 = 55$$

Jadi, banyak bilangan kelipatan 5 yang dapat disusun adalah 55.

Jawaban: A

34. Siswa harus mengerjakan 8 soal dari 10 soal. Soal bernomor ganjil wajib dikerjakan sehingga terdapat 5 pilihan soal lagi. Cara memilih 3 soal dari 5 pilihan soal adalah

$${}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \cancel{3}!}{\cancel{3}! \times \cancel{2} \times 1} = 5 \times 2 = 10$$

Jadi, banyak cara siswa mengerjakan soal sisa adalah 10.

Jawaban: B

35. Diketahui satu set rak sepatu secara lengkap dibutuhkan 4 potong panel kayu panjang dan 6 panel kayu pendek.

Terdapat persediaan panel kayu panjang 5 pilihan warna dan panel kayu pendek 7 pilihan warna.

Panel kayu panjang harus dipasangkan dengan warna yang sama dan panel kayu pendek harus dipasangkan dengan warna yang sama juga tetapi panel kayu panjang tidak harus sewarna dengan panel kayu pendek.

Banyak variasi: $5 \times 7 = 35$.

Jadi, banyak variasi warna rak sepatu yang dapat dibuat adalah $5 \times 7 = 35$.

Jawaban: E

B. Uraian

36. Persamaan kuadrat

$x^2 + (p + 1)x + (2 - p) = 0$ memiliki akar-akar yang tidak real.

Syarat suatu persamaan kuadrat memiliki akar-akar yang tidak real adalah $D < 0$.

$$x^2 + (p + 1)x + (2 - p) = 0;$$

$$a = 1, b = (p + 1), c = (2 - p)$$

$$D < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0$$

$$(p + 1)^2 - 4(1)(2 - p) < 0$$

$$p^2 + 2p + 1 - 8 + 4p < 0$$

$$p^2 + 6p - 7 < 0$$

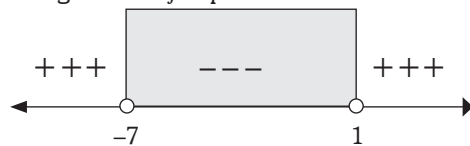
$$\text{Pembuat nol: } p^2 + 6p - 7 = 0$$

$$(p + 7)(p - 1) = 0$$

$$p + 7 = 0 \quad \text{atau} \quad p - 1 = 0$$

$$p = -7 \quad \text{atau} \quad p = 1$$

Dengan titik uji diperoleh:



Jadi, nilai p yang memenuhi adalah $-7 < p < 1$.

Jawaban: $-7 < p < 1$

37. Misalkan harga kemeja adalah x dan harga celana panjang adalah y .

Model matematika dalam tabel diperoleh:

	Harga Beli	Persediaan
Harga Kemeja (x)	100.000	x
Harga Celana Panjang (y)	150.000	y
Modal/Daya Muat Barang	30.000.000	250

Keuntungan 1 kemeja: $120.000 - 100.000 = 20.000$

Keuntungan 1 celana panjang: $175.000 - 150.000 = 25.000$

Fungsi kendalanya:

$$100.000x + 150.000y \leq 30.000.000$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y \leq 600$$

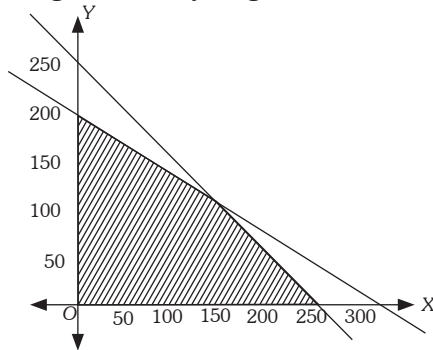
$$x + y \leq 250$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektifnya: $f(x, y) = 20.000x + 25.000y$

Fungsi kendalanya digambarkan:



Titik potong antara garis $2x + 3y = 600$ dan $x + y = 250$ adalah:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y = 600 & \times 1 & 2x + 3y = 600 \\ x + y = 250 & \times 2 & 2x + 2y = 500 \\ \hline & & y = 100 \end{array}$$

Substitusikan $y = 100$ ke $x + y = 250$, diperoleh:

$$x + 100 = 250$$

$$x = 150$$

Titik potongnya adalah $(150, 100)$.

Diperoleh titik-titik pojok dan nilai objektifnya.

Titik Pojok	$f(x,y) = 20.000x + 25.000y$
$(0, 0)$	0
$(250, 0)$	5.000.000
$(150, 100)$	5.500.000 (maks)
$(0, 200)$	5.000.000

Jadi, keuntungan maksimum pedagang tersebut dapat dicapai jika ia menjual 150 kemeja dan 100 celana panjang.

Jawaban: 150 kemeja dan 100 celana panjang

38. $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - A^2x + 1$

$$f(x) = g(2x-1) = \frac{1}{3}(2x-1)^3 - A^2(2x-1) + 1$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= g'(2x-1) = (2x-1)^2 \cdot 2 - 2A^2 \\ &= 2(2x-1)^2 - 2A^2 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2(2x-1)^2 - 2A^2 = 0$$

Karena f naik pada $x \leq 0$ atau $x \geq 1$, maka:



$$f'(0) = 2(2(0)-1)^2 - 2A^2 = 0$$

$$2 - 2A^2 = 0$$

$$A^2 = 1$$

Dengan demikian $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1$

$$g'(x) = x^2 - 1$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$(x+1)(x-1) = 0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = 1$$



Diperoleh fungsi g mencapai maksimum relatif pada $x = -1$, sehingga:

$$g(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1) + 1 = -\frac{1}{3} + 1 + 1 = \frac{5}{3}$$

Jadi, nilai maksimum relatif g adalah $\frac{5}{3}$.

Jawaban: $\frac{5}{3}$

39. $4 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 2 \cos^2 x$

$$4 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 2(1 - \sin^2 x)$$

$$4 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 2 - 2 \sin^2 x$$

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$$

$$(2 \sin x + 1)(3 \sin x - 4) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ atau } \sin x = \frac{4}{3} \text{ (TM)}$$

$$\sin x = \sin \frac{7\pi}{6} \begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi \\ x = \pi - \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

Jika $k = 0$, maka $x = \frac{7\pi}{6} + 0 \cdot 2\pi = \frac{7\pi}{6}$

Jika $k = 1$, maka $x = \frac{7\pi}{6} + 1 \cdot 2\pi = \frac{19}{6}\pi$

dan

$$x = \pi - \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

$$\text{Jika } k = 0, \text{ maka } x = -\frac{\pi}{6} + 0 \cdot 2\pi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\text{Jika } k = 1, \text{ maka } x = -\frac{\pi}{6} + 1 \cdot 2\pi = \frac{11\pi}{6}$$

$$\text{Jika } k = 2 \text{ maka } x = -\frac{\pi}{6} + 2 \cdot 2\pi = \frac{22\pi}{6}$$

Karena diketahui interval $0 \leq x \leq 2\pi$, maka nilai x yang memenuhi adalah $\frac{7\pi}{6}$ dan $\frac{11\pi}{6}$.

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$.

Jawaban: $\left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

40. Kelas kuartil bawah berada di kelas berikut.

Data	Frekuensi
47–49	1
50–52	6
53–55	6
56–58	7
59–61	4

Jumlah data, $n = 24$

Kuartil bawah Q_1 terletak pada data ke- $\frac{1}{4} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6$

Data ke-6 berada di kelas ke-2: 50–52

$$T_b = 50 - 0,5 = 49,5$$

$$I = 52,5 - 49,5 = 3$$

$$f_{Q_1} = 6$$

$$\sum F_s = 1$$

$$Q_1 = T_b + \left(\frac{\frac{1}{4} \cdot n - \sum F_s}{f_{Q_1}} \right) I$$

$$Q_1 = 49,5 + \left(\frac{6-1}{6} \right) 3$$

$$Q_1 = 49,5 + \left(\frac{5}{6} \right) 3$$

$$Q_1 = 49,5 + 2,5 = 52,00$$

Jadi, nilai kuartil bawah data tersebut adalah 52,00.

Jawaban: 52,00