Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №3 по дисциплине «Моделирование»

Тема ОДУ второго порядка с краевыми условиями 2 и 3 рода

Студент Романов А.В.

Группа ИУ7-63Б

Оценка (баллы) ______________

Преподаватель Градов В. М.

Москва — 2021 г.

Тема работы

Программно-алгоритмическая реализация моделей на основе ОДУ второго порядка с краевыми условиями II и III рода.

Цель работы

Получение навыков разработки алгоритмов решения краевой задачи при реализации моделей, построенных на ОДУ второго порядка.

Теоретические сведения

Задана математическая модель:

$$\frac{d}{dx}(\lambda(T)\frac{dT}{dx}) - 4 \cdot k(T) \cdot n_\rho^2 \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4) = 0$$

Краевые условия:

$$\begin{cases} x = 0, -\lambda(T(0))\frac{dT}{dx} = F_0. \\ x = l, -\lambda(T(l))\frac{dT}{dx} = \alpha(T(l) - T_0) \end{cases}$$

Функции $\lambda(T)$ и $k(T)$ заданы таблицей.

Заданы начальные параметры:
$n_\rho = 1.4$ - коэффициент преломления
$l = 0.2$ см - толщина слоя
$T_0 = 300$K - температура окружающей среды
$\sigma = 5.668 \cdot 10^{-12}$ Вт / $(cm^2 \cdot K^4)$ - постоянная Стефана - Больцмана
$F_0 = 100$ Вт / cm^2 - поток тепла
$\alpha = 0.05$ Вт / $(cm^2 \cdot K)$ - коэффициент теплоотдачи

Выход из итераций организовать по температуре и по балансу энергии:

$$max|\frac{y_n^s - y_n^{s-1}}{y_n^s}| <= \varepsilon_1$$

для всех $n = 0, 1, ...N.$ и

$$max|\frac{f_1^s - y_2^s}{f_1^s}| <= \varepsilon_1$$

где

$$f_1 = F_0 - \alpha(T(l) - T_0)$$

$$f_2 = 4n_\rho^2\sigma \int_0^1 k(T(x))(T^4(x) - T_0^4)dx$$

Исходный код алгоритма

```
import os
```

Результаты работы программы

Представить разностный аналог краевого условия при $x = l$ и его краткий вывод интегро-интерполяционным методом.

График зависимости температуры $T(x)$ координаты x при заданных выше параметрах.

График зависимости $T(x)$ при F_0 = -10 Вт / cm^2.

График зависимости $T(x)$ при увеличенных значениях α (например, в 3 раза). Сравнить с п. 2.

График зависимости $T(x)$ при $F_0 = 0$.

Для указанного в задании исходного набора параметров привести данные по балансу энергии.

Ответы на вопросы

1. Какие способы тестирования программы можно предложить?

При $F_0 > 0$ происходит охлаждение пластины, при $F_0 < 0$ нагревание. Кроме того, при увеличении показтеля теплосъема, уровень должен снижаться, а градиент увеличиваться.

2. Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при $x = l$.

Аппроксимируем производную:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{y_N - y_{N-1}}{h}$$

Подставим в исходное уравнение:

$$-k_N\frac{y_n - y_{N-1}}{h} = \alpha_N(y_N - T_0) + \varphi(y_N)$$

Учтём, что $y_{N-1} = \xi_N y_N + \eta_N$:

$$-k_N(y_N - \xi_N y_N + \eta_N) = \alpha_N(y_N - T_0)h + \varphi(y_N)h$$

Приводя подобные, получим:

$$\phi(y_N)h + (k_N + \alpha_N h - k_N\xi_N - k_N\eta_N)y_N - h\alpha_N T_0 = 0$$

3. Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при $x = 0$ краевое условие квазилинейное (как в настоящей работе), а при $x = l$, как в п. 2.

4. Опишите алгоритм определения единственного значения сеточной функции y_ρ в одной заданной точке ρ. Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок.