Half-Edge-Datenstruktur

Eine **Half-Edge-Datenstruktur** oder auch **Doubly-Connected Edge List** (**DCEL**) (engl. Doppelt verkette Kantenliste) ist eine Datenstruktur für planare Graphen. Sie besteht aus Knoten, Halbkanten (half-edges) und Flächen. Dabei wird jede Kante durch zwei gerichtete gegenläufige Halbkanten repräsentiert, denen jeweils ihr Startknoten, angrenzende Fläche, andere Halbkante derselben Kante und die nächste Halbkante derselben Fläche zugeordnet sind. Umgekehrt „kennen" auch Knoten und Flächen ihre jeweiligen Nachbarn.
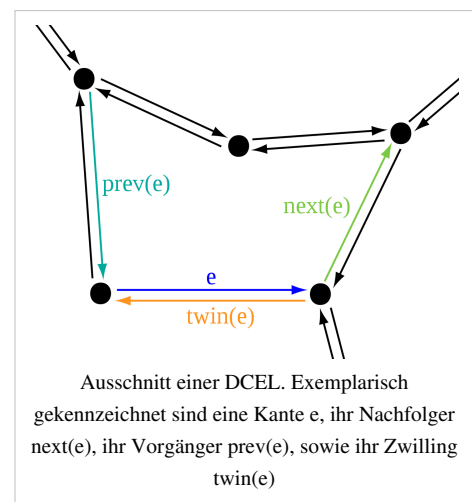
Diese Struktur erlaubt eine schnelle Beantwortung von Nachbarschaftsfragen und effiziente Iteration um Flächen und Knoten insbesondere auch auf unstrukturierten Gittern. Sie eignet sich daher besonders für unstrukturierte räumliche Datensätze wie sie in Finite-Elemente-Methoden zum Einsatz kommen, sowie Computergrafik und Polygonnetze im Allgemeinen.

Aufbau

Eine Half-Edge-Datenstruktur besteht aus Knoten, Halbkanten und Flächen die jeweils in einer Liste abgelegt sind[1]. Zu jedem einzelnen dieser Elemente sind zumindest einige seiner „Nachbarn" gespeichert, d.h. angrenzende („inzidente") Elemente. Beispielsweise ist zu jeder Halbkante ihre angrenzende Fläche gespeichert (bzw. ein Zeiger auf diese Fläche).

Halbkanten

Charakteristisch und namengebend für die *Half-Edge*-Datenstruktur ist der Umstand, dass Verbindungen zwischen zwei Punkten nicht durch eine einzelne („volle") Kante repräsentiert werden, sondern aus genau *zwei* sogenannten *Halb*kanten bestehen. Diese sind gegenläufig gerichtet, d.h. der Zielknoten der einen Halbkante ist der Startknoten der anderen Halbkante und umgekehrt. Der Vorteil dieses Vorgehens besteht unter anderem darin, dass jeder Halbkante Vorgänger, Nachfolger und angrenzende Fläche eindeutig zugeordnet werden können. Solche Beziehungen werden in den nächsten Abschnitten genauer erläutert.

Ausschnitt einer DCEL. Exemplarisch gekennzeichnet sind eine Kante e, ihr Nachfolger next(e), ihr Vorgänger prev(e), sowie ihr Zwilling twin(e)

Jeder Halbkante werden bis zu drei weitere Kanten zugeordnet, in Klammern stehen jeweils die englischen Bezeichnungen:

- Nachfolger („next half-edge"): die *nachfolgende* zur selben Fläche inzidente Kante.
- Zwilling („twin"): Die andere, gegenläufige Halbkante derselben Kante.
- Vorgänger („previous half-edge"): Die *vorhergehende* zur selben Fläche inzidente Kante.

Als „nächste" Kante wird anschaulich diejenige Kante definiert, auf die man zuerst trifft, wenn man im Uhrzeigersinn *um den Zielknoten* herumläuft.

Man kann es sich auch so vorstellen, dass die Halbkanten *gegen* den Uhrzeigersinn um die inzidente Fläche herum laufen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass diese Anschauung für isolierte Teilgraphen, die ihrerseits in einer anderen Fläche liegen *(Siehe Abschnitt Flächen)*, unintuitiv sein kann, da die äußeren Halbkanten dieses Teilgraphen scheinbar *im* Uhrzeigersinn verlaufen.

Weiter werden zu jeder Kante gespeichert:

- Startknoten („origin", „source")
- inzidente Fläche („face"): die Fläche auf der linken Seite der Halbkante.

Die grauen Pfeile symbolisieren die Verknüpfung der jeweiligen Halbkante zu dessen Nachfolger. Unten rechts tritt ein Spezialfall auf: Der Nachfolger der Halbkante ist gleichzeitig ihr Zwilling!

Knoten

Da der Großteil der Konnektivitätsinformationen bereits in den Halbkanten steckt, wird zu den einzelnen Knoten lediglich die

- Ausgehende Kante („Incident Edge")

gespeichert.

Da Knoten meist Punkte in einem Raum sind, werden meist zusätzlich die Koordinaten gespeichert.
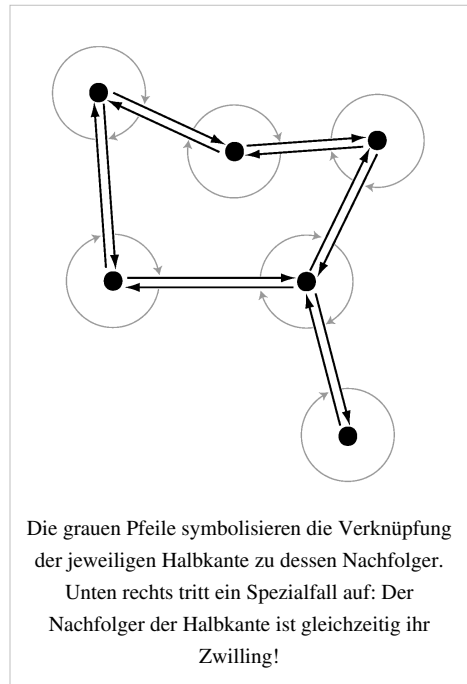
Flächen

Flächen werden durch die sie berandenden Zyklen aus Halbkanten definiert. Das können mehrere Zyklen sein, wenn in der Fläche selbst weitere Komponenten liegen. Statt diese Zusammenhangskomponenten als separates Objekt zu behandeln, wird einfach je eine Halbkante dieser Zyklen gespeichert.

- Äußere Komponente („Outer Component"): Zyklus, der die Fläche nach außen hin umrandet
- Innere Komponenten („Inner Components"): Liste von Zyklen, die innerhalb der Fläche liegen.

Fläche *F* in hellgrau und ihre äußere Komponente und die, in diesem Fall zwei, inneren Komponenten - jeweils identifiziert über eine zur Fläche inzidente Halbkante der Komponente.

Kombinierte Anfragen bzw. Operationen

Mittels Kombination der verschiedenen Relationen können komplexe Anfragen beantwortet werden:

- Zielknoten einer Halbkante = Startknoten des Zwillings
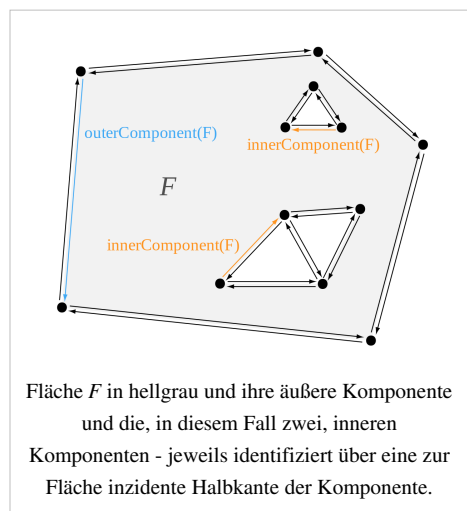
- Nachbarfläche entlang einer Halbkante = inzidente Fläche des Zwillings der Halbkante
- Alle zu einer Fläche inzidenten Halbkanten:
  - erste Halbkante = äußere Komponente der Fläche (innere Komponenten analog)
  - So lange jeweils dem Nachfolger folgen, bis man wieder an der ersten Halbkante angelangt ist.
- Alle zu einem Knoten inzidenten Flächen: Siehe Beispielcode unten.

Beispielcode

Beispielcode für die Iteration über alle zu einem Knoten inzidenten Flächen. Der Algorithmus entspricht dem für die Iteration über alle inzidenten Halbkanten, mit dem Unterschied, dass jeweils noch die Fläche der aktuellen Halbkante ermittelt werden muss, mit der dann irgendetwas getan werden kann.

```
erste_halbkante = incidentEdge(knoten);
aktuelle_halbkante = erste_halbkante;
do {
    tue_irgendwas( incidentFace(aktuelle_halbkante));
    aktuelle_halbkante = next(twin(aktuelle_halbkante));
} while( aktuelle_halbkante != erste_halbkante)
```

Siehe auch Polygonnetz#Laufzeitvergleich für weitere Anfrageklassen und Laufzeitvergleiche.

Redundanz und implizite Informationen

Selbst eine Datenstruktur, die nur aus Halbkanten, der Zwillings- und der Nachfolger-Relation besteht, bietet bereits einen Großteil des Funktionsumfangs! So ist eine Traversierung des Graphen bereits möglich. Auch Flächen und Knoten sind implizit bereits enthalten. Der Zyklus, der sich ergibt, wenn man von einer Halbkante aus so lange die Nachfolger entlanggeht, bis man wieder an derselben Kante angelangt ist, berandet eine Fläche. Ein etwas komplizierterer Zyklus, der entstehent, indem man abwechselnd Zwilling und Nachfolger entlanggeht, identifiziert einen Knoten.

Solche minimalistischen Lösungen sind in seltenen Fällen bereits ausreichend. Beispielsweise wenn die von den Kanten berandeten Flächen keine praktische Rolle spielen wie im Falle von Straßennetzen oder Flüssen[2].

Einzelnachweise

[1] Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars: *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2000, ISBN 3-540-65620-0, S. 31−32

[2] Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars: *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2000, ISBN 3-540-65620-0, S. 33

Quelle(n) und Bearbeiter des/der Artikel(s)

Half-Edge-Datenstruktur *Quelle*: http://de.wikipedia.org/w/index.php?oldid=115608825 *Bearbeiter*: Accountalive, Aka, Christian1985, Quartl, Schmalzglocke, Thoken

Quelle(n), Lizenz(en) und Autor(en) des Bildes

File:Dcel-halfedge-connectivity.svg *Quelle*: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Dcel-halfedge-connectivity.svg *Lizenz*: Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0 *Bearbeiter*: Accountalive

Datei:dcel-nexts.svg *Quelle*: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Dcel-nexts.svg *Lizenz*: Creative Commons Attribution 3.0 *Bearbeiter*: Accountalive

Datei:Dcel-components.svg *Quelle*: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Dcel-components.svg *Lizenz*: Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0 *Bearbeiter*: User:Accountalive

Lizenz

- **D.** Preserve all the copyright notices of the Document.
- **E.** Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.
- **F.** Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.
- **G.** Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.
- **H.** Include an unaltered copy of this License.
- **I.** Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.
- **J.** Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.
- **K.** For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.
- **L.** Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.
- **M.** Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.
- **N.** Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.
- **O.** Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties--for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

5. COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements".

6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

8. TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

9. TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided for under this License. Any other attempt to copy, modify, sublicense or distribute the Document is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.

10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See http://www.gnu.org/copyleft/.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation.

ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

Copyright (c) YEAR YOUR NAME.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document

under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2

or any later version published by the Free Software Foundation;

with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.

A copy of the license is included in the section entitled

"GNU Free Documentation License".

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with...Texts." line with this:

with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the

Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.