

بسمه تعالی

اگر بخواهیم یک ماشین پشته ای طراحی کنیم که وقتی پشته خالی است پذیرفته شود، تابع λ برابر بصورت زیر می باشد:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

اگر بخواهیم ماشین پشته ای طراحی کنیم که در حالت نهایی پذیرفته شود تابع λ بصورت زیر خواهد شد:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, \lambda)$$

۱۱. یک ماشین پشته ای غیر قطعی طراحی کنید که زبانی را که گرامر روبرو تولید می کند تولید کند. پس از طراحی رشته $abcba$ را روی ماشین آزمایش کنید که پذیرفته می شود یا خیر.

حل: قوانین ضرب در حالت فرم نرمال گریباخ نمی باشند پس اولین کاری که باید انجام دهیم تبدیل آنها به فرم نرمال گریباخ می باشد.

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c$$

دو قانون جدید را در نظر می گیریم

$$C_a \rightarrow a, C_b \rightarrow b$$

قوانین جدید بصورت زیر خواهند شد:

$$C_b \rightarrow b \quad C_a \rightarrow a \quad S \rightarrow c \quad S \rightarrow bSC_b \quad S \rightarrow aSC_a$$

حال تمامی قوانین بصورت فرم نرمال گریباخ می باشند. حال با استفاده از قوانین بالا براحتی می توانیم ماشین پشته ای قطعی را بسازیم. ابتدا علامت شروع که همان S است را درون پشته قرار می دهیم با استفاده از قانون زیر

$$\delta(q_0, \epsilon, z_0) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

سپس برای قانون $S \rightarrow aSC_a$ تابع انتقال زیر را انجام می دهیم:

$$\delta(q_1, a, S) \rightarrow (q_1, SC_a)$$

برای قانون $S \rightarrow bSC_b$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, b, S) \rightarrow (q_1, SC_b)$$

برای قانون $S \rightarrow c$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, c, S) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

برای قانون $C_a \rightarrow a$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, a, C_a) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

برای قانون $C_b \rightarrow b$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, b, C_b) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

برای حالت های پایانی نیز تابع انتقال زیر را خواهیم داشت:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

که با حالت پایانی پذیرفته می شود

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

که با حالت پشته خالی پذیرفته می شود

برای رشته $abcba$ نیز خواهیم داشت:

$$\delta(q_0, \epsilon, abcba, z_0) \rightarrow \delta(q_1, abcba, Sz_0) \rightarrow \delta(q_1, a\bar{b}c\bar{b}a, SC_a z_0) \rightarrow \delta(q_1, ab\bar{c}\bar{b}a, SC_b C_a z_0) \rightarrow \delta(q_1, abc\bar{b}a, C_b C_a z_0) \rightarrow \delta(q_1, abcba, C_a z_0) \rightarrow \delta(q_1, abcbaB, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

حالت پذیرش پایانی

۱۲. یک ماشین پشته ای قطعی طراحی کنید که معادل گرامر مستقل از متن زیر باشد:

$$S \rightarrow 0BB, B \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0$$

همچنین آزمایش کنید که آیا رشته 010000 در ماشین بالا پذیرفته می شود یا خیر

گرامر مستقل از متن معادل عبارت انداز

$$S \rightarrow 0BB, B \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0$$

که تمامی قوانین به فرم نرمال گریباخ باشد ابتدا علامت شروع که همان S است را درون پشته قرار می دهیم با استفاده از قانون زیر

$$\delta(q_0, \epsilon, z_0) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

سپس برای قانون $S \rightarrow 0BB$ تابع انتقال زیر را انجام می دهیم:

$$\delta(q_1, 0, S) \rightarrow (q_1, BB)$$

برای قانون $B \rightarrow 0S$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, 0, B) \rightarrow (q_1, S)$$

برای قانون $B \rightarrow 1S$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, 1, B) \rightarrow (q_1, S)$$

برای قانون $B \rightarrow 0$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, 0, B) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

برای حالت های پایانی نیز تابع انتقال زیر را خواهیم داشت:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

که با حالت پایانی پذیرفته می شود

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

که با حالت پشته خالی پذیرفته می شود

همچنین برای رشته 010000 خواهیم داشت:

$$(q_0, \epsilon, 010000, z_0) \rightarrow (q_1, 010000, Sz_0) \rightarrow (q_1, 010000, BBz_0) \rightarrow (q_1, 010000, SBz_0) \rightarrow (q_1, 010000, BBBz_0) \rightarrow (q_1, 010000, BBz_0) \rightarrow (q_1, 010000, Bz_0) \rightarrow (q_1, 010000\epsilon, z_0) \rightarrow (q_f, 010000\epsilon, z_0)$$

حالت پایانی پذیرش

۱۳. نشان دهید که زبان

$$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\} \cup \{0^n 1^{2n} \mid n \geq 1\}$$

که یک زبان مستقل از متن می باشد با یک ماشین پشته ای قطعی پذیرفته می شود.

حل: گرامر مستقل از متن برای زبان فوق عبارت انداز:

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

$$S_1 \rightarrow 0S_11 \mid 01$$

$$S_2 \rightarrow 0S_211 \mid 011$$

فرم نرمال گریباخ معادل آن نیز عبارت انداز:

$$S \rightarrow 0S_1A \mid 0A \mid 0S_2A \mid 0AA$$

$$A \rightarrow 1$$

تابع انتقال ماشین پشته ای معادل با گرامر نیز عبارت انداز:

$$\delta(q_0, \epsilon, z_0) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

$$\delta(q_1, 0, S) \rightarrow (q_1, S_1A)$$

$$\delta(q_1, 0, S) \rightarrow (q_1, A)$$

$$\delta(q_1, 0, S) \rightarrow (q_1, S_2A)$$

$$\delta(q_1, 0, S) \rightarrow (q_1, AA)$$

$$\delta(q_1, 1, A) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

با حالت پایانی پذیرفته می شود

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

با پشته خالی پذیرفته می شود

ماشین پشته ای یک ماشین پشته ای غیر قطعی می باشد که برای ترکیب $(q_1, 0, S)$ چهار تابع انتقال وجود دارد.

۱۴. گرامر مستقل از متن زیر را به یک ماشین پشته ای تبدیل کنید:

$$S \rightarrow aAA$$

$$A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

حل: گرامر در فرم نرمال گریباخ می باشد.

ابتدا علامت شروع که همان S است را درون پشته قرار می دهیم با استفاده از قانون زیر

$$\delta(q_0, \epsilon, z_0) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

سپس برای قانون $S \rightarrow aAA$ تابع انتقال زیر را انجام می دهیم:

$$\delta(q_1, a, S) \rightarrow (q_1, AA)$$

برای قانون $A \rightarrow aS$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, a, A) \rightarrow (q_1, S)$$

برای قانون $A \rightarrow bS$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, b, S) \rightarrow (q_1, S)$$

برای قانون $A \rightarrow a$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, a, A) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

برای حالت های پذیرش نیز تابع انتقال زیر را خواهیم داشت:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

که با حالت پایانی پذیرفته می شود

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

که با حالت پشته خالی پذیرفته می شود

۱۵. برای گرامر زیر یک ماشین پشته ای معادل طراحی کنید:

$$S \rightarrow aAA$$

$$A \rightarrow aS \mid b$$

حل: گرامر در فرم نرمال گریباخ می باشد.

ابتدا علامت شروع که همان S است را درون پشته قرار می دهیم با استفاده از قانون زیر

$$\delta(q_0, \epsilon, z_0) \rightarrow (q_1, Sz_0)$$

سپس برای قانون $S \rightarrow aAA$ تابع انتقال زیر را انجام می دهیم:

$$\delta(q_1, a, S) \rightarrow (q_1, AA)$$

برای قانون $A \rightarrow aS$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, a, A) \rightarrow (q_1, S)$$

برای قانون $A \rightarrow b$ تابع انتقال زیر را داریم:

$$\delta(q_1, b, A) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

برای حالت های پذیرش نیز تابع انتقال زیر را خواهیم داشت:

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_f, z_0)$$

که با حالت پایانی پذیرفته می شود

$$\delta(q_1, \lambda, z_0) \rightarrow (q_1, \lambda)$$

که با حالت پشته خالی پذیرفته می شود

۱۶. ماشین پشته ای معادل با گرامر زیر طراحی کنید:

$$S \rightarrow aBc$$

$$A \rightarrow abc$$

$$B \rightarrow aAb$$

$$C \rightarrow AB$$

$$C \rightarrow c$$

گرامر در فرم نرمال گریباخ نمی باشد. با جایگزینی c با C و اضافه کردن قانون $D \rightarrow b$ و جایگزینی b با D و همچنین جایگزینی A از قانون $C \rightarrow AB$ با aDC به فرم نرمال گریباخ تبدیل می شود. گرامر نهایی بصورت زیر می شود:

$$S \rightarrow aBC$$

$$A \rightarrow aDC$$

$$B \rightarrow aAD$$

$$C \rightarrow aDCB$$

$$C \rightarrow c$$

$$D \rightarrow b$$

(حال به ماشین پشته ای معادل تبدیل کنید)

۱۷. ماشین پشته ای

$$P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, (x, z_0), \delta, q, z_0)$$

را به فرم نرمال گریباخ تبدیل کنید اگر تابع انتقال بصورت زیر باشد:

$$\delta(q, 1, z_0) \rightarrow (q, xz_0)$$

حل: ماشین پشته ای معادل دارای دو وضعیت p و q می باشد. پس دو قانون زیر نیز به گرامر اضافه می شوند:

$$S \rightarrow (q \ z_0 \ q) \mid (q \ z_0 \ p)$$

برای تابع انتقال $\delta(q, 1, z_0) \rightarrow (q, xz_0)$ قوانین بصورت زیر خواهند بود:

$$\delta(q, 1, z_0) \rightarrow (q, xz_0)$$

$$(q \ z_0 \ q) \rightarrow 1(q \ x \ q) \mid (q \ z_0 \ q)$$

$$(q \text{ z}_0 \text{ q}) \rightarrow 1(q \text{ x p}) \text{ (p z}_0 \text{ q)}$$

$$(q \text{ z}_0 \text{ q}) \rightarrow 1(q \text{ x q}) \text{ (q z}_0 \text{ p)}$$

$$(q \text{ z}_0 \text{ q}) \rightarrow 1(q \text{ x p}) \text{ (p z}_0 \text{ p)}$$