1001

显然$r>0, r\geq l$，如果$l\leq 0<r$，此时$[l,r]$区间和$=[-l+1,r]$的区间和，$r\geq -l+1>0$。

故对于任意一个区间，都可以找到一个对应的$r\geq l>0$的区间与之对应，区间和相同。

$\sum_{i=l}^{r} i=\frac{(l+r)(r-l+1)}{2}$.当$l>0$，若$r-l\geq 2$则$\frac{l+r}{2}$和$\frac{r-l+1}{2}$之中必有一个是大于1的整数。区间和必然能被拆分成两个正因数的乘积。所以满足要求的这种区间长度必然不长于2。

预处理出比$2-2\times 10^7$略大范围内的质数，埃氏筛或者线筛均可。

如果$x\leq 0$，则候选答案为：最小的$y(y\geq 1-x)$，满足y是质数，区间为$[-y+1,y]$。最小的$z(z\geq 2-x)$，满足$2z-1$是质数，区间为$[-z+2,z]$。

如果$x>0$，则候选答案为：$[x,x],[x,x+1],[x-1,x]$，最小的$y(y\geq x)$，满足y是质数，区间为$[-y+1,y]$。最小的$z(z\geq x)$，满足$2z-1$是质数，区间为$[-z+2,z]$。

二分找即可，时间复杂度为$O(Tlog(|x|)+|x|)$。

1002

答案等于对手生命无限时所能造成的最大伤害。注意到攻击次数$t=\lceil\frac{H_0}{Damage}\rceil$，可以整除分块$O(sqrt(H_0))$复杂度枚举$t$和所需付出的防御力$D_0$。

接下来有结论，要么全点A_0，要么全点P_0,K_0。证明如下：

固定进行物攻和魔攻的次数$a,b(a+b=t)$，如果$K_0<b$则跳过无法魔攻的回合。

物伤函数$Phyiscal(x)=\begin{cases}aC_p & x<=D_1\\ aC_p(x-D_1) & x>D_1\end{cases}$是一个下凸函数。

法伤函数$Magical(x)=\begin{cases}C_m(x-\lfloor\frac{x}{2}\rfloor)\lfloor\frac{x}{2}\rfloor & 2x<=b\\ C_m(x-b)b & 2x>b\end{cases}$也是一个下凸函数。

所以总伤函数$F(x)=Physical(x)+Magical(N-D_0-x)$也是一个下凸函数。

故最大值必然至少在两端点之一处可以取到。

全加物理的情况全加A_0然后爆砍就完事了。

全加法术的情况需要对$Damage(K_0)=C_mK_0(N-D_0-K_0)+C_p(t-K_0)(0\leq K_0\leq t)$求一下最值。

时间复杂度$O(T\sqrt{H_0})$

1003

考虑将边权全部转化成点权，令点权$b_i=\sum_{e=\langle i,v\rangle}b_e$。称$a_i$为异或点权，为$b_i$为求和点权。可以看出，原图点权边权全部归零等价于异或点权和求和点权全部归零。

当执行操作`x y w`，可以发现路径除了端点的点权a_x,a_y,b_x,b_y，其他的点权均不变。

当$dis(x,y)$为偶数，则操作等价于：

$a_x \leftarrow a_x \bigoplus w;\quad a_y \leftarrow a_y \bigoplus w;\quad b_x \leftarrow b_x + w;\quad b_y \leftarrow b_y - w$

当$dis(x,y)$为奇数，则操作等价于：

$a_x \leftarrow a_x \bigoplus w;\quad a_y \leftarrow a_y \bigoplus w;\quad b_x \leftarrow b_x + w;\quad b_y \leftarrow b_y + w$

首先进行01染色，无解的条件如下所述，满足一条即无解：

1.$\bigoplus_{col_i=0} a_i \neq \bigoplus_{col_i=1} a_i$。

2.a_i, b_i奇偶性不同。因为操作过程中a_i, b_i奇偶性是同步变化的。

3.$\bigoplus_{col_i=k} a_i > -\sum_{col_i=k} b_i$。发现同色点之间的操作对点权和无影响，所以异色点操作必须能将两个点权和全部归零。考虑到若干个数的和一定大于等于其异或和，可得到该条件。

首先将点权和全部归零，记同一颜色异或点权异或和为A，求和点权和为$B(A \leq -B)$，则可以通过选择两异色点，执行$w = A, -(A+B)/2, -(A+B)/2$操作得到。

对任意两个同色点x, y，我们可以执行以下操作：

$x\ \ y\ \ v$
$x\ \ y\ \ v$

效果是，在不改变a_i的情况下，对任意两个同色点执行:

```
b[x]+=2*v;
b[y]-=2*v;
```

我们还可以执行以下操作：

$x\ \ y\ \ v$
$x\ \ y\ \ v$
$y\ \ x\ \ 2v$

效果是，在不改变b_i的情况下，对任意两个同色点执行:

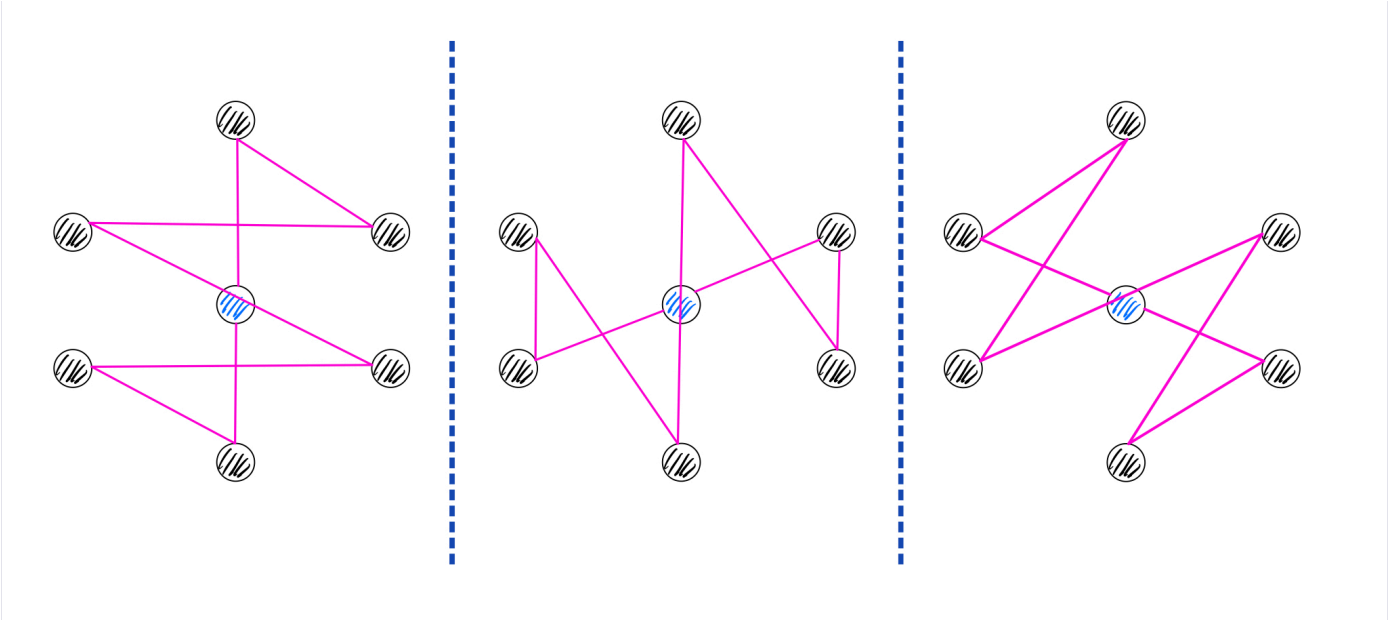
```
a[x]^=2*v;
a[y]^=2*v;
```

先将两个点权之一暴力归零，然后选取以上方法之一将另外的归零即可。根据方法总次数不超过$3n$或$4n$。

时空复杂度$O(n)$.

1004

考虑形如下面左图构造的一个简单环。构造方法是从中心点出发，将剩余点分为左上、右下两部分，交错地将当前点与两部分的点连边，最后回到中心点。可以证明这种构造通过不断旋转 $2\pi \cdot \frac{2}{n-1}$ 弧度可以得到 $\frac{n-1}{2}$ 个不同的环（如中图、右图所示），且这些环恰好经过完全图所有边各一次（1）。将这些环按照旋转顺序拼接起来即可得到完全图的一条欧拉回路，可以证明这条欧拉回路任意连续 $n-2$ 个点都两两不重复（2）。故直接将这条欧拉回路按照题意要求顺序切分为若干路径即可。



证明（1）思路：首先易见中心点和其他点间的边都被访问过。其次如果把其他点的编号视为 $(\mathrm{mod}\ n-1)$ 剩余系的元素并按顺时针顺序标号的话，每个简单环其他点的边的顶点编号差恰好是 $+1,-2,+3,-4,\ldots,+(n-2)$，同余意义下恰是 $\pm1,\pm2,\ldots,\pm\frac{n-1}{2}-1,\frac{n-1}{2}$，即遍历了所有可能的编号差。分析可知各种旋转会使得每一种编号差绝对值的起点取遍 $0,1,\ldots,n-1$，故这种构造不会经过重复边，会恰好经过完全图所有边各一次。

证明（2）思路：中心点每两次出现距离均为 n，其他点仿照上图分析可知每两次出现距离不小于 $n-1$

评论：这种思路还可以用来构造将完全图划分为若干个哈密尔顿路、完美匹配等。

1005

显然 $b_1,b_2,\cdots,b_m$ 这 m 个数要放在 m 个不同的集合中，剩下的 $n-m$ 个数字要放到这 m 个集合里且不影响每个集合的中位数。使用一个例子以方便说明：假设 $n=6,m=2,b_1=3,b_2=5$，那么 $1,2,\cdots,n$ 这些数会被 b 分成 $1,2$、4、6 这三段，且任意两段中的任意一对数字可以配对消掉。所以最后剩下的所有数字一定是同一段内的。因此讨论两种情况：

- 如果长度最大的段的数字个数不大于其它段的数字个数之和，那么最终要么全部消掉，要么剩下一个，且剩下的这个数可以在任何一段内。如果会剩下，不妨将最后一段的数字剩下一个，此时再把最后一段的数字放到中位数最小的集合中即可满足题意，所以答案为 YES。
- 如果长度最大的段的数字个数大于其它段的数字个数之和，那么最终剩下的所有数字都在最大的这段内。设中位数小于这一段最小值的集合的个数为 x，容易发现当且仅当 x 不小于这一段剩下的数字时有解，否则无解。

时间复杂度 $O(n\log n)$。

1006

此题算法复杂度为 $O(n\log n),n=\max_{(x,y)\in E}\max(x,y)$。考虑使用集合对称差卷积的方法进行计算。我们考虑集合对称差卷积，每次只能处理一个 $[x\times 2^n,x\times 2^n+2^n-1]\times[y\times 2^n,y\times 2^n+2^n-1]$ 的块。我们就先把所有最大的全在椭圆内的块处理了，再把次大的块处理了，依次类推……

但是这个算法是两个log的，还不够快。考虑优化这个算法，方法就是从底向上进行FWT的同时，进行到哪一层就把哪一层需要计算的块处理了。在算出乘积之后不需要急于进行反向的FWT，而是累加在结果数组上。

此题复杂度分析中有一点是要证明所有块的边长之和是 $O(n\log n)$ 的，这一事实可以以限制函数为单调函数为条件证明，而椭圆的边界可以拆分成四个单调函数。证明的思路是证明每个x坐标的横坐标块对应的y坐标块一定是常数个加上一些个块，而对于同一大小的块，“加上的块”的总长不能超过 n。由于长度为 $\log n$种，因此结论成立。

1007

首先，我们发现操作是可逆的，这就意味着我们从始至终只需要操作第一个图即可。而后我们发现题目中的图必须每个联通块都满足可以两个图可以相等，整个图才可以相等。

考虑一个联通块，首先这个联通块在两个图中的数字的multiset必须是一样的。而后我们可以发现，题目中的交换方式可以换个方式理解：将两个节点的数字和颜色都交换，再都翻转。这样的操作和原先的操作结果会是一样的。

这样的情况下，一个数字如果被交换了奇数次，他的颜色就会翻转，如果被交换了偶数次，则不会翻转。而后我们分情况讨论：

1. 图是一个二分图。那么我们把这个图黑白染色，我们发现对于一个数字，如果我们知道这个数字初始的黑白染色的颜色和节点的颜色，我们把这个数字交换到任何一个位置后，对应的节点的颜色就是已知的了。而且，由于图是联通的，数字是可以任意排列到所有节点上的。那么这时条件就是将数字按照(节点颜色^数字颜色)分成两个可重集合，题目中两个图的这两个可重集合必须是一样的。
2. 图不是一个二分图。这时候联通块里会有一个奇环。此时的条件是输入两个图里所有数字的可重集合必须相同，且颜色个数的奇偶性不能改变。这是由于我们可以把图看成一个二分图加上一些多余的边，我们可以对于任何一个奇环构造一个方案使得所有的数字不动，且只有两个位置的颜色翻转，不论那两个位置开始颜色如何。方案就是：对于奇环上的点顺序编号为1到n，先进行n-1次操作将1上的数字交换到n号节点，再进行一次操作交换1号和n号节点上的数字，再用n-2次操作将n号节点上的数字交换到二号节点。

1008

考虑范围为k的狙击手，可以攻击的范围是一个正方体。那我们不妨重新陈述一下题面，称狙击手从 (x,y,z) 可以攻击的范围是所有满足 $x\le x'\le x+2k, y\le y'\le y+2k, z\le z'\le z+2k$ 的 (x',y',z')。那么我们就会发现：如果我们的狙击手的某一维度的坐标小于剩余点的那一维度的最小坐标，我们就应该把狙击手移动的那一维度的最小坐标，因为这样只会让我们能狙击的目标增多。在我们三个维度都是那一维度的最小坐标时，狙击手就必须将三个维度中某一维度最小坐标的所有敌军都消灭，才能继续移动。这时我们可以贪心的选取所需 k 最小的敌军消灭。复杂度 $O(n\log n)$。

1009

为避免浮点运算，先将 f 乘以 100，此时 1 号学生的速度计算公式为 $\frac{1}{10000}s_1\times(10000-f_1f_2-f_1f_3-\cdots-f_1f_k)$，为方便起见，下述讨论将忽略前面的 $\frac{1}{10000}$。

学生 1 的速度计算公式可以改写成 $s_1\times(10000-f_1(\sum f_i-f_1))$。如果我们可以将 $\sum f_i$ 固定，那么每个学生的速度也就固定了。所以不妨枚举 $\sum f_i=F$，那么问题就变成了：每个学生的重量是 f_i，价值是 $s_i\times(10000-f_i(F-f_i))$ 的背包问题。

但是这样做需要将 F 从 1 枚举到 $\sum_{i=1}^n f_i$，这样的运算量是不可接受的，事实上 F 不需要枚举这么多，只需要枚举到 $100\sqrt{n+2}$ 即可，证明如下。所以时间复杂度为 $O(5000\times n^2)$。

证明：假设选择了 k 个物品，对于任意一个物品 t，我们有（此处 f_i 为初始值乘 100 后的结果，以避免浮点数运算）：$s_t(10000-f_t(\sum_{i=1}^{k}f_i-f_t))>0$，所以有：$f_t\sum_{i=1}^{k}f_i-f_t^2<10000$。

对于 $t=1,2,\cdots,k$ 求和得（称下式为式 A）：$(\sum_{i=1}^{k}f_i)^2-\sum_{i=1}^{k}f_i^2<10000k$。因为 $f_t\sum_{i=1}^{k}f_i-f_t^2<10000$，所以有 $f_t^2\sum_{i=1}^{k}f_i-f_t^3<10000f_t$。对于 $t=1,2,\cdots,k$ 求和得（称下式为式 B）$\sum_{i=1}^{k}f_i^2<10000+\frac{\sum_{i=1}^{k}f_i^3}{\sum_{i=1}^{k}f_i}\le 20000$。

联立式 A, B 得：$(\sum_{i=1}^{k}f_i)^2<\sum_{i=1}^{k}f_i^2+10000k<10000k+20000$，所以有：$(f_1+f_2+\cdots+f_k)<100\sqrt{k+2}\le 100\sqrt{n+2}$。

1010

强烈建议这里画一张n*n的方格图，(i,j)表示子段A[i，j],对于所有的最近的两个相同数字$a_i=a_j$，将左下角为$(i+1,i+1)$，右上角为$(j-1,j-1)$的正方形涂成黑色

设$u_i=max(j|j<i,a_j=a_i)$，$v_i=min(j|j>i,a_j=a_i)$，特别地，若a_i前面没有和它相等的数，则$u_i=0$，若a_i后面没有和它相等的数，则$v_i=n+1$。

现在考虑B对应的U,V是什么样子，一定有：$u_{b_1}=0$，$\forall i\in[1,n-1]$,若$b_i<b_{i+1}$,则$v_i=b_{i+1},u_{b_{i+1}}=i$即$a_i=a_{b_{i+1}}$。

特别地，在上一条规则中若$b_{i+1}=n+1$,则只有$v_i=n+1$，因为u_{n+1}是未定义的。

除了以上的被B钦定好的U,V中的位置，其他的位置都可以随意填数，但必须满足：

由于对于$u_i\neq 0$，有$a_i=a_{u_i}$对于$v_i\neq n+1$，有$a_i=a_{v_i}$，因此$\forall i\in[1,n],u_i<i,v_i>i$,且$u_{v_i}=i,v_{u_i}=i$且$b_i>v_i$。

然后会发现方格图的上半三角形是一条阶梯折线，而B数组和阶梯折线是等价一一对应的,然后被钦定的u，v中的位置相当于折线的横轮廓和竖轮廓部分，这可以帮助你对以上规则有一个形象直观的理解。

充分理解了上面的内容后，问题就转变成，1-n中的每个位置有左插槽（数组U）和右插槽(数组V)，我们需要用一些电线把左右插槽配对(描述相等关系)，设一个电线配了i的左插槽和j的右插槽，则程这条电线为$T(i,j)$（$a_i=a_j$）。

此外，$T(i,j)$必须满足$i<j$。0位置上有无限多个右插槽，n+1位置上有无限多个左插槽，其他位置上各只有一个左插槽一个右插槽，所有1-n上的插槽必须插满，0和n+1上的插槽无所谓，有些电线已经被钦定了，此外，$T(i,j)$必须满足$c_j<i<j$,，这里的C数组可以通过B数组计算得到（C数组的定义在方格图上比较显然）。

那么维护两个右插槽的集合A,B,分别表示必须被插的右插槽集合和插不插无所谓的右插槽集合，一开始B内有无穷个0，从1枚举到n，若i的左插槽未被钦定，则：

1.若A为空，在B里找一个下标最小的满足C数组条件的右插槽和它配对，找不到输出NO。

2.否则，若B中没有可以和它配对的右插槽，直接在A里找下标最小的合适的右插槽配对，否则，设A,B中最小的合适的右插槽下标分别是x,y，把x,y分别从各自集合中删掉，把$max(x,y)$放入B。

然后，若i的右插槽未被钦定，将其加入A集合。

最后，由于还有无限个n+1位置的左插槽，看看A集合中剩下的元素是否满足大于c_{n+1}，如果是的话就说明都能跟n+1配，就是yes。

以上流程出现找不到候选配对的时候就是no。

这样贪心显然是对的。

复杂度整个set，$O(n \log n)$，可以做到$O(n)$但没必要。

1011

如果一个点(i, j)任意走一步或任意走两步所到达的点都不是特殊点，那么经过简单的分类讨论，$(i+1, j-1)$的胜负状态和(i, j)是相同的。

特殊点只有$O(n)$个，所以不能规约到$(i+1, j-1)$的点也只有$O(n)$个

把这些点全都提出来，然后跑记忆化搜索即可，普通点就直接按照$(i+j)$往下找到第一个没法规约的点，没法规约的点暴力枚举两种转移，复杂度$O((n+q)\log(n+q))$

当然了，记忆化搜索常数有点大，使用扫描线能让常数缩小五倍，但是由于std写的记忆化搜索，所以时限开得大