第三章　　通用电路分析方法

主要知识点

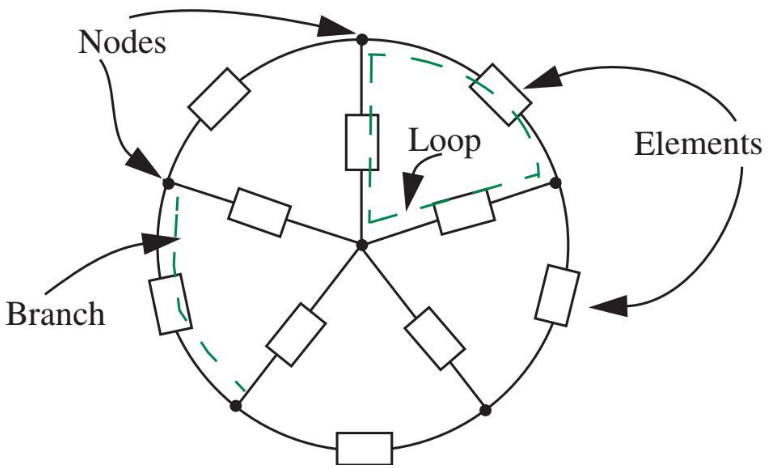
- KVL 和 KCL 的独立方程数
- 2b法
- 支路电流法
- 节点电压法
- 共射极三极管电路分析

基本问题

- 已知的电路定律（KCL和KVL）是否足以确定集总参数电路中各个元器件的电压电流值?

- 如果能够确定，有哪些通用的求解算法?

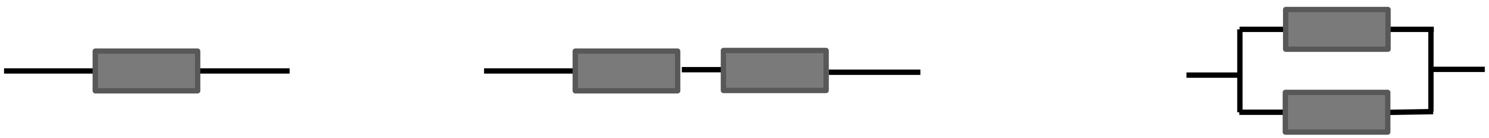
最大相互独立方程数



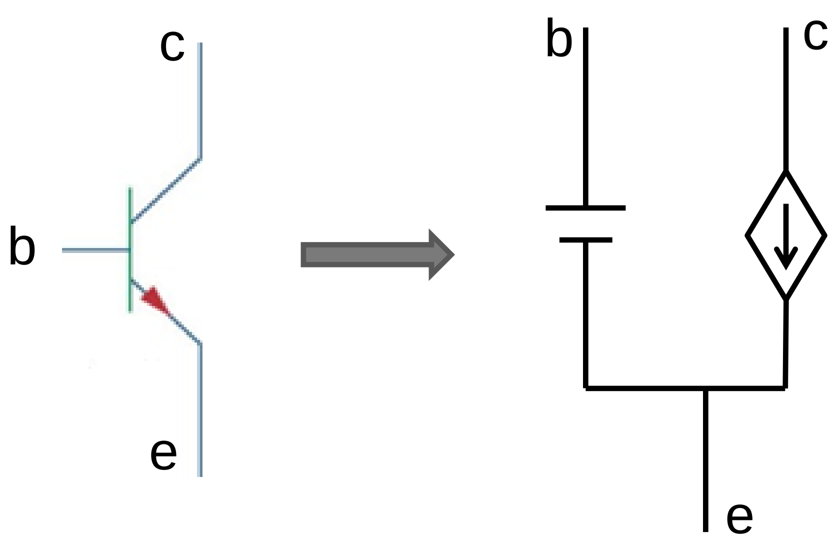
- KCL 方程应用于电路节点
- KVL方程应用于电路回路
- 每个节点或回路都可以得到一个方程 （但不一定独立）
- 独立方程：无法通过已列方程的线性组合来获得

支路

- 支路 (branch)：
  - ✓ 每一个二端元件或二端元件组合构成电路的一条支路



  - ✓ 多端元件可用几个二端元件的组合来等效表示

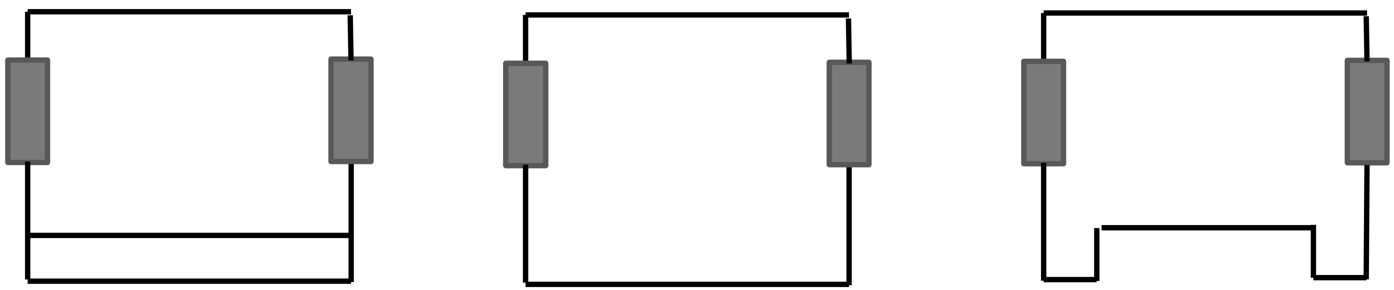


节点

➢ 节点 (node)：

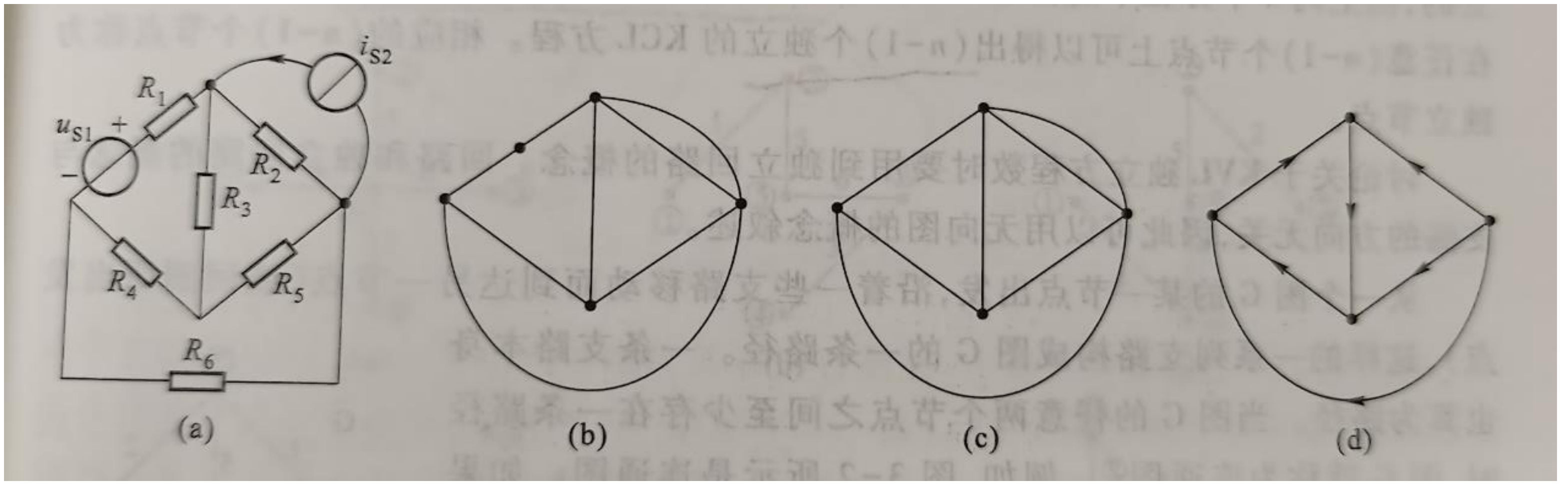
✓ 节点是支路之间的连接点

✓ 数目与电路图中连线的形状无关



n=2 in all 3 cases

节点与支路的数目



(b) n=5; b=8
(c) n=4; b=7
(d) n=4; b=6

独立的KCL方程数

- For a circuit with *n* interconnected nodes, we can list *n* equations in which all branch currents occur twice with opposite signs.
- The equations are of the form: $\pm I_a \pm I_b \pm I_c \ldots = 0$
- Therefore, the summation of all equations is 0 = 0.
- Any equation α can be obtained from summation of the other equations followed by multiplication by -1 on both sides.
- Therefore, only *n*-1 independent KCL equations.

独立KVL方程数

- 利用KVL所列的独立方程数 = 电路中的独立回路数

  独立回路：包含至少一条不存在于其他回路中的支路。

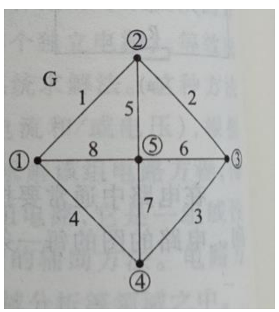
- 一个含n个节点和b条支路的电路的独立回路数是多少？

树

包含图G的全部节点，且不包含任何回路的连通子图。

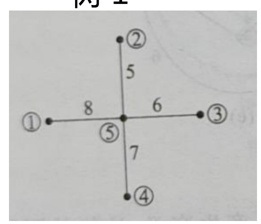
1. 包含所有节点
2. 不包含任何回路
3. 所有节点之间相互连接

电路

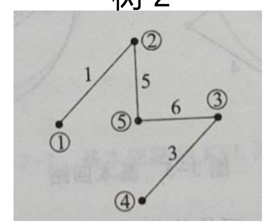


树

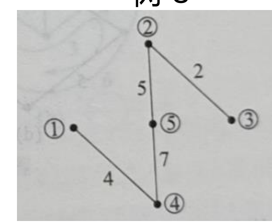
树 1



树 2

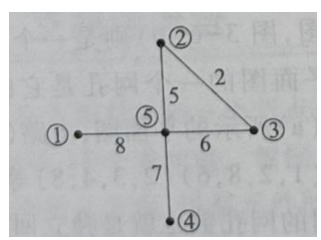


树 3

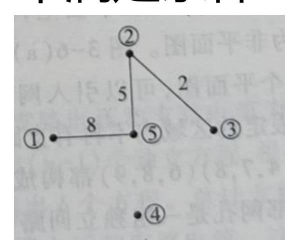


非树

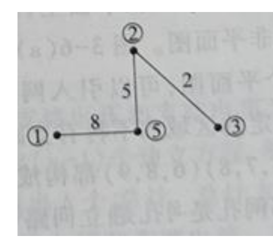
不满足条件2



不满足条件3

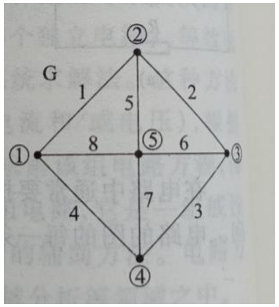


不满足条件1

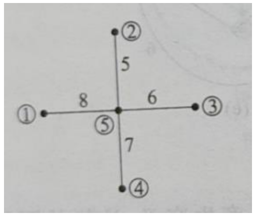


独立回路数等于一棵树的**连支数**

电路



树1



树枝： 树中包含的支路,数量为n-1

例如：支路 5、6、7、8为树1的树枝

连支：树枝之外的支路，数量为*b-(n-1)*。

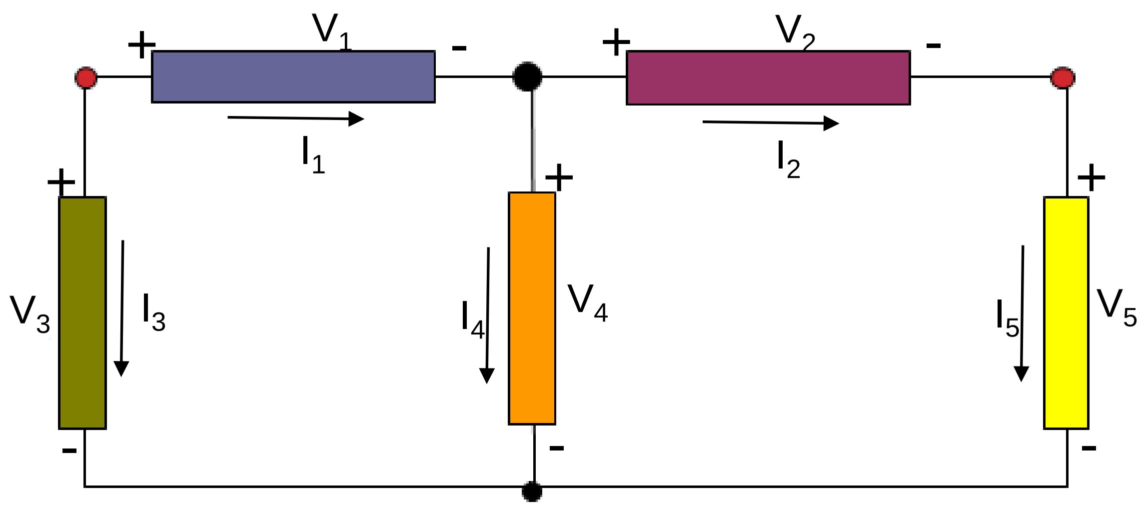
- 例如：支路 1、2、3、4为树1的连枝
- 对一棵树每添加一条连支都可得到一个回路
- 添加不同连支所得到的不同回路相互独立 （基本回路）

独立方程数

KCL: n – 1 (n 为节点数)

KVL：b - n + 1 (b 为支路数)

2b法



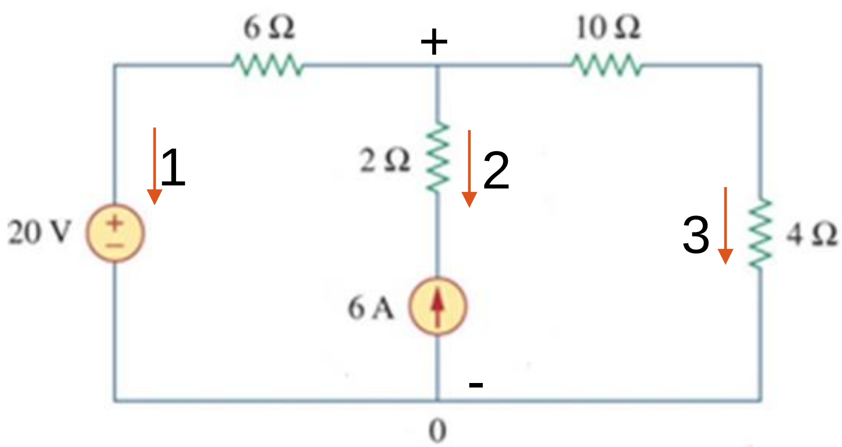
变量数：2b (每个支路的电压和电流)

方程数：2b, 包括

- KCL 独立方程数： n –1
- KVL 独立方程数: b – n+1
- 支路的电压电流关系（无源器件或可控电源）或电压电流值已知（独立电源）： b

练习

用2b法求解下列电路中各支路的电压和电流。



$I_1+I_2+I_3=0$

$V_1=V_2$
$V_2=V_3$

$V_3=14I_3$
$I_2=-6$
$V_1=6\ I_1+20$

$I_1+I_2+I_3=0$

$I_2=-6$

$14I_3=6\ I_1+20$

$I_1-6+3/7I_1+10/7=0$

$I_1=3.2$ A
$I_2=-6$ A
$I_3= 2.8$ A
$V_1=V_2=V_3=39.2$ V

含电容电感电路的求解

KCL: n-1 个线性方程
KVL: b-n+1个线性方程

I-V关系: n_{CL}个一阶线性微分方程 （ n_{CL}为电感电容的总数）
b- n_{CL}个线性方程

- 不能再用简单的矩阵运算得到电压、电流值
- 一阶线性微分方程 $\xrightarrow{\text{相量变换}}$ 线性方程
- 在时间域，电压电流满足 n_{CL}阶线性常微分方程

支路的电压电流关系

- 电压源： $v=C$ 或 $v=RI+C$ (电源电阻串联)
- 电流源： $I=C$ 或 $I=SV+C$ （电源电阻并联）
- 电阻： $v=RI$
- 可控电源： $v_1=Cv_2$; $v_1=Ci_2$; $I_1=Cv_2$; $I_1=Ci_2$

方程两边的变量不独立，无需同时作为未知变量。

- 节点电压法：将电压作为未知变量
- 支路电流法：将电流作为未知变量

电压法

- 电压源：$\boxed{v = C}$或 $v = RI + C$ (电源电阻串联)
- 电流源： $I = C$ 或 $I = SV + C$ （电源电阻并联）
- 无源器件： $v = RI$
- 可控电源： $\boxed{v_1 = Cv_2}$; $\boxed{v_1 = Ci_2}$; $I_1 = Cv_2$; $I_1 = Ci_2$

n_{vs}: number of branches consisting of voltage sources only
n_{cccs}: number of branches with current controlled current source. The additional n_{cccs} current variables are needed only if they cannot be calculated from simple I-V relations, i.e. the controlling current is from a voltage source.

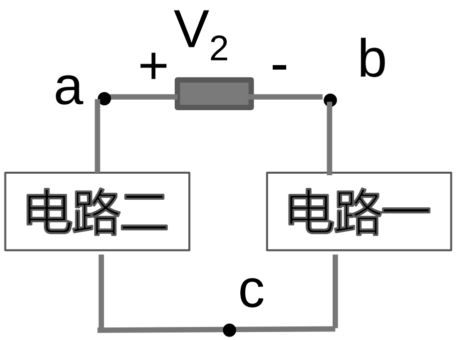
独立变量数：$b – n_{vs} + n_{cccs}$

KCL 独立方程数： $n - 1 – (n_{vs} – n_{cccs})$

KVL 独立方程数：$b – n + 1$

节点电压法

KVL implication 3: Voltage across two nodes is equal to difference of the voltages of between the two nodes and a third node.



$$V_{ab}+V_{bc}-V_{ac}=0$$

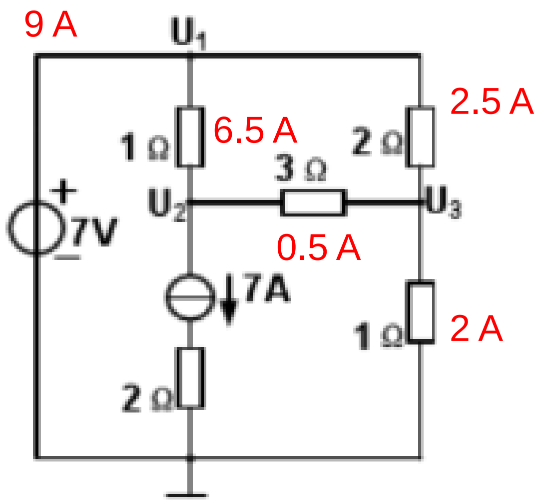
$$V_{ab}=V_{ac}-V_{bc}$$

如果知道每个节点相对于一个参考节点的电压，每个元器件两端的电压等于两端节点相对于参考节点电压之差。

如果知道一个电路中节点1至n-1相对于节点n的电压，即可得到电路中所有支路的电压。独立变量数从 $b - n_{vs} + n_{cccs}$ 降为 $n - 1 - n_{vs} + n_{cccs}$。

练习

用节点电压法求解下列电路中各支路的电压和电流。



$$\frac{7-U_2}{1}+\frac{U_3-U_2}{3}=7$$

$$\frac{U_3-U_2}{3}+\frac{U_3-7}{2}+\frac{U_3}{1}=0$$

$$-\frac{4}{3}U_2+\frac{1}{3}U_3=0$$

$$-\frac{1}{3}U_2+\frac{11}{6}U_3=3.5$$

$$U_2=0.5\ V$$

$$U_3=2\ V$$

支路电流法

- 电压源： $v = C$ 或 $v = RI + C$ (电源电阻串联)
- 电流源： $\boxed{I = C}$ 或 $I = SV + C$ （电源电阻并联）
- 无源器件： $v = RI$
- 可控电源： $v_1 = Cv_2$; $v_1 = Ci_2$; $\boxed{I_1 = Cv_2}$; $\boxed{I_1 = Ci_2}$

n_{cs}: number of branches consisting of current sources. The additional n_{vcvs} voltage variables are needed only if they cannot be calculated from simple I-V relations, i.e. the controlling voltages are those of current sources.

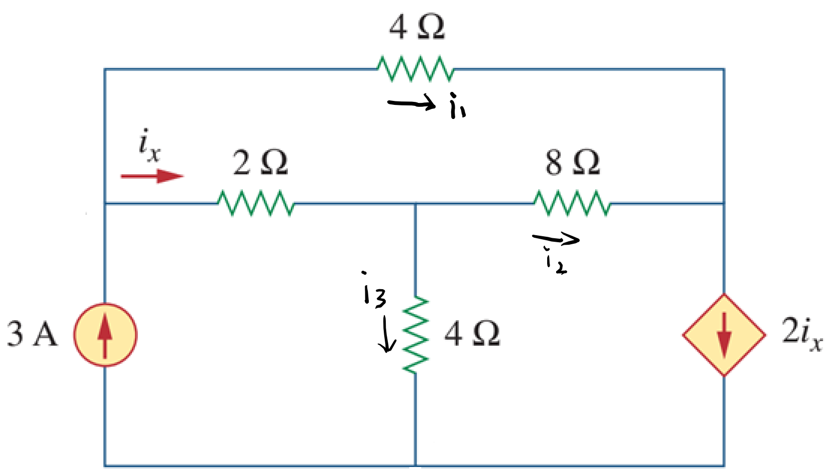
独立变量数： $b – n_{cs}+n_{vcvs}$

KCL 独立方程数： n - 1

KVL 方程数： $b – n +1– (n_{cs} – n_{vcvs})$（流过电流源的电压无法直接计算）

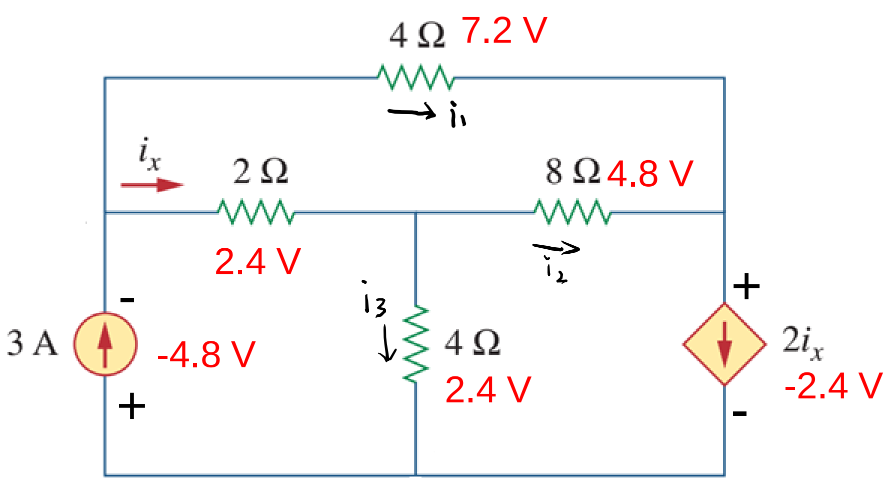
练习

用支路电流法求解下列电路中各支路的电压和电流。



练习

用支路电流法求解下列电路中各支路的电压和电流。



$-i_1 - i_x + 3 = 0$

$i_x - i_2 - i_3 = 0$

$i_1 + i_2 - 2i_x = 0$

$4i_1 - 8i_2 - 2i_x = 0$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & -8 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

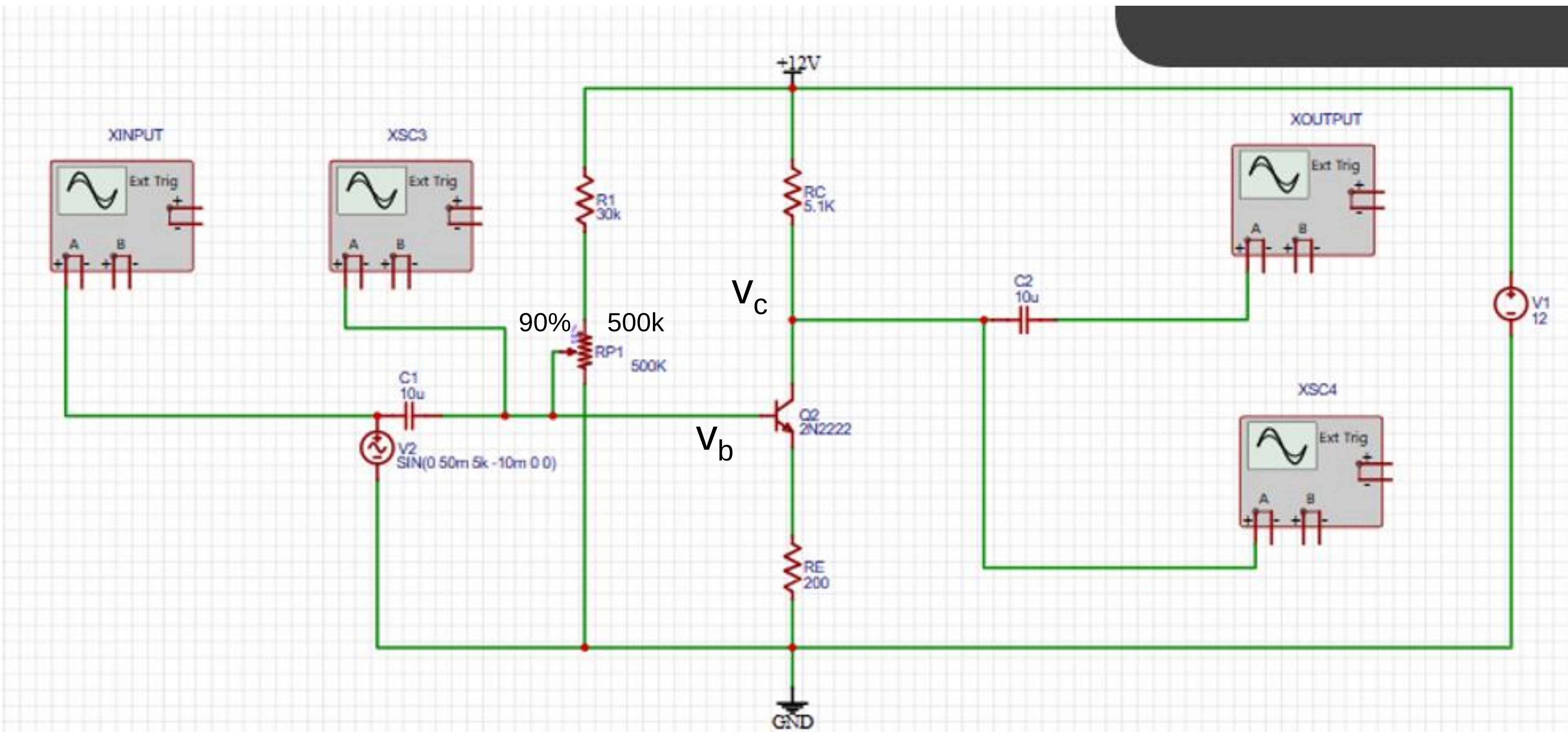
$Ai = b \qquad i = \begin{pmatrix} 1.8 \\ 0.6 \\ 0.6 \\ 1.2 \end{pmatrix} A,$

$V(3A)+2i_x+4i_3= 0; V(3A) = -4.8$ V

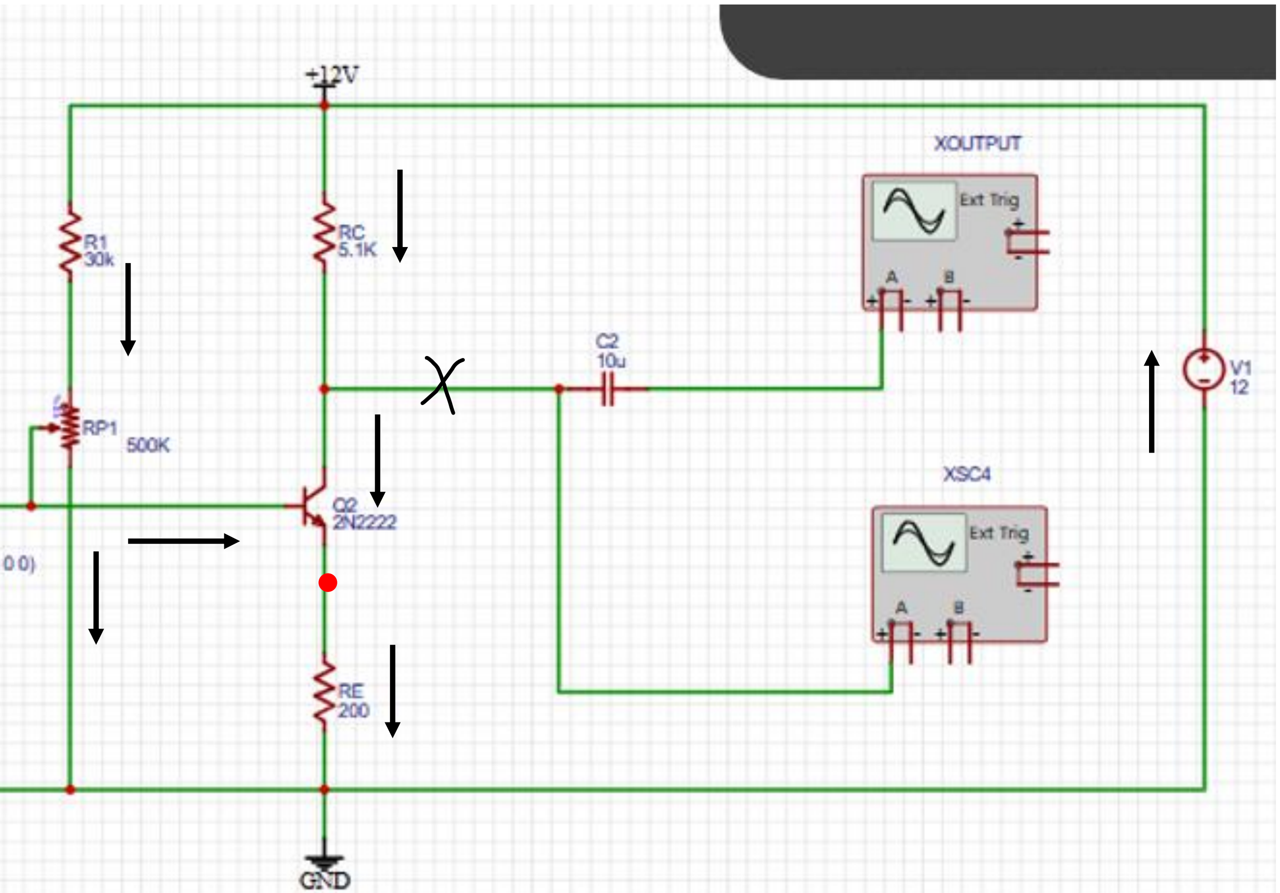
$V(2i_x)-4i_3+8i_2= 0; V(2i_x) = -2.4$ V

练习

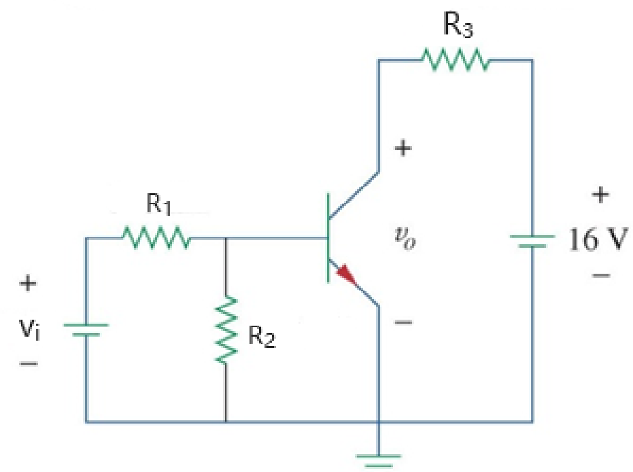
求如下三极管电路中输出电压与输入电压之间的关系。



直流等效电路



第二章习题电路



区别：

- 基集和集电极由同一电源供电
- 发射极与地之间接电阻

直流电路求解过程

$n = 5$
$b = 7$
$n_{vs} = 2$
$n_{cs} = 1$
$n_{cccs} = 1$
$N_{vvvs} = 0$

支路电流法的变量数：$b - n_{cs} = 6$

节点电压法的变量数： $n - 1 - n_{vs} + n_{cccs} = 3$

采用节点电压法

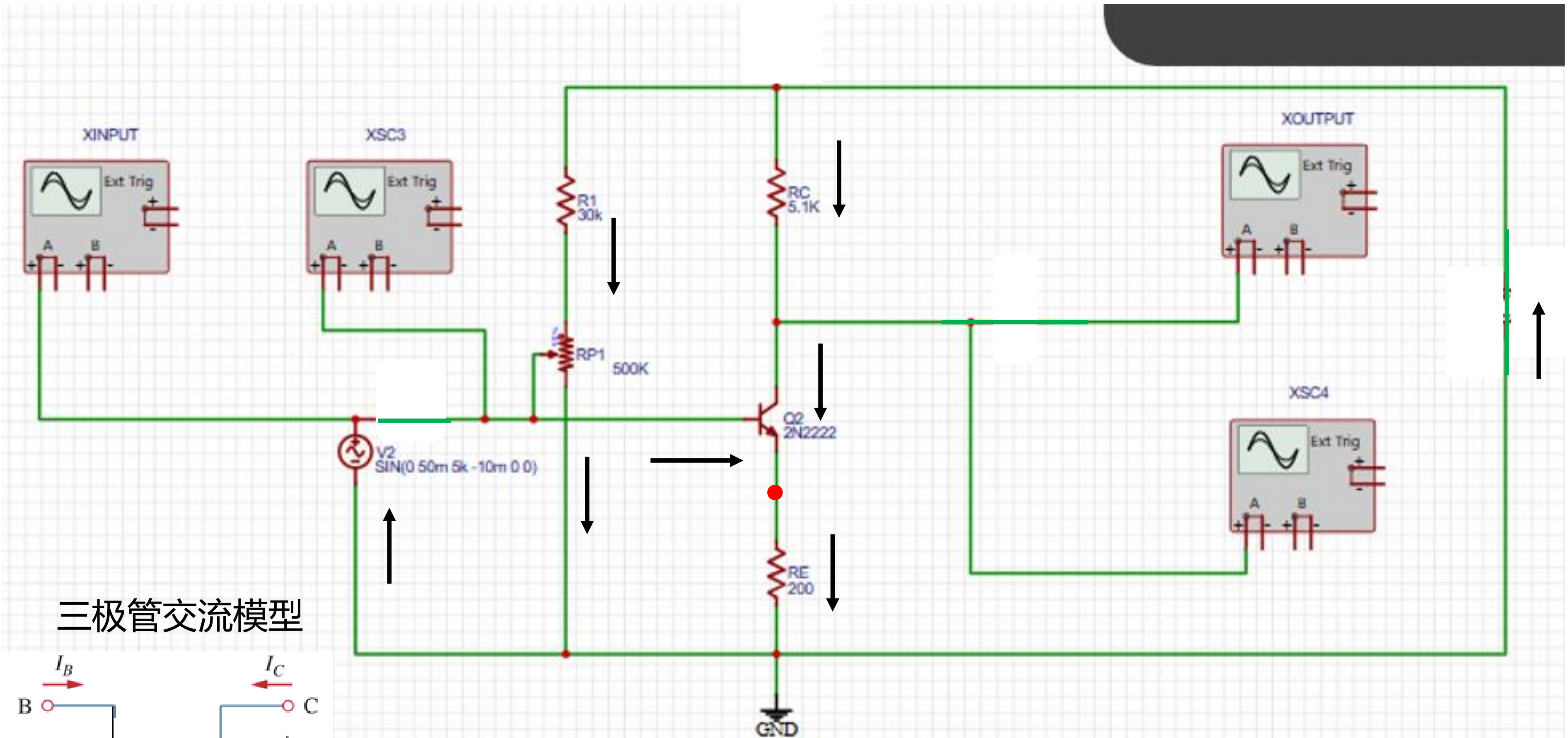
$$\frac{12 - v_b}{30\text{k} + 450\text{k}} = \frac{v_b}{50\text{k}} + i_b$$

$$(\beta + 1) i_b = \frac{v_b - 0.7}{200}$$

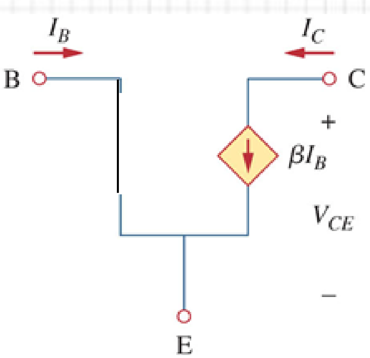
$$\frac{12 - v_c}{5.1\text{k}} = \beta i_b$$

$$v_b = 0.88\ \text{V}$$
$$i_b = 9.1\ \mu\text{A}$$
$$v_c = 7.3\ \text{V}$$

交流等效电路



三极管交流模型



交流电路求解过程

$n = 5$
$b = 7$
$n_{vs} = 3$ （含两个电压值为0的电压源）
$n_{cs} = 1$
$n_{cccs} = 1$
$n_{vvvs} = 0$

支路电流法的变量数：
$b - n_{cs} = 6$

节点电压法的变量数：
$n - 1 - n_{vs} + n_{cccs} = 2$

$$\left.\begin{aligned} (\beta + 1) i_b &= \frac{v_{\mathrm{in}}}{200} \\ \frac{-v_{\mathrm{c}}}{5.1\mathrm{k}} &= \beta i_b \end{aligned}\right\} \rightarrow v_{\mathrm{c}} = -25.2 v_{\mathrm{in}}$$